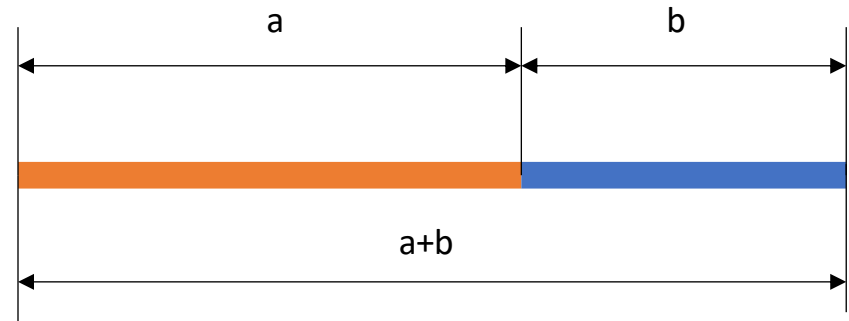


Gyllene snittet (The golden ratio)



Talet ϕ (den gyllene kvoten)

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi = \frac{a+b}{a} \\ \phi = \frac{a}{b} \end{array} \right.$$



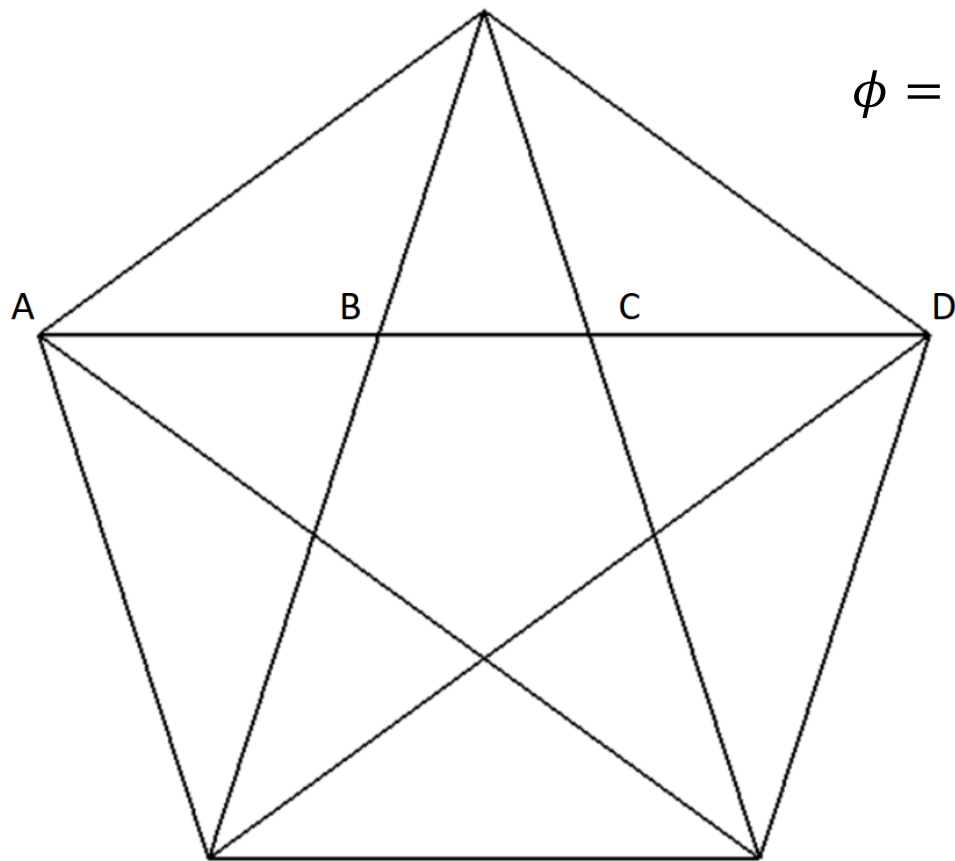
$$\phi = \frac{(a+b) \cdot \frac{1}{b}}{a \cdot \frac{1}{b}} = \frac{\frac{a}{b} + 1}{\frac{a}{b}} = \frac{\phi + 1}{\phi}$$

$$\phi \cdot \phi = \frac{\phi + 1}{\phi} \cdot \phi \Rightarrow \phi^2 = \phi + 1 \Leftrightarrow \phi^2 - \phi - 1 = 0$$

$$\phi_1 = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + 1} = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{4}{4}} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = \mathbf{1.6180 \dots}$$

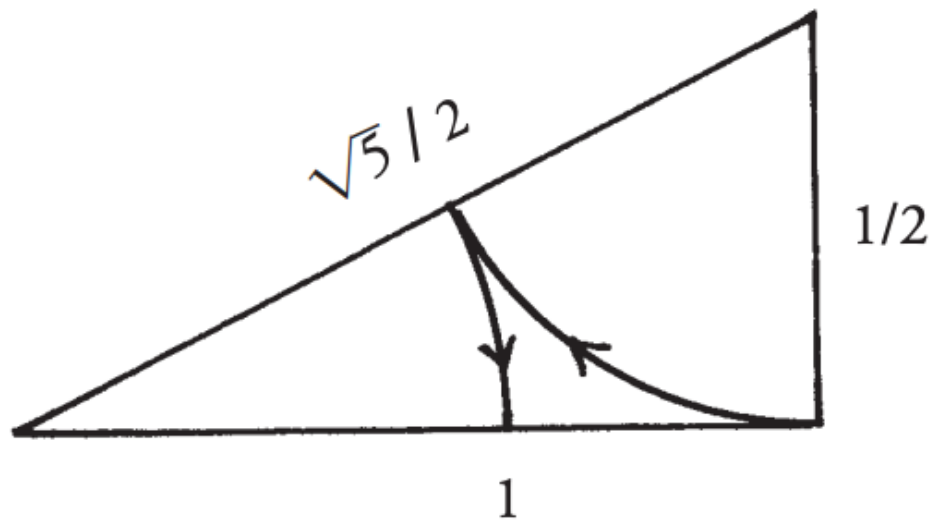
$$\phi_2 = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} = \mathbf{-0.6180 \dots} = 1 - \phi = -\frac{1}{\phi}$$

Pentagon



$$\phi = \frac{AD}{AC} = \frac{AC}{AB} = \frac{AB}{BC} = \mathbf{1.618 \dots}$$

Konstruktion av gyllene snittet



Fibonacci talserie

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, ...



