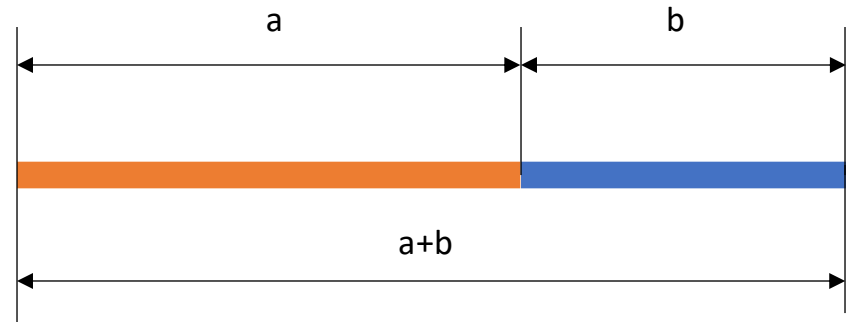


Gyllene snittet (The golden ratio)



Talet ϕ (den gyllene kvoten)

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi = \frac{a+b}{a} \\ \phi = \frac{a}{b} \end{array} \right.$$



$$\phi = \frac{(a+b) \cdot \frac{1}{b}}{a \cdot \frac{1}{b}} = \frac{\frac{a}{b} + 1}{\frac{a}{b}} = \frac{\phi + 1}{\phi}$$

$$\phi \cdot \phi = \frac{\phi + 1}{\phi} \cdot \phi \Rightarrow \phi^2 = \phi + 1 \Leftrightarrow \phi^2 - \phi - 1 = 0$$

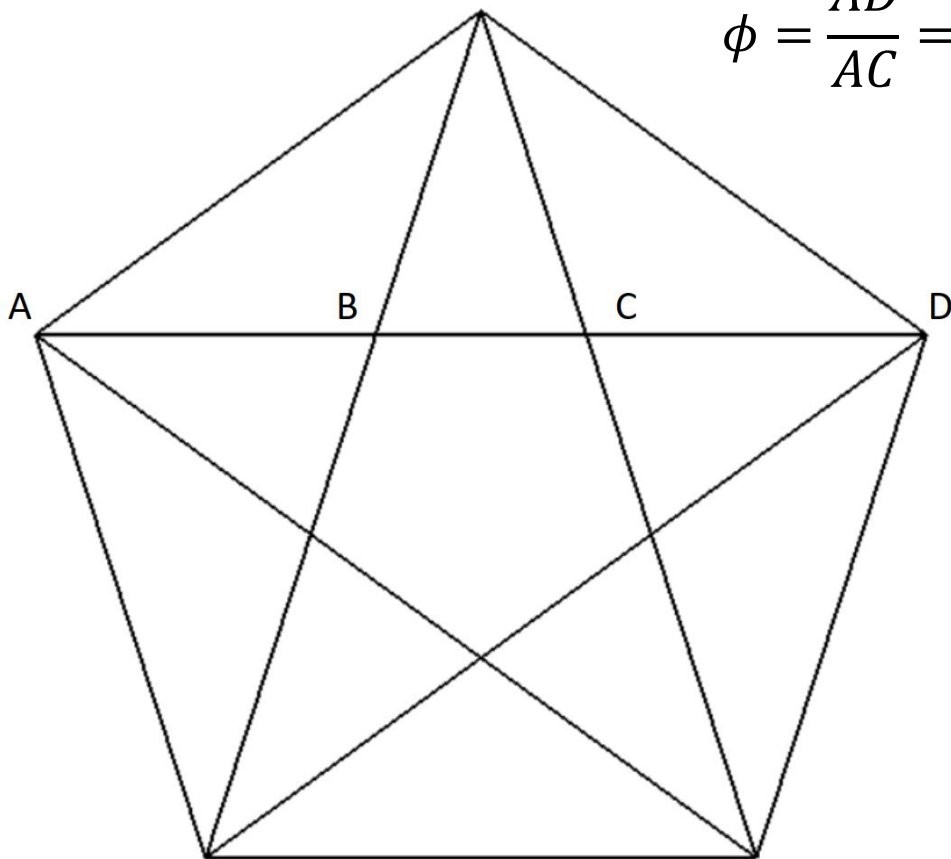
$$\phi_1 = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + 1} = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{4}{4}} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = \mathbf{1.6180 \dots}$$

$$\phi_2 = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} = \mathbf{-0.6180 \dots} = 1 - \phi_1 = -\frac{1}{\phi_1}$$

$$\phi \approx \mathbf{1.618}$$

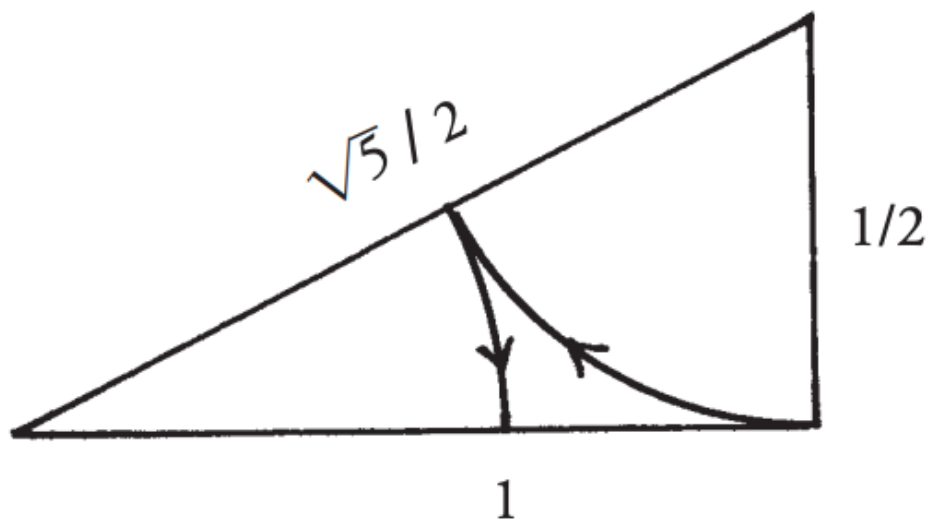
$$\frac{1}{\phi} \approx \mathbf{0.618}$$

Pentagon



$$\phi = \frac{AD}{AC} = \frac{AC}{AB} = \frac{AB}{BC} = \mathbf{1.618 \dots}$$

Konstruktion av gyllene snittet



Spetsen på en passare placeras i triangelns övre högra hörn och en båge dras från dess nedre högra hörn upp till hypotenusan. Spetsen placeras sedan i det vänstra hörnet och en ny båge dras från den förra linjens skärningspunkt med hypotenusan ned till triangelns bas. Basen är nu uppdelad enligt det gyllene snittet $\phi = 1.6180\dots$

Fibonacci talserie

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, ...



