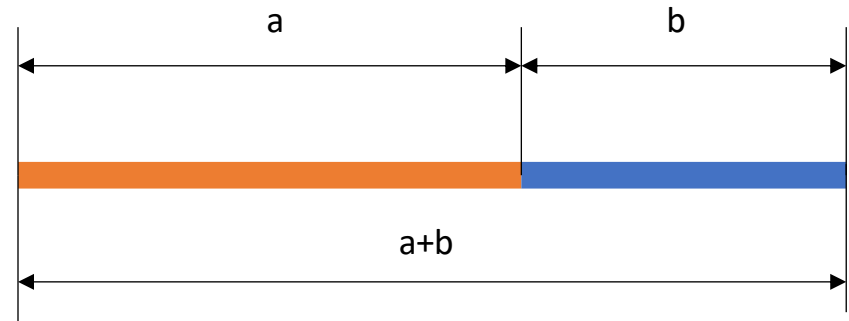


# Gyllene snittet (The golden ratio)



# Talet $\phi$ (den gyllene kvoten)

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi = \frac{a+b}{a} \\ \phi = \frac{a}{b} \end{array} \right.$$



$$\phi = \frac{(a+b) \cdot \frac{1}{b}}{a \cdot \frac{1}{b}} = \frac{\frac{a}{b} + 1}{\frac{a}{b}} = \frac{\phi + 1}{\phi}$$

$$\phi \cdot \phi = \frac{\phi + 1}{\phi} \cdot \phi \Rightarrow \phi^2 = \phi + 1 \Leftrightarrow \phi^2 - \phi - 1 = 0$$

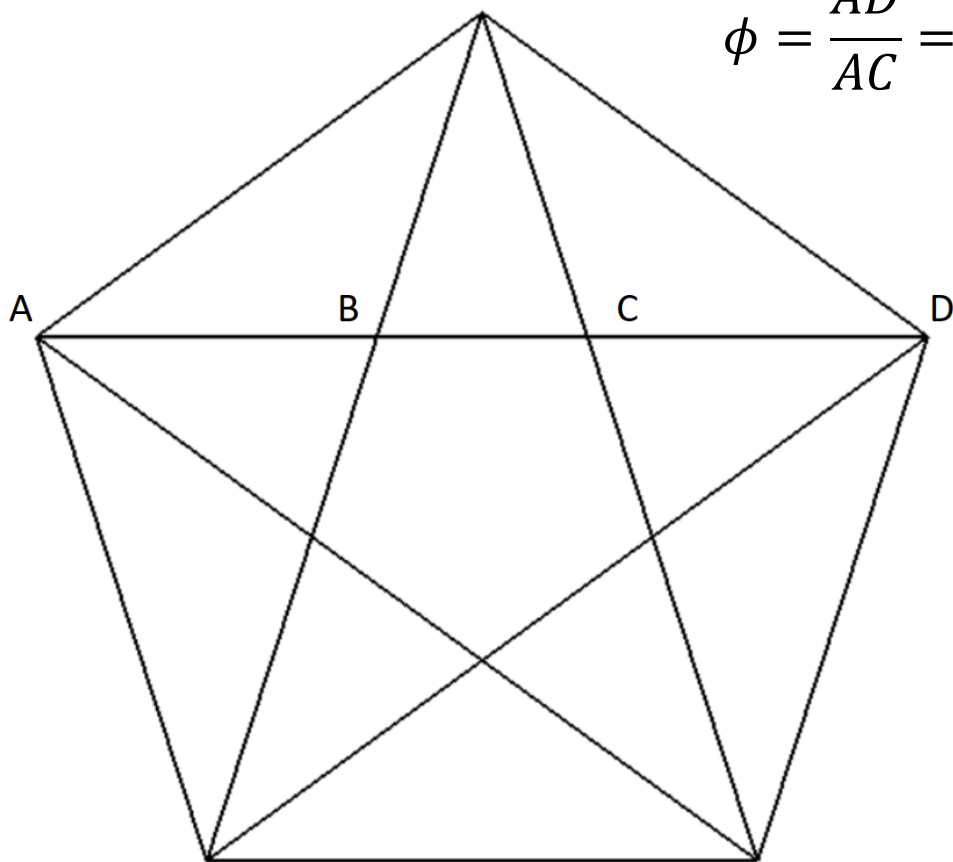
$$\phi_1 = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + 1} = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{4}{4}} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = \mathbf{1.6180 \dots}$$

$$\phi_2 = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} = \mathbf{-0.6180 \dots} = 1 - \phi_1 = -\frac{1}{\phi_1}$$

$$\phi \approx \mathbf{1.618}$$

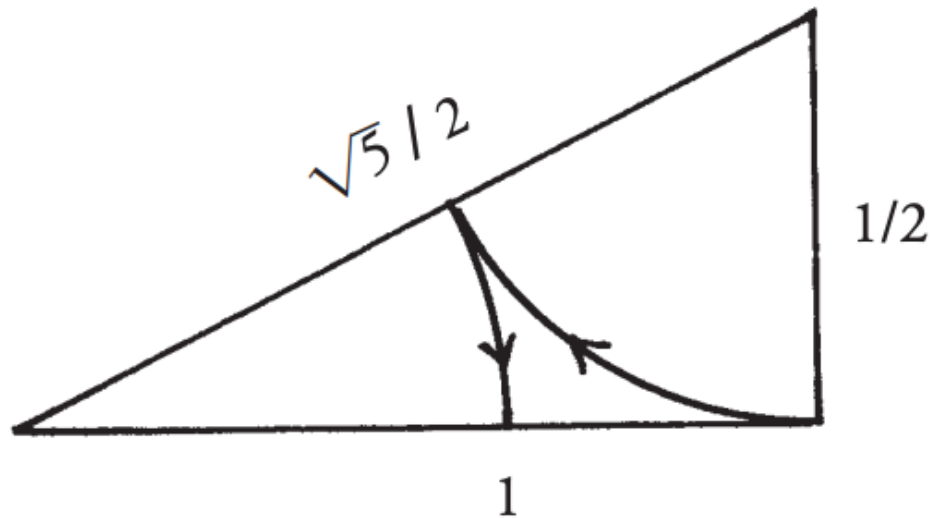
$$\frac{1}{\phi} \approx \mathbf{0.618}$$

# Pentagon



$$\phi = \frac{AD}{AC} = \frac{AC}{AB} = \frac{AB}{BC} = \mathbf{1.618 \dots}$$

# Konstruktion av gyllene snittet



Spetsen på en passare placeras i triangelns övre högra hörn och en båge dras från dess nedre högra hörn upp till hypotenusan. Spetsen placeras sedan i det vänstra hörnet och en ny båge dras från den förra linjens skärningspunkt med hypotenusan ned till triangelns bas. Basen är nu uppdelad enligt det gyllene snittet  $\phi = 1.6180\dots$

# Fibonacci talserie

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, ...