Leonardo av Pisa (1170-1250)
alias Fibonacci

$$\frac{3}{2} = 1.5$$

$$\frac{5}{3} = 1.667$$

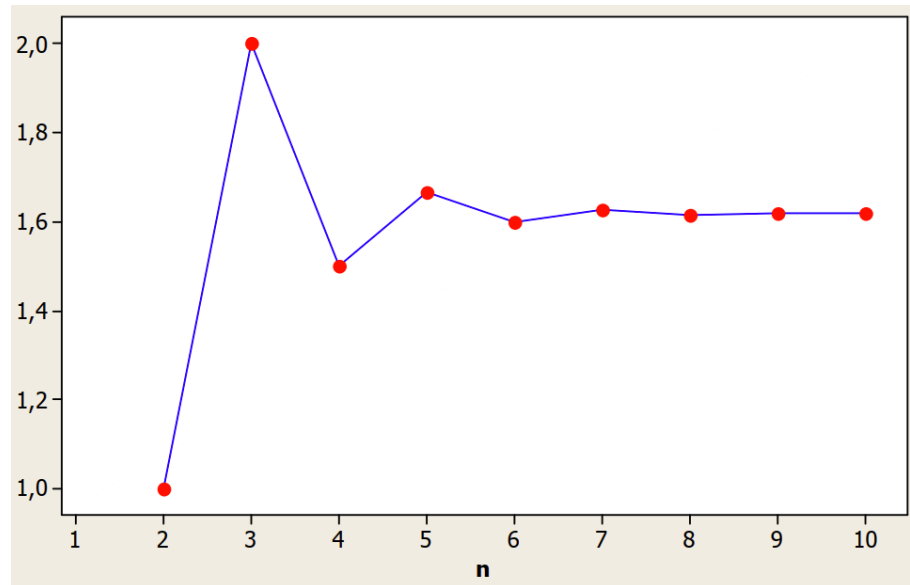
$$\frac{8}{5} = 1.6$$

$$\frac{13}{8} = 1.625$$

$$\frac{21}{13} = 1.615$$

$$\frac{34}{21} = 1.619$$

$$\frac{55}{34} = 1.618$$

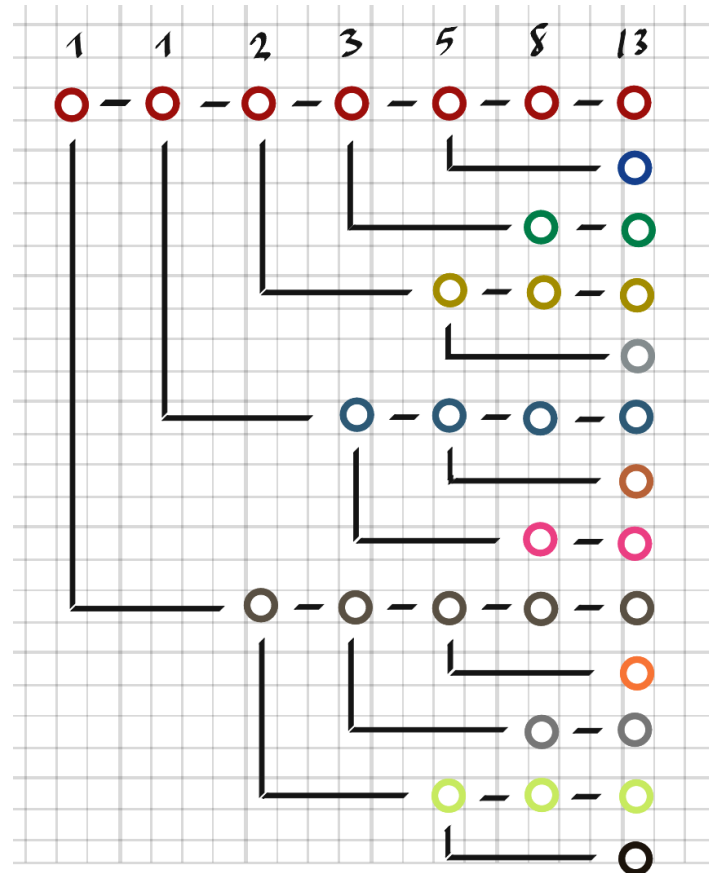


$$f(n) = \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \left[\left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)^n - \left(\frac{1 - \sqrt{5}}{2} \right)^n \right], \quad n \geq 1$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{f(n-1)} = \mathbf{1.61803 \dots}$$

Fortplantning av kaniner

Fibonacci studerade hur kaniner fortplantar sig. Fibbonaccis talserie motsvarar ökningen av antalet kaninpar, om vi räknar med att ett kaninpar ger upphov till ett nytt kaninpar varje månad (förutom den första månaden) samt att inga kaniner dör.

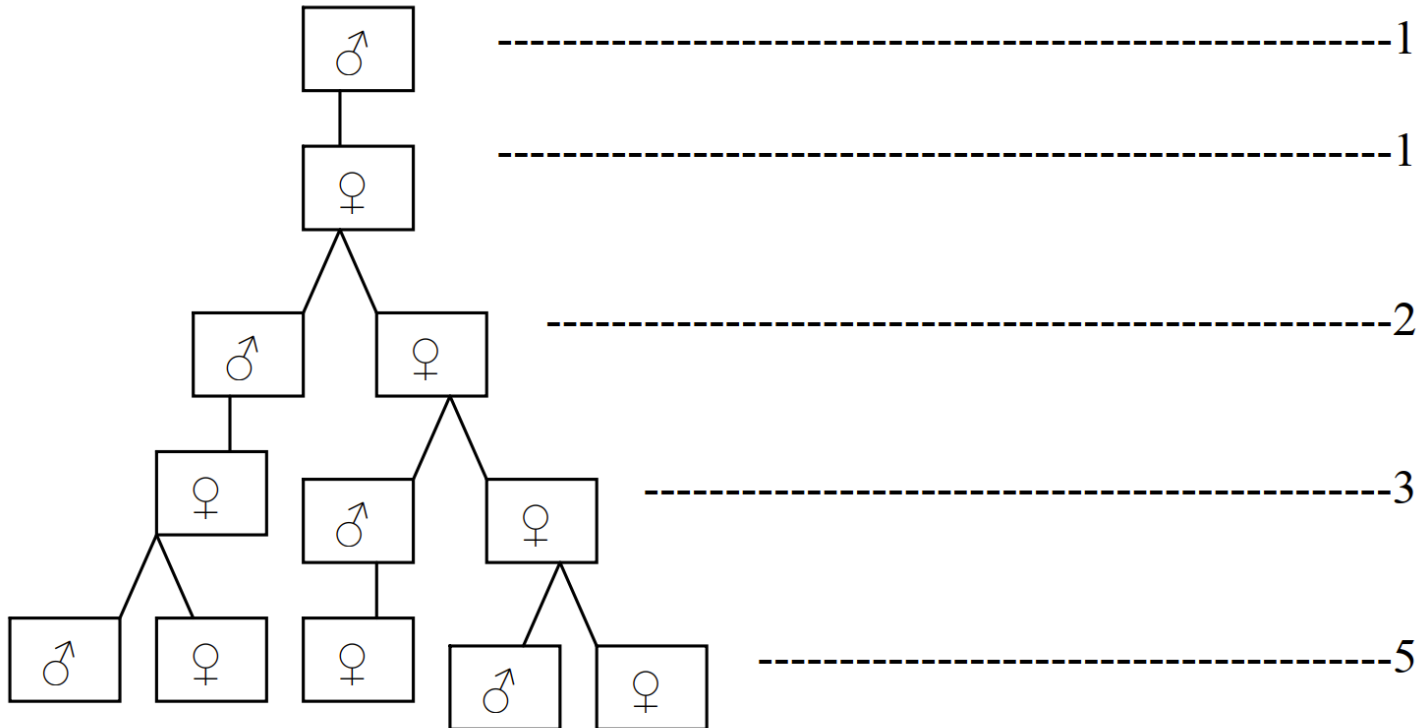


Släkträd för hanbin

Hanbin kläcks ur obefruktade ägg, d v s de har en förälder.

Honbin kläcks ur befruktade ägg och har således två föräldrar.