Leonardo av Pisa (1170-1250)
alias Fibonacci

$$\frac{3}{2} = 1.5$$

$$\frac{5}{3} = 1.667$$

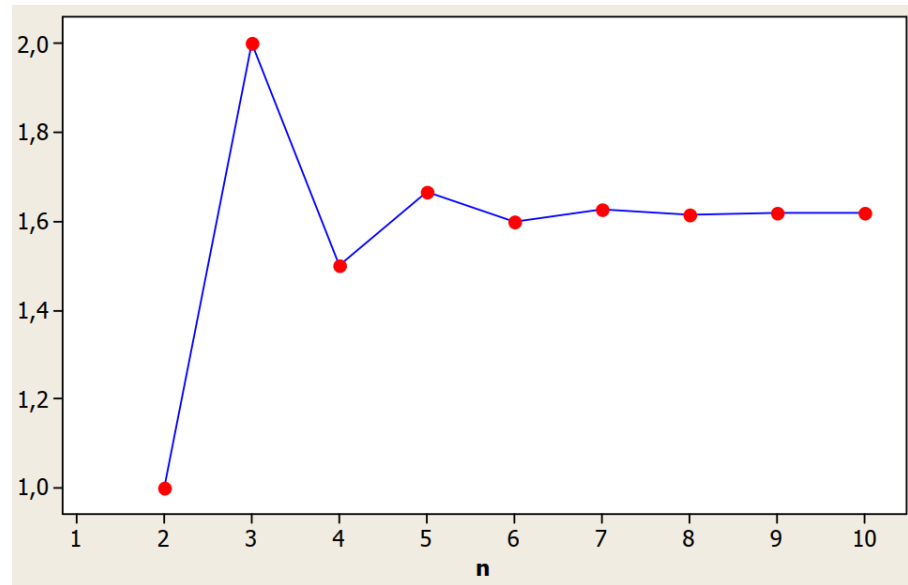
$$\frac{8}{5} = 1.6$$

$$\frac{13}{8} = 1.625$$

$$\frac{21}{13} = 1.615$$

$$\frac{34}{21} = 1.619$$

$$\frac{55}{34} = 1.618$$

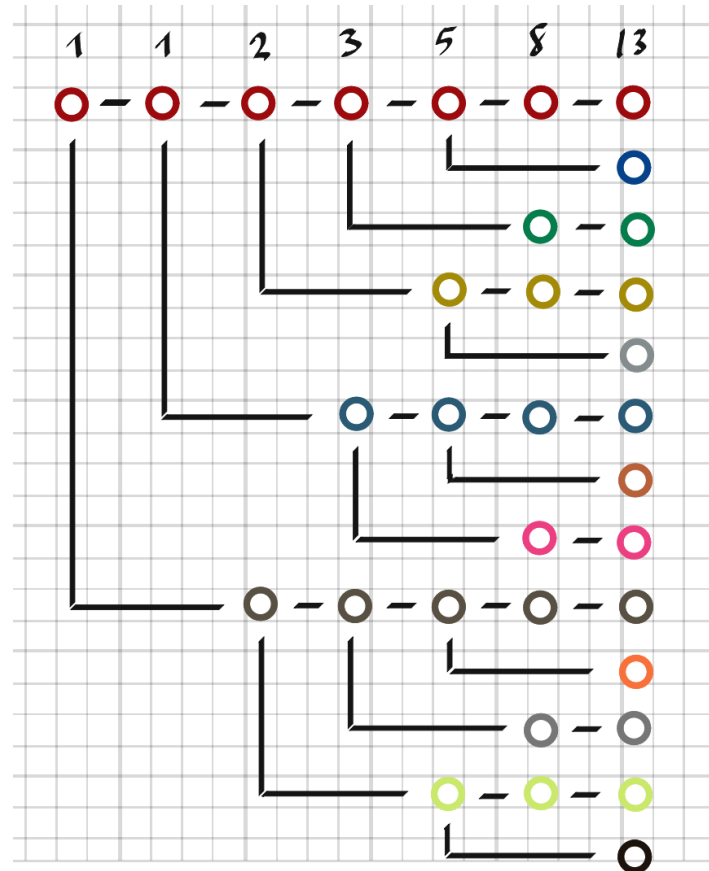


$$f(n) = \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \left[\left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)^n - \left(\frac{1 - \sqrt{5}}{2} \right)^n \right], \quad n \geq 1$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{f(n-1)} = \mathbf{1.61803 \dots}$$

Fortplantning av kaniner

Fibonacci använde kaniners fortplantning i boken Liber Abaci (1202) för att beskriva sin talserie. Han antog då att ett kaninpar ger upphov till ett nytt kaninpar varje månad samt att inga kaniner dör.

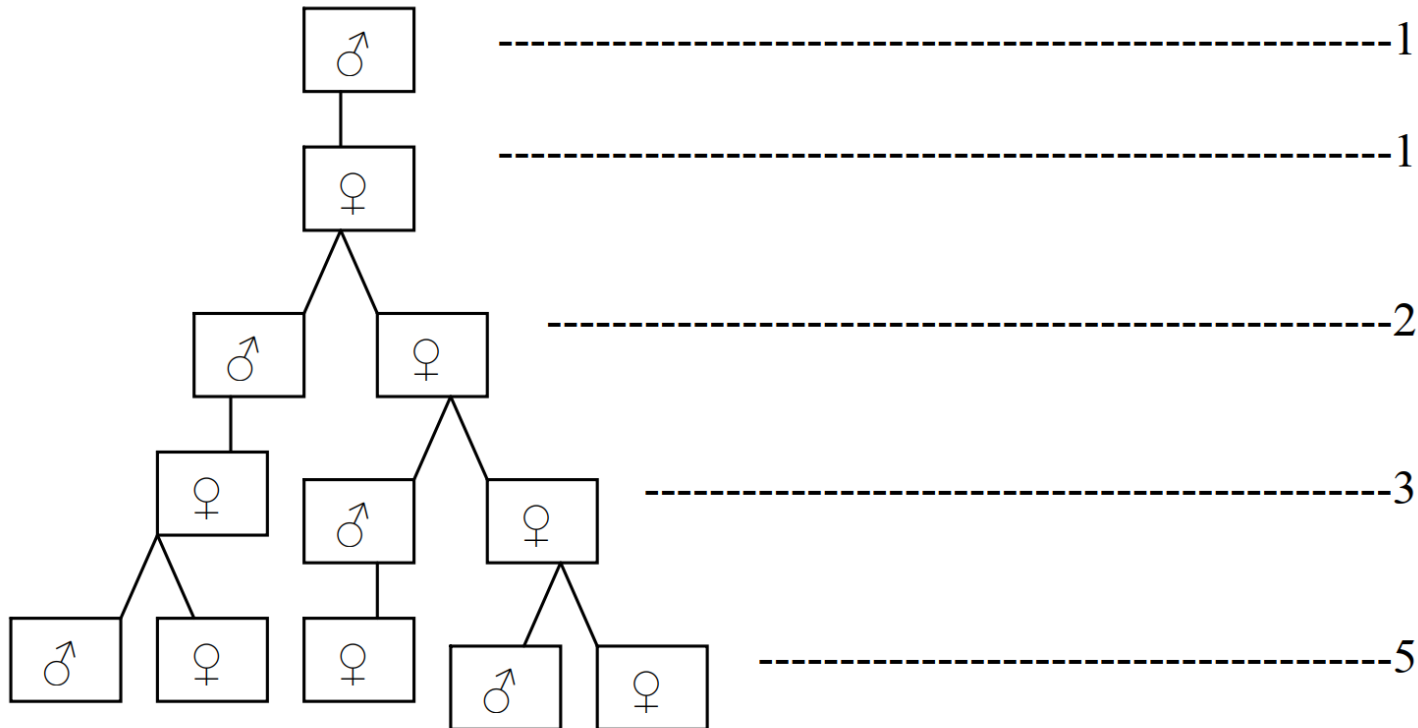


Släkträd för bin

Hanbin kläcks ur obefruktade ägg, d v s de har en förälder.

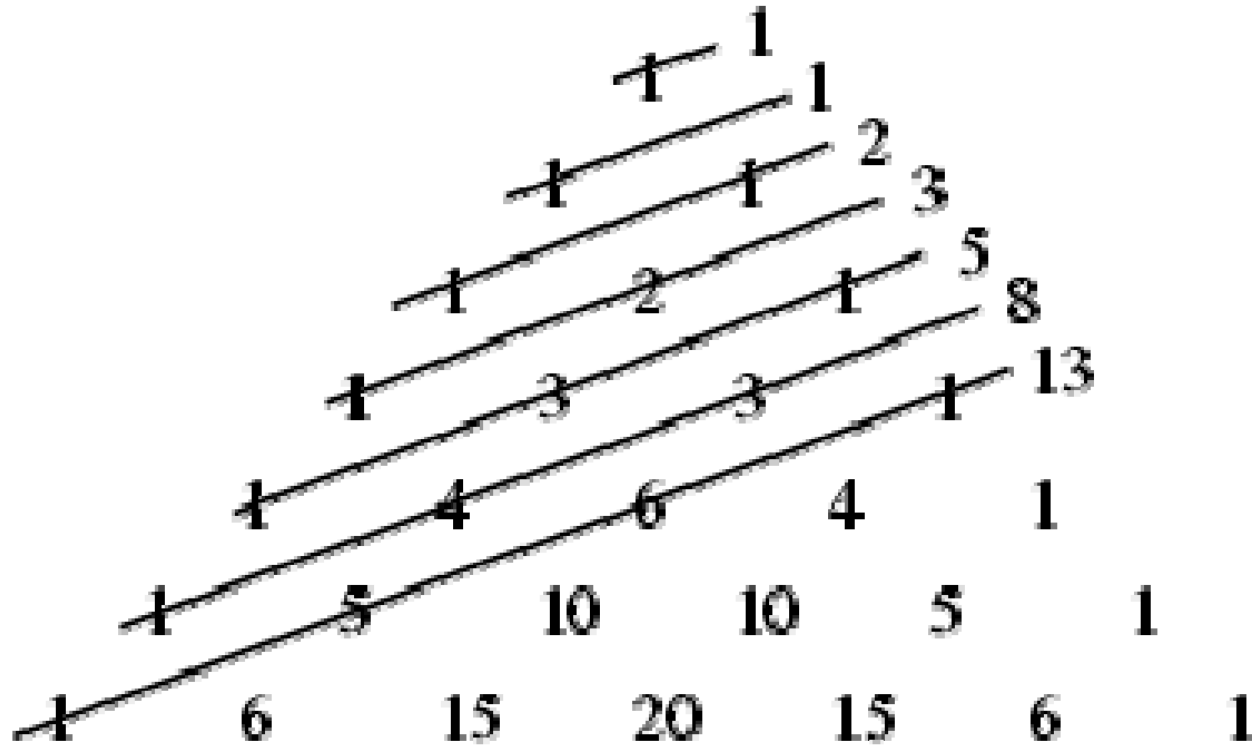
Honbin kläcks ur befruktade ägg och har således två föräldrar.