Leonardo av Pisa (1170-1250)  
alias Fibonacci

$$\frac{3}{2} = 1.5$$

$$\frac{5}{3} = 1.667$$

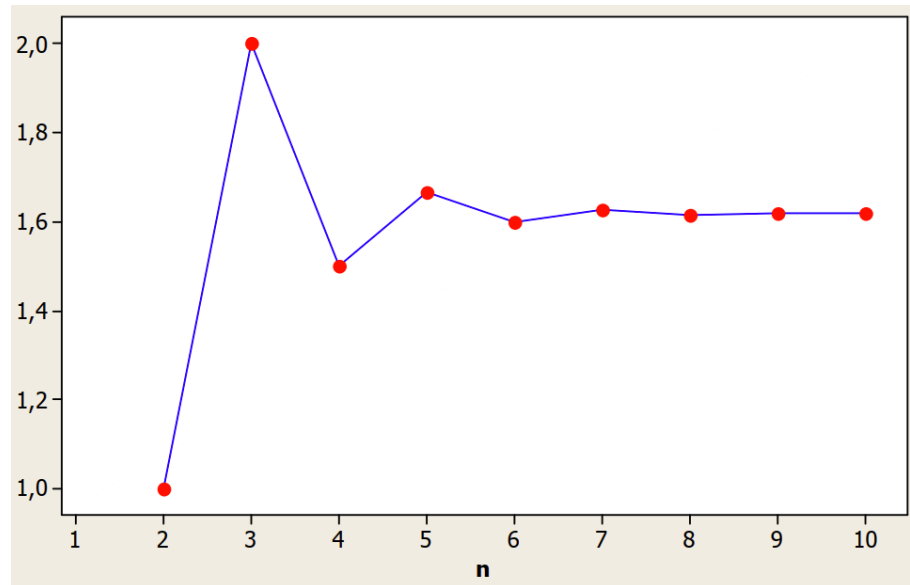
$$\frac{8}{5} = 1.6$$

$$\frac{13}{8} = 1.625$$

$$\frac{21}{13} = 1.615$$

$$\frac{34}{21} = 1.619$$

$$\frac{55}{34} = 1.618$$

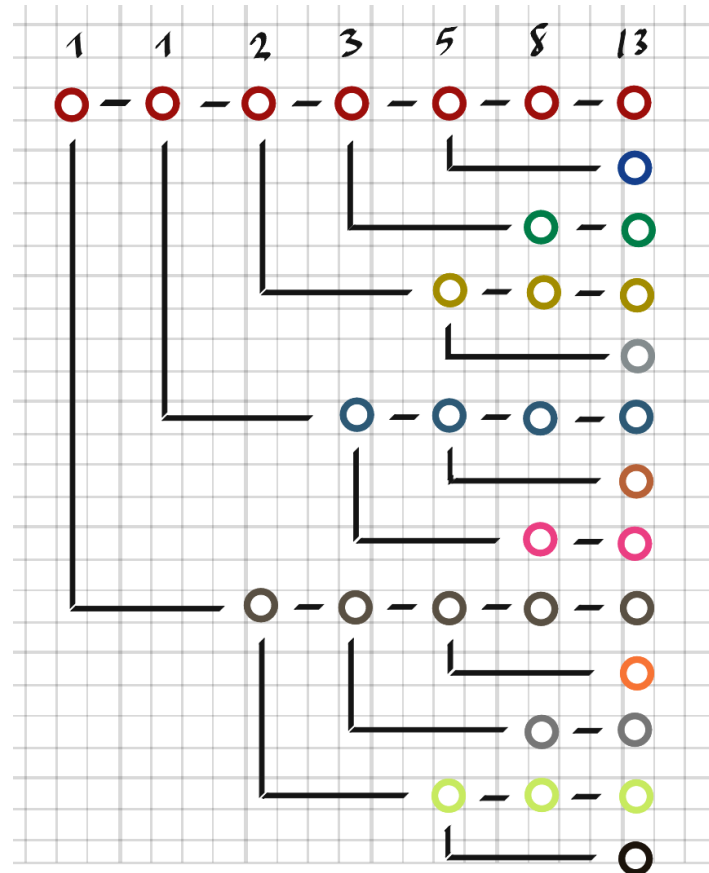


$$f(n) = \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \left[ \left( \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)^n - \left( \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \right)^n \right], \quad n \geq 1$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{f(n-1)} = \mathbf{1.61803 \dots}$$

# Fortplantning av kaniner

Fibonacci studerade hur kaniner fortplantar sig. Fibbonaccis talserie motsvarar ökningen av antalet kaninpar, om vi räknar med att ett kaninpar ger upphov till ett nytt kaninpar varje månad (förutom den första månaden) samt att inga kaniner dör.

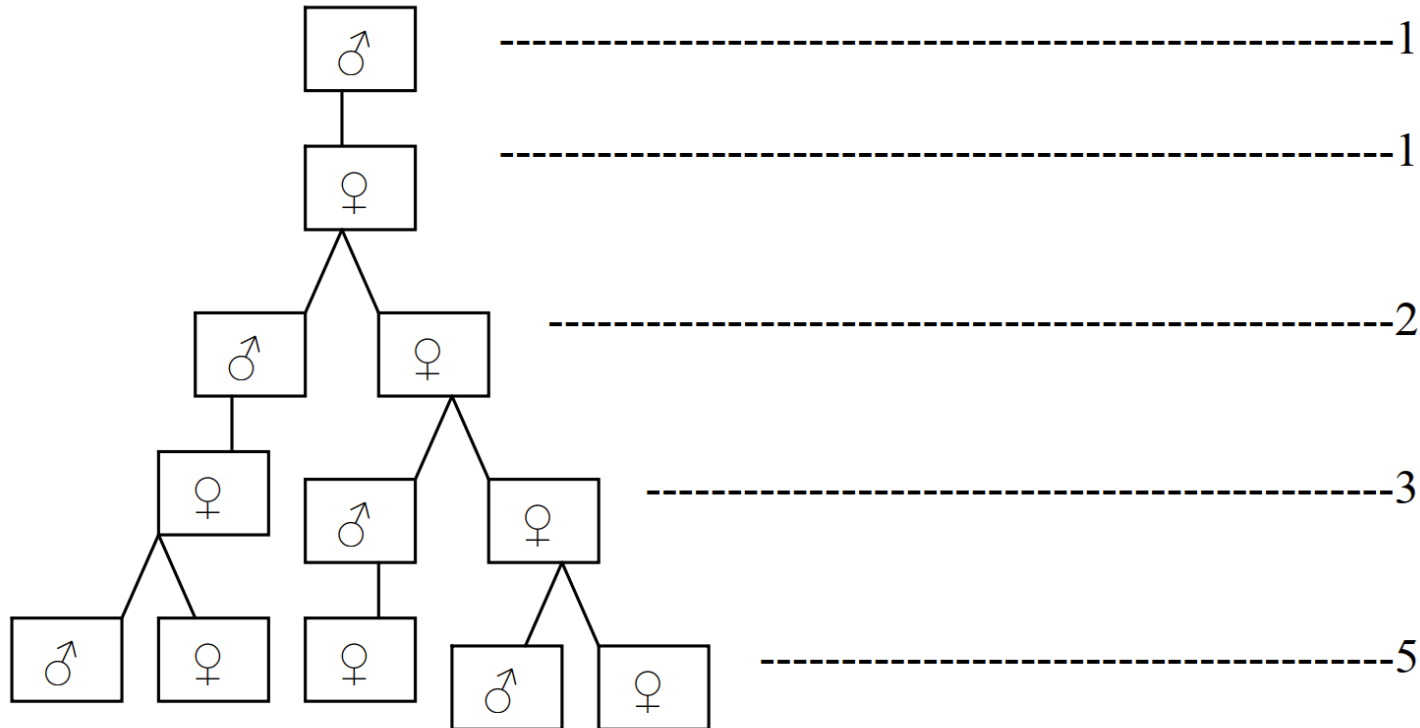


# Släkträd för bin

Hanbin kläcks ur obefruktade ägg, d v s de har en förälder.

Honbin kläcks ur befruktade ägg och har således två föräldrar.

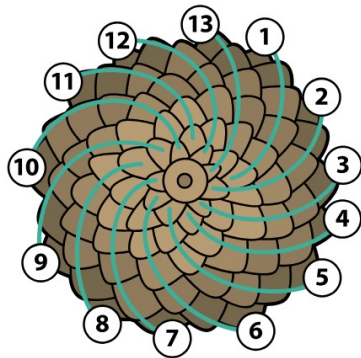
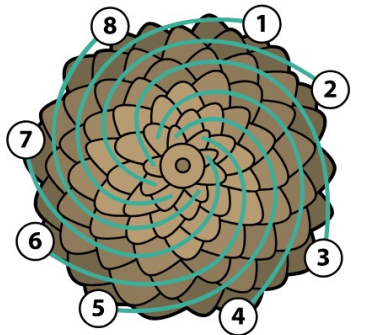
Förökningen av bin följer således Fibbonaccis talserie 1, 1, 2, 3, 5, 8 o s v.



