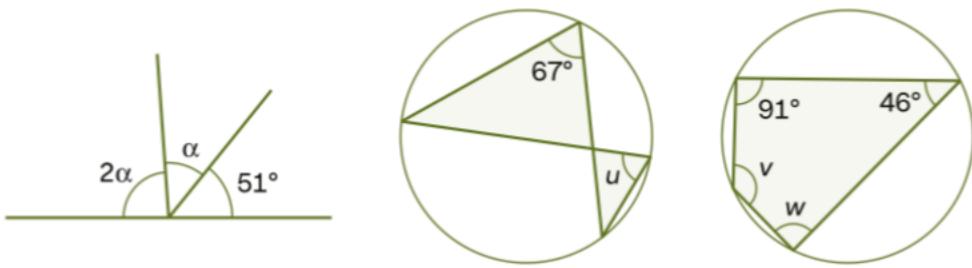


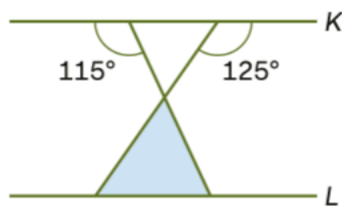
1 Bestäm vinklarna  $\alpha$ ,  $u$ ,  $v$  och  $w$ .



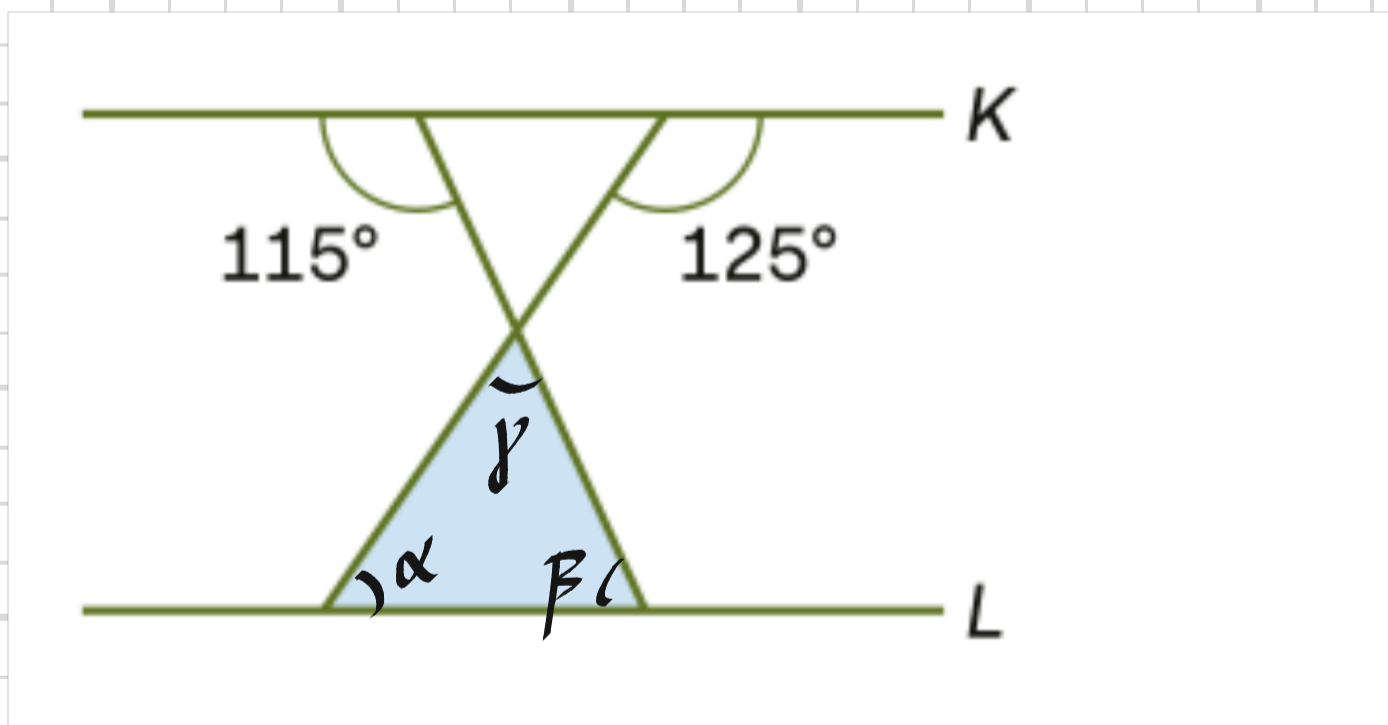
1.  $3\alpha + 51^\circ = 180^\circ \Rightarrow \alpha = \frac{180^\circ - 51^\circ}{3} = \underline{43^\circ}$

