6113 Ange en mätserie med minst fyra observationer där medelvärdet och medianen är lika, men typvärdet är ett annat.

6113 ex. v 2, 2, 5, 7, 9

6114 På en vårdcentral med 11 anställda var medelåldern 41 år och medianåldern 37 år. En anställd som är 57 år slutade och ersattes av en person som är 39 år.

a) Hur ändrades medelåldern?

b) Hur ändrades medianåldern?

6114. a) $$\frac{11 \cdot 41 - 1 \cdot 57 + 1 \cdot 39}{11} \approx 39$$

Medelåldern sjunker till ca 39 år

b) Både 57-åringen och 39-åringen är större än medianåldern =>

Medianåldern ändras ej.

6115 Förklara med hjälp av ett konkret exempel när det är lämpligare att använda median i stället för medelvärde.

6115. Då ett fåtal element sticker ut mycket från mängden kan ibland medianvärdet ge en mer rättvisande bild.

6116 I en hiss finns det fyra män med en medelvikt på 83,2 kg och tre kvinnor med en medelvikt på 68,5 kg. Bestäm medelvikten för samtliga personer i hissen.

6116. $$\frac{4 \cdot 83{,}2 + 3 \cdot 68{,}5}{7} = \underline{76{,}9 \text{ kg}}$$

6117 Jens skulle undersöka beståndet av abborre i en sjö och hade därför provfiskat. Han mätte längden på alla abborrarna som han fångat och förde in resultatet i en tabell.

Längd (cm)	Frekvens
$15 \le x < 20$	14
$20 \le x < 25$	21
$25 \le x < 30$	29
$30 \le x < 35$	27
$35 \le x < 40$	9

Beräkna abborrarnas medellängd.

6117. $$\frac{14 \cdot 17{,}5 + 21 \cdot 22{,}5 + 29 \cdot 27{,}5 + 27 \cdot 32{,}5 + 9 \cdot 37{,}5}{14 + 21 + 29 + 27 + 9} = \underline{27{,}3}$$

6118 En serie av observationer består av sexton olika tal. Hur förändras medelvärde, median och typvärde

a) om alla sexton tal ökar med 1

b) om de åtta största talen ökar med 1

6118. a) Medelvärdet ökar med 1

Medianen ökar med 1

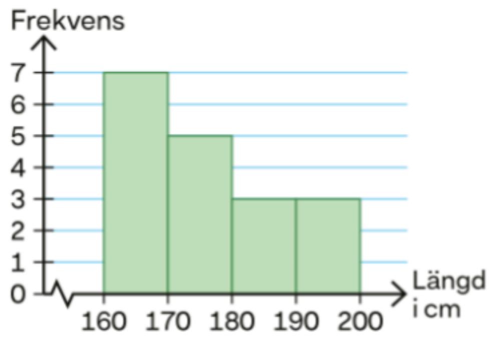
Typvärde saknas fortfarande

b) Medelvärdet ökar med 0,5

Medianen ökar, men ökningen beror på storleken av det sjunde största talet.

Typvärde saknas fortfarande

6119 Emelie gör en statistisk undersökning om sina 18 klasskamraters längd. Hon beräknar sedan medelvärdet av längderna och får det till 175,5 cm. Emelie presenterar sina resultat i ett histogram. Se nedan.



Emelie visar histogrammet för Anton. Han beräknar medelvärdet med hjälp av histogrammet och får då medelvärdet till 176,1 cm. Både Emelie och Anton räknar rätt men får olika medelvärden.

Förklara varför medelvärdet blir olika med de olika metoderna.

(Np Ma2c vt 2013)

6119. Anton använder mittvärdena för respektive längdgrupp, vilket ger en viss avvikelse från de verkliga uppmätta värdena.

6120 Alice och Moa diskuterar medelvärde och median.

Alice påstår:

”Medelvärdet av tre på varandra följande heltal är alltid lika med talens median.”

Moa svarar:

”Nej, det gäller inte alltid.”

Vem har rätt, Alice eller Moa? Motivera ditt svar.

(Np Ma2c vt 2012)

6120 Alice har rätt.

$$mv = \frac{x+(x+1)+(x+2)}{3} = x+1 = \text{medianen}$$

6121 Medelvärdet och medianen av fem olika positiva heltal är 22. Hur stort kan det största av de fem talen högst vara? Förklara hur du har kommit fram till ditt svar.

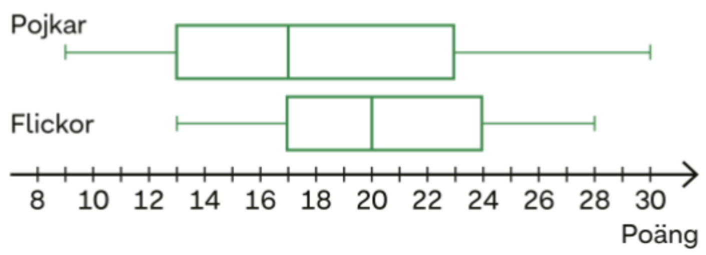
6121. $a, b, 22, c, d$

$a+b+22+c+d = 5 \cdot 22$

Om $a=1$, $b=2$ och $c=23$ (så låga som möjligt) $\Rightarrow$

$d = 5 \cdot 22 - 1 - 2 - 22 - 23 = \underline{62}$

6133 Lådagrammen visar resultaten på ett matematikprov för flickor respektive pojkar.



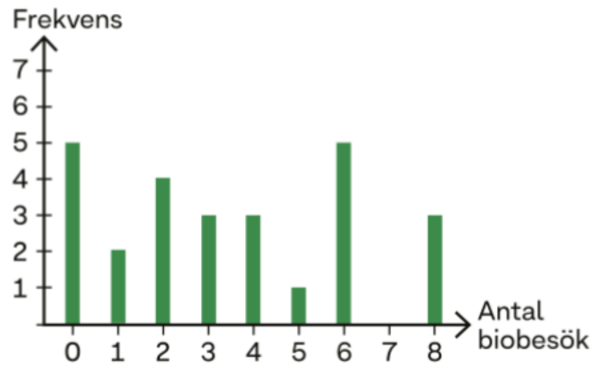
a) Vad kan sägas om pojkarnas och flickornas resultat om lådagrammen jämförs?

b) Roger säger att det är fler pojkar än flickor som har skrivit provet, eftersom lådan är större för pojkarna. Har Roger rätt eller fel? Motivera ditt svar.

6133. a) Lägstanivån för flickorna = undre kvartilen för pojkarna. Undre kvartilen för flickorna = medianen för pojkarna. Spridningen är lägre hos flickorna men den högsta poängen finns bland pojkarna.

b) Roger kan ha fel. Antalet deltagare kan ej avgöras.

6134 Stolpdiagrammet visar resultatet av en undersökning där man har frågat eleverna i en klass hur många gånger de har varit på bio den senaste terminen.



a) Bestäm variationsbredden.

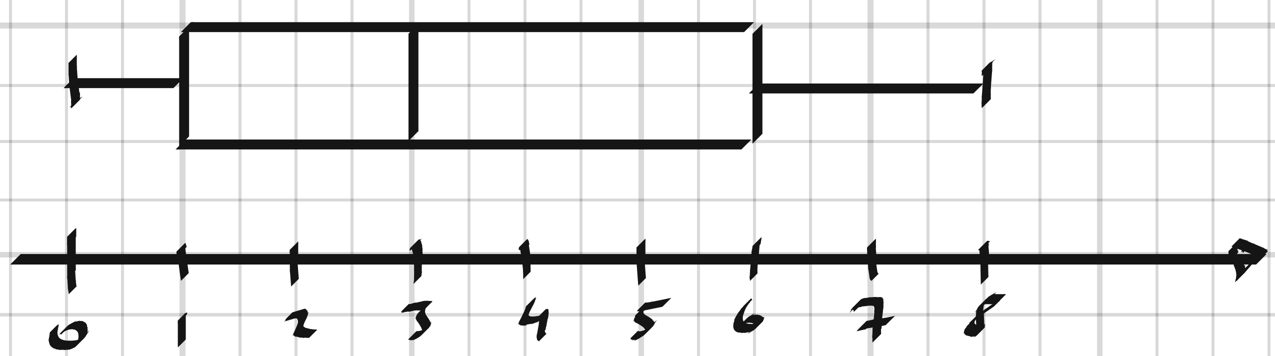
b) Rita ett lådagram över spridningen.

6134. a) vb = 8 - 0 = 8

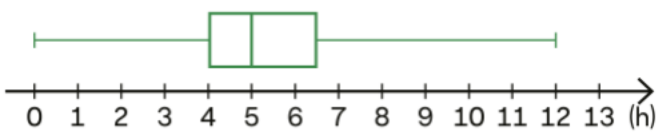
b)

0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 5, 6, 6, 6, 6, 6, 8, 8, 8

min u.kvartil median = 3 ö.kvartil max



6135 Lådagrammet visar hur många hela timmar en grupp studenter hade pluggat sista dagen inför en tenta.



Antalet timmar per student är angivna i storleksordning. Tre värden saknas: x, y och z.

0, 2, 3, 4, 4, 5, 5, 5, x, y, 6, 6, 6, z, 7, 10, 12

a) Ett av de obekanta värdena x, y och z går inte att bestämma med säkerhet. Vilket? Vilka alternativ finns för det värdet?

b) Vilka är de två övriga värdena?

6135.

a) y går ej att fastställa. Kan vara antingen 5 eller 6.

b) $x = 5$ (medianen)

$z = 7$ (ö. kvartilen $= 6,5$)

6136 Tabellen visar en grupp chefers månadslön i kronor före och efter skatt vid olika percentiler.

	P_{10}	P_{40}	P_{60}	P_{90}
Chefer, före skatt	37 050	48 000	57 089	82 600
Chefer, efter skatt	28 132	33 877	37 726	47 950

a) Avläs P_{40} för chefer före skatt och tolka resultatet.

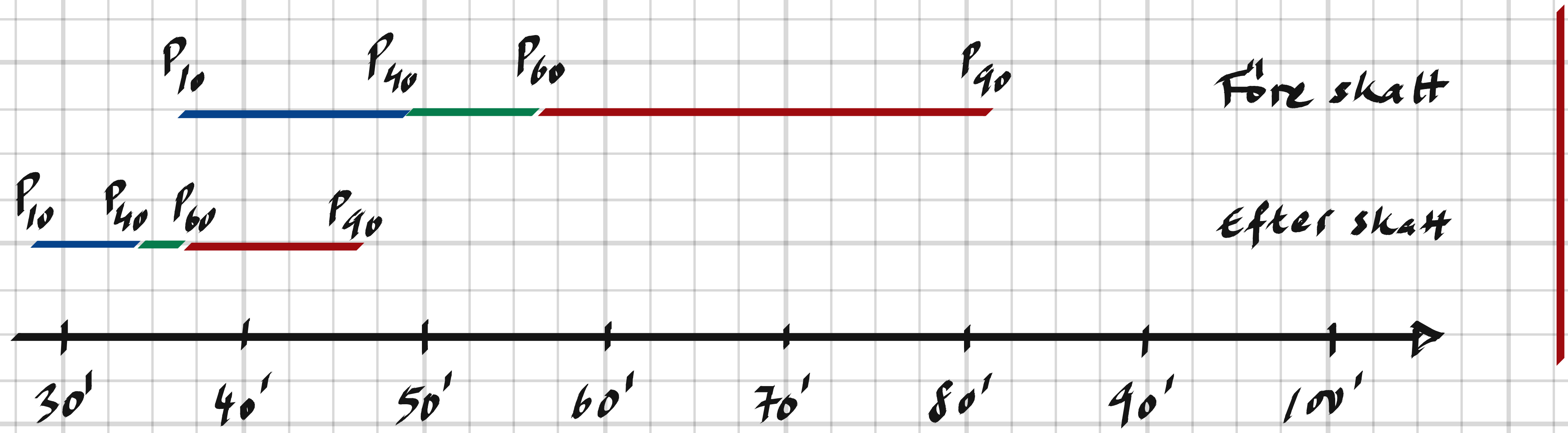
b) Hur många procent skatt betalar chefer vid den 60:e percentilen?

c) Rita ett diagram, liknande det i exemplet på sida 252, som visar lönespridningen för chefer före och efter skatt.

6136. a) 40% av alla cheferna har en lön $<$ 48000 kr

b) $\frac{57089 - 37726}{57089} \approx 0{,}339 \approx 34\ \%$

c)



6137 Kvartilerna betecknas ibland med Q och ett tal. Den nedre kvartilen, som också kallas första kvartilen, betecknas Q_1. Medianen betecknas Q_2 och övre kvartilen Q_3. På samma sätt har du sett att percentiler betecknas med P och ett tal. Vilka tal ska stå i stället för a, b och c?

$Q_1 = P_a$

$Q_2 = P_b$

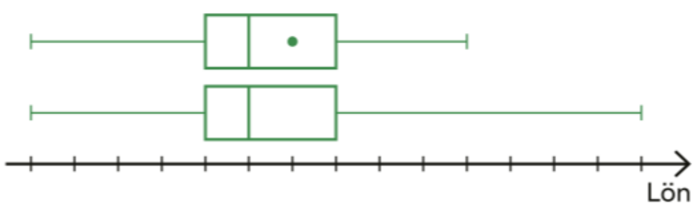
$Q_3 = P_c$

6137. $Q_1 = P_{25}$

$Q_2 = P_{50}$

$Q_3 = P_{75}$

6138 Ibland lägger man in även medelvärdet i ett lådagram, som i det övre lådagrammet här nedanför. I det nedre lådagrammet är medelvärdet däremot inte utritat.



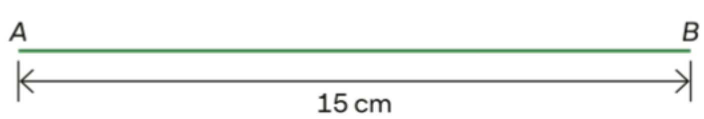
a) Bruno säger att medelvärdet måste vara högre i det nedre lådagrammet. Hur kan Bruno ha tänkt?

b) Jason påstår att man inte säkert kan säga att medelvärdet är högre i det nedre lådagrammet. Har Jason rätt? Motivera ditt svar.

6138. a) Maxvärdet är högre.

b) Jason har rätt. Vi vet inte hur många värden som ligger över medelvärdet.

6139 En sträcka *AB* är 15 cm lång. Sträckan kan delas i fem delsträckor på olika sätt. Längden av varje delsträcka måste vara större än noll.

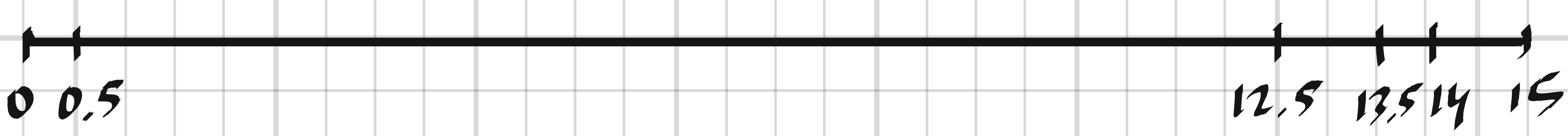


a) Gör en indelning av sträckan *AB* så att variationsbredden för delsträckornas längder blir 12,5 cm.

b) Beroende på hur man delar in sträckan *AB* i fem delsträckor kan variationsbredden variera. Utred vilka värden som är möjliga för variationsbredden när man ändrar på de fem delsträckornas längder.