# Kottar och en rad andra växter i naturen

Kottar såväl som solrosor, ananas m fl utvecklas som spiraler i enlighet med Fibbonaccis talserie 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13 o s v.

I exemplet nedan är antalet spiraler medurs 8 medan antalet moturs är 13.



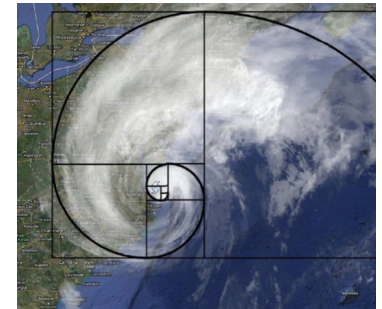
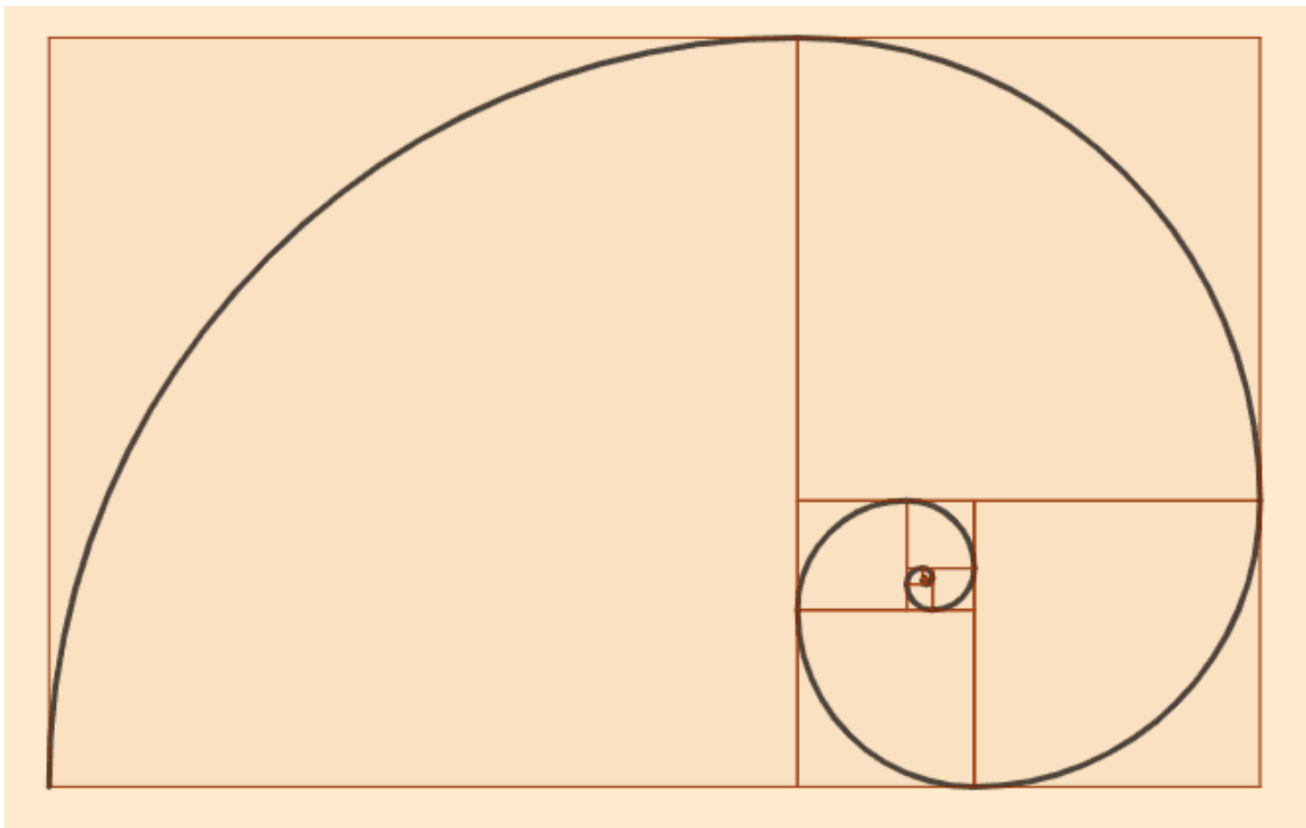


# Den gyllene spiralen

Den gyllene spiralen skapas m h a rektanglar där  
längd/bredd-förhållandet i varje rektangel = **1.618...**



Pärlbåtssnäcka



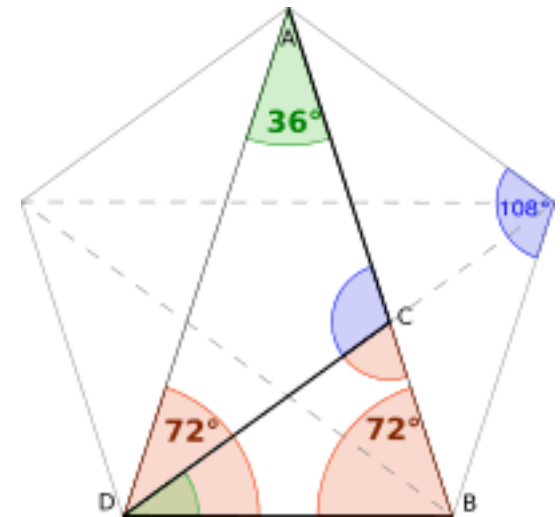
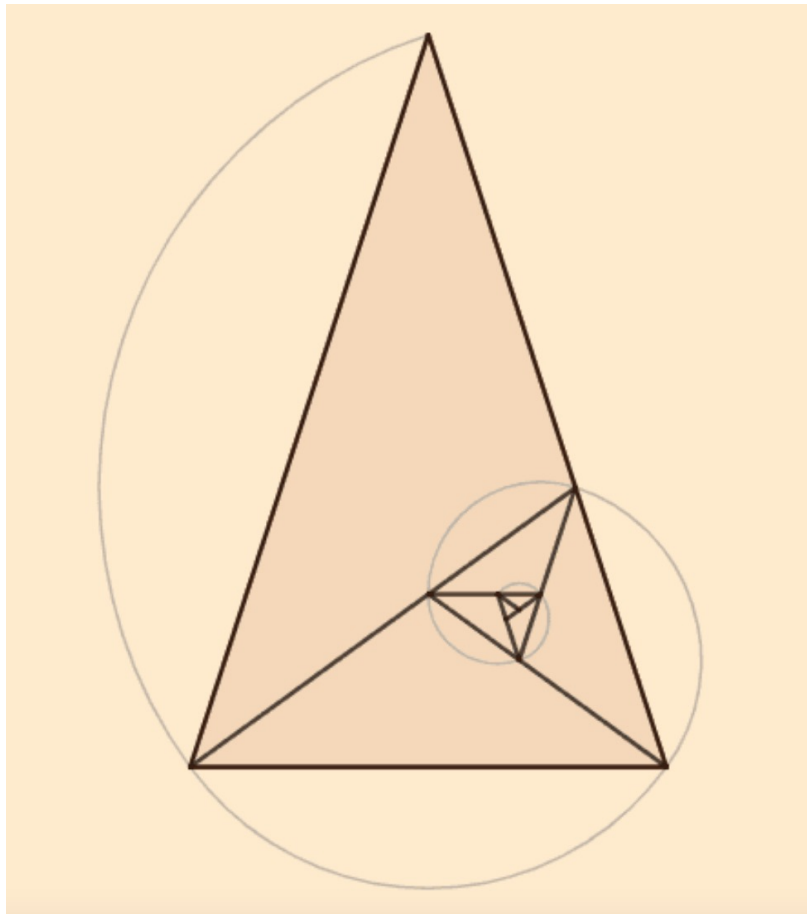
Stormen Irene