Förökningen av bin följer således Fibbonaccis talserie 1, 1, 2, 3, 5, 8 o s v.



Pascals triangel

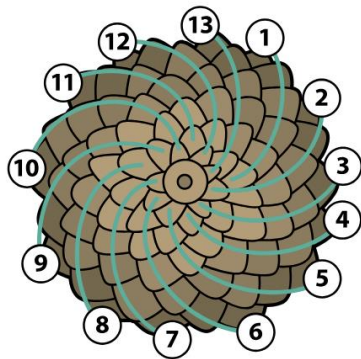
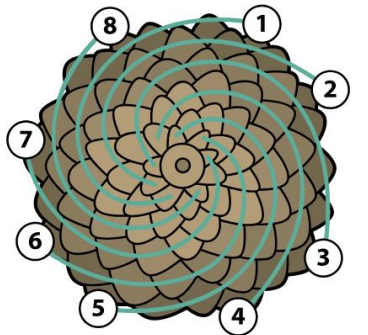
Summan av diagonalerna i Pascals triangel följer Fibonaccis talserie.



Kottar och en rad andra växter i naturen

Kottar såväl som solrosor, ananas m fl utvecklas som spiraler i enlighet med Fibbonaccis talserie 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13 o s v.

I exemplet nedan är antalet spiraler medurs 8 medan antalet moturs är 13.

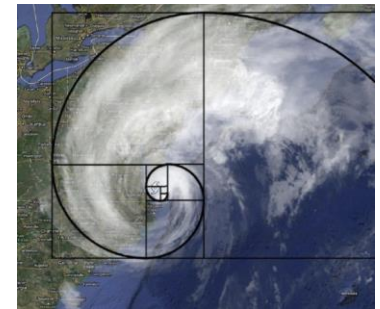
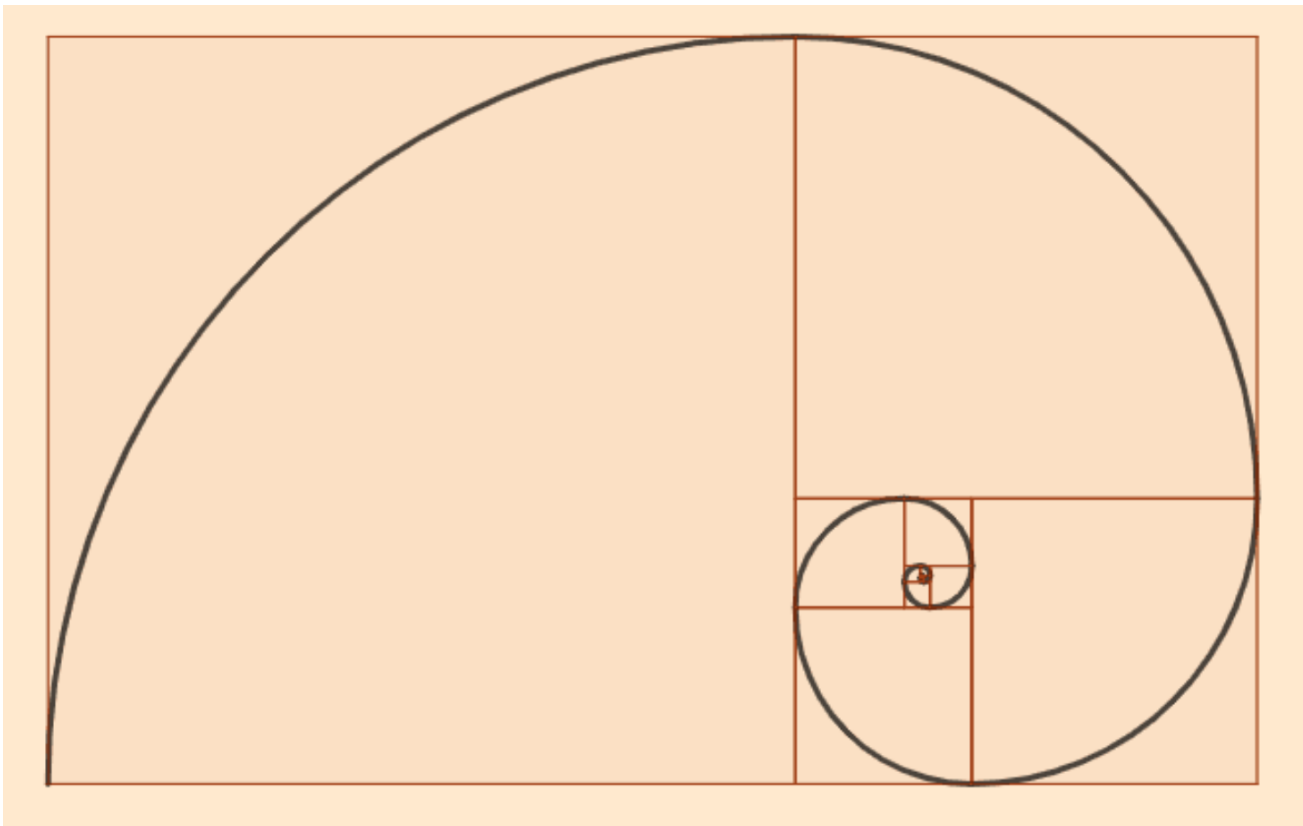


Den gyllene spiralen

Den gyllene spiralen skapas m h a rektanglar där
längd/bredd-förhållandet i varje rektangel = **1.618...**



Pärlbåtssnäcka



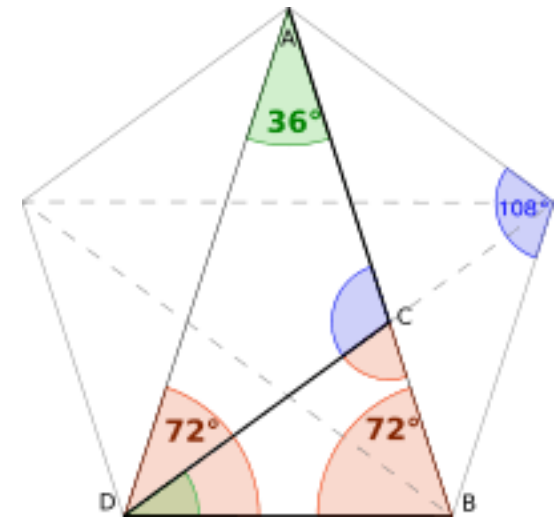
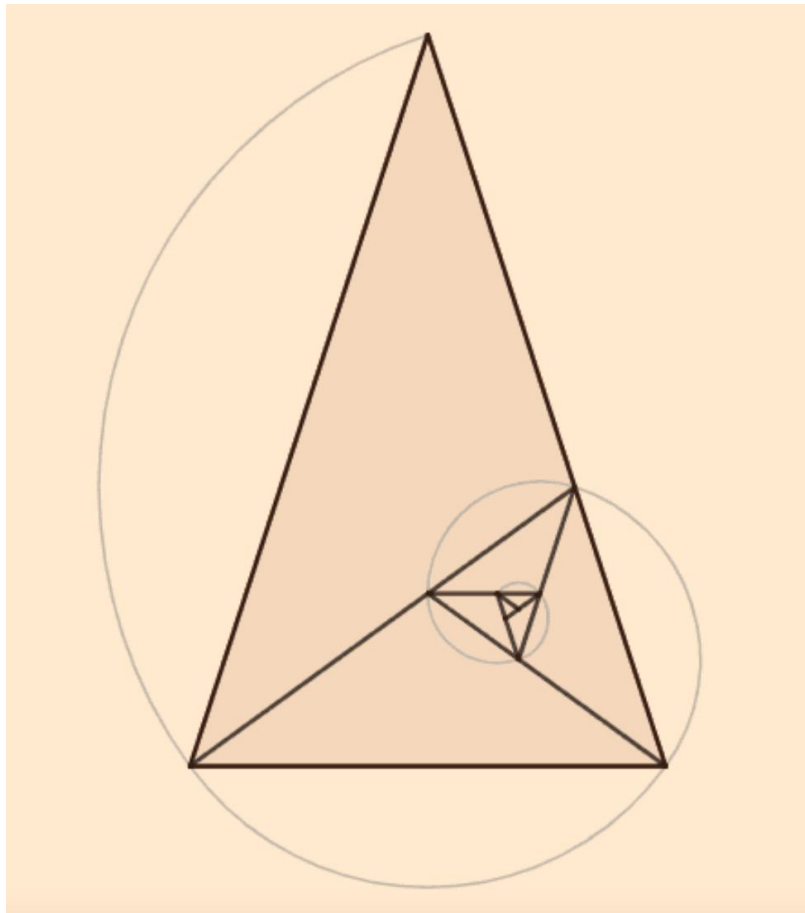
Stormen Irene