(Np MaB vt 2011)

6139. a) exempelvis:



b) $0 \leq vb < 15$ cm

6146 Generera 1 000 slumptal mellan 1 och 100 med hjälp av ett digitalt verktyg (se uppgift 6145). Bestäm sedan percentilerna och tolka

a) P_{10}

b) P_{50}

c) P_{98}

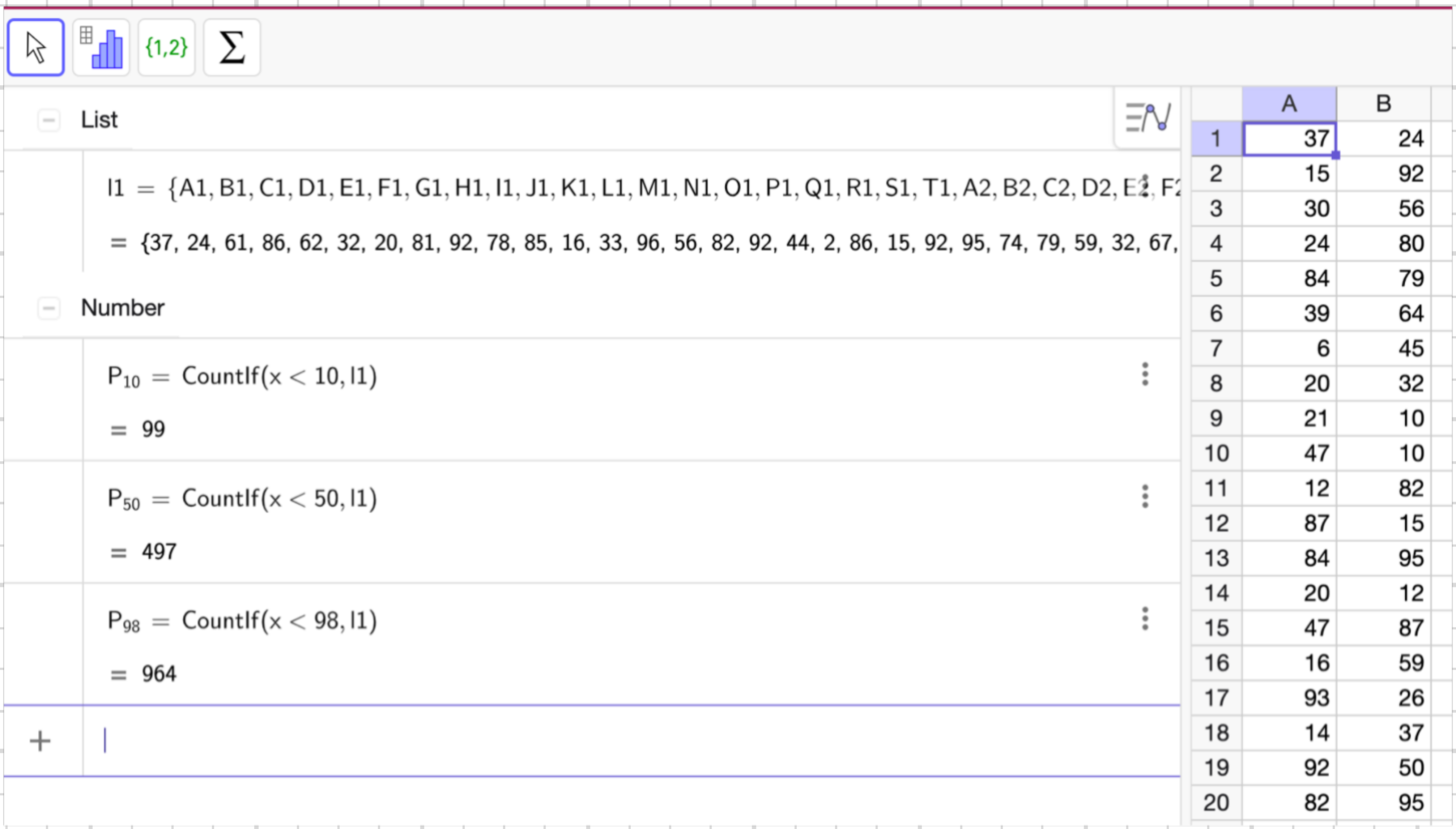
Kopiera formeln för slumptal till exempelvis cellerna A1:T50

6146. Med 1000 slumptal genererade i Geogebra fås:

a) $P_{10} = 99$

b) $P_{50} = 497$

c) $P_{98} = 964$



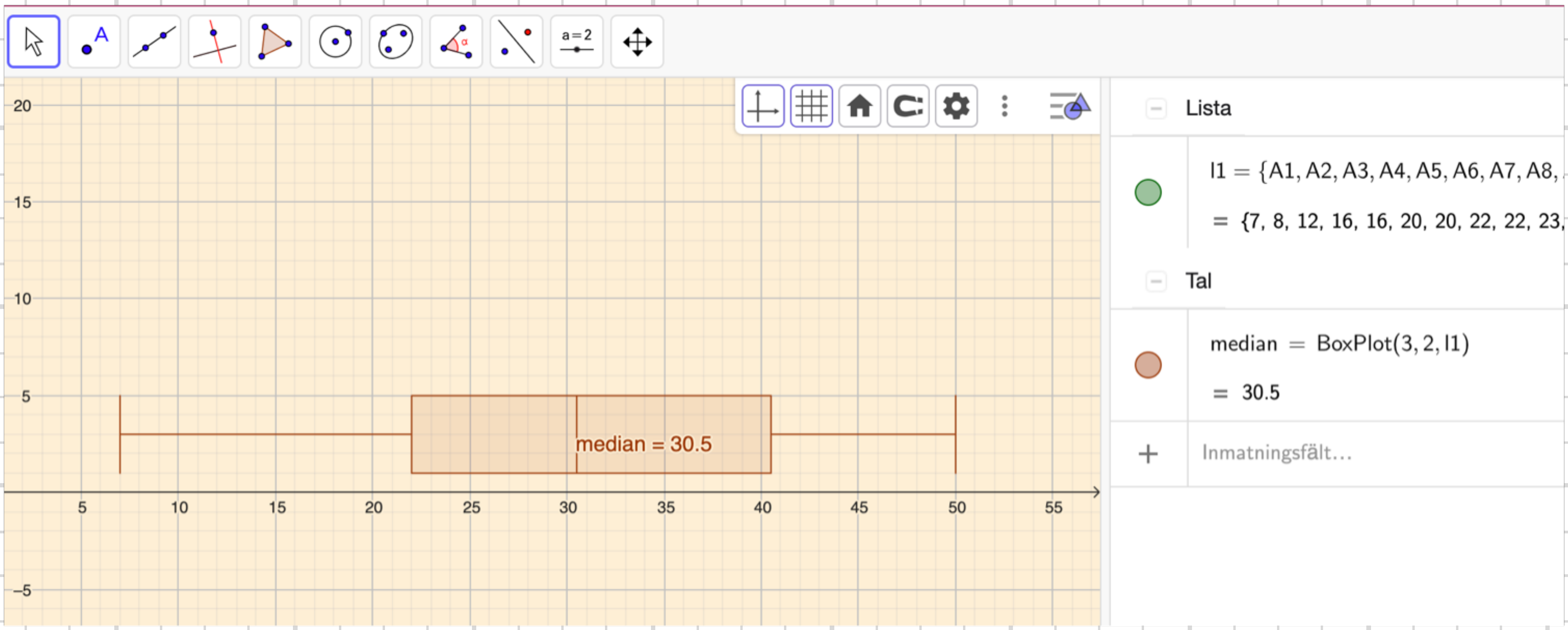
	A	B
1	37	24
2	15	92
3	30	56
4	24	80
5	84	79
6	39	64
7	6	45
8	20	32
9	21	10
10	47	10
11	12	82
12	87	15
13	84	95
14	20	12
15	47	87
16	16	59
17	93	26
18	14	37
19	92	50
20	82	95

6147 Bilden visar ett *stam-blad-diagram* över provresultaten i en klass. På provet kunde man få max 50 poäng. I diagrammet står tiotalssiffrorna längst till vänster i fetstil (stammen). Entalssiffrorna går ut som blad till höger från stammen. T.ex. betyder **1**|2 6 6 att det är en elev som har fått 12 poäng och två elever som har fått 16 poäng.

0	7 8
1	2 6 6
2	0 0 2 2 3 5 6 7 9 9
3	0 1 2 4 4 7 7 7 8
4	3 3 6 6 7 8
5	0 0

Rita ett lådagram som beskriver spridningen.

6147. Lådagram genererat i Geogebra:



6148 Skriv in talen 1–23 i ett kalkylblad och rita ett lådagram.

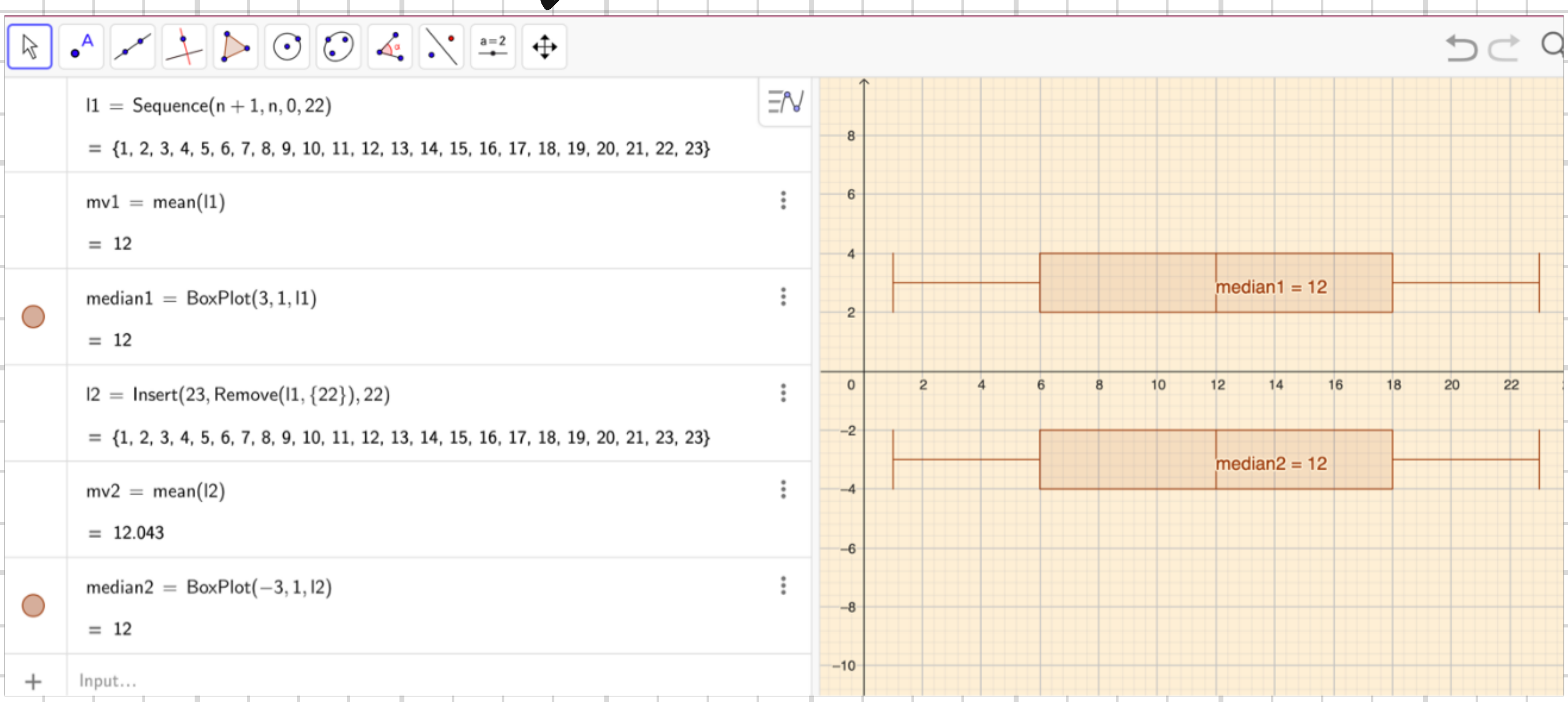
a) Beräkna medelvärdet av talen.

b) Om du byter ut talet 22 mot 23, så ändras medelvärdet men inte utseendet på lådagrammet. Förklara varför.

c) Mellan vilka värden kan medelvärdet ligga om du får ändra hur du vill på talen, men med kravet att lådagrammet fortfarande ska se exakt likadant ut?

6148. a) Medelvärdet (och medianen) = 12

b) Medelvärdet ökar till 12,043 men alla värden som påverkar lådagrammet påverkas ej.



c) Lägst möjligt:

1, 1, 1, 1, 1, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 12, 12, 12, 12, 12, 12, 18, 18, 18, 18, 18, 23

$\Rightarrow mv = \frac{5\cdot 1 + 6\cdot 6 + 6\cdot 12 + 5\cdot 18 + 23}{23} = 9{,}82$

Högst möjligt:

1, 6, 6, 6, 6, 6, 12, 12, 12, 12, 12, 12, 18, 18, 18, 18, 18, 18, 23, 23, 23, 23, 23

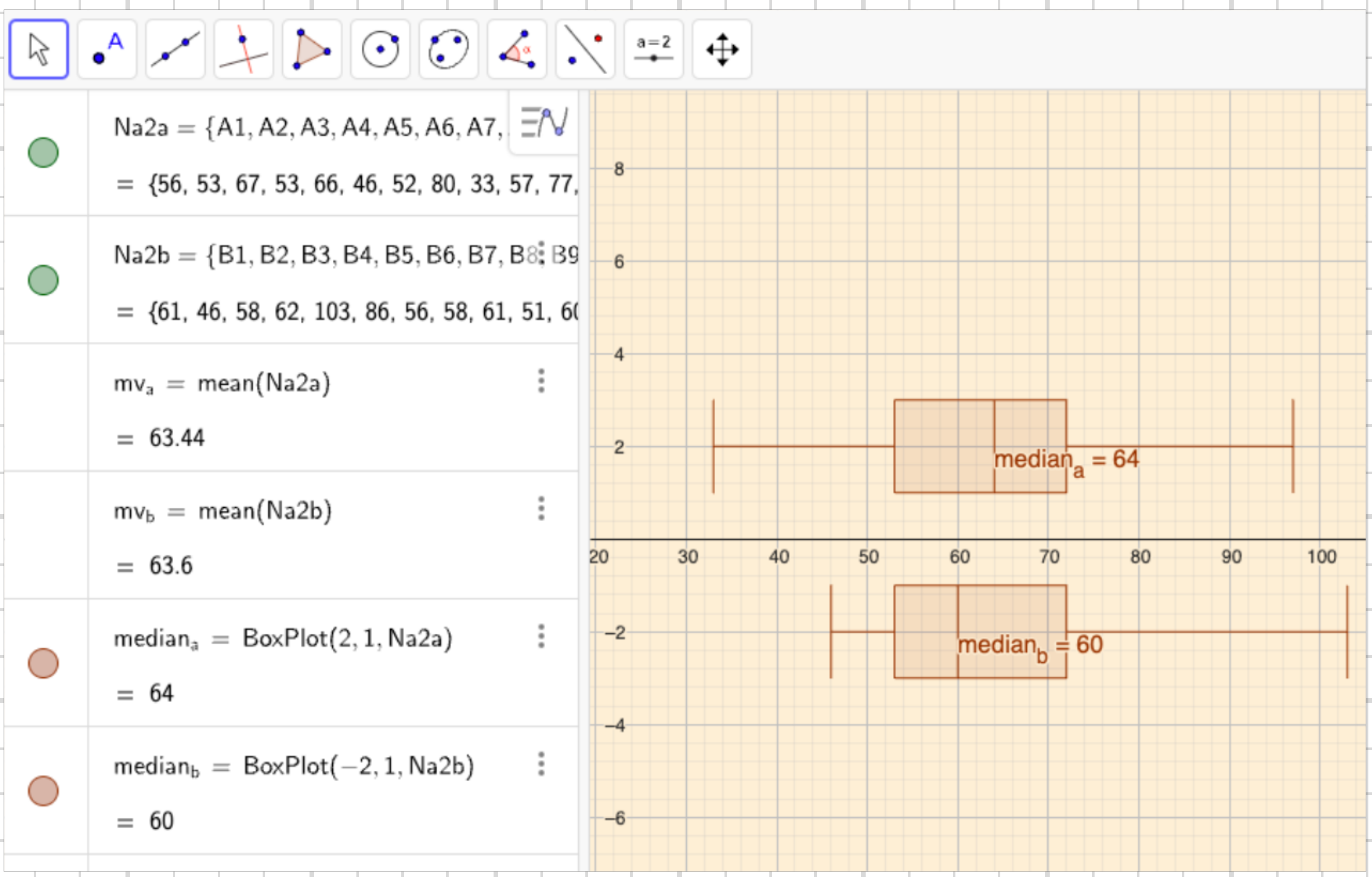
$\Rightarrow mv = \frac{1 + 5\cdot 6 + 6\cdot 12 + 6\cdot 18 + 5\cdot 23}{23} = 14{,}17$

6149 Listan visar resultatet på ett matematikprov för två klasser på en skola.

Na2a	56 53 67 53 66 46 52 80 33 57 77 68 64 67 58 65 69 97 59 92 49 91 75 38 54
Na2b	61 46 58 62 103 86 56 58 61 51 60 51 70 51 56 48 68 56 50 55 82 74 64 77 86

Använd lägesmått, spridningsmått och diagram och för att jämföra resultaten i de två klasserna. Vilka slutsatser kan du dra?