Galaxen Whirlpool

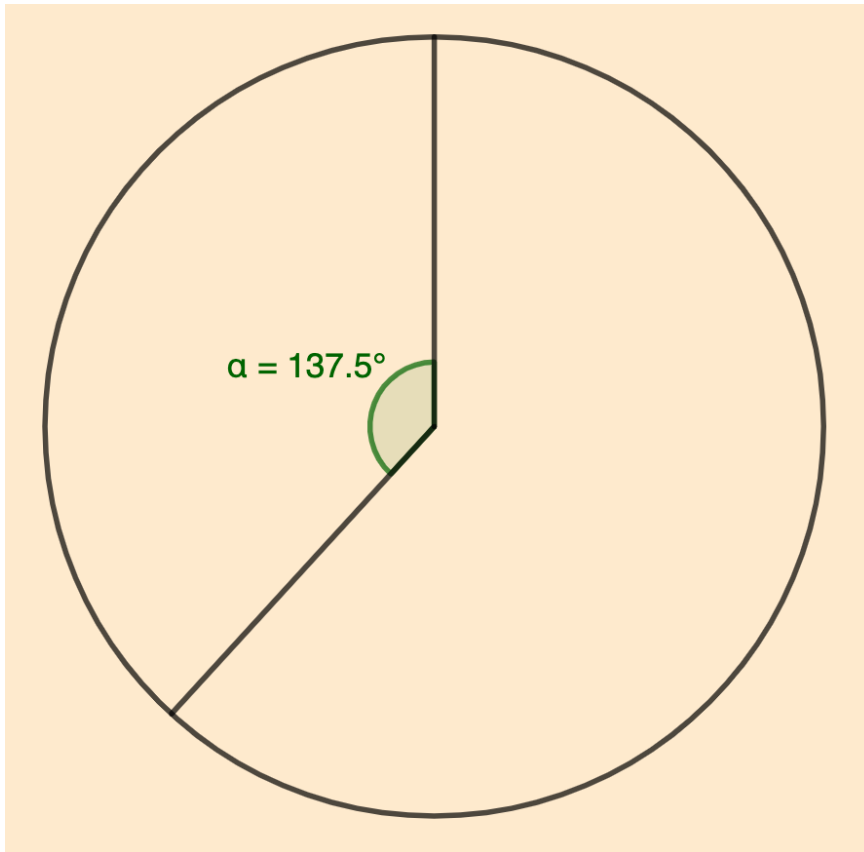
# Den gyllene triangeln

Den gyllene triangeln är en likbent triangel med basvinklarna 72 grader.  
Dela triangelns ena långsida i förhållandet = **1.618...** erhålls en ny gyllene triangel.

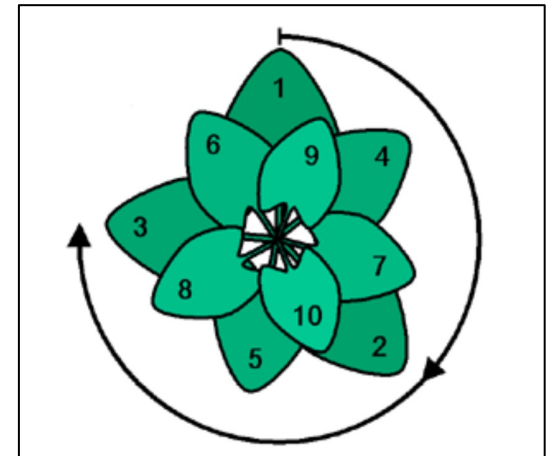


# Den gyllene vinkeln

Om en cirkel delas i i förhållandet = **1.618...** fås den gyllene vinkeln 137.5 grader.

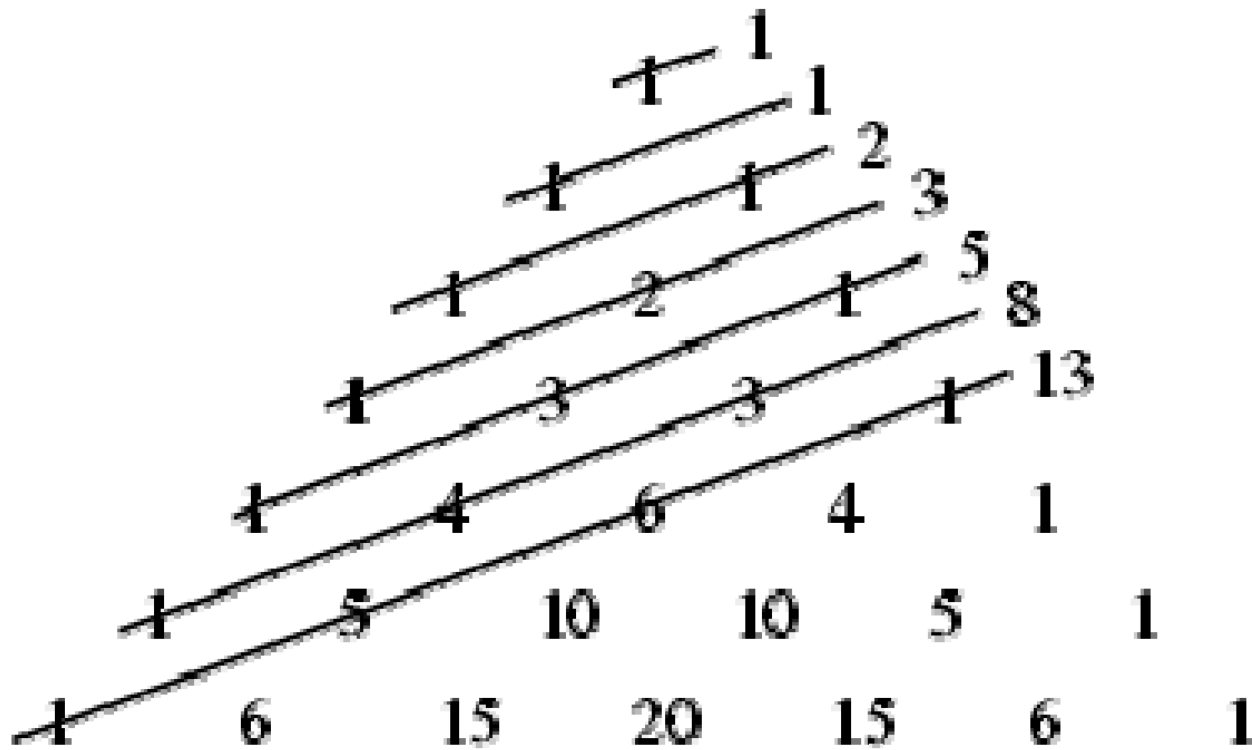


Kronbladens position hos exempelvis Tusensköna och många andra växter.