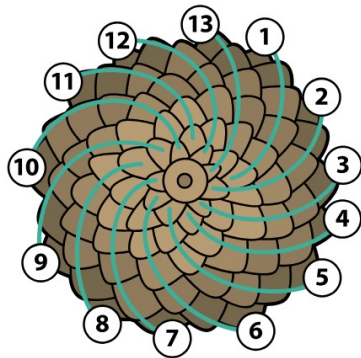
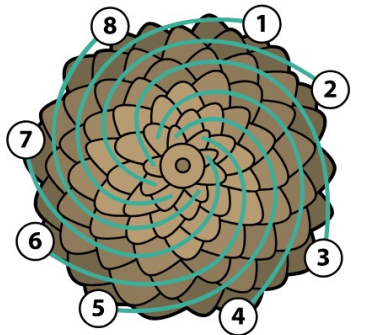
Förökningen av bin följer således Fibbonaccis talserie 1, 1, 2, 3, 5, 8 o s v.



Kottar och en rad andra växter i naturen

Kottar såväl som solrosor, ananas m fl utvecklas som spiraler i enlighet med Fibbonaccis talserie 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13 o s v.

I exemplet nedan är antalet spiraler medurs 8 medan antalet moturs är 13.

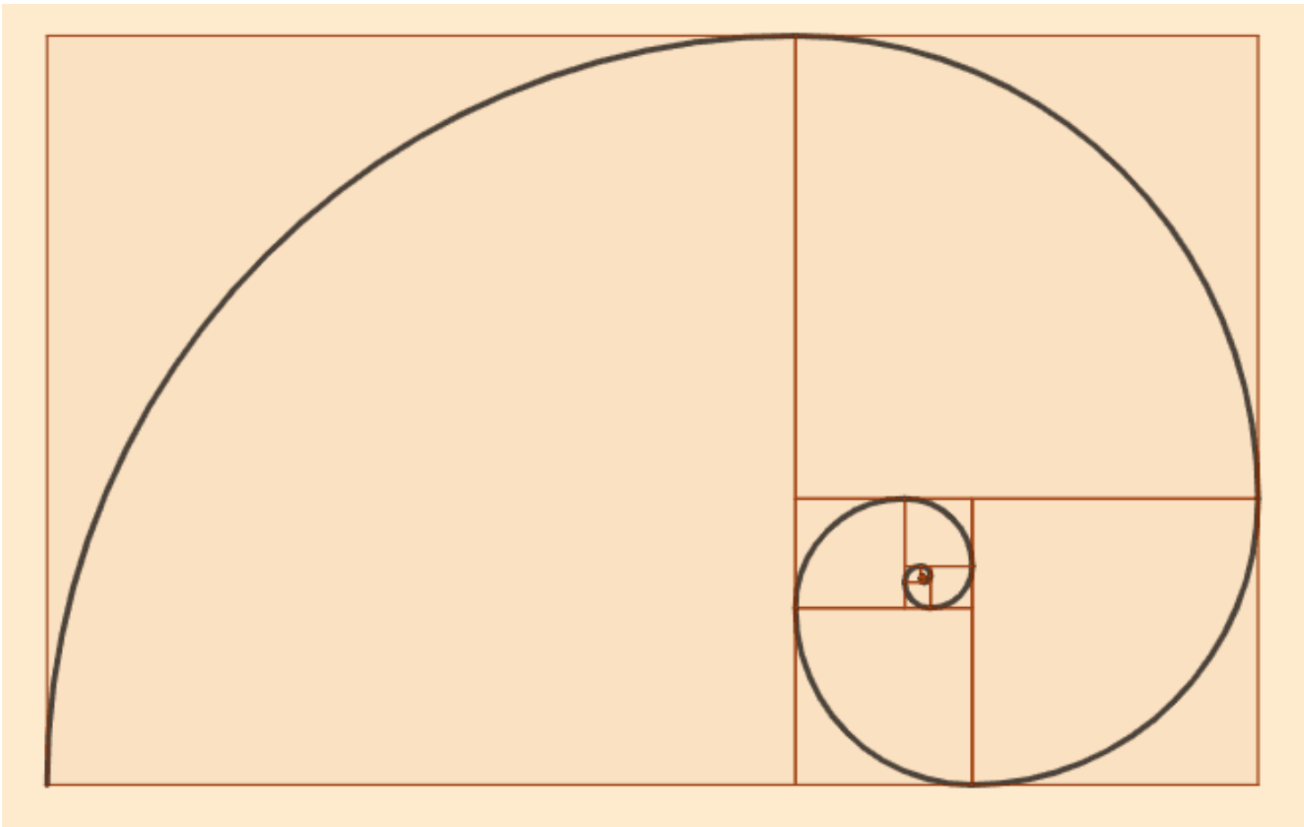


Den gyllene spiralen

Den gyllene spiralen skapas m h a rektanglar där
längd/bredd-förhållandet i varje rektangel = **1.618...**

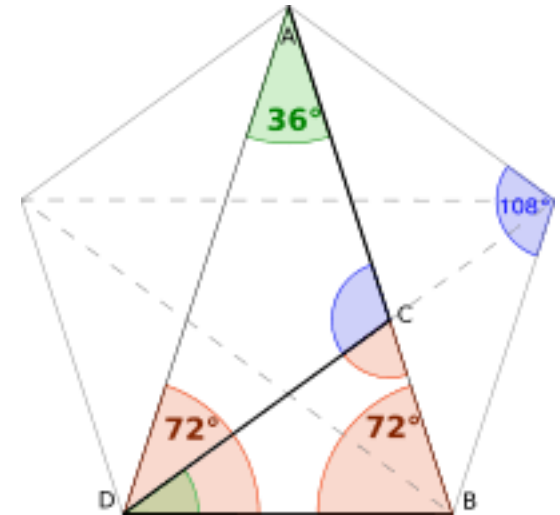
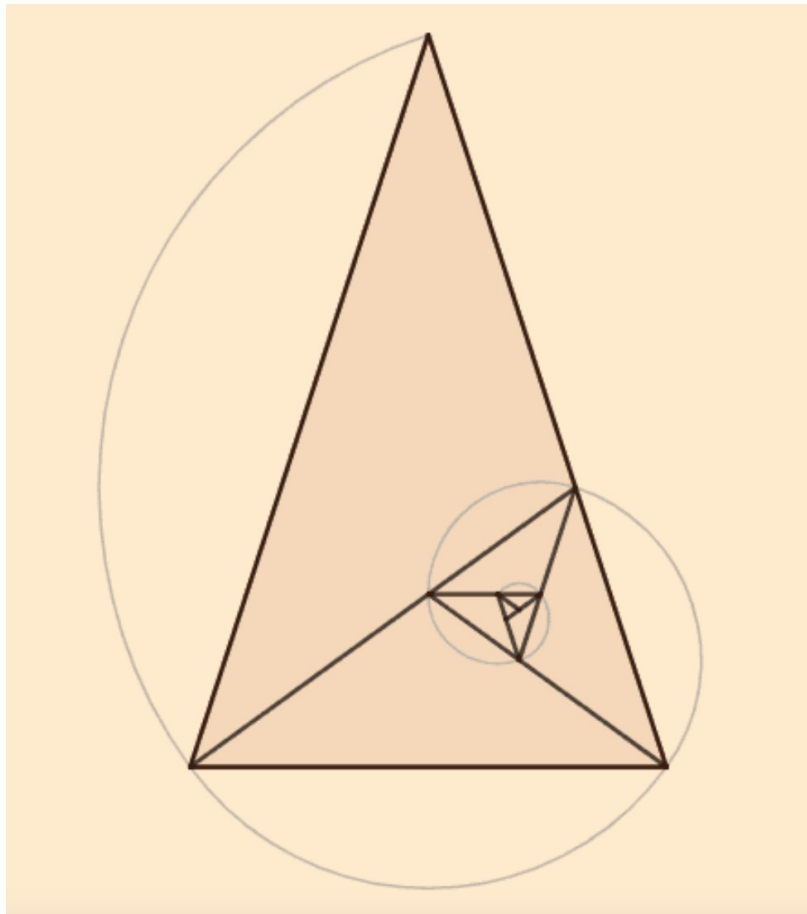