6149. Medelvärdet är ungefär detsamma, medan Na2a har högre median, dvs fler elever ligger över medelvärdet jämfört med Na2b. Samtidigt återfinns det lägsta provresultatet i Na2a och det högsta i Na2b.



6150 Tabellen visar den maximala dygnstemperaturen i grader Celsius under 15 år vid SMHI:s mätstation i Observatorielunden i centrala Stockholm.

2006	32,9
2007	31,5
2008	31,3
2009	30,6
2010	32,5
2011	29,0
2012	27,0
2013	29,4
2014	31,9
2015	30,1
2016	29,8
2017	28,9
2018	33,5
2019	32,0
2020	31,0

På sanomautbildning.se/origo kan du ladda ner alla värden från 1941 i en Excel-fil

6

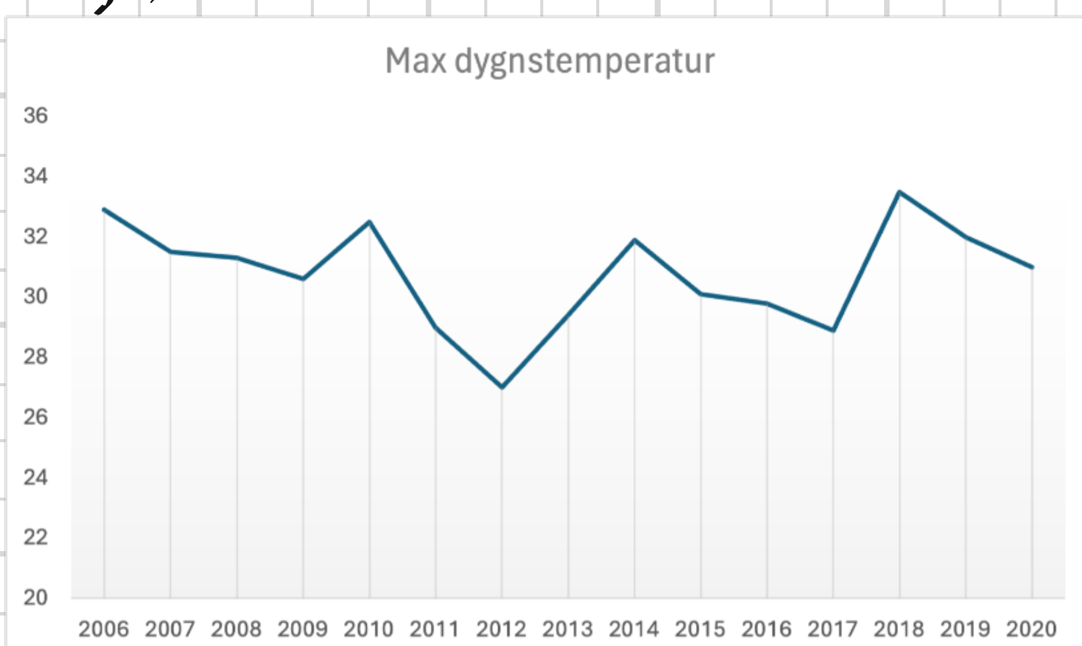
a) Rita ett linjediagram över observationerna. Går det att urskilja någon trend i diagrammet?

b) Ett sätt att urskilja trender är att beräkna glidande medelvärden. Om vi väljer att beräkna *glidande medelvärden* för fem observationer, börjar vi med att beräkna medelvärdet för åren 2006–2010, därefter för 2007–2011, för 2008–2012, etc. Gör en ny tabell som innehåller de elva värdena du får genom att göra på det sättet.

c) Rita ett nytt linjediagram där du använder de glidande medelvärdena.

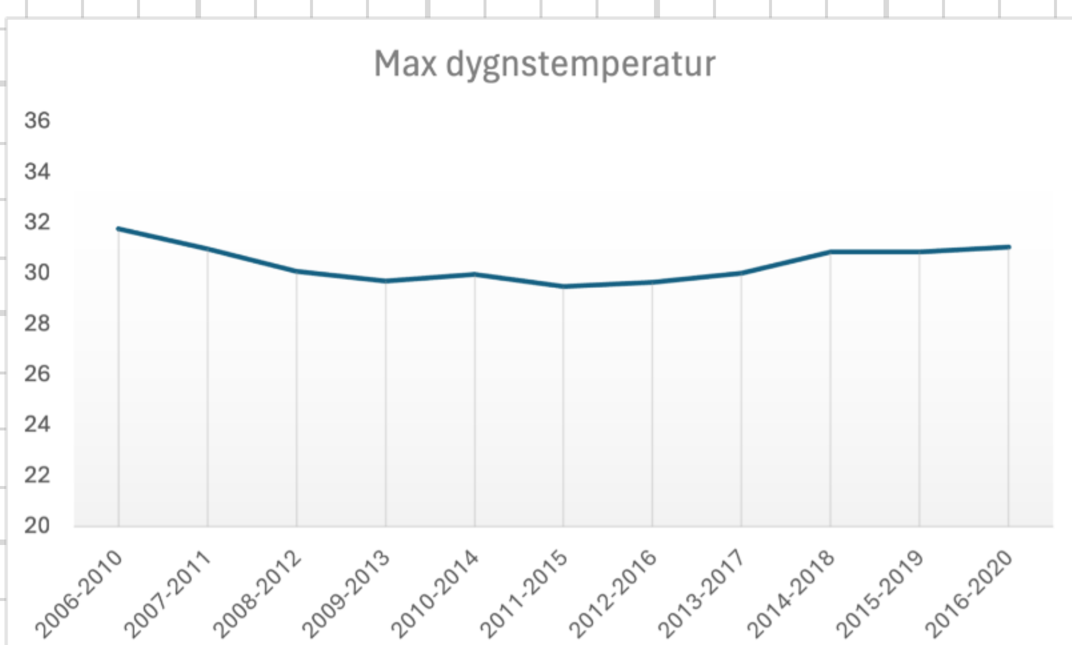
d) Hur skiljer sig graferna i a)- och c)-uppgiften från varandra?

6150. a) Nej, det är svårt att kunna urskilja någon trend.



b, c)

2006-2010	31.76
2007-2011	30.98
2008-2012	30.08
2009-2013	29.7
2010-2014	29.96
2011-2015	29.48
2012-2016	29.64
2013-2017	30.02
2014-2018	30.84
2015-2019	30.86
2016-2020	31.04



d)

Glidande medelvärden ger en jämnare kurva. Ett slags filter kan man säga.

6157 Petra gillar att spela bangolf och har gjort en sammanställning över alla sina resultat. Beräkna medelvärde och standardavvikelse för antal slag per bana.

Antal slag	1	2	3	4	5	6	7
Antal banor	1	2	4	6	3	1	1

6157.

$$\bar{x} = \frac{1\cdot1+2\cdot2+4\cdot3+6\cdot4+3\cdot5+1\cdot6+1\cdot7}{1+2+4+6+3+1+1} = 3{,}83 \text{ slag/bana}$$

x	f	$(x-\bar{x})$	$(x-\bar{x})^2$	$f\cdot(x-\bar{x})^2$
1	1	(1-3,83	8,00	8,00
2	2	(2-3,83)	3,35	6,70
3	4	(3-3,83)	0,69	2,76
4	6	(4-3,83)	0,03	0,18
5	3	(5-3,83)	1,17	3,51
6	1	(6-3,83)	4,71	4,71
7	1	(7-3,83)	10,05	10,05

$n = 18$

$$\Sigma(x-\bar{x})^2 = 35{,}91$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma(x-\bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{35{,}91}{18}} = 1{,}41$$

Medelvärdet = 3,8 slag/bana

St. avvikelsen = 1,4 slag/bana

6158 En ingenjör utvecklade en ny batterityp. Han använde två olika framställningsmetoder. Han tog ett stickprov på 8 batterier från varje framställningsmetod och mätte livslängden i månader. Resultatet förde han in i två tabeller.

Metod I							
21	24	22	23	25	23	26	20

Metod II							
23	27	20	22	26	20	27	19

a) Beräkna medelvärde och standardavvikelse för respektive metod.

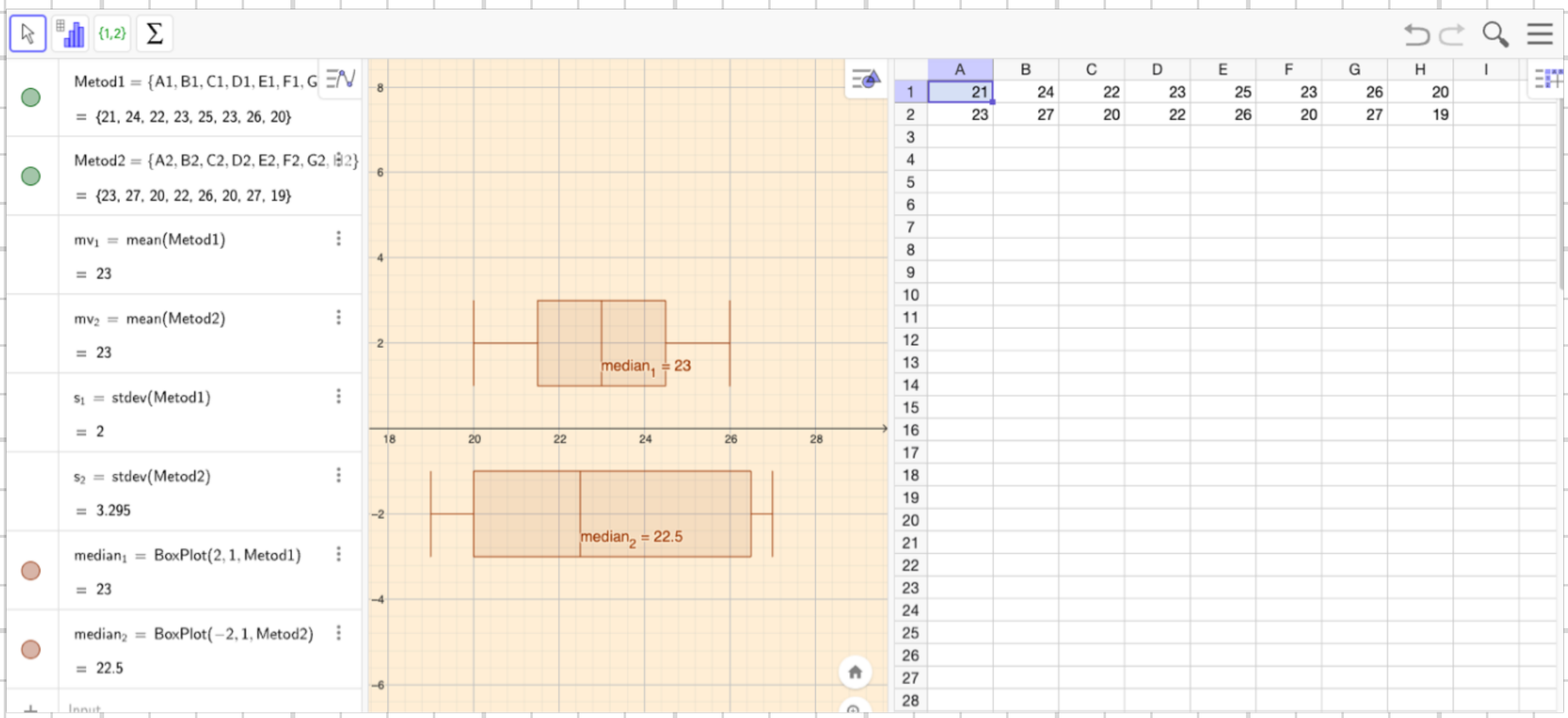
b) Rita lådagram över observationerna för respektive metod.

c) Vilken av metoderna skulle du rekommendera ingenjören att använda i fortsättningen? Motivera ditt svar.

6158. a) $mv_1 = \underline{23}$, $mv_2 = \underline{23}$

$s_1 = \underline{2}$, $s_2 = \underline{3,3}$

b) $median_1 = 23$, $median_2 = 22,5$



c) Metod 1 eftersom medelvärdet och median är likvärdiga, men metod 1 har lägre spridning både gentemot medelvärde och median

6159 Vad händer med medelvärdet, medianen, variationsbredden, kvartilavståndet och standardavvikelsen i en undersökning om samma tal adderas till alla observationsvärden?