Galaxen Whirlpool

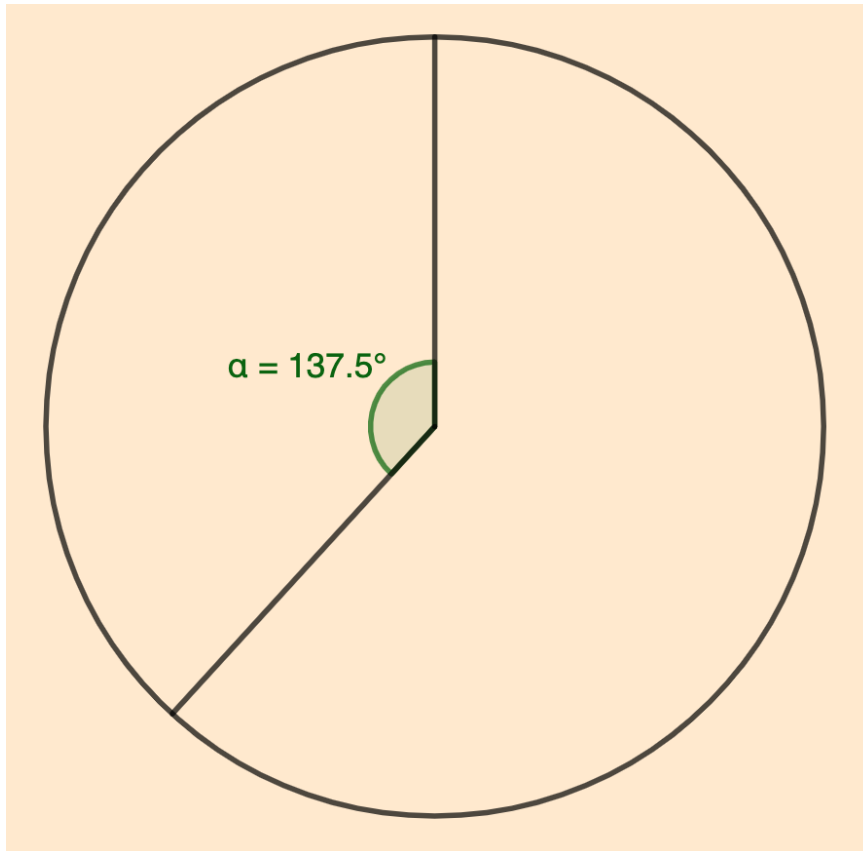
Den gyllene triangeln

Den gyllene triangeln är en likbent triangel med basvinklarna 72 grader.
Dela triangelns ena långsida i förhållandet = **1.618...** erhålls en ny gyllene triangel.

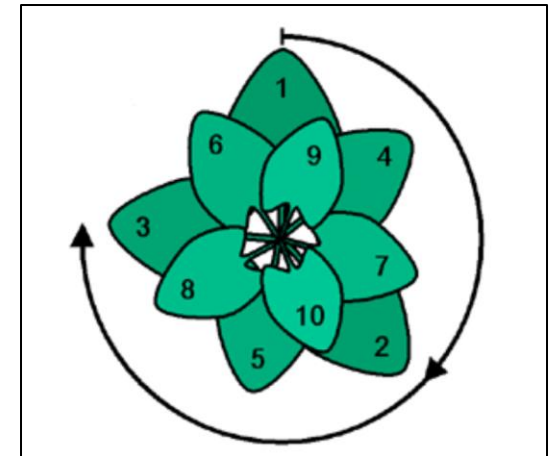


Den gyllene vinkeln

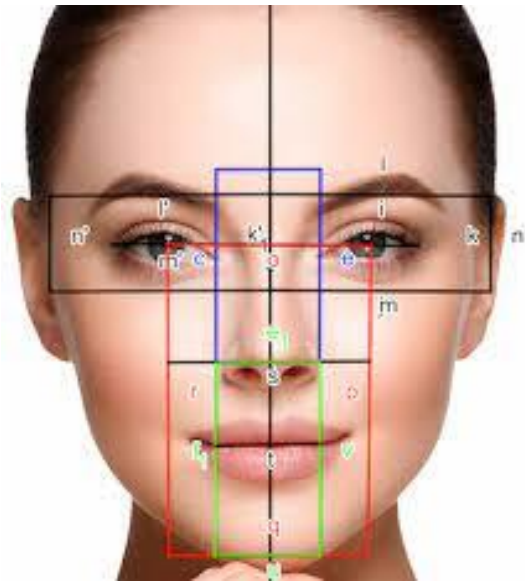
Om en cirkel delas i i förhållandet = **1.618...** fås den gyllene vinkeln 137.5 grader.



Kronbladens position hos exempelvis Tusensköna och många andra växter.



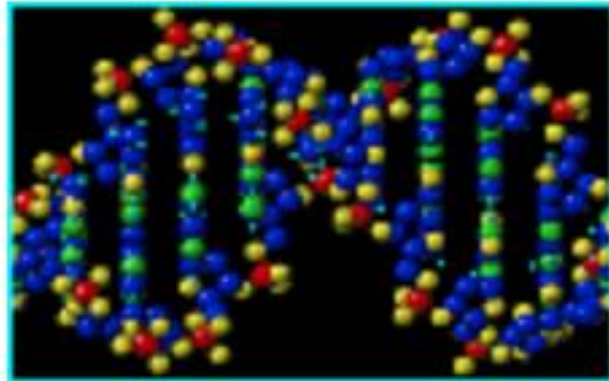
Det gyllene snittet och människan



1 : 1.618

Det gyllene snittet och människan

DNA – spiral (en cykel)



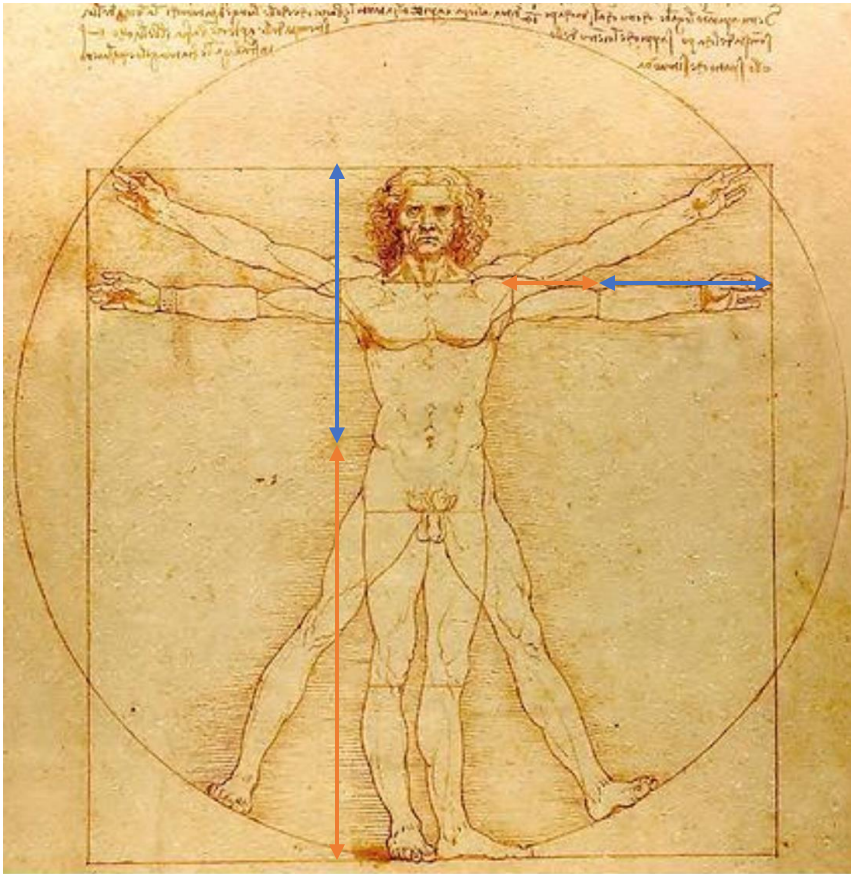
$$L = 34\text{\AA} = 34 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