$u = \underline{67^\circ}$ ,  $v = 180^\circ - 46^\circ = \underline{134^\circ}$ ,  $w = 180^\circ - 91^\circ = \underline{89^\circ}$

2 I figuren är linjerna  $K$  och  $L$  parallella.  
Bestäm alla vinklar i den färgade triangeln.



2.



$\alpha = 180^\circ - 125^\circ = \underline{55^\circ}$

$\beta = 180^\circ - 115^\circ = \underline{65^\circ}$

$\gamma = 180^\circ - \alpha - \beta = 180^\circ - 55^\circ - 65^\circ = \underline{60^\circ}$

3 Mellan följande utsagor och likheter finns det antingen en implikation eller en ekvivalens. Placera rätt sorts pil mellan uttrycken och motivera ditt svar.

a) Summan av två vinklar i en triangel är  $90^\circ$   Triangeln är rätvinklig

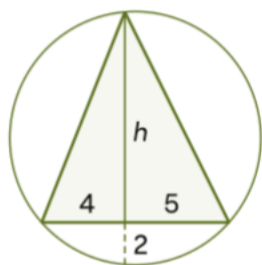
b)  $x = 9$    $x^2 = 81$

3. a)  $\Leftrightarrow$  Påståendet gäller i bägge riktningarna

b)  $\Rightarrow$  Påståendet gäller endast i en riktning  
( $x$  kan ju även vara  $-9$ .)

4 En triangel är inskriven i en cirkel enligt figuren.

Bestäm triangelns area.



4. Kordasatsen ger:  $h \cdot 2 = 4 \cdot 5 \Rightarrow h = 10$  l.e.

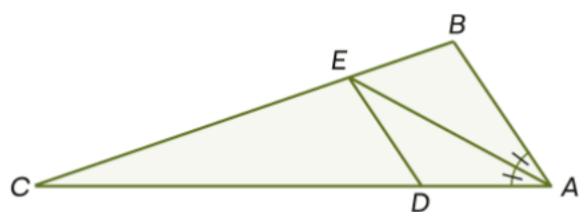
$$\text{Area} = \frac{h(4+5)}{2} = \frac{10 \cdot 9}{2} = \underline{45 \text{ a.e.}}$$

5 Bevisa att summan av fyra på varandra följande heltal inte är delbar med 4.

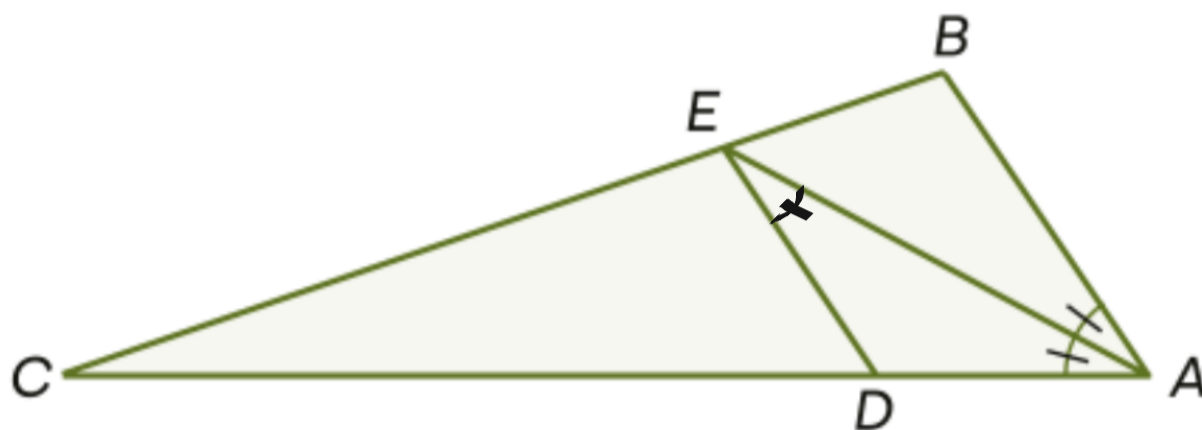
$$5. \quad x + (x+1) + (x+2) + (x+3) = 4x + 6 = 4\left(x + \frac{3}{2}\right)$$

Faktorn  $\left(x + \frac{3}{2}\right)$  kan ej ersättas med ett heltal #

6 I figuren är  $AE$  bisektris till vinkeln  $A$  och  $DE$  parallell med  $AB$ . Visa att sträckan  $DE$  är lika lång som sträckan  $DA$ .