Pärlbåtssnäcka



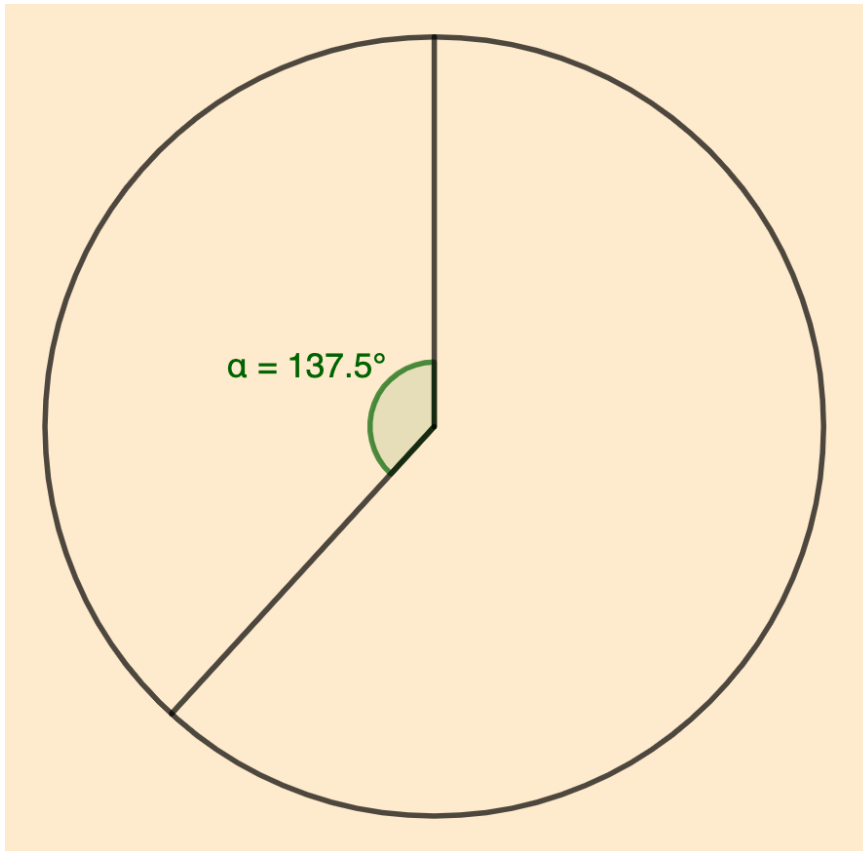
Den gyllene triangeln

Den gyllene triangeln är en likbent triangel med basvinklarna 72 grader.
Dela triangelns ena långsida i förhållandet = **1.618...** erhålls en ny gyllene triangel.

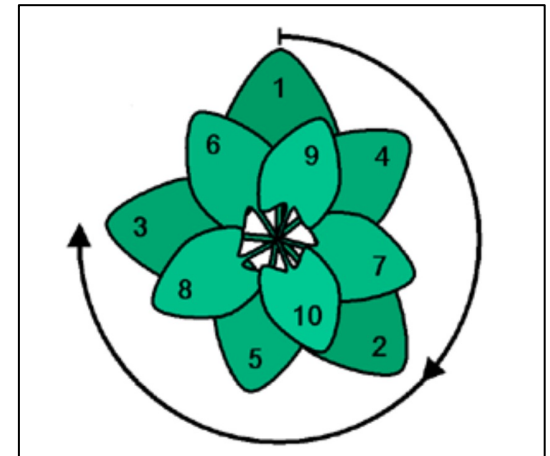


Den gyllene vinkeln

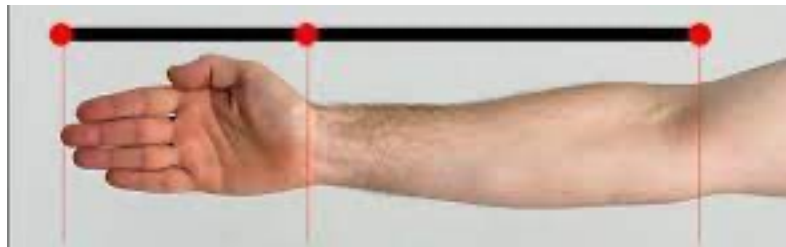
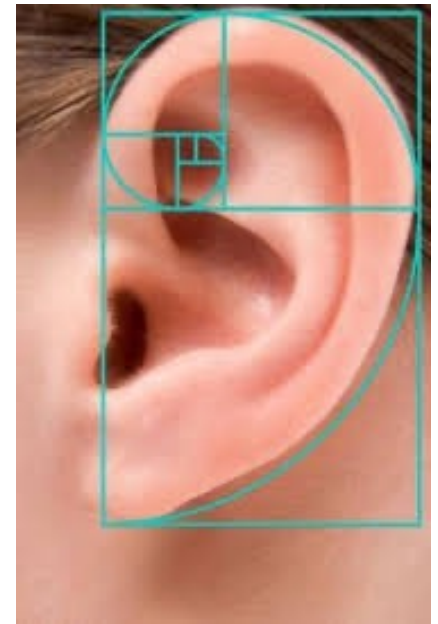
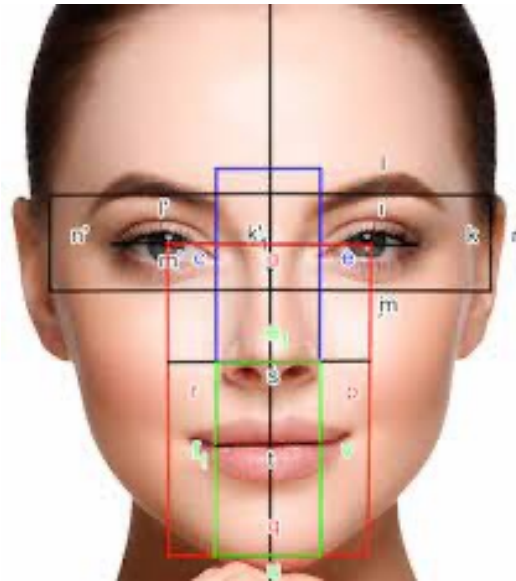
Om en cirkel delas i i förhållandet = **1.618...** fås den gyllene vinkeln 137.5 grader.



Kronbladens position hos exempelvis Tusensköna och många andra växter.