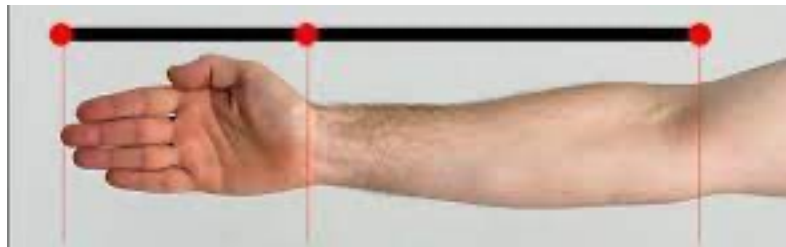
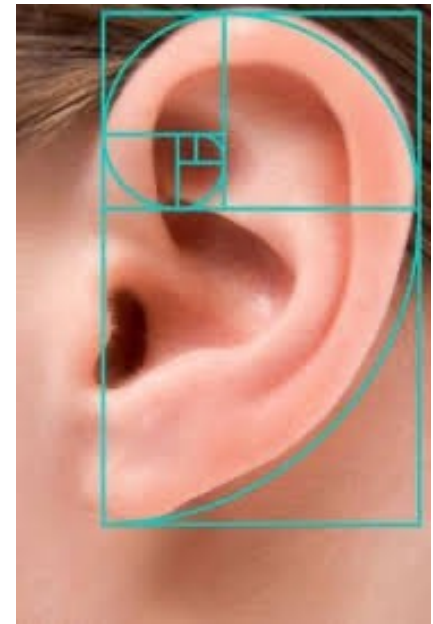
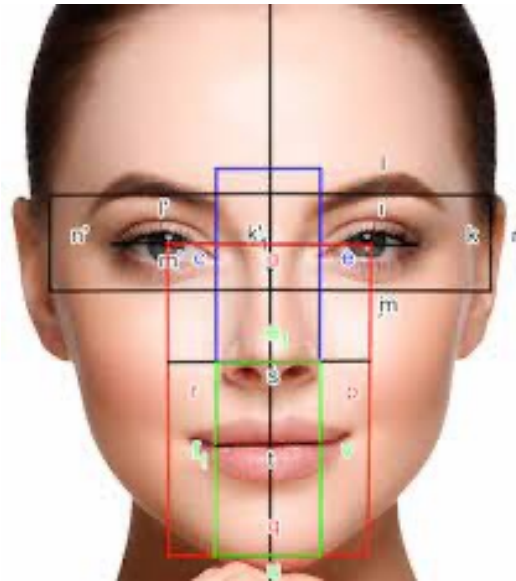


# Pascals triangel

Summan av diagonalerna i Pascals triangel följer Fibonaccis talserie.



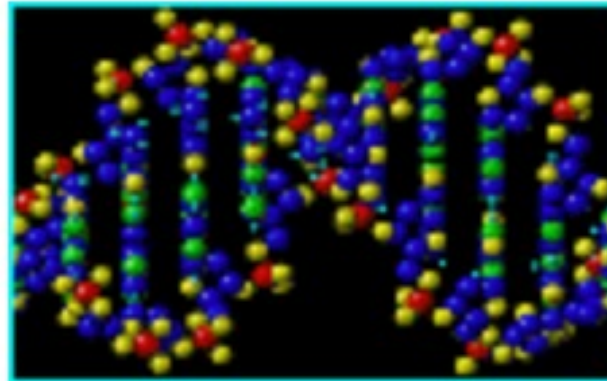
# Det gyllene snittet och människan



1 : 1.618

# Det gyllene snittet och människan

DNA – spiral (en cykel)



$$L = 34\text{\AA} = 34 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

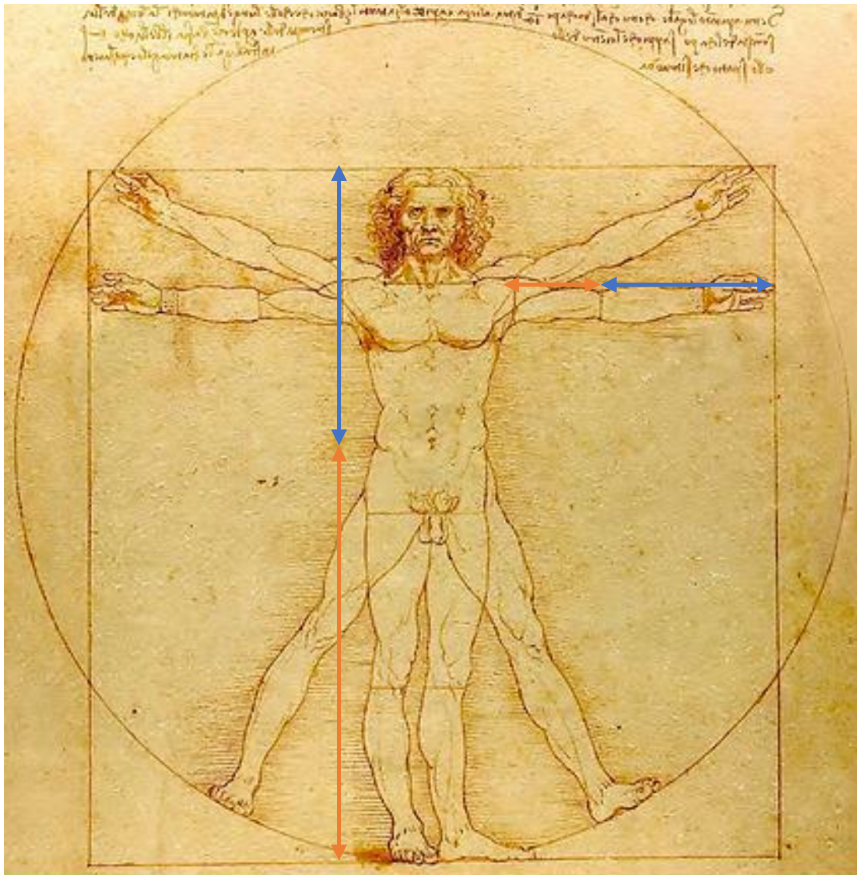
$$B = 21\text{\AA} = 21 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

$$L/B \approx 1.618$$

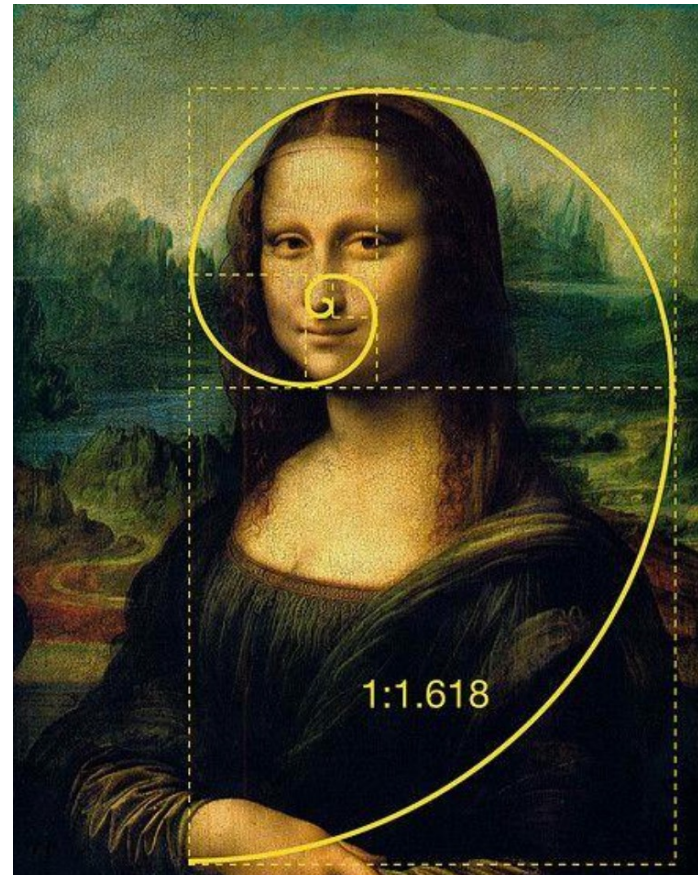


# Det gyllene snittet inom konst och arkitektur

Leonardo da Vinci använde sig mycket av gyllene snittet i sin konst.