$$B = 21\text{\AA} = 21 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

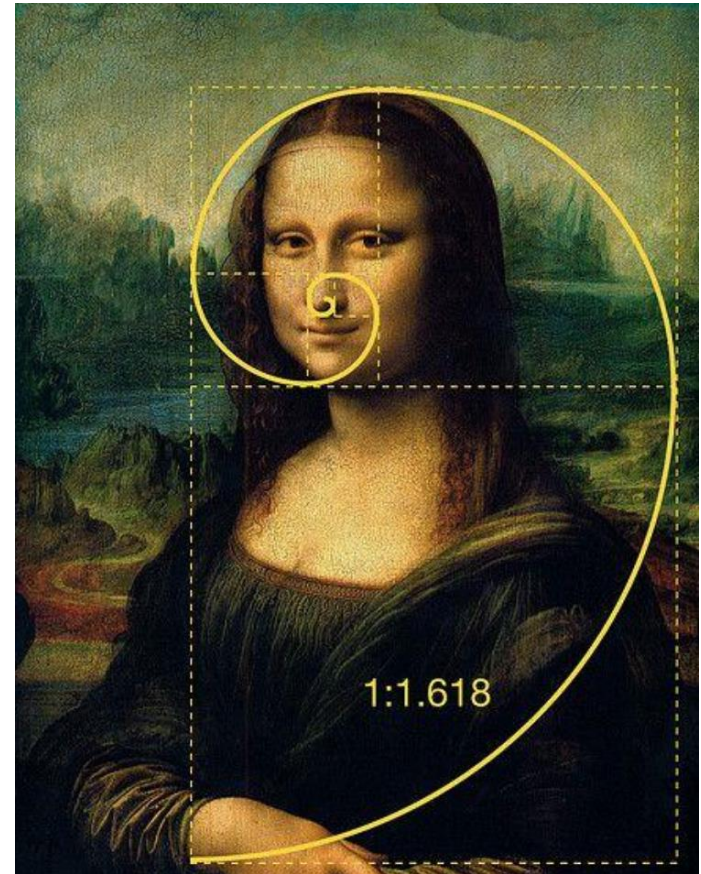
$$L/B \approx 1.618$$

Det gyllene snittet inom konst och arkitektur

Leonardo da Vinci använde sig mycket av gyllene snittet i sin konst.



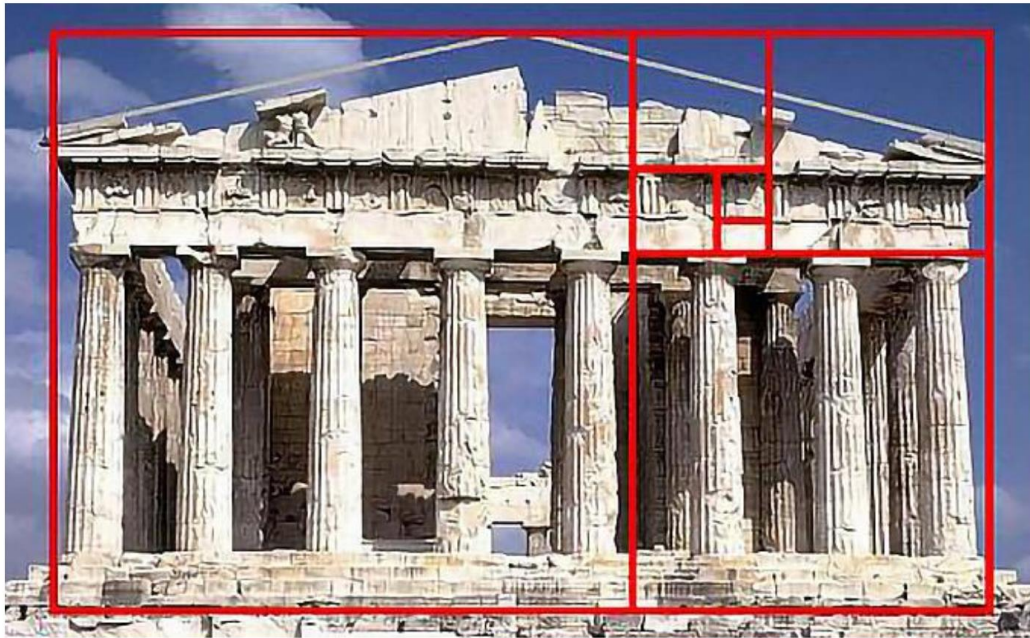
Den vitruvianska mannen



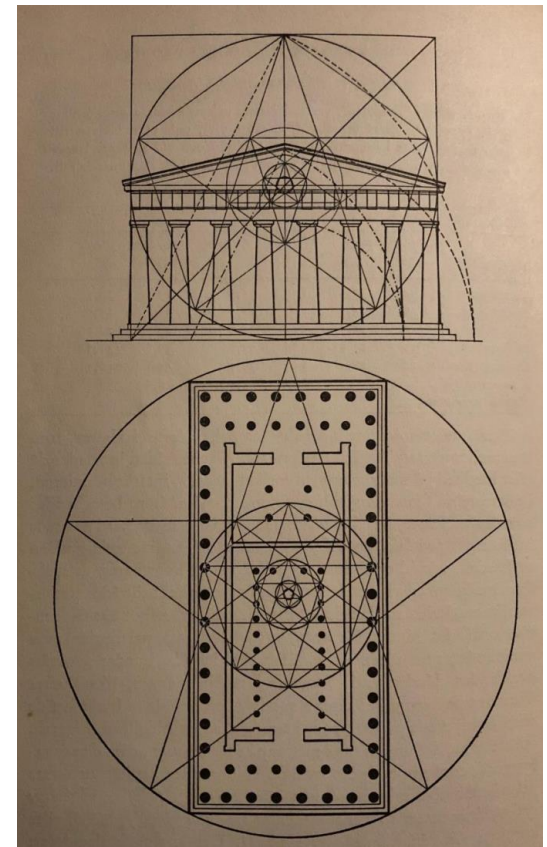
Mona Lisa

Det gyllene snittet inom konst och arkitektur

Flera antika byggnadsverk följer gyllene snittets proportioner.



Parthenon 438 f.Kr, Akropolis Grekland

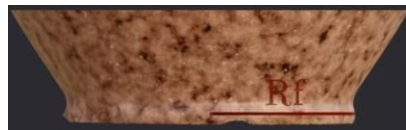
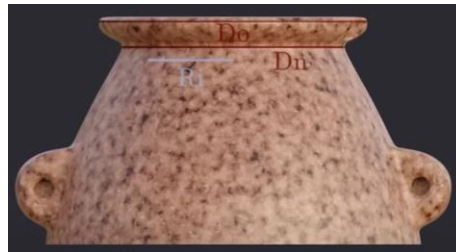
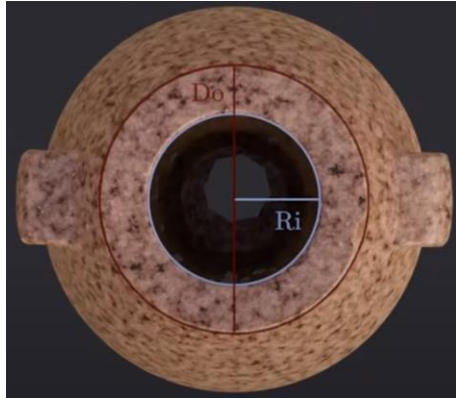


Det gyllene snittet inom konst och arkitektur

De berömda egyptiska granitvaserna



> 10000 år gammal



Uppmätt innerradio, $R_i = 18.739 \text{ mm}$

Jmf med elektromekanisk våglängd vid 16 GHz,

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{299.8 \cdot 10^6}{16.00 \cdot 10^9} = 18.738 \text{ mm}$$

Just 16 GHz råkar vara den frekvens som används i spektrumanalys för att studera granitens materialegenskaper på mikronivå.