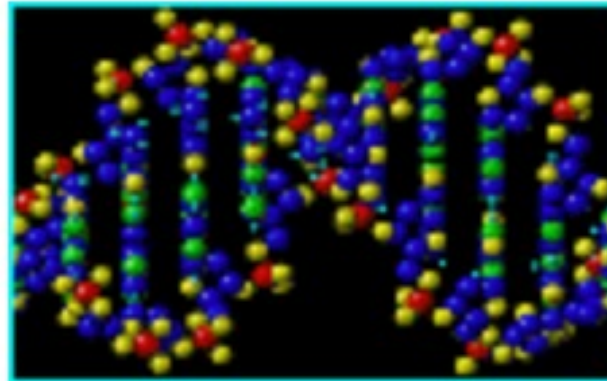
Det gyllene snittet och människan



1 : 1.618

Det gyllene snittet och människan

DNA – spiral (en cykel)



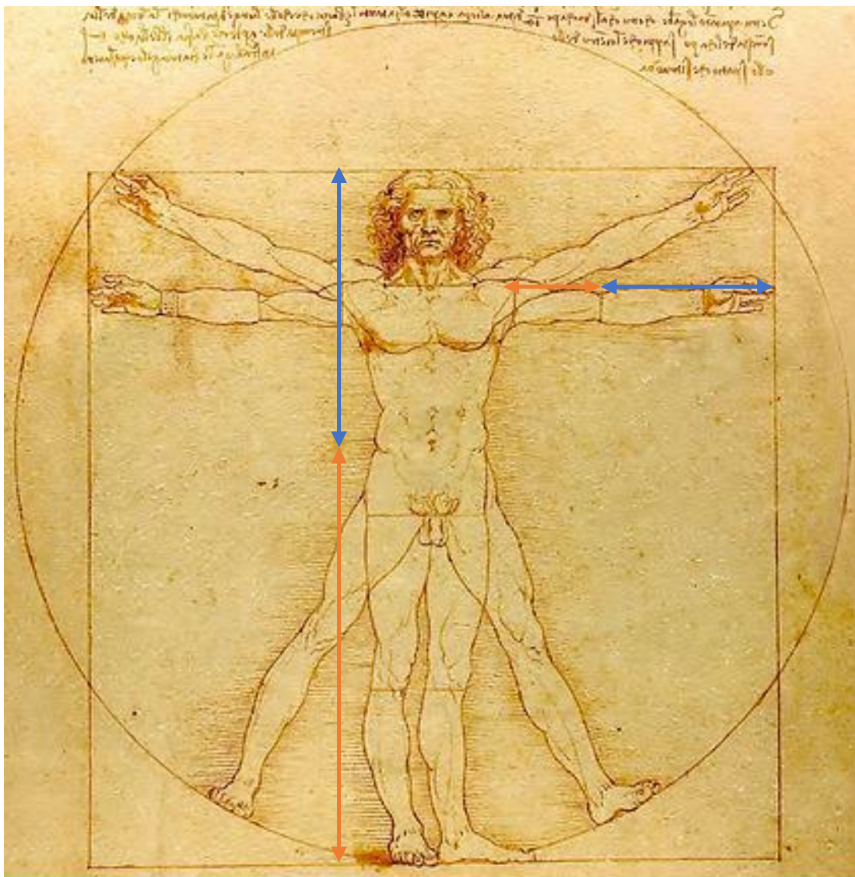
$$L = 34\text{\AA} = 34 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

$$B = 21\text{\AA} = 21 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

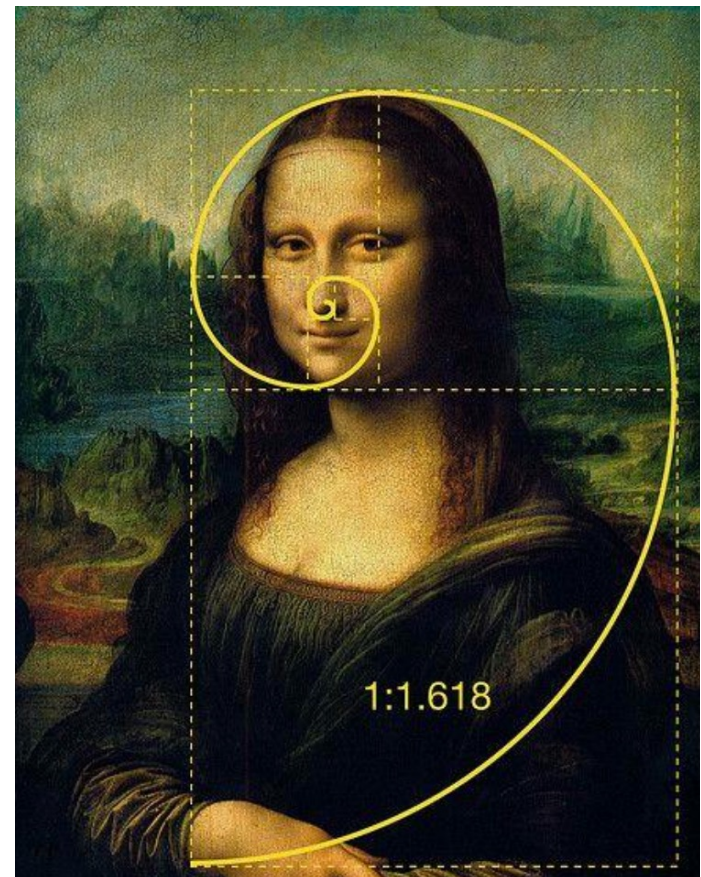
$$L/B \approx 1.618$$

Det gyllene snittet inom konst och arkitektur

Leonardo da Vinci använde sig mycket av gyllene snittet i sin konst.