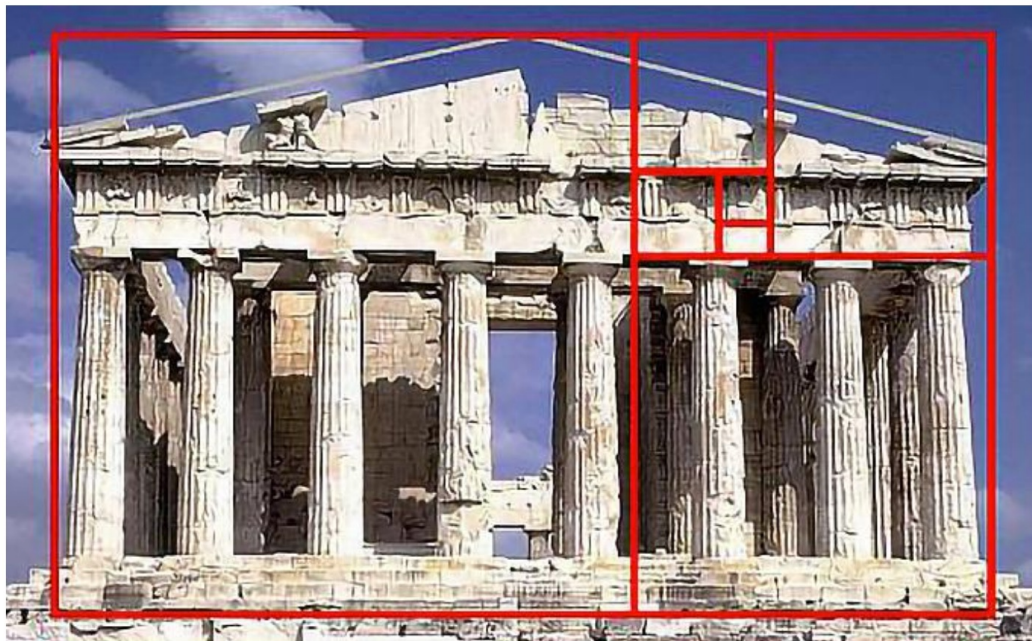
Den vitruvianska mannen



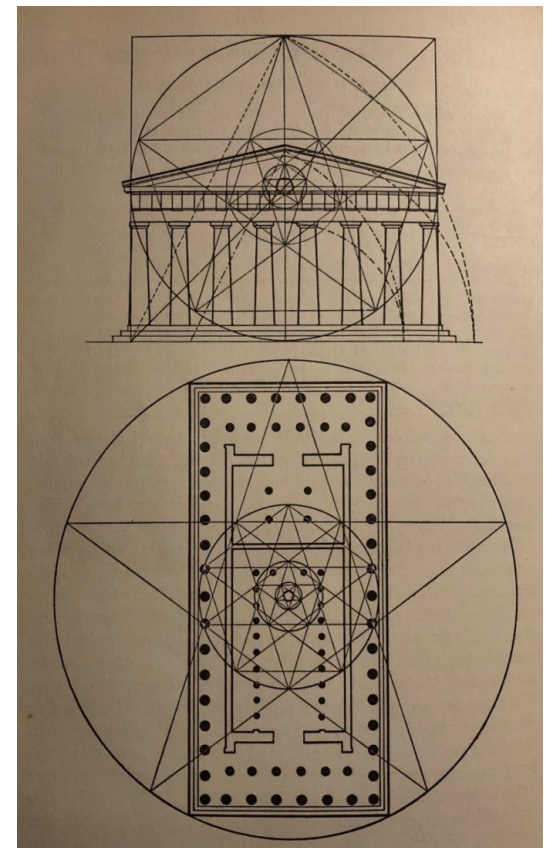
Mona Lisa

# Det gyllene snittet inom konst och arkitektur

Flera antika byggnadsverk följer gyllene snittets proportioner.



Parthenon 438 f.Kr, Akropolis Grekland

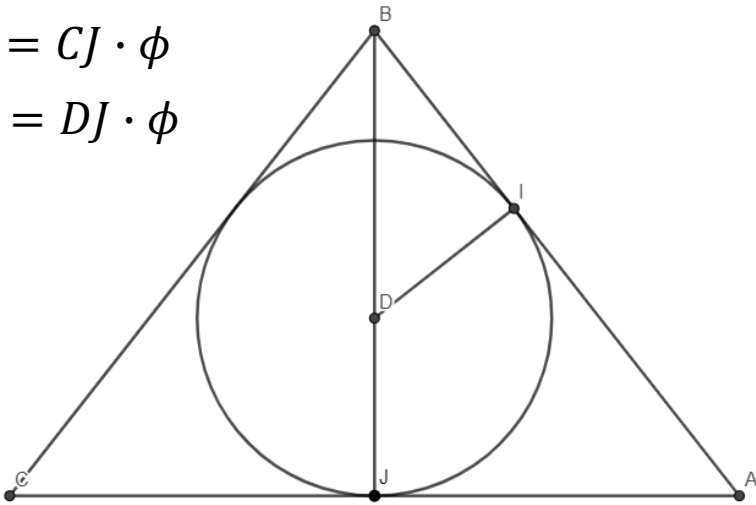




# Det gyllene snittet inom konst och arkitektur

$$BC = CJ \cdot \phi$$

$$BD = DJ \cdot \phi$$

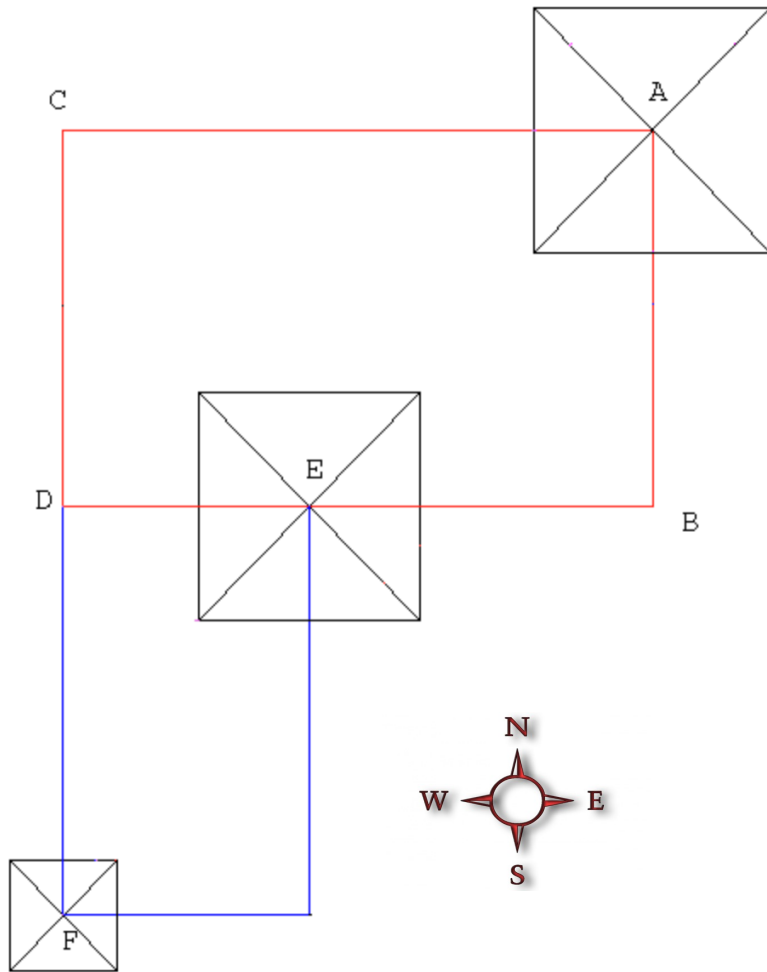


$$BC^2 = CJ^2 + BJ^2 \Rightarrow CJ^2 \cdot \phi^2 = CJ^2 + BJ^2 \Rightarrow \left(\frac{BJ}{CJ}\right)^2 = \phi^2 - 1 = \phi$$

$$\Rightarrow \frac{BJ}{CJ} = \sqrt{\phi} \Rightarrow \frac{\text{Höjd}}{\text{Bas}} = \sqrt{\phi}/2$$

	Höjd [m]	Bas 1 [m]	Bas 2 [m]	Höjd / Bas	Avv. mot rot(φ)/2
Khufu / Cheops	146.6	230.4	230.4	0.636	0.00043
Khafre / Chefren	143.5	215	215	0.667	(3,4,5-triangeln)
Menkaure / Mykerinos	65.5	102.2	104.6	0.633	0.00401