$$\frac{D_o}{R_i} = \frac{58.9322}{18.739} = 3.14488 \approx \pi$$

$$\frac{D_n}{R_i} = \frac{49.024}{18.7391} = 2.61613 \approx \phi^2$$

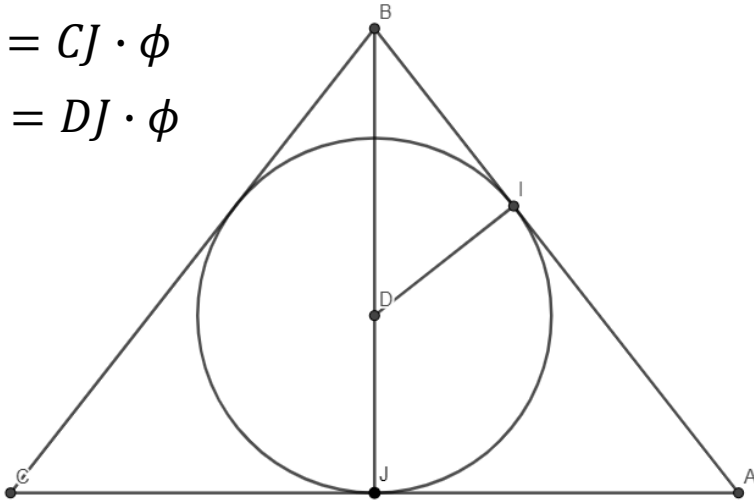
$$\boxed{\frac{R_f}{R_i} = \frac{\pi}{\phi^2}}$$

$$\frac{D_o}{R_f} = \frac{58.9322}{22.5299} = 2.61573 \approx \phi^2$$

Det gyllene snittet inom konst och arkitektur

$$BC = CJ \cdot \phi$$

$$BD = DJ \cdot \phi$$

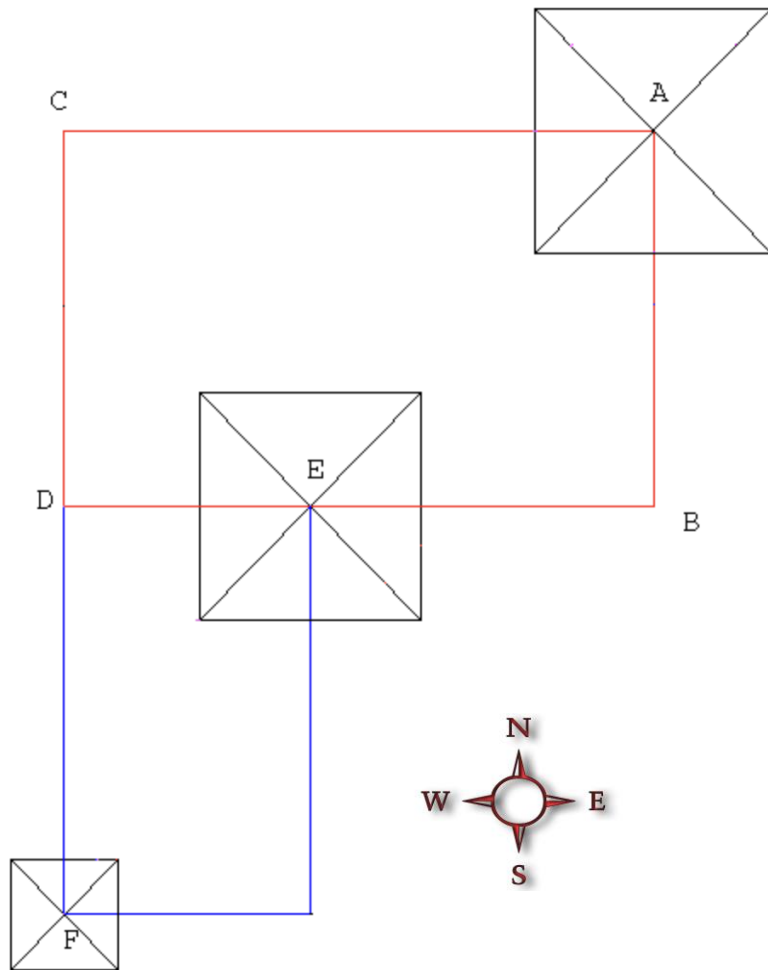


$$BC^2 = CJ^2 + BJ^2 \Rightarrow CJ^2 \cdot \phi^2 = CJ^2 + BJ^2 \Rightarrow \left(\frac{BJ}{CJ}\right)^2 = \phi^2 - 1 = \phi$$

$$\Rightarrow \frac{BJ}{CJ} = \sqrt{\phi} \Rightarrow \frac{\text{Höjd}}{\text{Bas}} = \sqrt{\phi}/2$$

| | Höjd [m] | Bas 1 [m] | Bas 2 [m] | Höjd / Bas | Avv. mot rot(φ)/2 |
|----------------|----------|-----------|-----------|------------|-------------------|
| Khufu / Cheops | 146.6 | 230.4 | 230.4 | 0.636 | 0.00043 |

Det gyllene snittet inom konst och arkitektur



Den inbördes placeringen mellan de tre pyramiderna i Giza anses av många följa gyllene snittet.

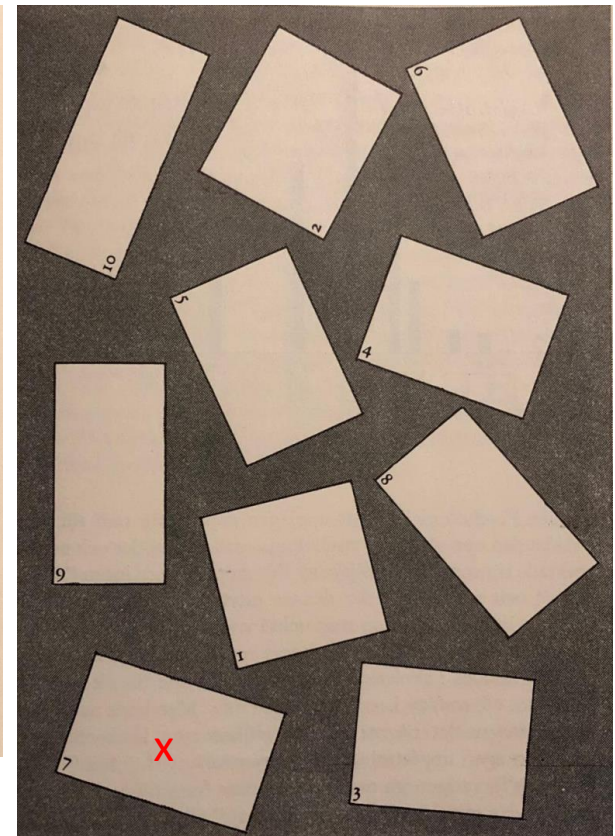
$$\frac{DF}{DE} \approx \phi \quad \frac{BD}{AB} \approx \phi$$

Det gyllene snittet inom design

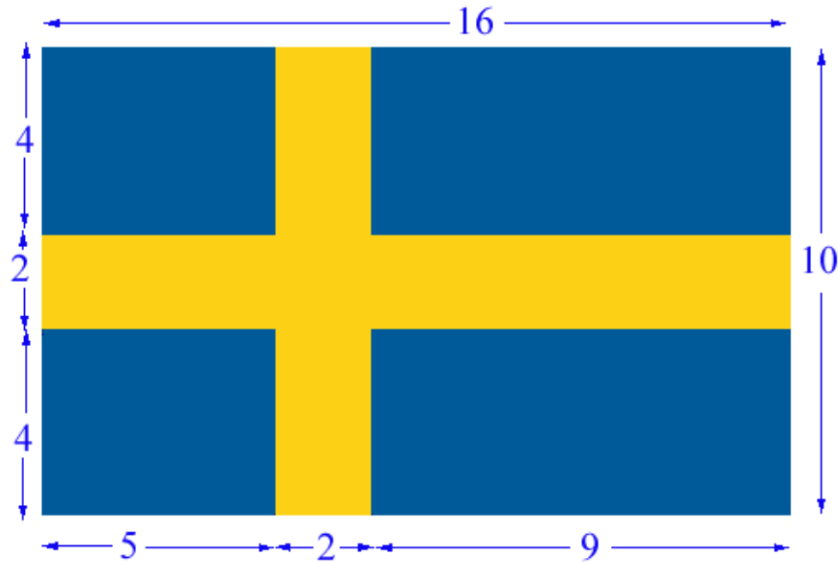
Flera undersökningar har visat att människan finner förhållandet = **1.618...** som det mest estetiskt tilltalande.

De Fechnerska försöken.

| Rektangel nr | Proportion, x | Antal röstande, som betr. rektangeln i fråga avgivit omdöme om | | | | Procentuell fördelning av skönhetsomdömena | | |
|--------------|-----------------|--|---------|---------------|---------|--|---------|------------|
| | | <i>skönhet</i> | | <i>fulhet</i> | | $p(x)$ | | |
| | | män | kvinnor | män | kvinnor | män | kvinnor | båda könen |
| 1 | 1 : 1 = 1,00 | 6,25 | 4,0 | 36,67 | 31,5 | 2,74 | 3,36 | 2,95 |
| 2 | 6 : 5 = 1,20 | 0,5 | 0,33 | 28,8 | 19,5 | 0,22 | 0,27 | 0,24 |
| 3 | 5 : 4 = 1,25 | 7,0 | 0,0 | 14,5 | 8,5 | 3,07 | 0,00 | 2,02 |
| 4 | 4 : 3 = 1,33 | 4,5 | 4,0 | 5,0 | 1,0 | 1,97 | 3,36 | 2,45 |
| 5 | 29 : 20 = 1,45 | 13,33 | 13,5 | 2,0 | 1,0 | 5,85 | 11,35 | 7,73 |
| 6 | 3 : 2 = 1,50 | 50,91 | 20,5 | 1,0 | 0,0 | 22,33 | 17,22 | 20,58 |
| ∅ 7 | 34 : 21 = 1,619 | 78,66 | 42,65 | 0,0 | 0,0 | 34,50 | 35,83 | 34,96 |
| 8 | 23 : 13 = 1,77 | 49,33 | 20,21 | 1,0 | 1,0 | 21,04 | 10,99 | 20,04 |
| 9 | 2 : 1 = 2,00 | 14,25 | 11,83 | 3,83 | 2,25 | 6,25 | 9,94 | 7,52 |
| 10 | 5 : 2 = 2,50 | 3,25 | 2,0 | 57,21 | 30,25 | 1,43 | 1,68 | 1,51 |
| Sammanlagt | | 228 | 119 | 150 | 95 | 100,00 | 100,00 | 100,00 |