6.



$|DE| \parallel |AB| \Rightarrow \angle AED = \angle DAE$  (alternativinkel)

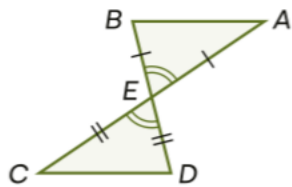
$\Rightarrow \triangle ADE$  likbent  $\Rightarrow |DE| = |AD|$  #

7 I följande figurer har sträckor och vinklar som är lika markerats på samma sätt. Avgör för var och en av figurerna om du har fått tillräckligt med information för att kunna besvara frågan. Motivera ditt svar.

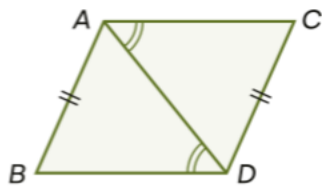
a) Är  $|AB| = |CD|$ ?



b) Är  $|AB| = |CD|$ ?



c) Är  $|BD| = |AC|$ ?

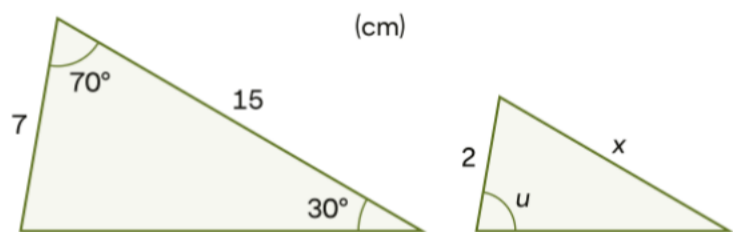


7. a) Ja, ty  $\triangle ABE \cong \triangle CDE$

b) Nej,  $\triangle ABE$  och  $\triangle CDE$  är bägge likbenta men  $|AB|$  behöver inte vara lika med  $|CD|$ .

c) Nej, ty  $AC$  och  $BD$  resp.  $AB$  och  $CD$  behöver inte vara parallella.

8 Triangelarna är likformiga. Beräkna vinkeln  $u$  och sidan markerad med  $x$ .



$$8. \quad u = 180^\circ - 70^\circ - 30^\circ = \underline{80^\circ}$$

$$\frac{x}{2} = \frac{15}{7} \Rightarrow x = \frac{2 \cdot 15}{7} = \underline{\underline{\frac{30}{7} \text{ cm}}}$$

9 Punkten  $P$  med koordinaterna  $(4, b)$  ligger lika långt från origo som från punkten  $(-2, 6)$ .

a) Bestäm talet  $b$ .

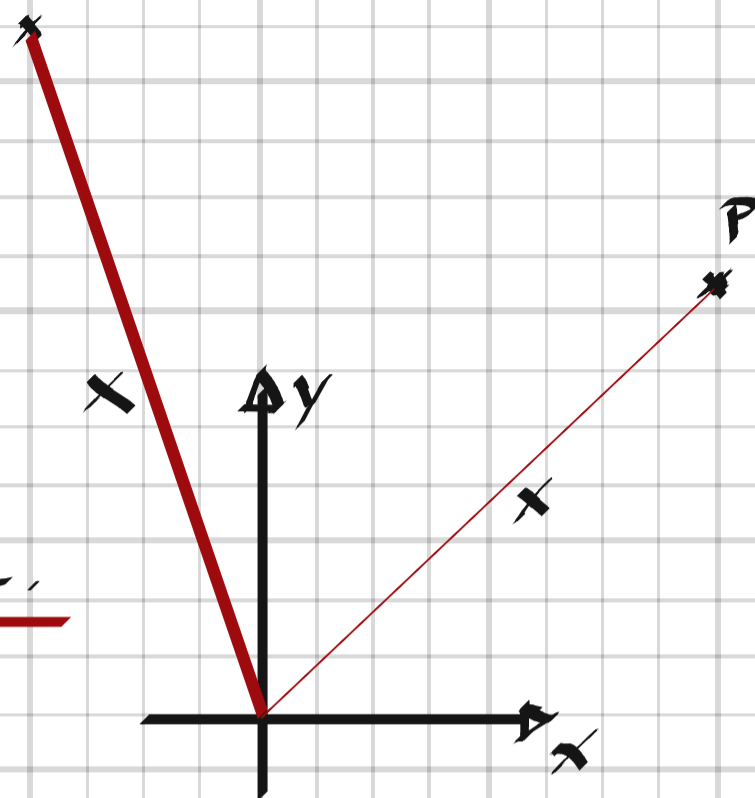
b) På vilket avstånd från origo ligger  $P$ ?