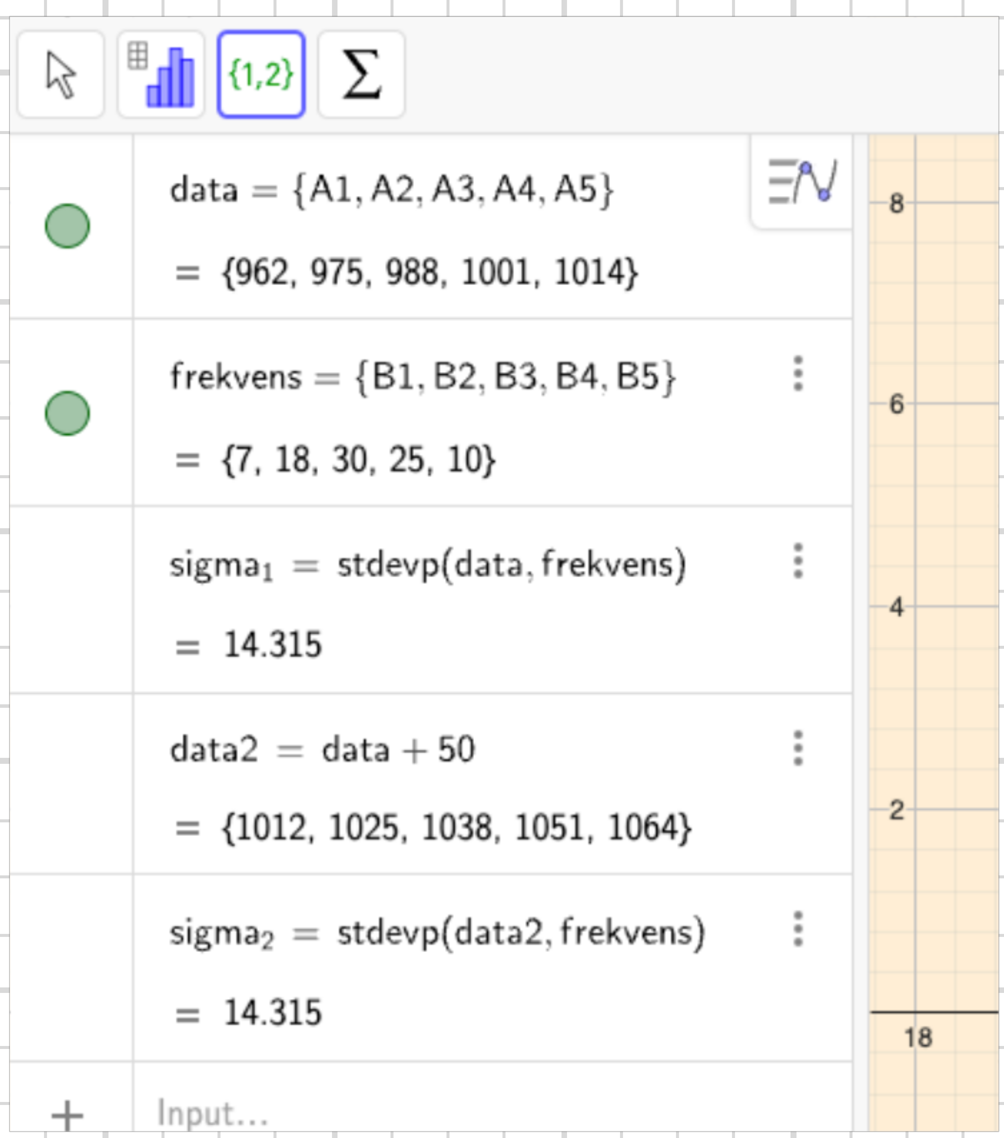
6159. Medelvärdet ökar
Medianen ökar
Variationsbredden förblir oförändrad
Kvartilavståndet förblir oförändrat
Standardavvikelsen förblir oförändrad

6160 En bonde gjorde i ordning påsar med morötter som han skulle leverera till en affär. Han vägde alla påsar och förde in resultatet i en tabell.

Vikt (g)	Frekvens
956-968	7
969-981	18
982-994	30
995-1 007	25
1 008-1 020	10

a) Bestäm standardavvikelsen.

b) Nästa dag upptäckte bonden att hans våg var felinställd och visade 50 g för lite. Vilket värde får standardavvikelsen i deluppgift a) om han räknar med de rätta vikterna?



6160.

a) $\underline{\sigma = 14,3 \text{ g}}$

b) $\underline{\sigma = 14,3 \text{ g}}$

(d v s oförändrad)

6161 Bertil och Nils ska finna ett antal statistiska mått till de två mätserierna du ser i den vänstra tabellen här nedanför. De har använt GeoGebra för att finna måtten till första serien, och noterat dem i listan till höger. Bertil börjar knappa in data för den andra serien, men Nils hejdar honom. Det här klarar vi lätt utan hjälp av GeoGebra, säger han.

Serie 1	Serie 2
6	3
7	4
9	6
10	7
11	8
11	8
12	9
12	9
16	13
17	14

Serie 1	
n	10
$\bar{x}$	11,1
σ	3,3
Q_1	9
Median	11
Q_3	12

a) Ge en förklaring till hur Nils kan ha tänkt.

b) Fyll värdena för serie 2 utan att använda något digitalt verktyg.

6161.

$\underline{n = 10}$ (samma som för serie 1)

$\underline{\bar{x} = 8,1}$ (alla värden är 3 enheter lägre)

$\underline{\sigma = 3,3}$ (spridningen oförändrad)

$\underline{Q_1 = 6}$ (alla värden är 3 enheter lägre)

$\underline{\text{Median} = 8}$ (alla värden är 3 enheter lägre)

$\underline{Q_3 = 9}$ (alla värden är 3 enheter lägre)

6162 I en klass med 25 elever har varje elev mätt sin längd. Klassens medellängd blev 153 cm och standardavvikelsen beräknades till 9 cm. Inom kort flyttar ett antal nya elever till klassen. Vilka längder bör dessa elever ha om både klassens medellängd och dess standardavvikelse ska förbli densamma, om det är

a) två elever som flyttar till klassen

b) tre elever som flyttar till klassen

6162. a) Elev 1: $153 - \sigma = 153 - 9 = \underline{144 \text{ cm}}$

Elev 2: $153 + \sigma = 153 + 9 = \underline{162 \text{ cm}}$

b) $\underline{\text{Elev 1: } x_1 = 153 \text{ cm}}$ $(\bar{x})$

Innan ökningen: $\sum(x-\bar{x})^2 = n \cdot \sigma^2 = 25 \cdot 9^2$

Efter ökningen:

$$\sum(x-\bar{x})^2 + (x_1-\bar{x})^2 + (x_2-\bar{x})^2 + (x_3-\bar{x})^2 = 28 \cdot 9^2$$

$$25 \cdot 9^2 + 0 + (x_2-\bar{x})^2 + (x_3-\bar{x})^2 = 28 \cdot 9^2$$

Symmetri ger att $x_2 = \bar{x} - q$, $x_3 = \bar{x} + q$ $\Rightarrow$

$$(-q)^2 + (q)^2 = (28-25) \cdot 9^2$$

$$2q^2 = 243$$

$$q \approx \pm 11 \quad \Rightarrow$$

$\underline{\text{Elev 2: } x_2 = 153 - 11 = 142 \text{ cm}}$

$\underline{\text{Elev 3: } x_3 = 153 + 11 = 164 \text{ cm}}$

6172 Vikten av en viss sorts paket syltsocker är normalfördelad med medelvikten 1 000 g och standardavvikelsen 10 g. Peder köper ett sådant paket syltsocker.

Anta att paketet som Peder köper väger x gram. Vilket/vilka av alternativen A–F nedan är korrekt?

Det är 84 % sannolikhet att:

A $x \geq 1\,010$

B $x \leq 1\,010$

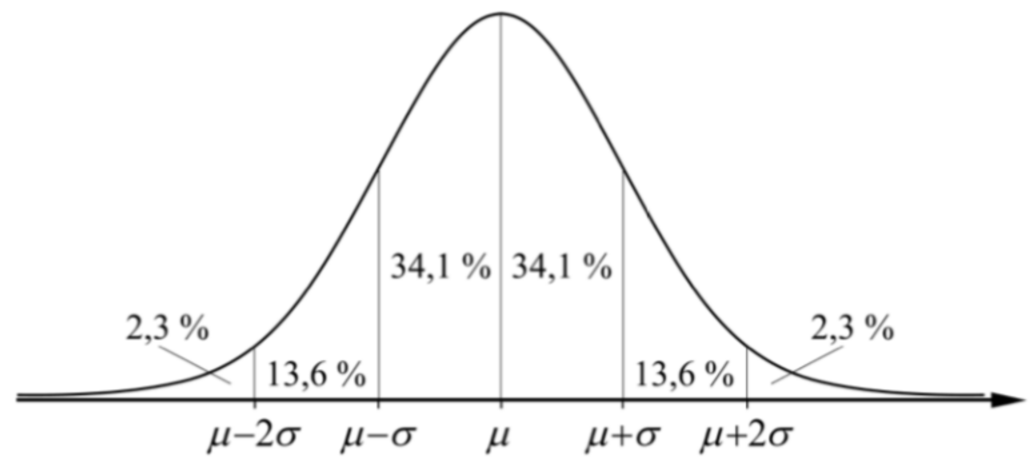
C $x \geq 990$

D $x \leq 990$

E $990 \leq x \leq 1\,010$

F $1\,000 \leq x \leq 1\,020$

(Np Ma2c ht 2013)



6172. $P = 84\%$ motsvarar ca $x \geq \mu - \sigma$ eller $x \leq \mu + \sigma$

B: $x \leq 1010$

C: $x \geq 990$

6173 Vid slutet av en kurs skrev 290 elever ett prov. Man gjorde ett slumpmässigt urval av 20 elevers testresultat. För dessa var medelvärdet 30,9 poäng och standardavvikelsen 5,1 poäng.

a) Hur många procent av eleverna kan förväntas ha fått mindre än 20 poäng om man förutsätter att resultatet för hela gruppen är normalfördelat med samma medelvärde och standardavvikelse som man fick från stickprovet?

b) Gränsen för betyget E var 20 poäng. Uppskatta hur många elever som fick E eller högre i betyg på provet.

c) Samma test har använts tidigare och då var medelvärdet 30,6 poäng och standardavvikelsen 5,2 poäng. Jämför resultaten.

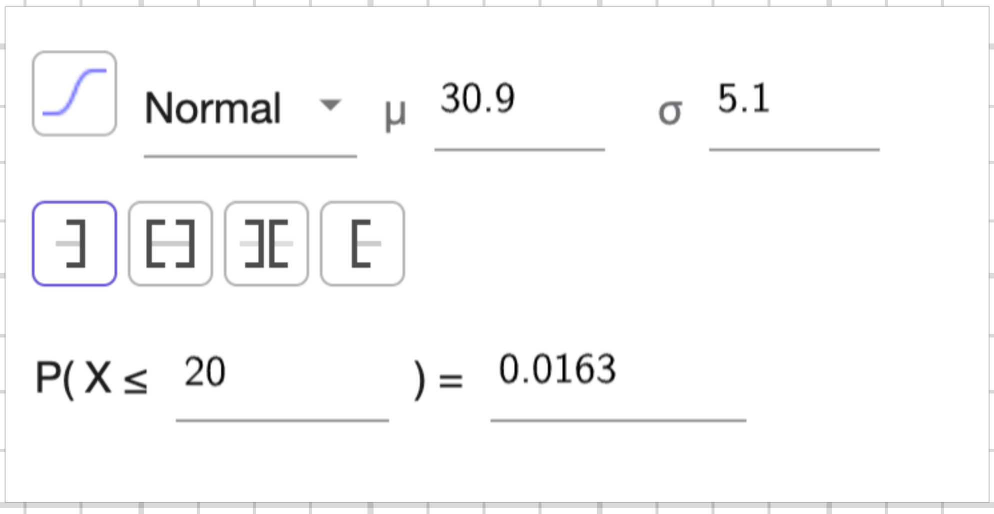
6173. Geogebra ger:

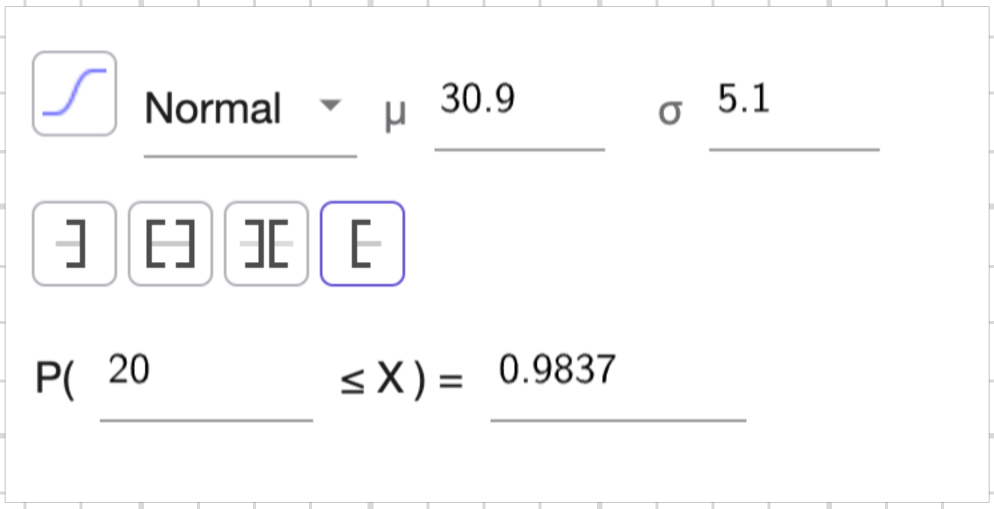
a) 1,63 %

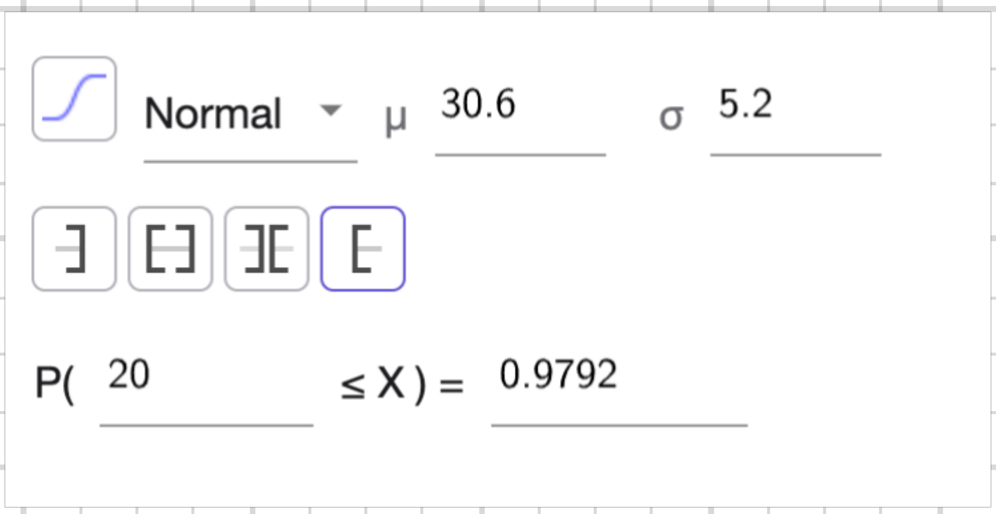
b) $0{,}9837 \cdot 290 \approx 285$ elever

c) $0{,}9792 \cdot 290 \approx 282$ elever

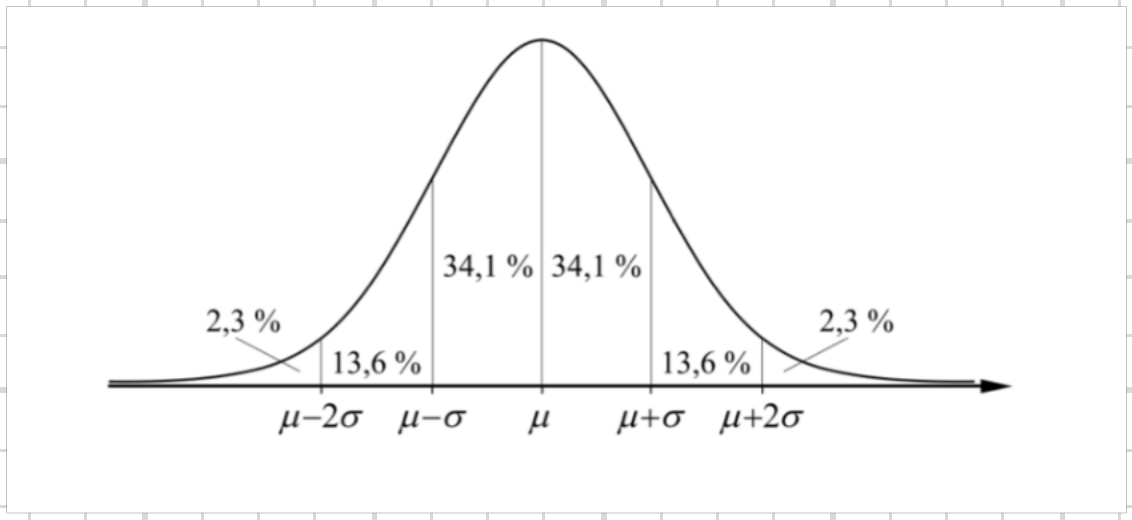
Testresultaten är snarlika.