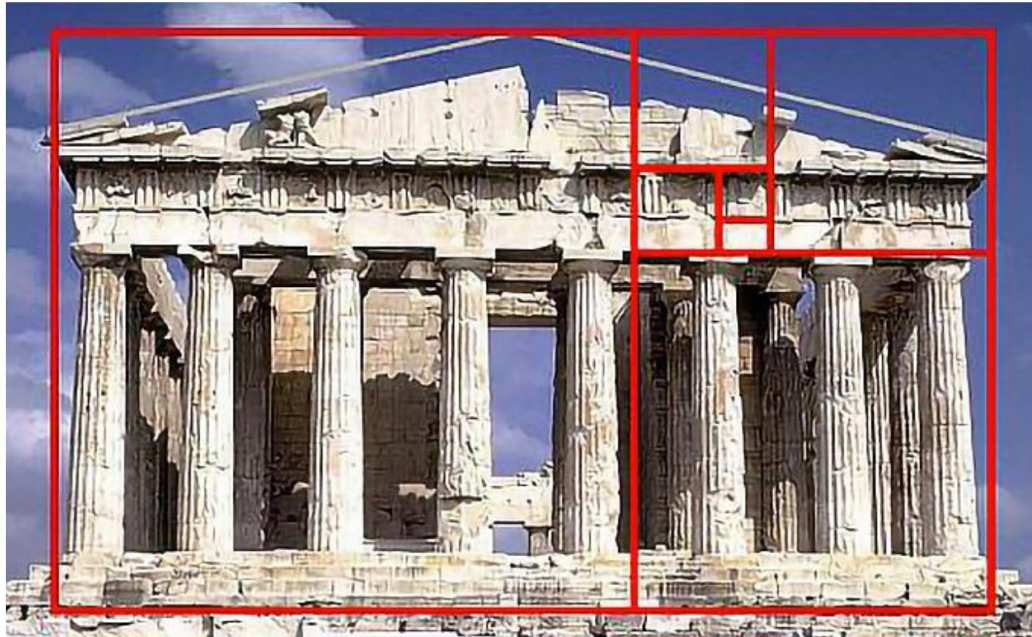


Den vitruvianska mannen

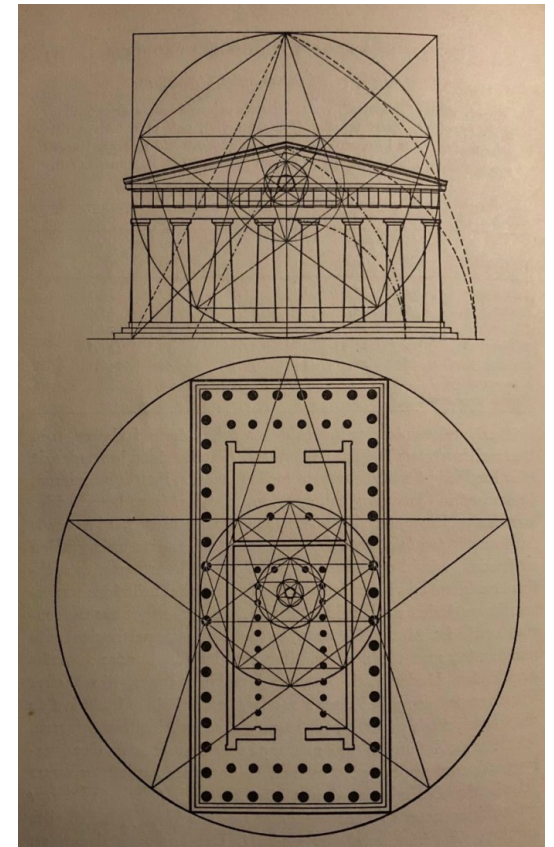


Mona Lisa

Det gyllene snittet inom konst och arkitektur



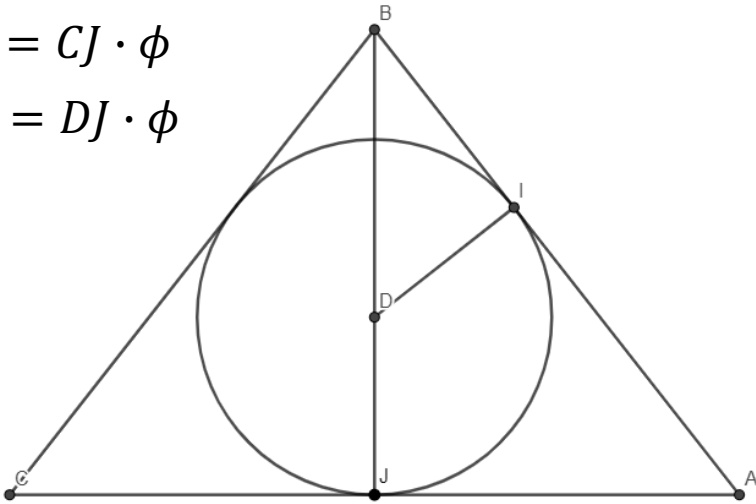
Parthenon 438 f.Kr, Akropolis Grekland



Det gyllene snittet inom konst och arkitektur

$$BC = CJ \cdot \phi$$

$$BD = DJ \cdot \phi$$

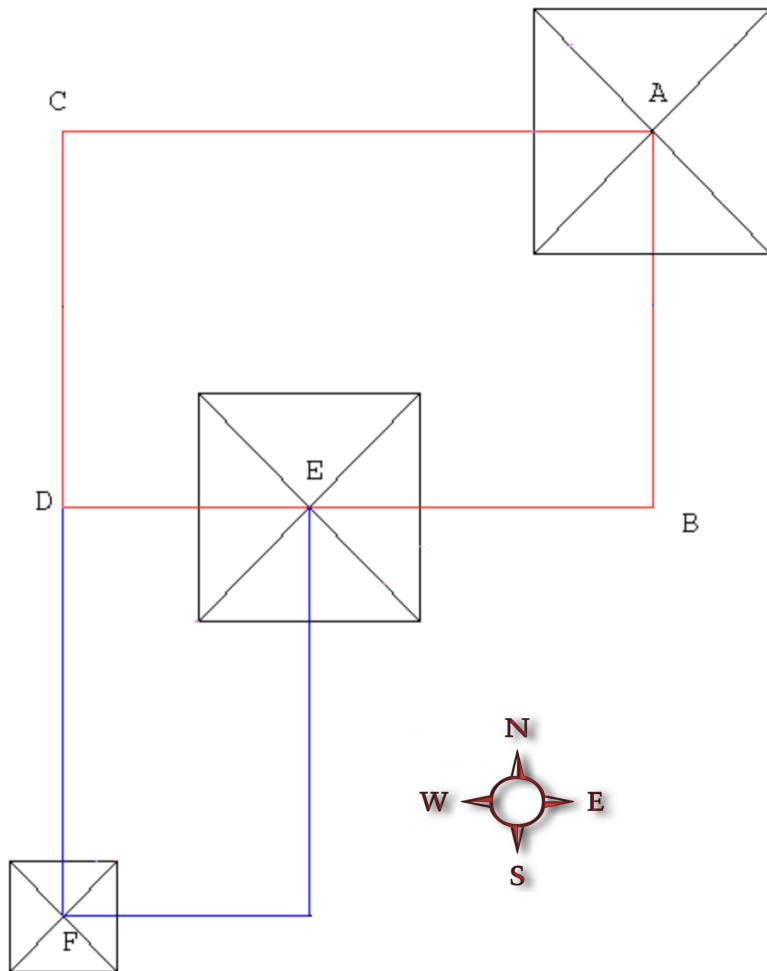


$$BC^2 = CJ^2 + BJ^2 \Rightarrow CJ^2 \cdot \phi^2 = CJ^2 + BJ^2 \Rightarrow \left(\frac{BJ}{CJ}\right)^2 = \phi^2 - 1 = \phi$$

$$\Rightarrow \frac{BJ}{CJ} = \sqrt{\phi} \Rightarrow \frac{\text{Höjd}}{\text{Bas}} = \sqrt{\phi}/2$$

	Höjd [m]	Bas 1 [m]	Bas 2 [m]	Höjd / Bas	Avv. mot rot(φ)/2
Khufu / Cheops	146.6	230.4	230.4	0.636	0.00043
Khafre / Chefren	143.5	215	215	0.667	(3,4,5-triangeln)
Menkaure / Mykerinos	65.5	102.2	104.6	0.633	0.00401