# Det gyllene snittet inom konst och arkitektur



$$\frac{BD}{AB} \approx \phi$$

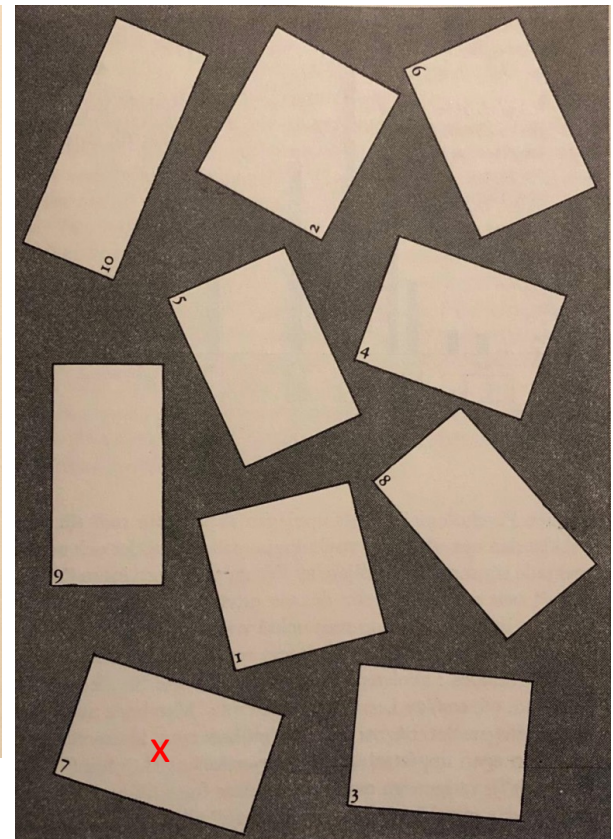
$$\frac{DF}{DE} \approx \phi$$

# Det gyllene snittet inom design

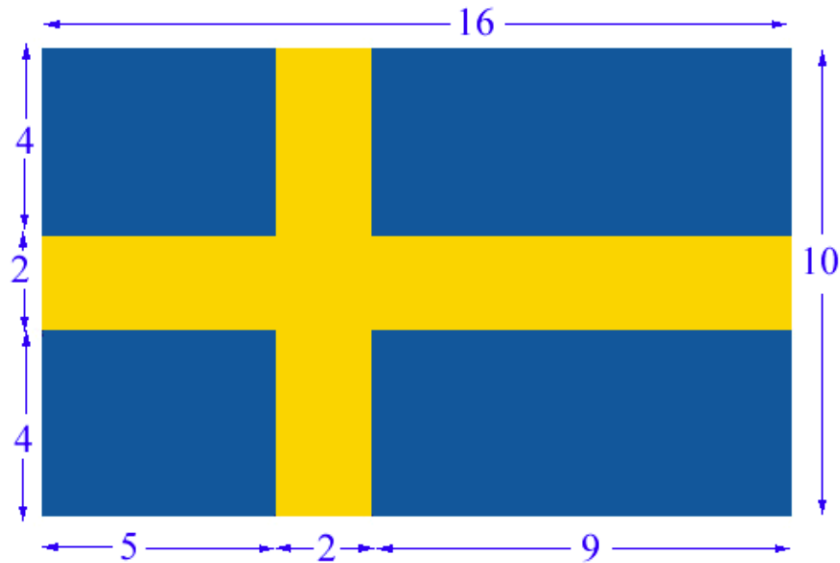
Flera undersökningar har visat att människan finner förhållandet = **1.618...** som det mest estetiskt tilltalande.

*De Fechnerska försöken.*

Rektangel nr	Proportion, $x$	Antal röstande, som betr. rektangeln i fråga avgivit omdöme om				Procentuell fördelning av skönhetsomdömena		
		<i>skönhet</i>		<i>fulhet</i>		$p(x)$		
		män	kvinnor	män	kvinnor	män	kvinnor	båda könen
1	1 : 1 = 1,00	6,25	4,0	36,67	31,5	2,74	3,36	2,95
2	6 : 5 = 1,20	0,5	0,33	28,8	19,5	0,22	0,27	0,24
3	5 : 4 = 1,25	7,0	0,0	14,5	8,5	3,07	0,00	2,02
4	4 : 3 = 1,33	4,5	4,0	5,0	1,0	1,97	3,36	2,45
5	29 : 20 = 1,45	13,33	13,5	2,0	1,0	5,85	11,35	7,73
6	3 : 2 = 1,50	50,91	20,5	1,0	0,0	22,33	17,22	20,58
∅ 7	34 : 21 = 1,619	78,66	42,65	0,0	0,0	34,50	35,83	34,96
8	23 : 13 = 1,77	49,33	20,21	1,0	1,0	21,04	10,99	20,04
9	2 : 1 = 2,00	14,25	11,83	3,83	2,25	6,25	9,94	7,52
10	5 : 2 = 2,50	3,25	2,0	57,21	30,25	1,43	1,68	1,51
Sammanlagt		228	119	150	95	100,00	100,00	100,00



# Det gyllene snittet inom design



$$\frac{L}{B} = 1.6$$



$$\frac{L}{B} \approx 1.6$$

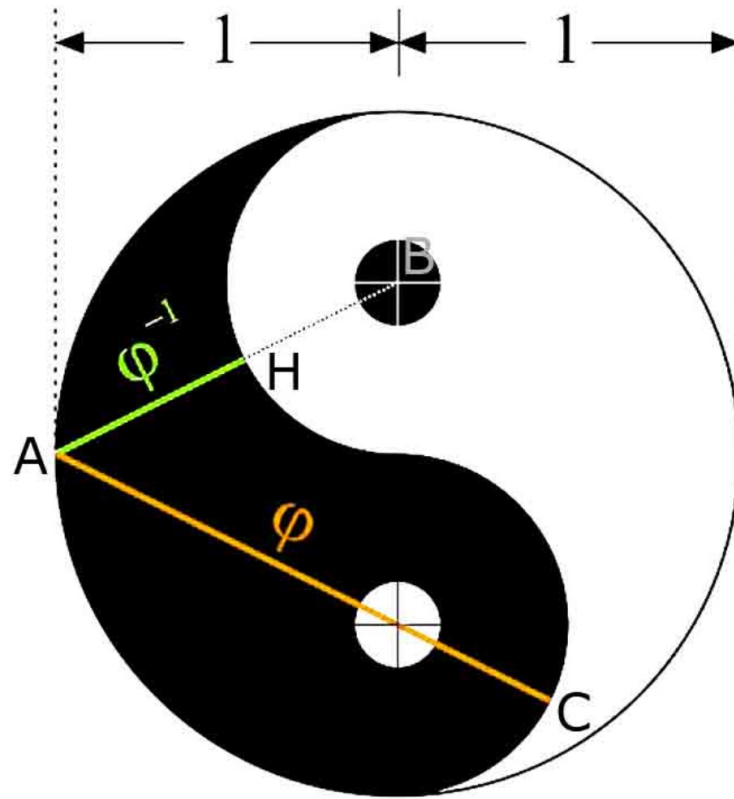
# Det gyllene snittet inom design

Många fotografer väljer att placera objektet i enlighet med gyllene snittet. Det anses av många skapa ett lugn och harmoni i bilden.