6174 Vikten på burkar med fruktkonserver anses vara normalfördelad med standardavvikelsen 40 g. Hur stor måste medelvikten vara om 97,5 % av konservburkarna ska väga över 460 g?



6174. 97,5% motsvarar ca $\mu+2\sigma$ eller $\mu-2\sigma$

$\mu-2\sigma \geq x$

$\mu-2\cdot 40 \geq 460 \Rightarrow \underline{\mu \geq 540}\,g$

6175 I ett område där hastigheten är begränsad till 30 km/h hade man en hastighetskontroll. Man mätte hastigheten hos 15 bilar. Resultatet i km/h såg ut så här:

35, 36, 28, 35, 31, 33, 38, 42, 30, 34, 29, 31, 35, 39, 37

Hur stor andel av bilarna körde för fort, om man antar att hastigheten för alla bilar är normalfördelad på samma sätt som stickprovsresultatet?

6175. Geogebra ger:

ca 86%

6176 Vid en undersökning av golfpeggars vikt mättes 641 stycken slumpmässigt valda golfpeggar. Dessa hade en medelvikt på 1,04 g med en standardavvikelse på 0,09 g. Peggarnas vikt antas vara normalfördelad.

a) Bestäm andelen peggar som har en vikt mellan 1,00 g och 1,10 g.

b) Uppskatta den övre och undre kvartilen för golfpeggarnas vikt. Förklara i ord vad den säger om fördelningen av golfpeggarnas vikter.

c) I ett parti på 10 000 golfpeggar var 8 650 stycken tyngre än *x* g. Bestäm *x*.

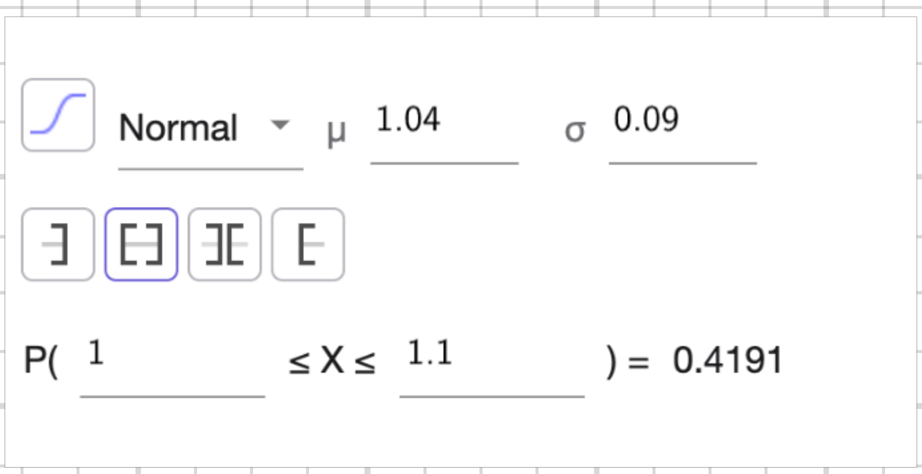
6176. Geogebra ger:

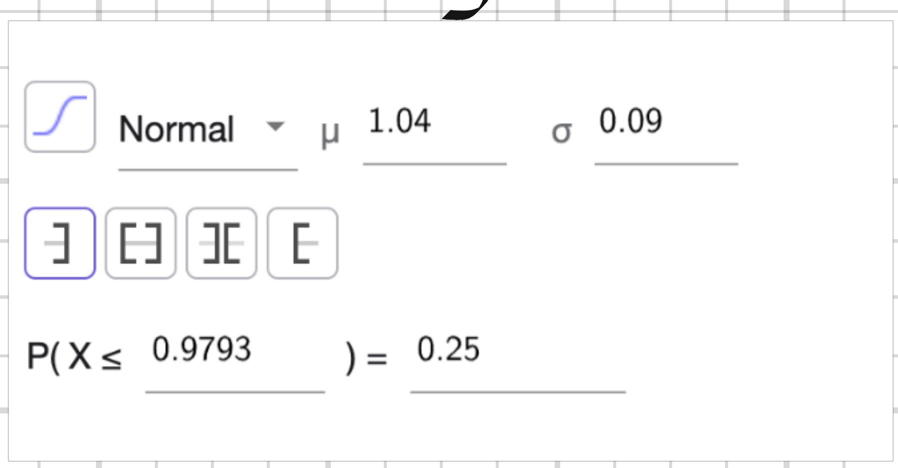
a) ca 42%

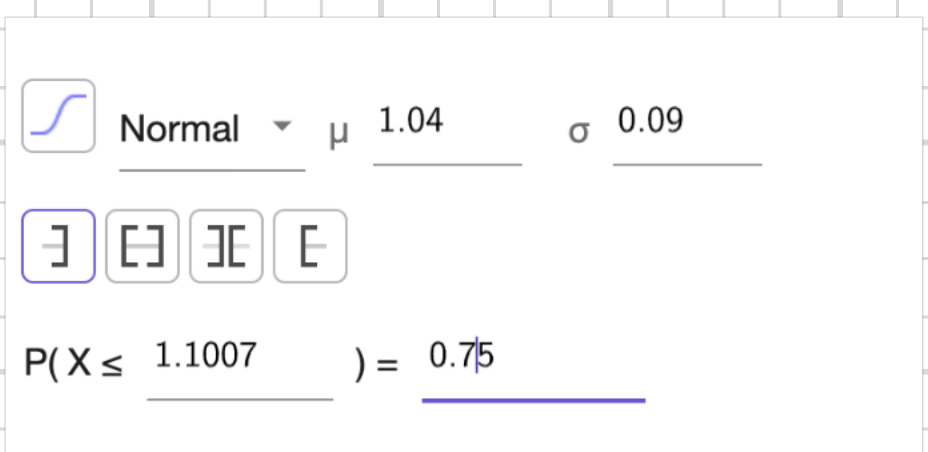
b) $Q_1 = 0.98$ g , $Q_3 = 1.10$ g

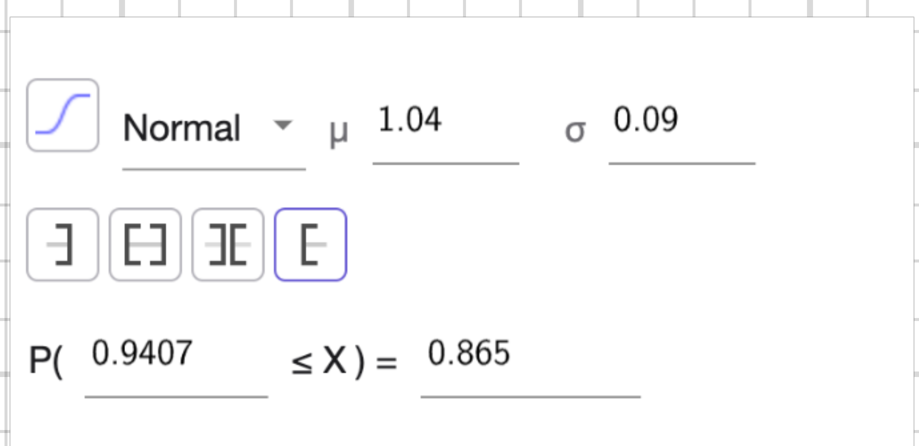
50% av peggarn har en vikt mellan 0.98 och 1.10 gram.

c) 86.5% motsvarar $x = 0.94$ g.









6177 En minkfarmare uppskattar att längden på minkarna är normalfördelad. Honorna har medellängden 34 cm och standardavvikelsen 3,6 cm. I farmen finns 1 200 djur och 75 % är honor.

a) Ungefär hur många minkhonor är mellan 30 och 42 cm långa?

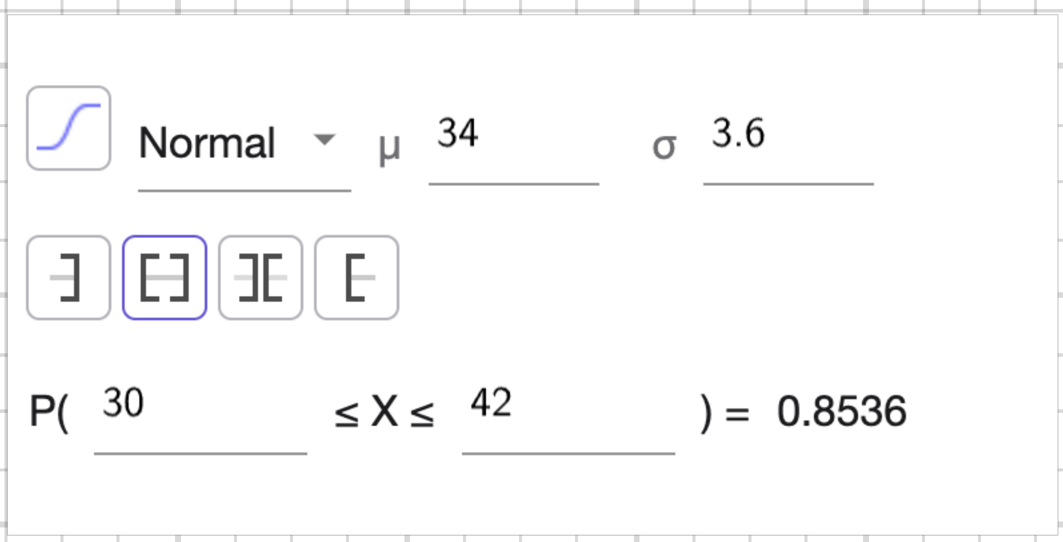
b) Bland hanarna är det bara 8 stycken som är kortare än 34 cm. Bestäm standardavvikelsen för hanarnas längd om medellängden är 45 cm.

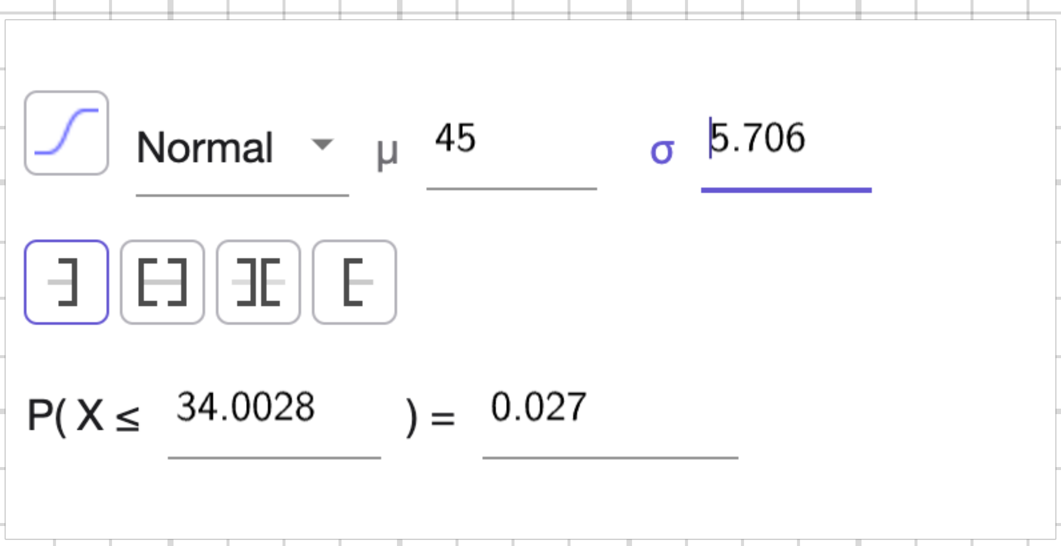
6177. Geogebra ger:

a) $0.854 \cdot 0.75 \cdot 1200 = \underline{770 \text{ st}}$

b) Andel hanar < 34 cm $= \dfrac{8}{0.25 \cdot 1200} = 0.027 \Rightarrow$

$\sigma = \underline{5.7 \text{ cm}}$ (ber. genom "prövning" till $P(X \leq 34) = 0.027$)





6178 En årskurs med 100 elever hade haft prov i historia. Man kunde få max 52 poäng på provet, medelvärdet var 33,0 poäng, medianen 36 poäng och standardavvikelsen 5,5 poäng. Artur påstår att det betyder att bara två eller möjligen tre elever hade mindre än 22 poäng på provet. Affe säger att man inte kan dra den slutsatsen. Hur kan Artur och Affe ha resonerat? Vem har rätt?

6178. Artur har rätt, men bara förutsatt att datamängden kan anses vara normalfördelad.

Normal μ 33 σ 5.5

$P(X \leq 22) = 0.0228$

6179 Jesper testar sin reaktionsförmåga. Reaktionstiden vid testet kan anses normalfördelad kring medelvärdet 0,17 s med standardavvikelsen 0,04 s. Hans reaktionstid var i det testet 0,14 s.

Hans kompis Jonatan har testat sin reaktionstid i ett annat test, där resultatet ansågs normalfördelat kring 0,21 s med standardavvikelsen 0,09 s. Jonatans reaktionstid var i det testet 0,19 s. Vem av dem har bäst reaktionsförmåga? Motivera ditt svar.

Normal μ 0.17 σ 0.04

$P(X \leq 0.14) = 0.2266$

Normal μ 0.21 σ 0.09

$P(X \leq 0.19) = 0.4121$

6179. Jesper är snabbast med minst andel av populationen med 23% mot Hans 41%.

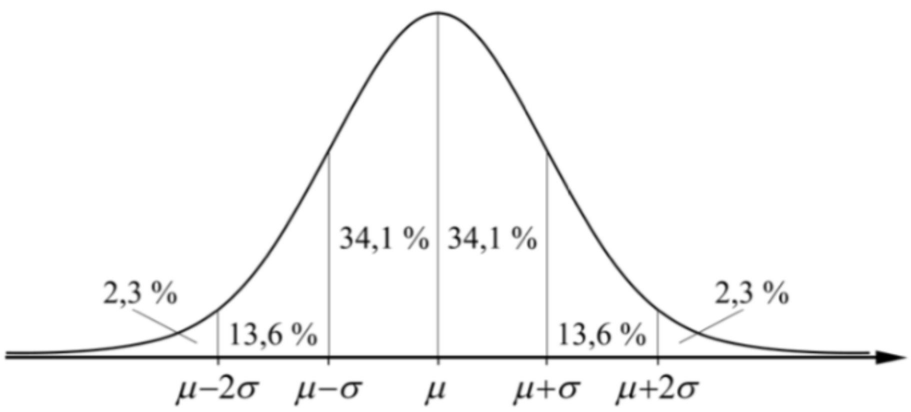
6180 En hattmakare funderar på att börja tillverka studentmössor. Det går ungefär 1 500 elever i varje årskurs i kommunens gymnasieskola. Statistiken visar att huvudets omkrets är normalfördelad med medelvärdet 57,7 cm och standardavvikelsen 2,8 cm.

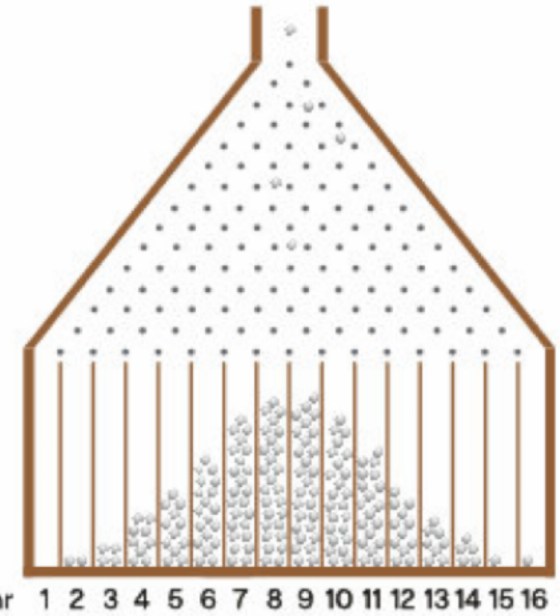
Mössans storlek anges av omkretsen i hela centimeter. Ungefär hur många mössor bör hon tillverka i varje storlek?