Det gyllene snittet inom konst och arkitektur



$$\frac{BD}{AB} \approx \phi$$

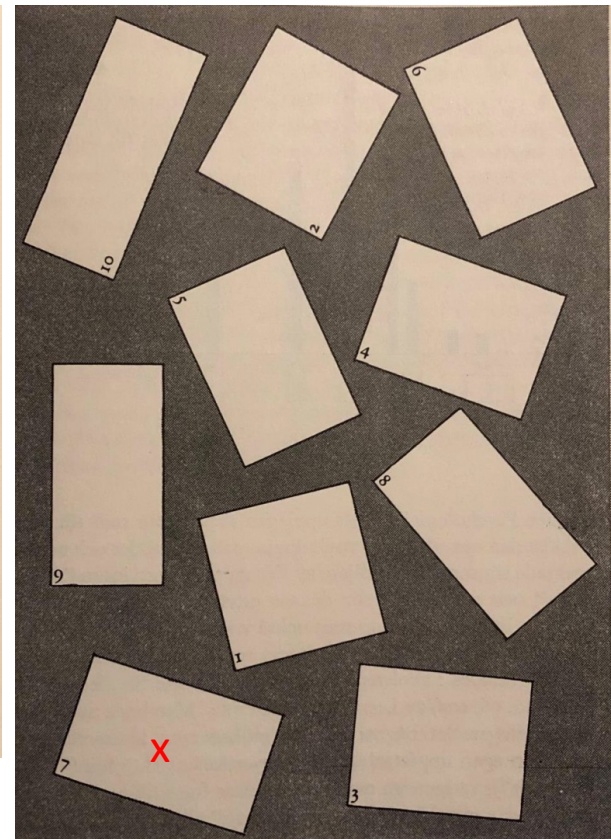
$$\frac{DF}{DE} \approx \phi$$

Det gyllene snittet inom design

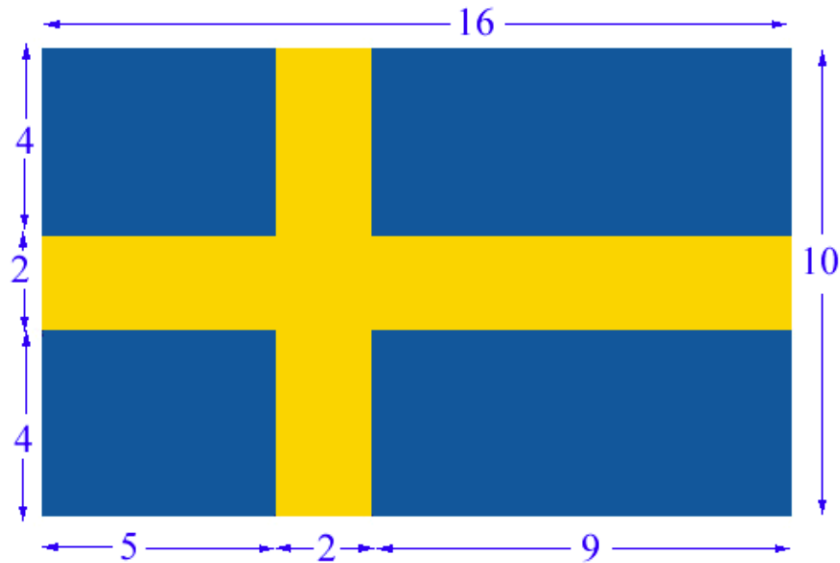
Flera undersökningar har visat att människan finner förhållandet = **1.618...** som det mest estetiskt tilltalande. Hur är det i den här klassen?

De Fechnerska försöken.

Rektangel nr	Proportion, x	Antal röstande, som betr. rektangeln i fråga avgivit omdöme om				Procentuell fördelning av skönhetsomdömena		
		<i>skönhet</i>		<i>fulhet</i>		$p(x)$		
		män	kvin- nor	män	kvin- nor	män	kvin- nor	båda könen
1	1 : 1 = 1,00	6,25	4,0	36,67	31,5	2,74	3,36	2,95
2	6 : 5 = 1,20	0,5	0,33	28,8	19,5	0,22	0,27	0,24
3	5 : 4 = 1,25	7,0	0,0	14,5	8,5	3,07	0,00	2,02
4	4 : 3 = 1,33	4,5	4,0	5,0	1,0	1,97	3,36	2,45
5	29 : 20 = 1,45	13,33	13,5	2,0	1,0	5,85	11,35	7,73
6	3 : 2 = 1,50	50,91	20,5	1,0	0,0	22,33	17,22	20,58
∅ 7	34 : 21 = 1,619	78,66	42,65	0,0	0,0	34,50	35,83	34,96
8	23 : 13 = 1,77	49,33	20,21	1,0	1,0	21,04	10,99	20,04
9	2 : 1 = 2,00	14,25	11,83	3,83	2,25	6,25	9,94	7,52
10	5 : 2 = 2,50	3,25	2,0	57,21	30,25	1,43	1,68	1,51
Sammanlagt		228	119	150	95	100,00	100,00	100,00