Det gyllene snittet inom design



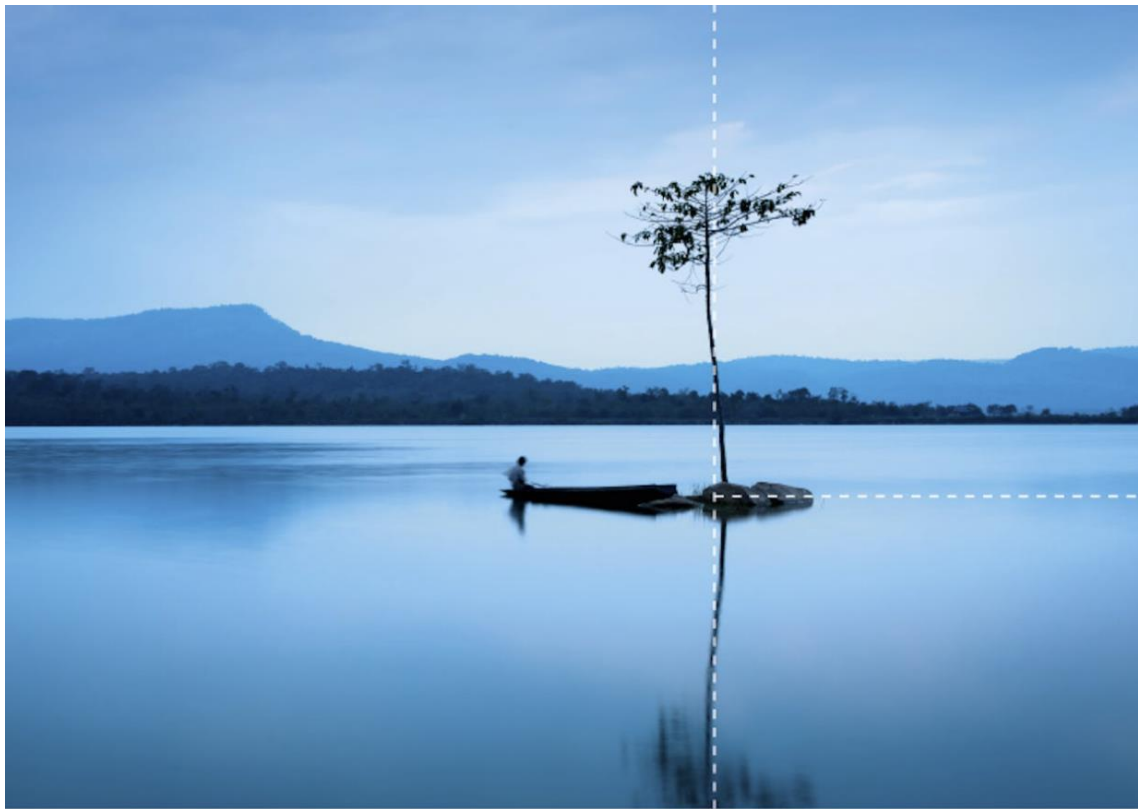
$$\frac{L}{B} = 1.6$$



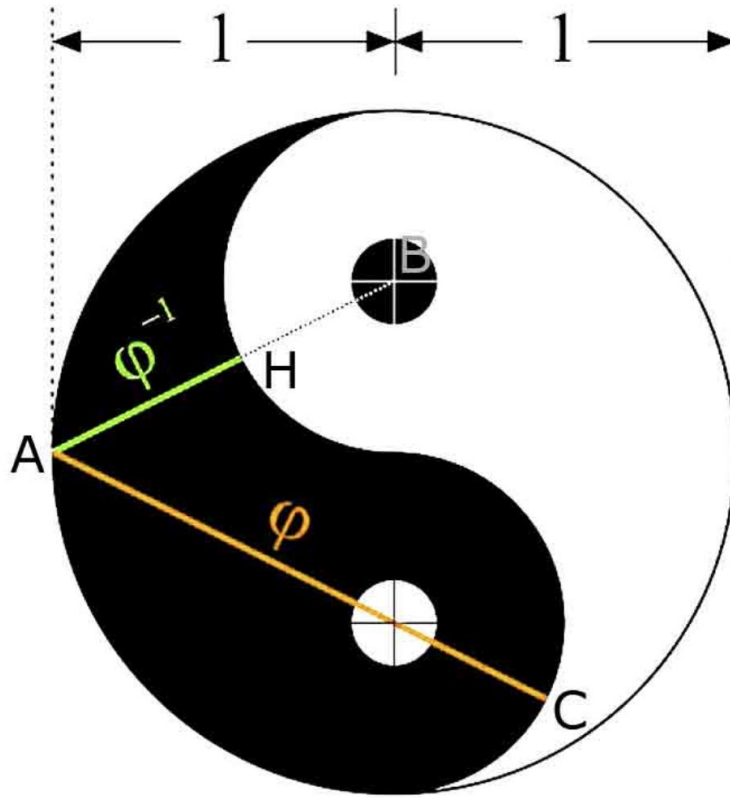
$$\frac{L}{B} \approx 1.6$$

Det gyllene snittet inom design

Många fotografer väljer att placera objektet i enlighet med gyllene snittet. Det anses av många skapa ett lugn och harmoni i bilden.