6180.

storlek	intervall	andel	antal
50	49-51	0,0074	11
52	51-53	0,0383	57
54	53-55	0,1208	181
56	55-57	0,2338	351
58	57-59	0,2775	416
60	59-61	0,2019	303
62	61-63	0,0331	50
64	63-65	0,0246	37
66	65-67	0,0041	6

6181 En Galtonbräda är en anordning som används för att illustrera normalfördelning. Kulor släpps ner och ändrar riktning genom att passera ett antal spikar. Kulorna hamnar i olika fack och antalet kulor i facken blir ungefär normalfördelat kring mitten av brädan. Se figur.





Vid ett experiment släpptes 1 478 kulor ner i en Galtonbräda med 16 fack. I fack 6 hamnade 136 kulor, i fack 7 hamnade 223 kulor och i fack 8 hamnade 281 kulor. Hur många kulor bör ha hamnat i fack 5?

(Np Ma2c vt 2015)

6181.

Fack 7 och 8 motsvarar σ, dvs 34.1%

eller $0.341 \cdot 1478 = 504$ st

Jmf verkligt utfall: $223 + 281 = 504$ st

Fack 5, 6, 7 och 8 motsvarar 2σ, dvs 47.7%

eller $0.477 \cdot 1478 = 705$ st

Vi vet att det hamnat 136 kulor i fack 6.

Då bör fack 5 innehålla $705 - 504 - 136 = \underline{65}$ kulor

6212 Ia planterar skog. Medelhöjden på de plantor som hon sätter ut är 11 cm. Varje år mäter hon sedan plantornas medelhöjd och för in resultatet i en tabell.

Tid (år)	0	1	2	3	4	5
Medelhöjd (cm)	11	19	30	39	45	56

a) Anpassa en rät linje till mätpunkterna och ange linjens ekvation i formen $y = kx + m$.

b) Tolka betydelsen av k och m i ekvationen.

c) Efter hur många år bör hon gallra skogen om man räknar med att det bör ske när plantornas medelhöjd är 2 meter?

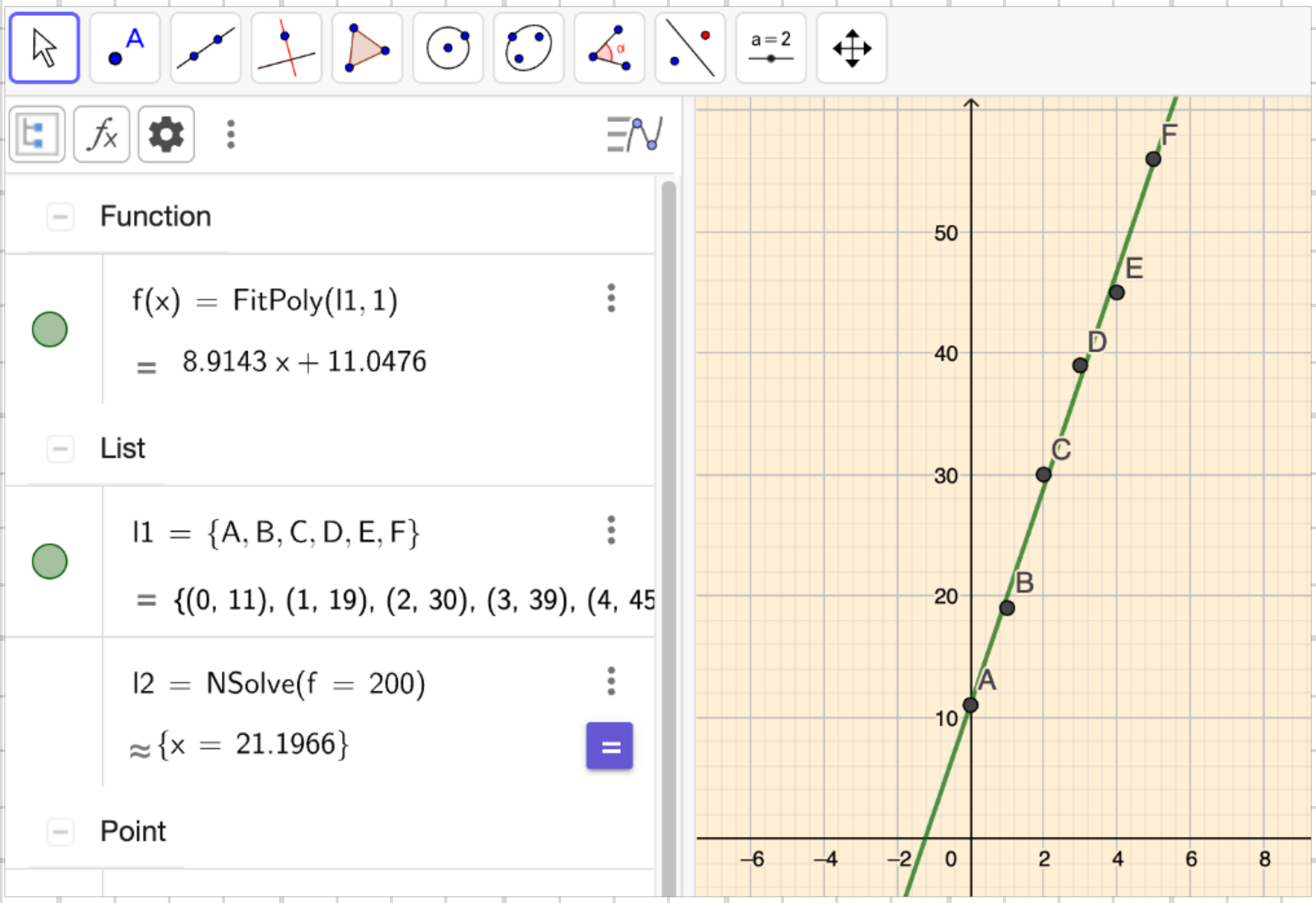
6212. Geogebra ger:

a) $y = 8{,}9x + 11{,}0$ (cm)

b) k är tillväxthastigheten i cm/år

m är medelhöjden vid planteringen

c) Efter ca 21 år



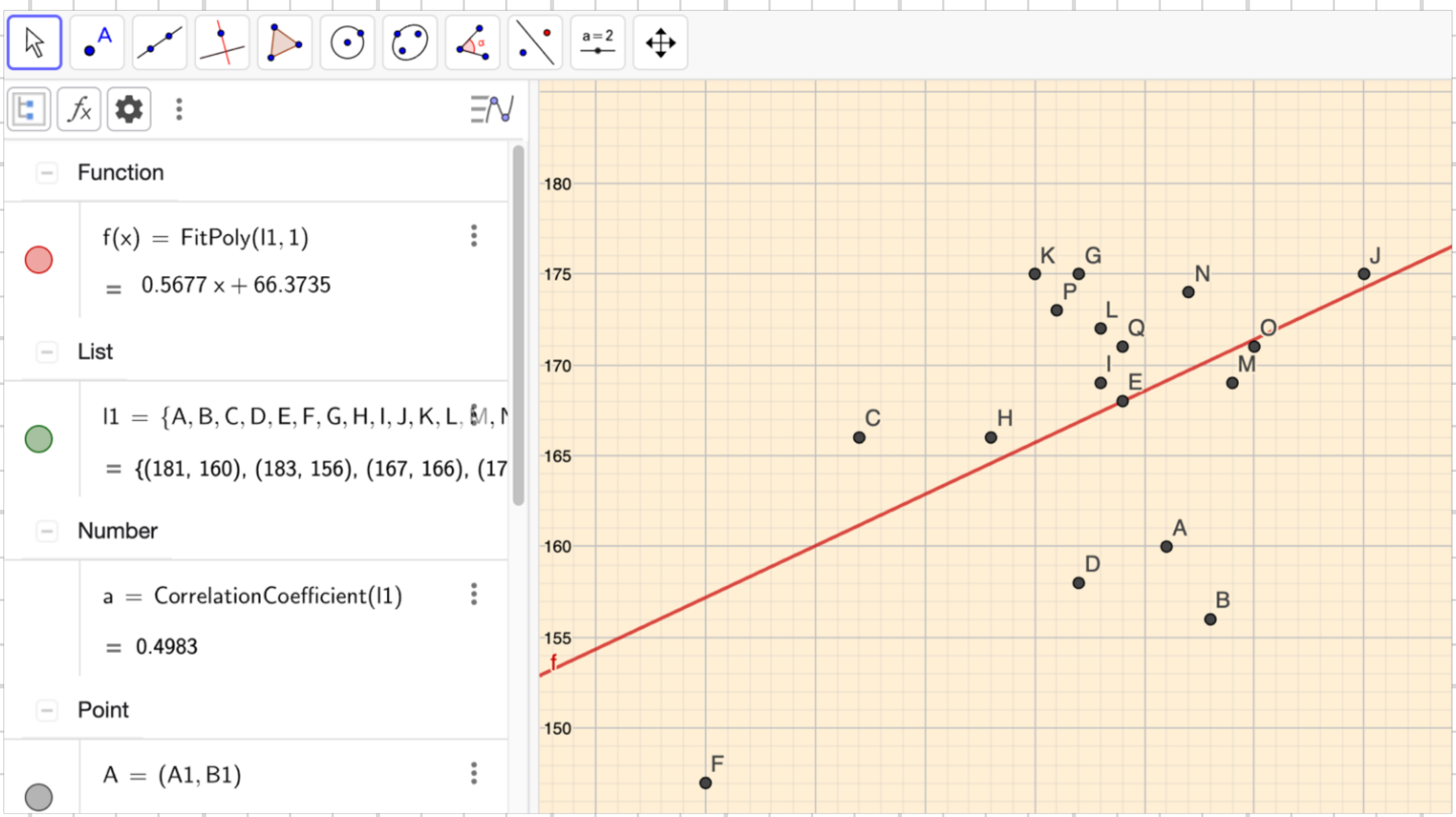
6213 Tabellen visar kroppslängden för 17 sambopar.

Man	Kvinna
181	160
183	156
167	166
177	158
179	168
160	147
177	175
173	166
178	169

Man	Kvinna
190	175
175	175
178	172
184	169
182	174
185	171
176	173
179	171

Gheorghe säger att han har hört att kroppslängden påverkar val av partner. Undersök om det ligger något i Gheorghes påstående.

6213. Nja, en viss svag korrelation föreligger med korrelationsfaktorn $r = 0.5$



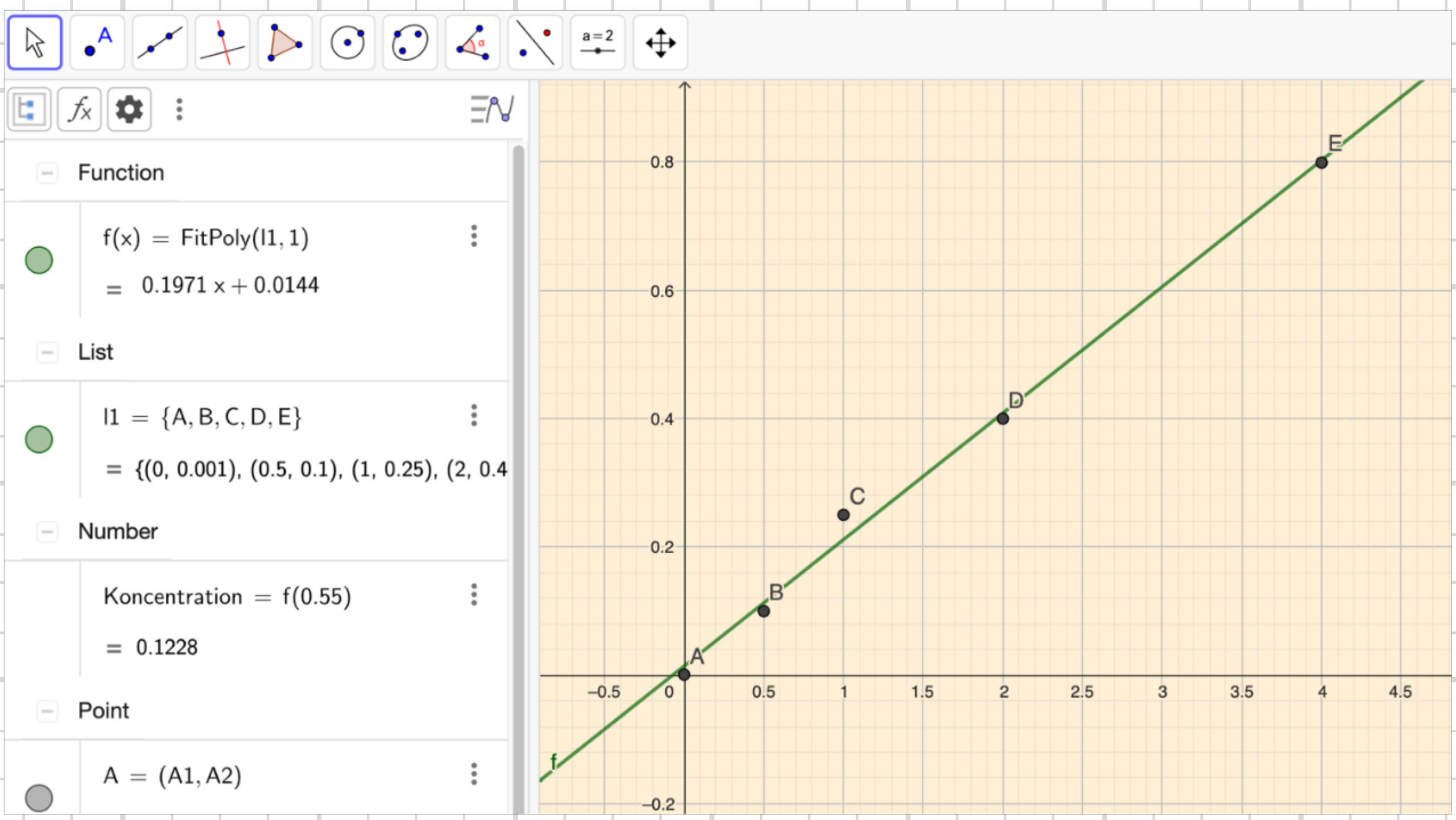
6214 På en kemilaboration ska Moa och Leon ta reda på kopparjonkoncentrationen i ett vattenprov genom att mäta absorbansen med hjälp av en spektrofotometer. Först måste de ta upp en kalibreringskurva. De mäter då absorbansen i olika prov med känd koncentration av kopparjoner och får följande värden:

Cu^{2+}-konc. (mg/l)	0,0	0,5	1,0	2,0	4,0
Absorbans	0,001	0,100	0,250	0,400	0,799

De prickar in sina värden i ett diagram och anpassar en linje till värdena. Sedan mäter de absorbansen i det okända provet till 0,550. Vilken kopparjonkoncentration har provet?