Det gyllene snittet inom design



$$\frac{L}{B} = 1.6$$

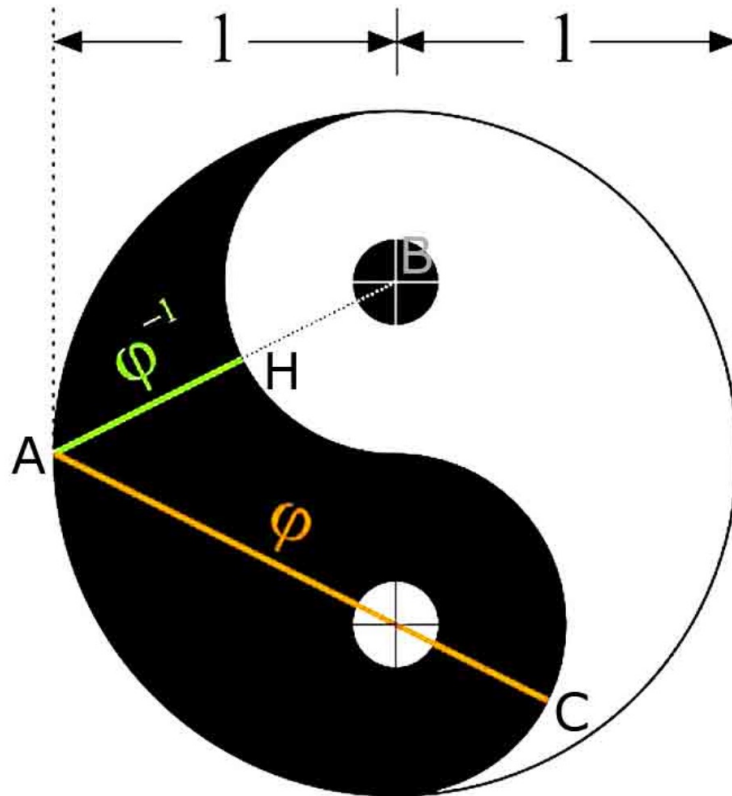


$$\frac{L}{B} \approx 1.6$$

Det gyllene snittet inom design



Det gyllene snittet inom design

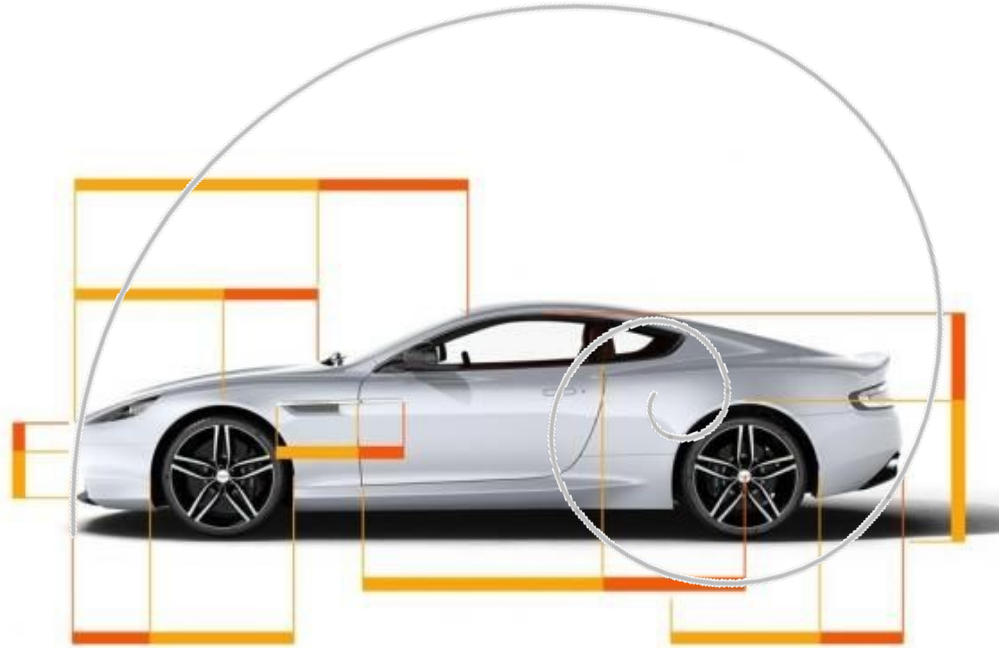


$$AH = \frac{1}{\phi}$$

$$AC = \phi$$

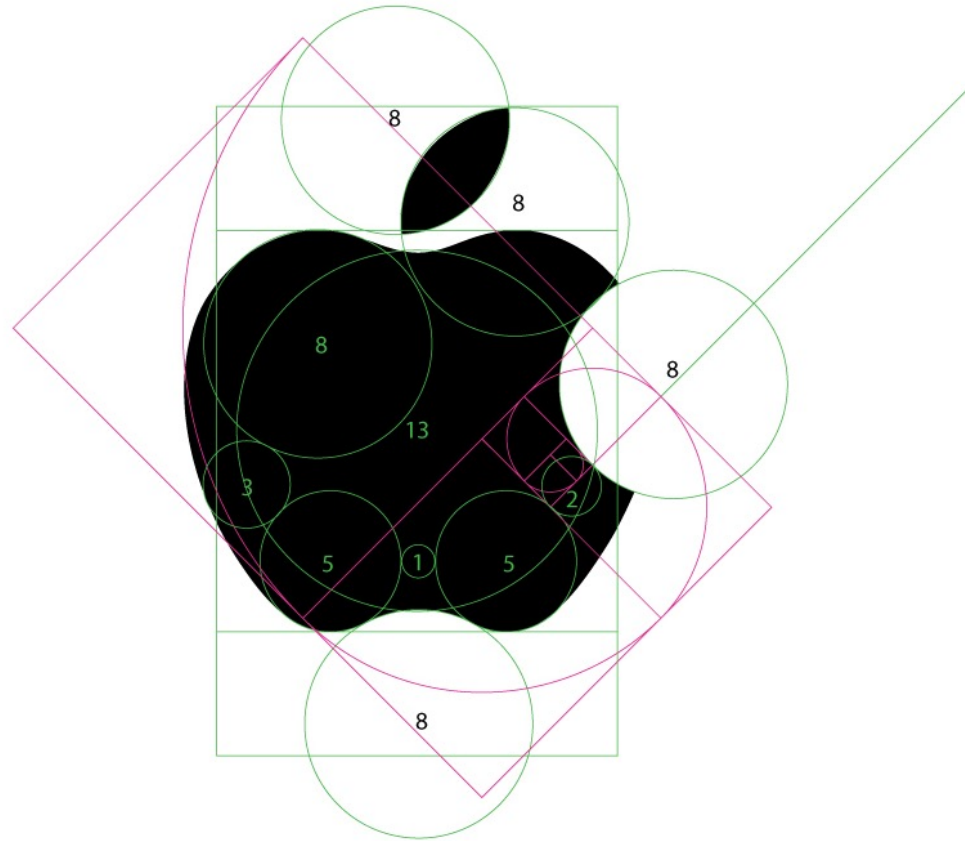
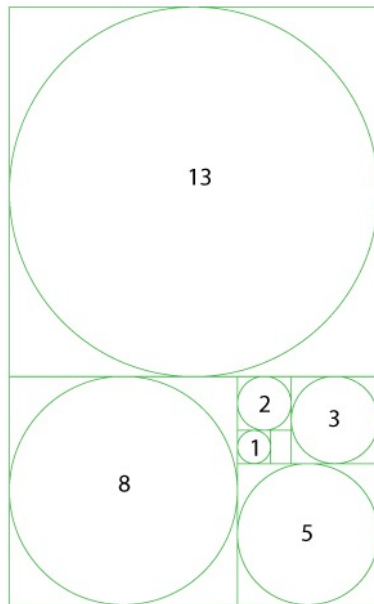
Yin and Yang symbol

Det gyllene snittet inom design



Aston Martin DB9

Det gyllene snittet inom design



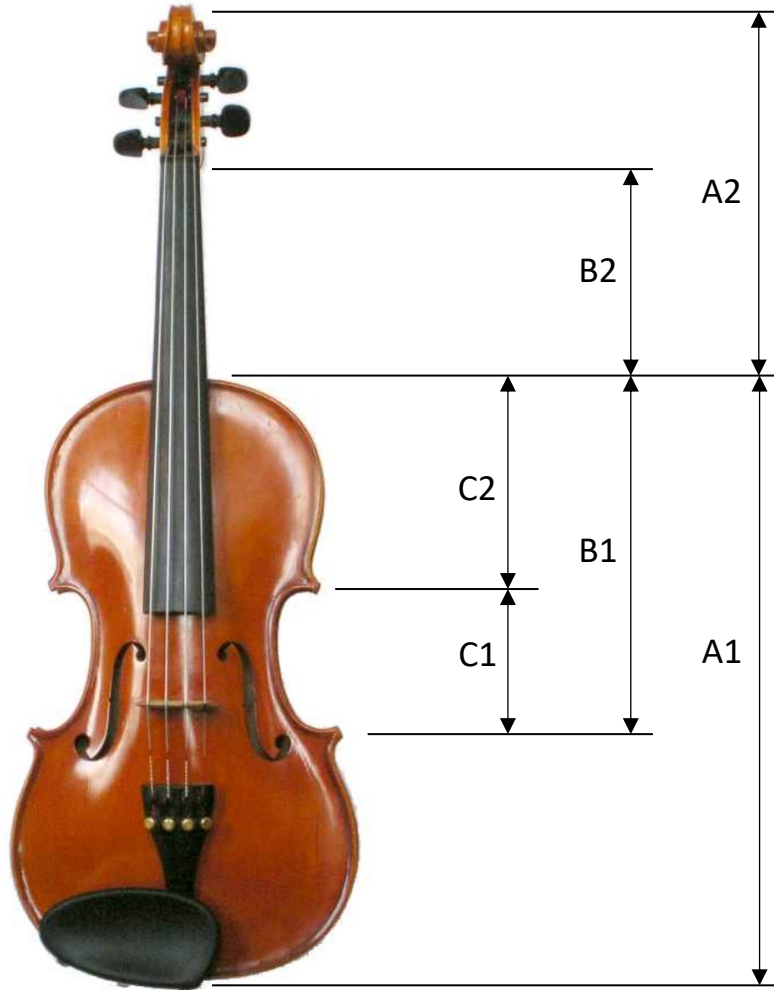
Apple logotype

Det gyllene snittet inom design



Twitter logotype

Det gyllene snittet inom design



$$\frac{A1}{A2} = \phi$$

$$\frac{B1}{B2} = \phi$$

$$\frac{C1}{C2} = \phi$$

Det gyllene snittet inom finansvärlden

Fibonacci rekyll (retracement)

Stöd- och motståndsnivåer vid en rekyll anses av många börsmäklare ha hög sannolikhet att hamna på Fibonaccinivåerna 23.6%, 38.2%, 50% och 61.8% av ursprunglig max- eller min-nivå. Metoden är dock ifrågasatt.



Tack för visat intresse!