# Det gyllene snittet inom design

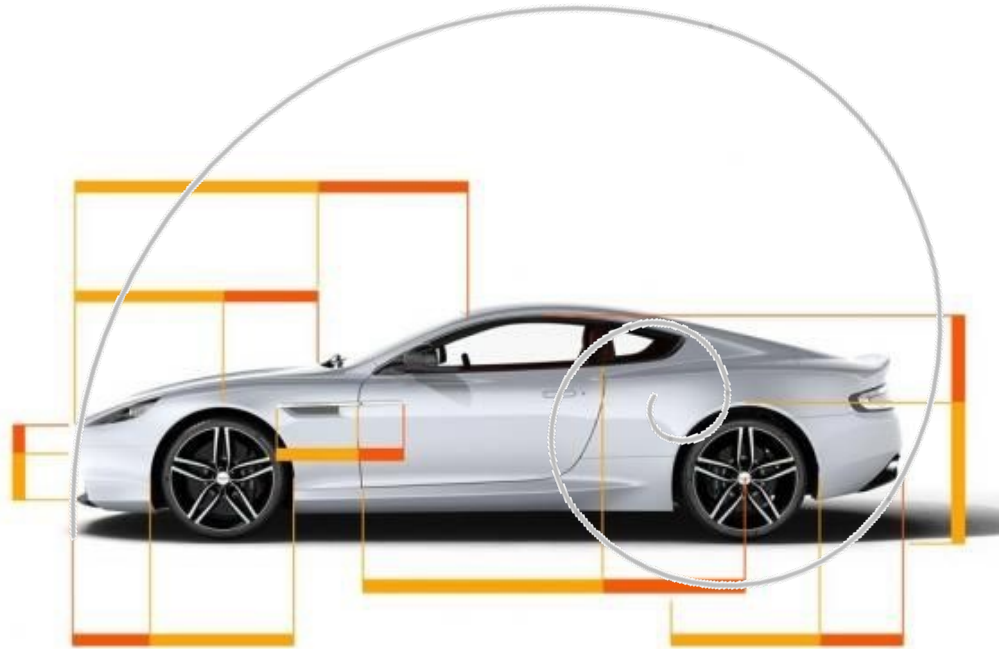


$$AH = \frac{1}{\phi}$$

$$AC = \phi$$

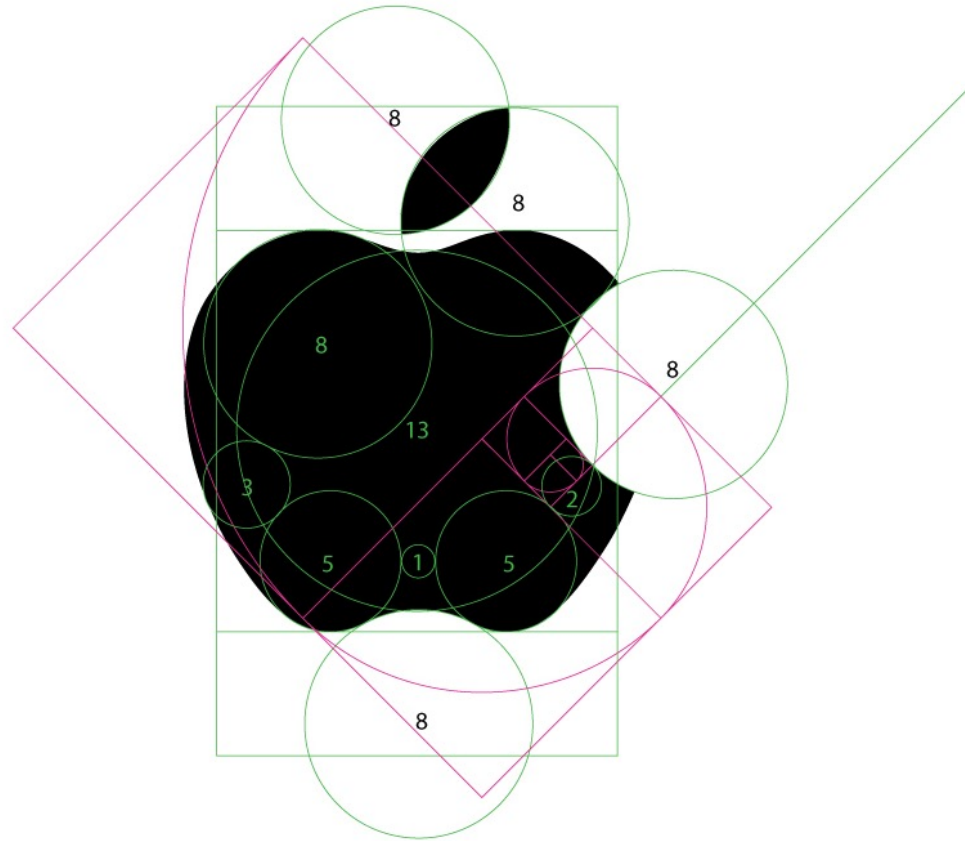
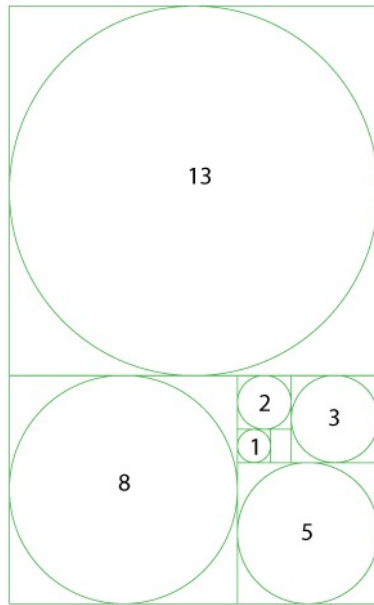
Yin and Yang symbol

# Det gyllene snittet inom design



Aston Martin DB9

# Det gyllene snittet inom design



Apple logotype



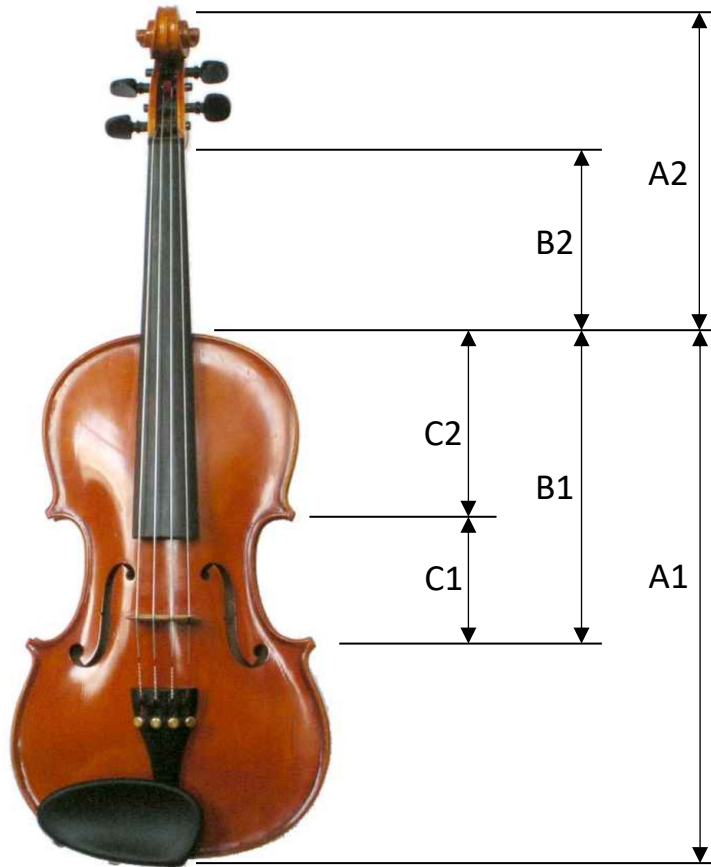
# Det gyllene snittet inom design



Twitter logotype

# Det gyllene snittet inom design

Flera musikinstrument är designade i enlighet med gyllene snittets proportioner.



$$\frac{A1}{A2} = \phi$$

$$\frac{B1}{B2} = \phi$$

$$\frac{C1}{C2} = \phi$$

# Det gyllene snittet inom finansvärlden

## Fibonacci rekyll (retracement)

Stöd- och motståndsnivåer vid en rekyll anses av många börsmäklare ha hög sannolikhet att hamna på Fibonaccinivåerna 23.6%, 38.2%, 50% och 61.8% av ursprunglig max- eller min-nivå. Metoden är dock ifrågasatt.



Tack för visat intresse!