6214. Geogebra ger:

Cu^{2+}-koncentrationen $f(0{,}55) = 0{,}123$



6215 Daniel mäter massan av ett mätglas fyllt med olika mängd olja.

Volym (cm^3)	Massa (g)
25	66
85	119
110	142
165	190
190	212
250	243

a) För in mätpunkterna i ett diagram med massan i gram på y-axeln och volymen i kubikcentimeter på x-axeln.

b) Anpassa en rät linje i formen $y = kx + m$ till mätpunkterna.

c) Vilken enhet har linjens k-värde?

d) Tolka betydelsen av linjens k-värde.

e) Tolka betydelsen av linjens m-värde.

6215. Geogebra ger:

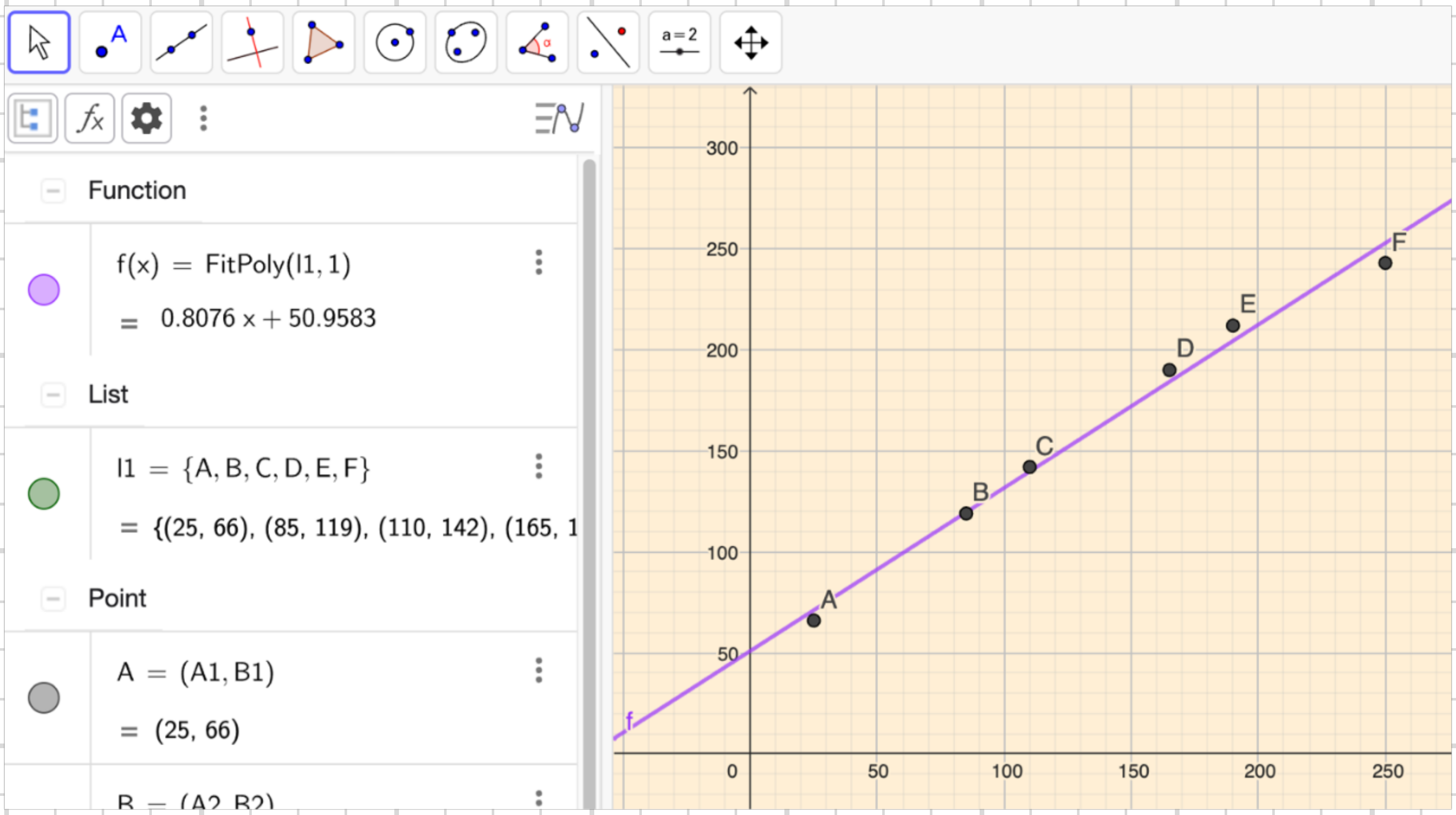
b) $y = 0.81x + 51$

c) k har enheten g/cm^3

d) Oljans densitet (specifika vikt)

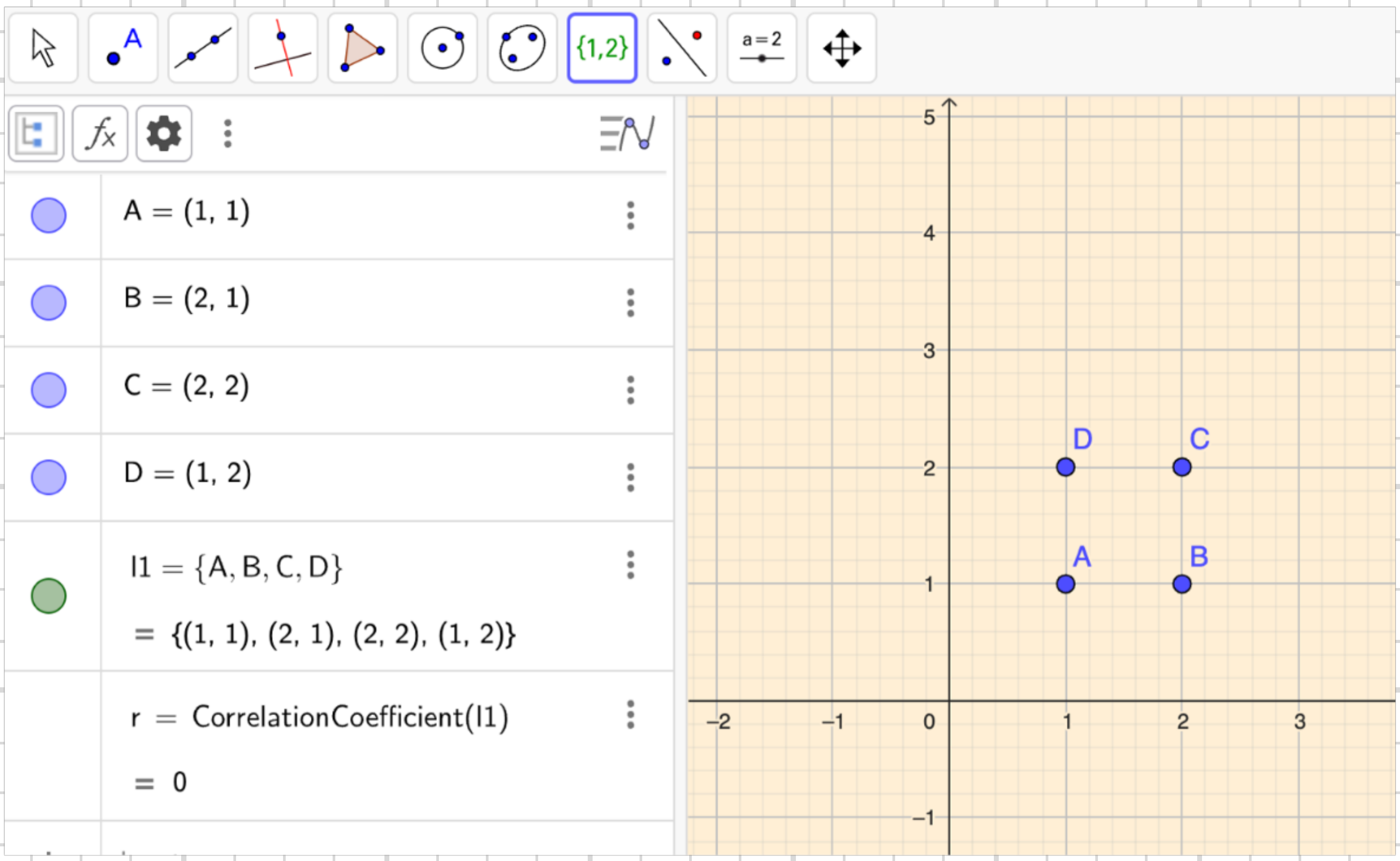
e) Mätglasets massa

a)



6216 Ange en mätserie med två storheter där korrelationskoefficienten är 0. Serien ska innehålla minst fyra punkter.

6216. (1,1), (2,1), (2,2), (1,2)

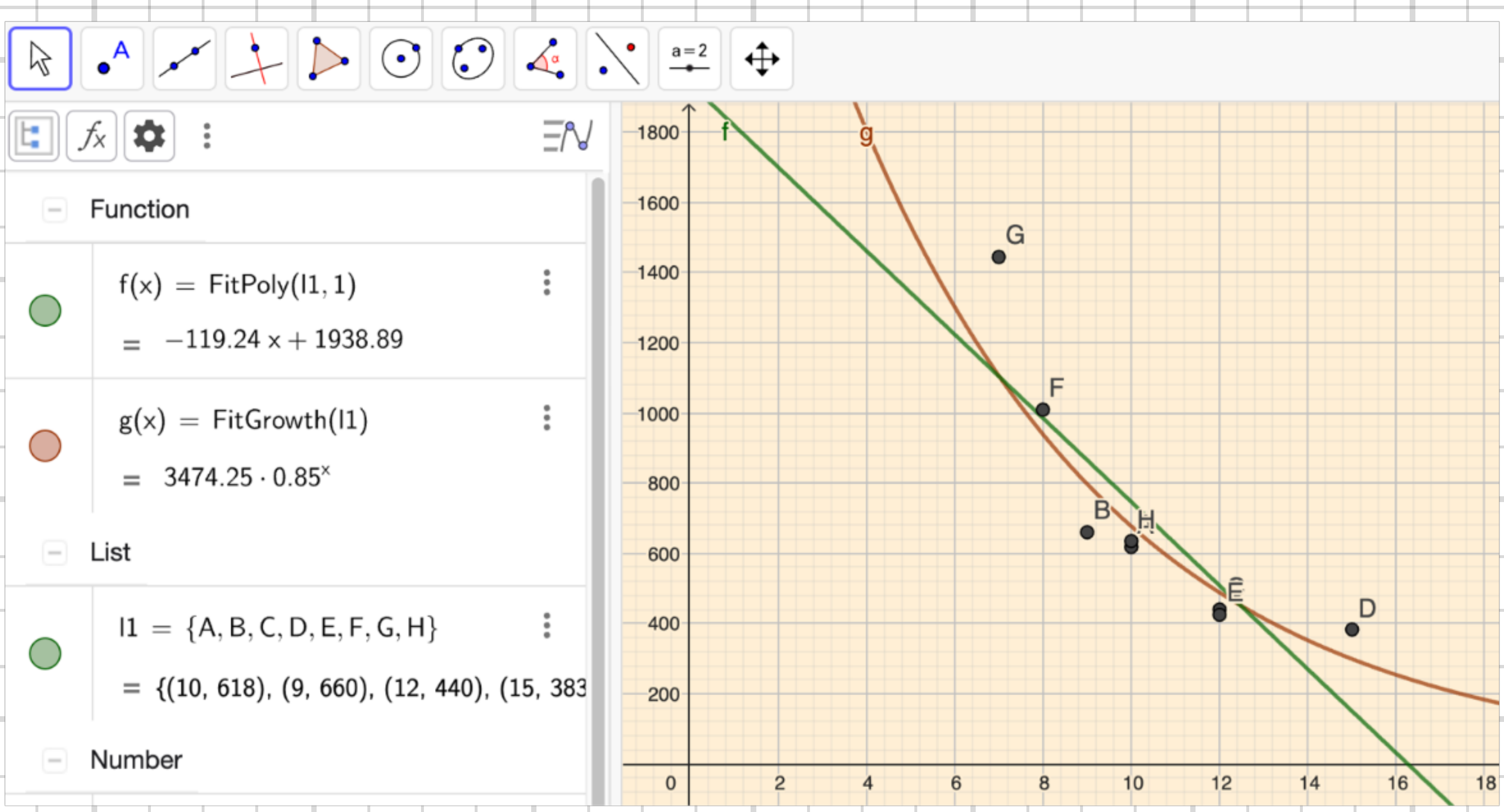


6217 På Gugges bageri undrade man hur priset på kanelbullar påverkade försäljningen. Under tio höstveckor ändrade man priset och noterade hur många bullar man sålde per vecka. Tabellen visar resultatet.

Pris per bulle (kr)	Antal sålda bullar
10	618
9	660
12	440
15	383
12	425
8	1 009
7	1 444
10	635

Hur väl passar det att modellera sambandet med en rät linje? Motivera ditt svar.

6217. Sambandet skulle kunna approximeras med ett linjärt samband, men också med ett exponentiellt. Svårt att avgöra med $r = -0{,}85$.



6225 I en almanacka finns tider för hur länge solen är uppe. Tabellen här nedanför visar dagens längd i Stockholm under sommarhalvåret. Med hjälp av en andragradsfunktion kan man skapa en modell för hur dagens längd beror av tiden mätt i antalet dygn efter nyår.

Datum	1/4	1/5	1/6	1/7	1/8	1/9
Dygn nr	91	121	152	182	213	244
Dagens längd	13,2	15,8	18,0	18,4	16,6	14,1

a) Sätt dygnets nummer till x, dagens längd till y timmar och anpassa en andragradfunktion till dina värden.

b) Hur länge är solen uppe på valborgsmässoafton enligt denna modell?

c) Vilken är årets längsta dag enligt modellen?

d) Reflektera över hur väl modellen beskriver dagens längd. Gäller den andra orter i Sverige?

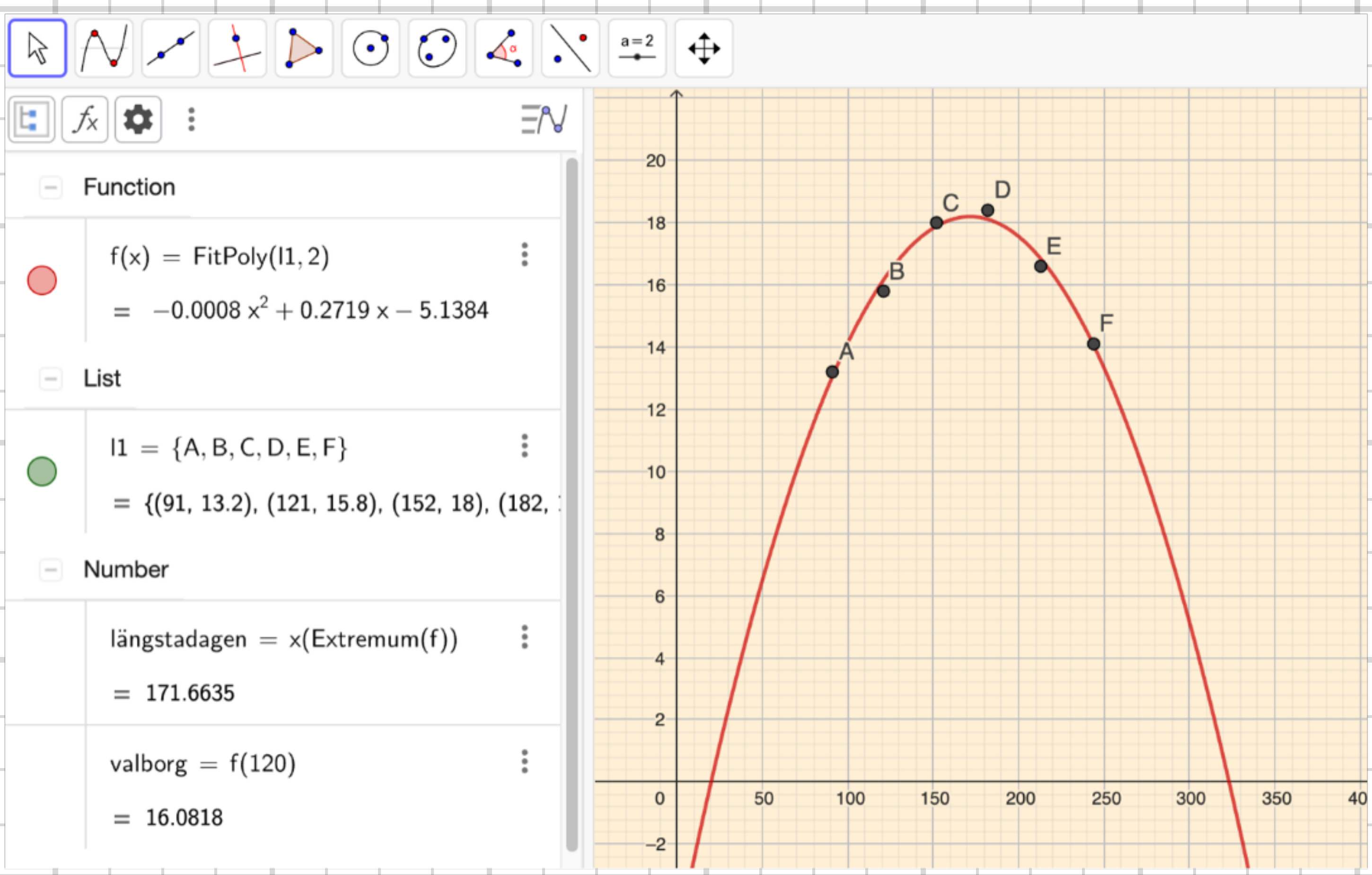
6225. Geogebra ger:

a) $-0{,}0008x^2 + 0{,}2719x - 5{,}1383$

b) 16,1 h

c) Dygn 172

d) En hyfsad modell men inte "särskilt" precis.