9.

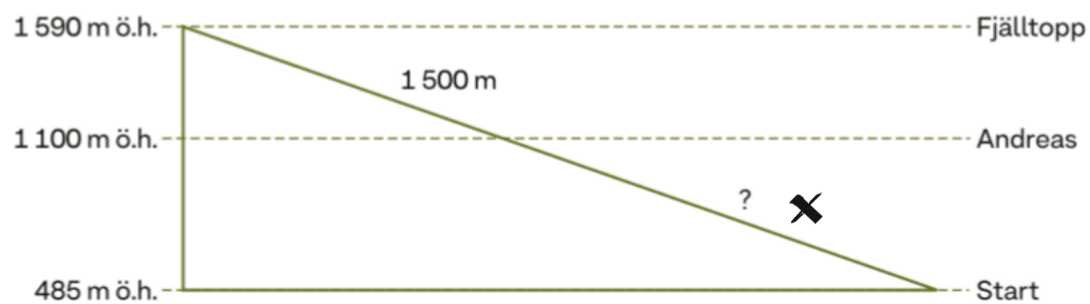
$$4^2 + b^2 = (-2)^2 + 6^2$$

$$a) \quad b = \pm \sqrt{4 + 36 - 16} = \pm \sqrt{24}$$

$$b) \quad x = \pm \sqrt{4^2 + b^2} = \sqrt{16 + 24} = \sqrt{40} \text{ l.e.}$$



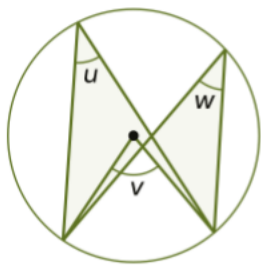
10 Sofia och Andreas ska bestiga en fjälltopp. De startar från en plats som ligger på höjden 485 meter över havet (m ö.h.). Deras vandring kan förenklat beskrivas av figuren här nedanför. Sofia går ända upp till toppen men Andreas får ont i ett knä och stannar vid en skylt där det står att det är 1 500 m kvar till toppen och att han befinner sig på 1 100 meters höjd. Hur långt har han gått?



$$10. \quad \frac{x + 1500}{1590 - 485} = \frac{1500}{1590 - 1100} \Rightarrow$$

$$x = 1500 \cdot \frac{1105}{490} - 1500 \approx \underline{1880 \text{ m}}$$

- 11** I figuren är  $v$  en medelpunktsvinkel.  
Bestäm vinkeln  $u$  om  $v = 2x + 28^\circ$  och  
 $w = 3x - 32^\circ$ .



11.  $u = w$ ,  $v = 2w \Rightarrow$

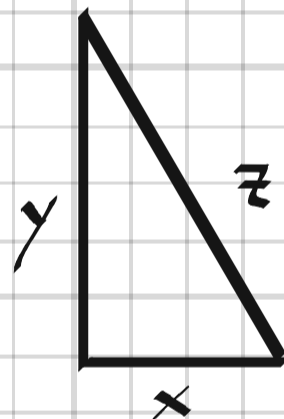
$$2x + 28^\circ = 2(3x - 32^\circ)$$

$$4x = 92^\circ$$

$$x = 23^\circ \Rightarrow u = 3 \cdot 23^\circ - 32^\circ = \underline{37^\circ}$$

- 12** Arean av en rätvinklig triangel är  $30 \text{ cm}^2$  och summan av kateternas längder är  $17 \text{ cm}$ . Bestäm längden av hypotenusan.

