

Appendix – härledning av Bayes sats och ekvationen i texten

P står för probability (sannolikhet), h för hypotes och e för evidens.

Definitionen av betingad sannolikhet:

$$P(h|e) = \frac{P(e \& h)}{P(e)} \quad (1)$$

Samma definition (fast för evidens givet hypotes). Detta uttryck multipliceras med P(h) på båda sidor, vilket ger ekvation (2):

$$P(e|h) = \frac{P(e \& h)}{P(h)} \Rightarrow P(e \& h) = P(e|h) \cdot P(h) \quad (2)$$

Ekvation (2) sätts in i ekvation (1). Detta ger ekvation (3):

$$P(h|e) = \{ \text{ekvation (1)} \} = \frac{P(e \& h)}{P(e)} = \{ \text{ekvation (2)} \} = \frac{P(e|h) \cdot P(h)}{P(e)} \quad (3)$$

Grundläggande sannolikhetsteori ger också följande:

$$P(e) = P(e \& h) + P(e \& \text{icke} - h) = \{ \text{enligt ekvation (2)} \} = P(e|h) \cdot P(h) + P(e|\text{icke} - h) \cdot P(\text{icke} - h)$$

Insättning av detta uttryck i ekvation (3) ger Bayes sats:

$$P(h|e) = \{ \text{ekvation (3)} \} = \frac{P(e|h) \cdot P(h)}{P(e)} = \{ \text{enligt raden ovan} \} = \frac{P(e|h) \cdot P(h)}{P(e|h) \cdot P(h) + P(e|\text{icke} - h) \cdot P(\text{icke} - h)}$$

För våra syften kan vi nöja oss med ekvation (3) och formulera motsvarande ekvation för sannolikheten för icke-h givet evidensen:

$$P(h|e) = \frac{P(e|h) \cdot P(h)}{P(e)} \quad (3)$$

$$P(\text{icke} - h|e) = \frac{P(e|\text{icke} - h) \cdot P(\text{icke} - h)}{P(e)}$$

Dividera ekvation (3) med motsvarande ekvation på raden under:

$$\frac{P(h|e)}{P(\text{icke} - h|e)} = \frac{\frac{P(e|h) \cdot P(h)}{P(e)}}{\frac{P(e|\text{icke} - h) \cdot P(\text{icke} - h)}{P(e)}} = \frac{P(e|h) \cdot P(h)}{P(e|\text{icke} - h) \cdot P(\text{icke} - h)} = \frac{P(h)}{P(\text{icke} - h)} \times \frac{P(e|h)}{P(e|\text{icke} - h)}$$

Detta är uttrycket som används i texten.