Det gyllene snittet inom design

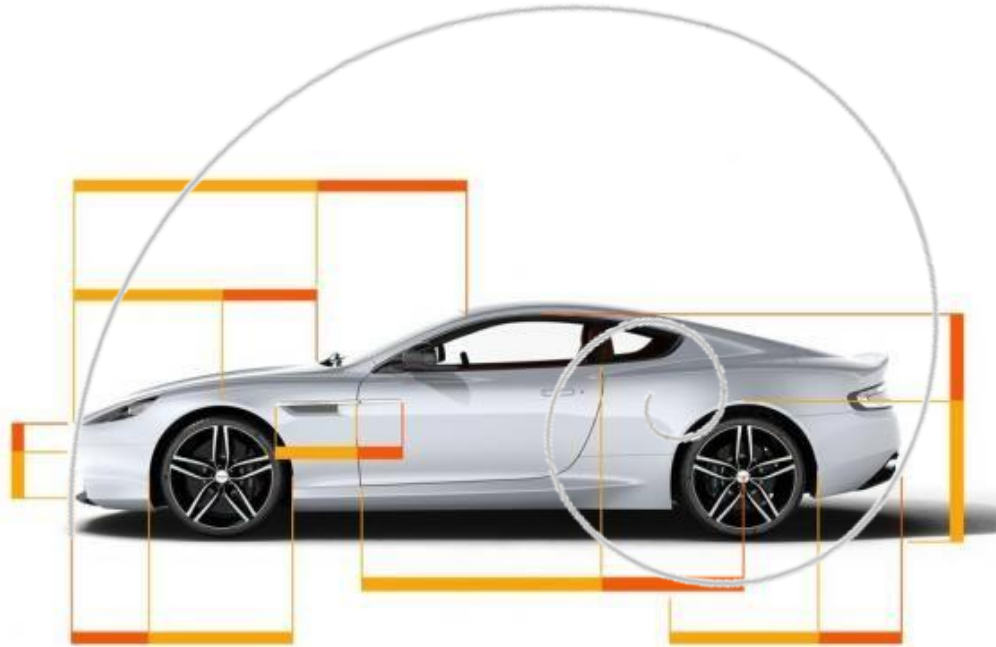


$$AH = \frac{1}{\phi}$$

$$AC = \phi$$

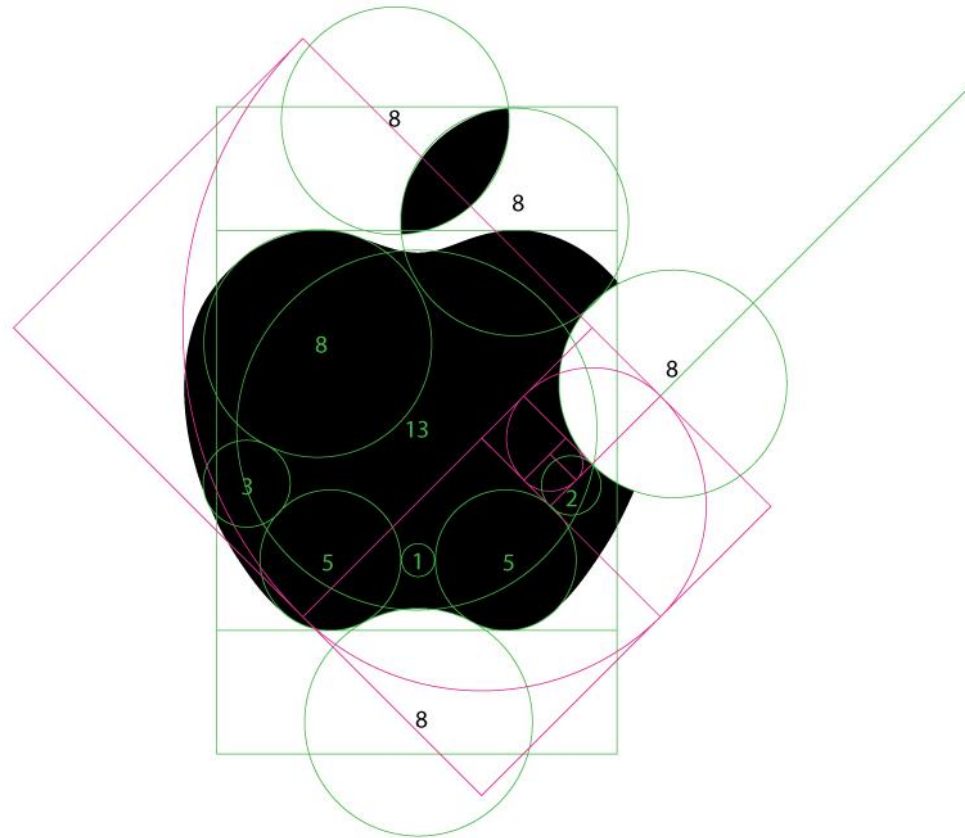
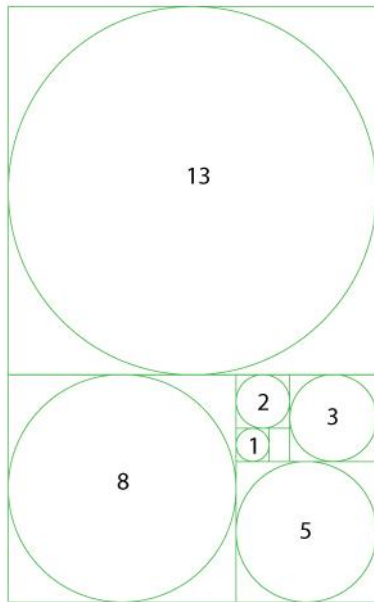
Yin and Yang symbol

Det gyllene snittet inom design



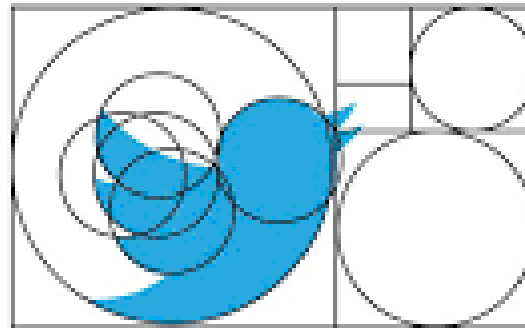
Aston Martin DB9

Det gyllene snittet inom design



Apple logotype

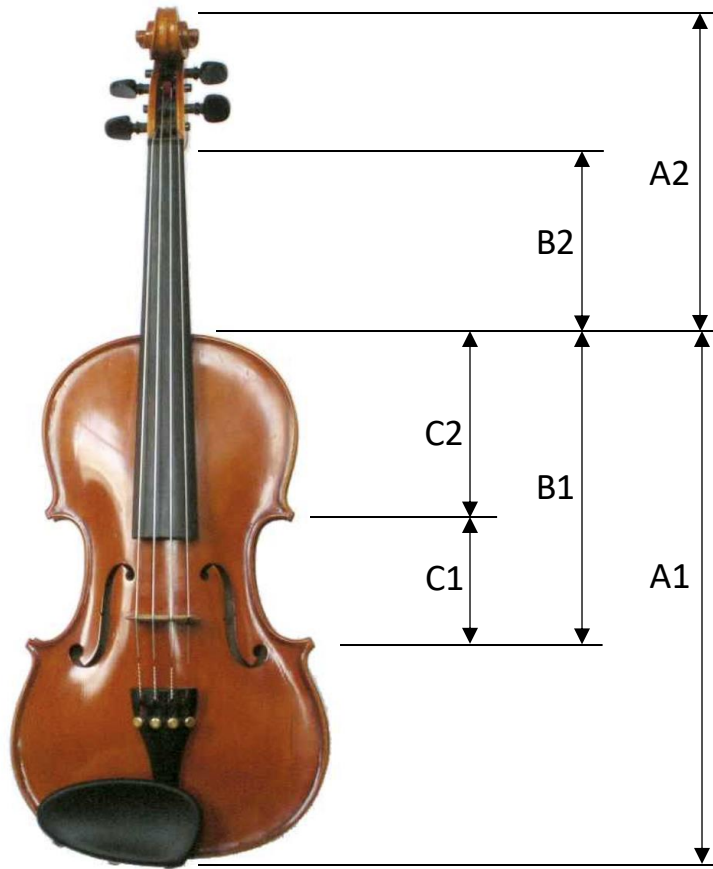
Det gyllene snittet inom design



Twitter logotype

Det gyllene snittet inom design

Flera musikinstrument är designade i enlighet med gyllene snittets proportioner.



$$\frac{A1}{A2} = \phi$$

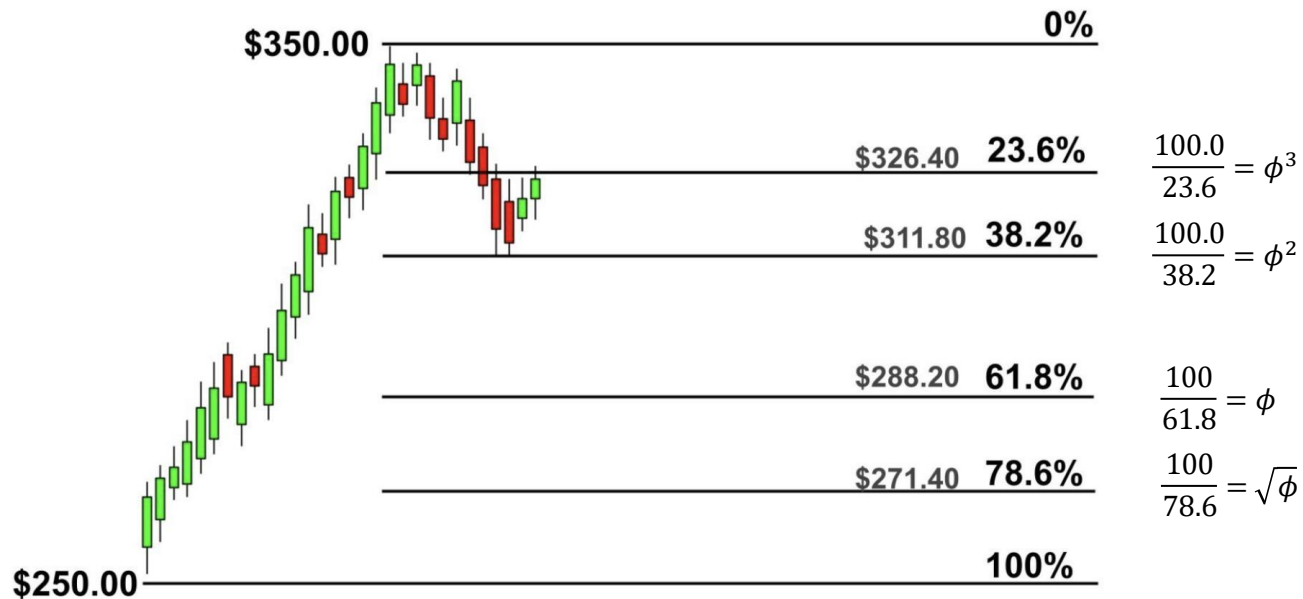
$$\frac{B1}{B2} = \phi$$

$$\frac{C1}{C2} = \phi$$

Det gyllene snittet inom finansvärlden

Fibonacci rekyll (retracement)

Stöd- och motståndsnivåer vid en rekyll anses av många börsmäklare ha hög sannolikhet att hamna på Fibonaccinivåerna 23.6%, 38.2%, 61.8% och 78.6% av ursprunglig max- eller min-nivå. Metoden är dock ifrågasatt.



Tack för visat intresse!