12. 
$$\begin{cases} 1) & x + y = 17 \\ 2) & \frac{xy}{2} = 30 \end{cases}$$



$$2) : y = \frac{60}{x}$$

$$1+2) : x + \frac{60}{x} = 17$$

$$x^2 + 60 = 17x$$

$$x = \frac{17 \pm \sqrt{17^2 - 4 \cdot 60}}{2} = \frac{17 \pm 7}{2}$$

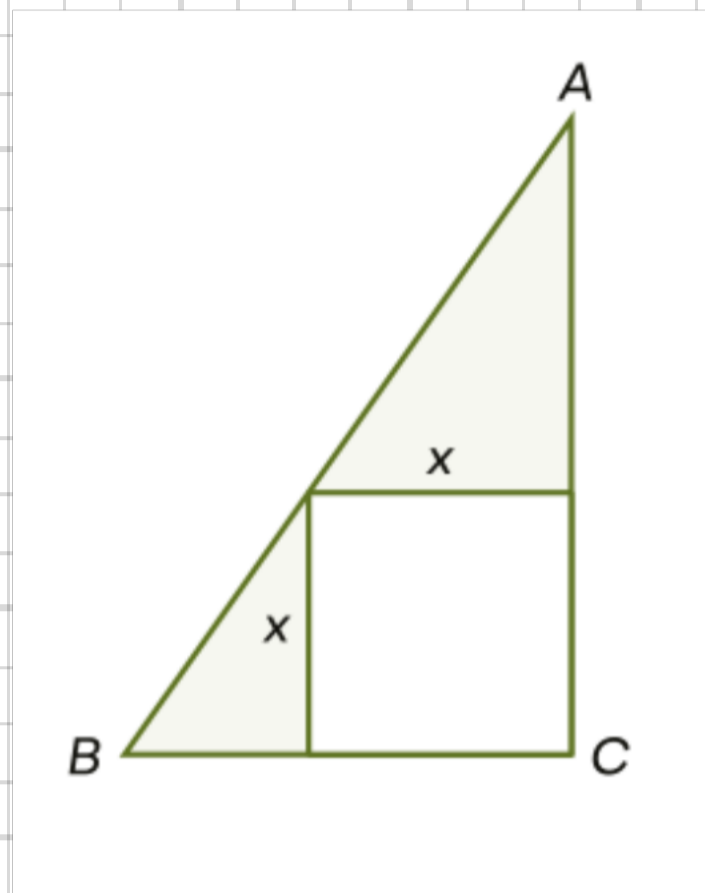
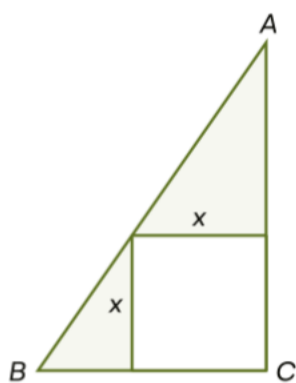
$$x_1 = 5, y_1 = \frac{60}{5} = 12$$

$$x_2 = 12, y_2 = \frac{60}{12} = 5$$

$$\Rightarrow z = \sqrt{12^2 + 5^2} = \underline{13 \text{ cm}}$$

**13** En kvadrat är inskriven i en rätvinklig triangel som figuren visar.

- Beräkna längden av sträckan  $BC$  om kvadratens sida är  $14$  cm och sträckan  $AC$  är  $34$  cm.
- Beräkna längden av kvadratens sida  $x$  om  $|AC| = 66$  cm och  $|BC| = 44$  cm.
- Visa att om  $|AC| = h$  och  $|BC| = b$ , så är kvadratens sida  $x = \frac{bh}{b+h}$ .



13,

$$\blacktriangleright \frac{|AC|-x}{x} = \frac{x}{|BC|-x} \Rightarrow$$

$$|BC| = \frac{x^2}{|AC|-x} + x = \frac{14^2}{34-14} + 14 = \underline{23,8 \text{ cm}}$$

$$\blacktriangleright x^2 = (|AC|-x)(|BC|-x)$$

$$x^2 = |AC| \cdot |BC| - (|AC|+|BC|)x + x^2$$

$$x = \frac{|AC| \cdot |BC|}{|AC|+|BC|} = \frac{66 \cdot 44}{66+44} = \underline{26,4 \text{ cm}}$$

$$\blacktriangleright x = \frac{|AC| \cdot |BC|}{|AC|+|BC|} = \frac{bh}{b+h} \quad \#$$