6226 Vi återvänder till försäljningen av kanelbullar på Gugges bageri från uppgift 6217.

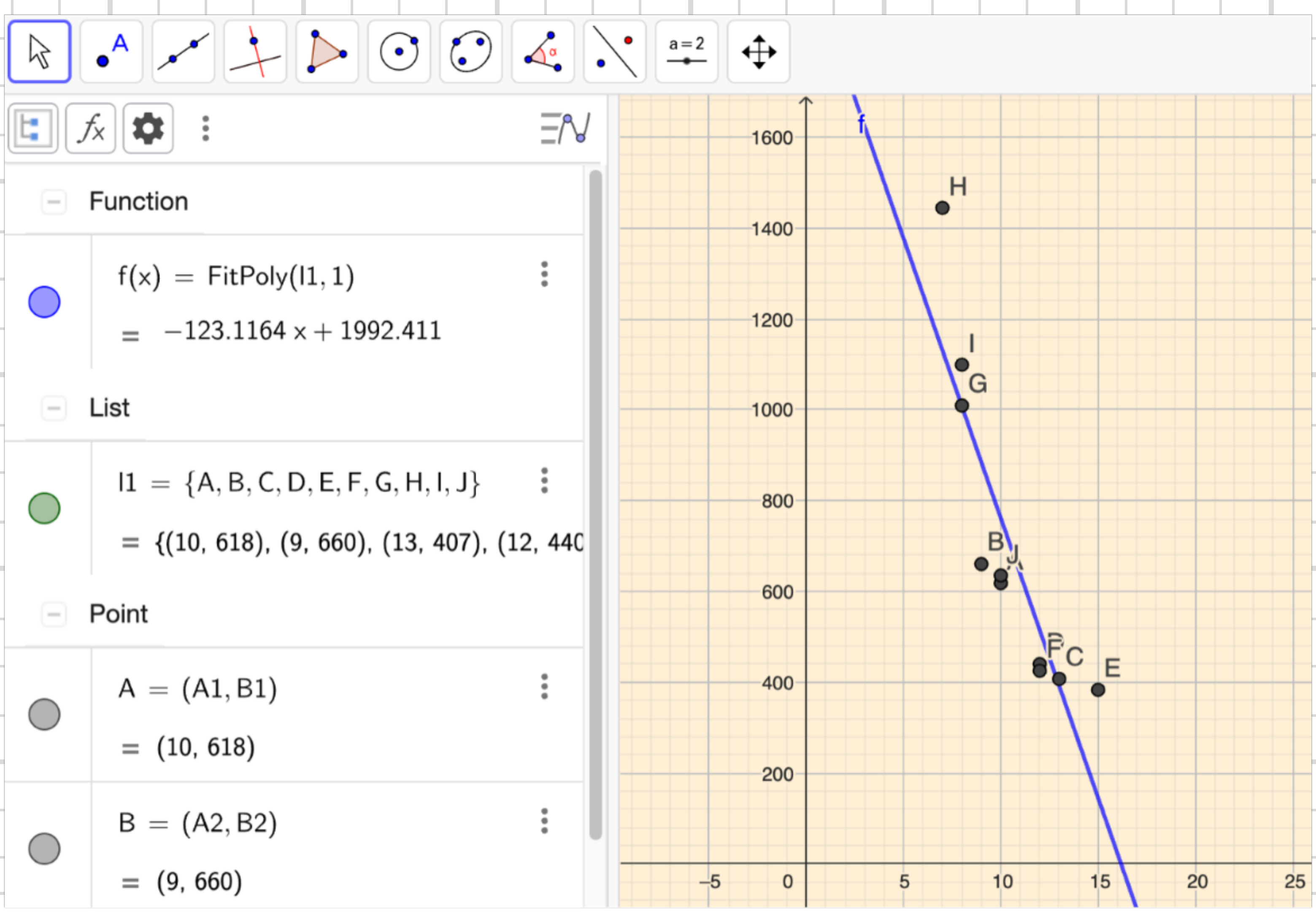
Pris per bulle (kr)	Antal sålda bullar
10	618
9	660
13	407
12	440
15	383
12	425
8	1 009
7	1 444
8	1 099
10	635

a) Bestäm ett linjärt samband mellan antalet sålda bullar y st och priset per bulle x kr.

b) Tolka innebörden av linjens riktningskoefficient.

6226. a) $y = -123x + 1992$

b) Sänkningshastigheten i antalet sålda bullar per kr pris.



6227 Tabellen visar hur folkmängden förändrats i Storumans kommun från 1970 till 2020.

År	Folkmängd
1970	8 761
1975	8 439
1980	8 330
1985	8 201
1990	7 735
1995	7 438
2000	6 934
2005	6 507
2010	6 120
2015	5 943
2020	5 826

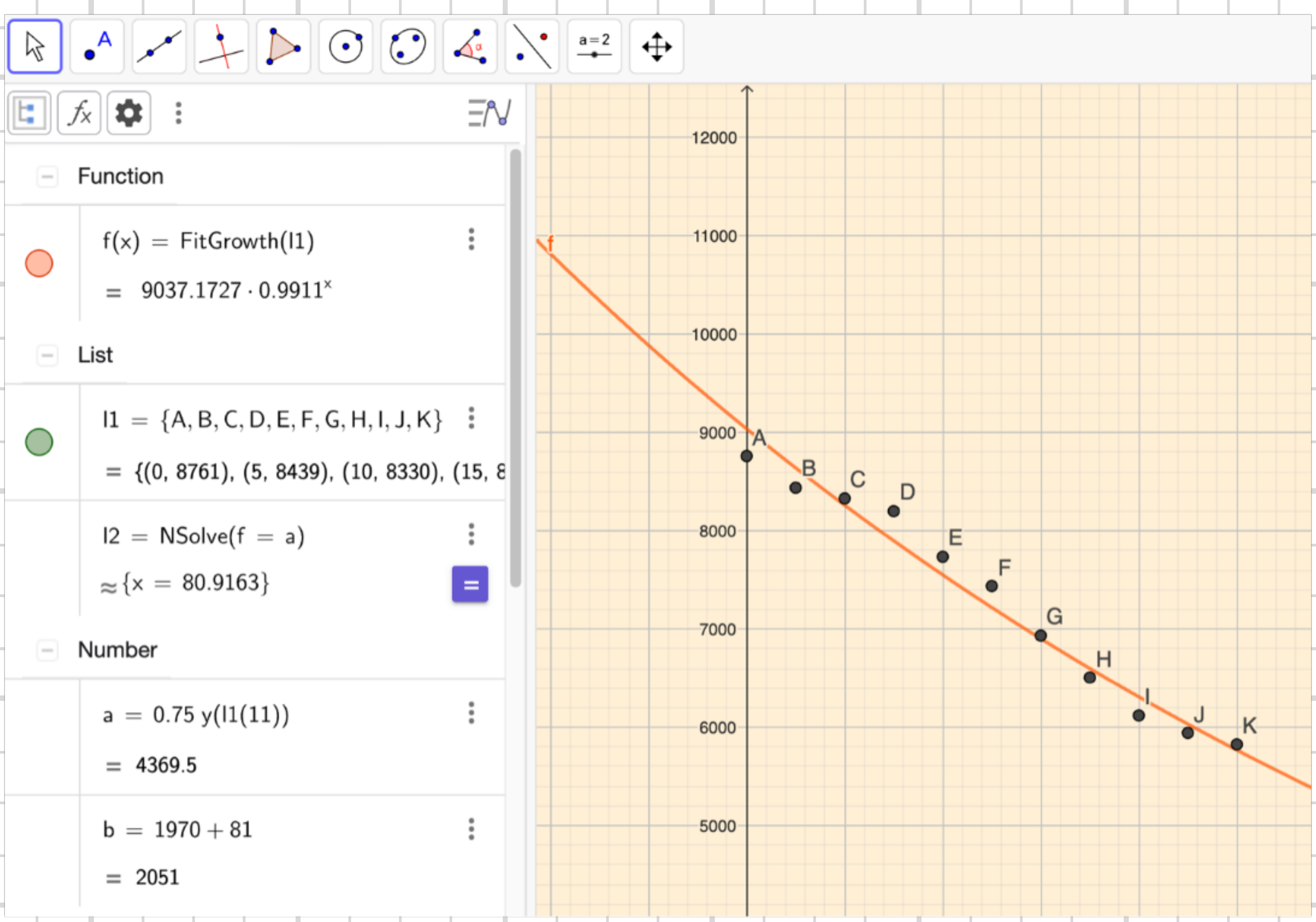
a) Anpassa en exponentiell modell som visar befolkningsutvecklingen, där folkmängden är en funktion av antalet år efter 1970.

b) Vilket år kommer enligt modellen kommunens folkmängd ha sjunkit till 75 % jämfört med år 2020?

6227. Geogebra ger:

a) $y = 9037 \cdot 0.991^x$

b) År 2051



6228 Vilken typ av regressionsmodell passar bäst (välj bland alternativen A–E nedanför) om man vill finna en funktion som beskriver

a) hur vikten av en bräda beror av dess längd

b) hur vikten av ett äpple beror av dess bredd

c) hur stoppsträckan beror av hastigheten när en bil tvingas bromsa för ett hinder

d) hur antalet kaniner ökar med tiden när de får fortplanta sig fritt på en öde ö

A Linjär funktion
B Exponentialfunktion
C Polynomfunktion
D Potensfunktion
E Logaritmfunktion

6228. a) A - linjär funktion

b) D - potens funktion

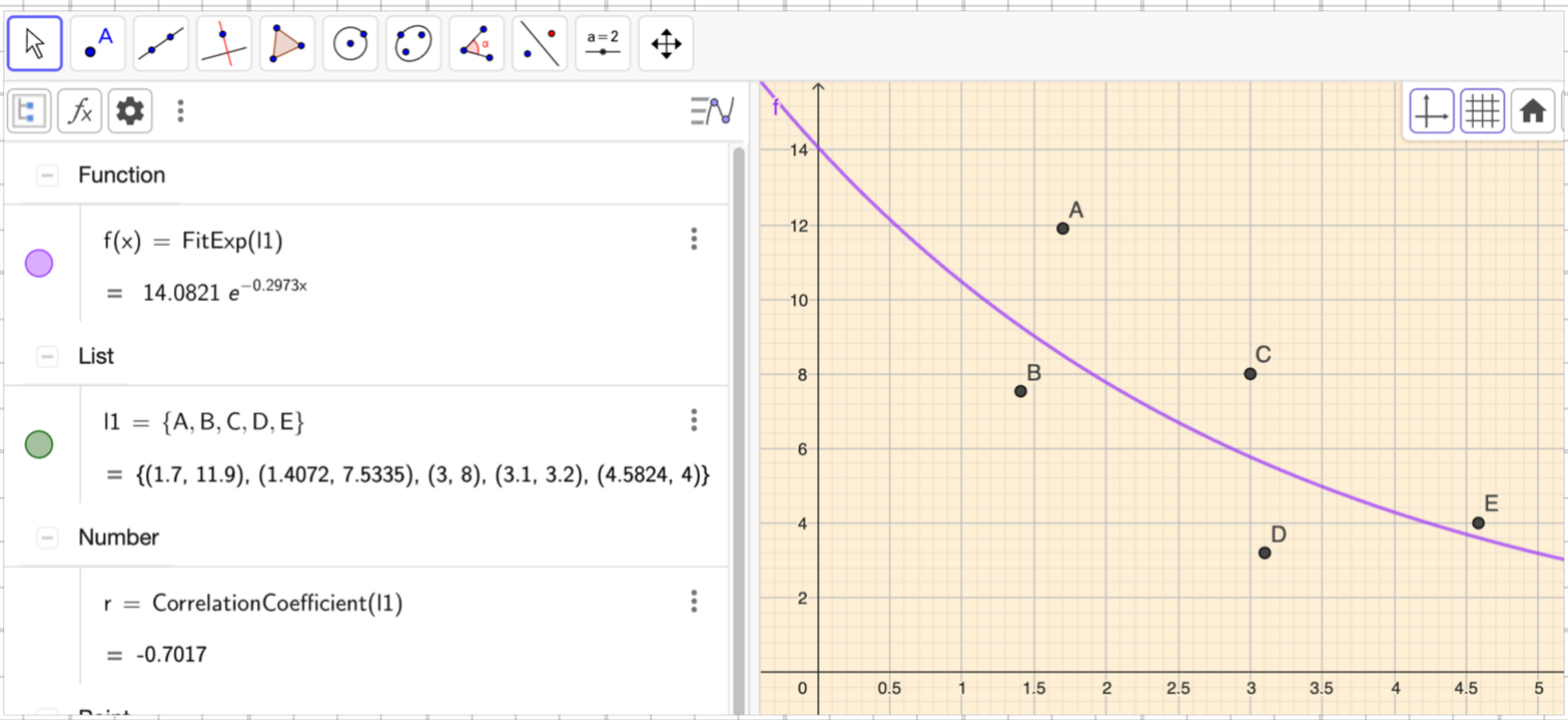
c) C - polynom funktion

d) B - exponential funktion

6229 a) Ta fram en tabell med två datamängder. Det ska finnas en negativ korrelation mellan datamängderna och korrelationskoefficienten ska vara ungefär −0,7.

b) Utgå från din tabell som du konstruerade i deluppgift a) och se om du kan finna någon annan typ av regressionsmodell som passar bättre till datamängderna än en linjär modell.

6229. ~~En utomordentligt korkad övningsuppgift!~~



6230 Under en period på sommaren ökar antalet humlor i ett naturreservat exponentiellt. Antalet humlor, y, är en funktion av tiden x dygn efter 1 juli, dvs. $y = f(x)$. En entomolog gjorde följande uppskattning av antalet humlor.

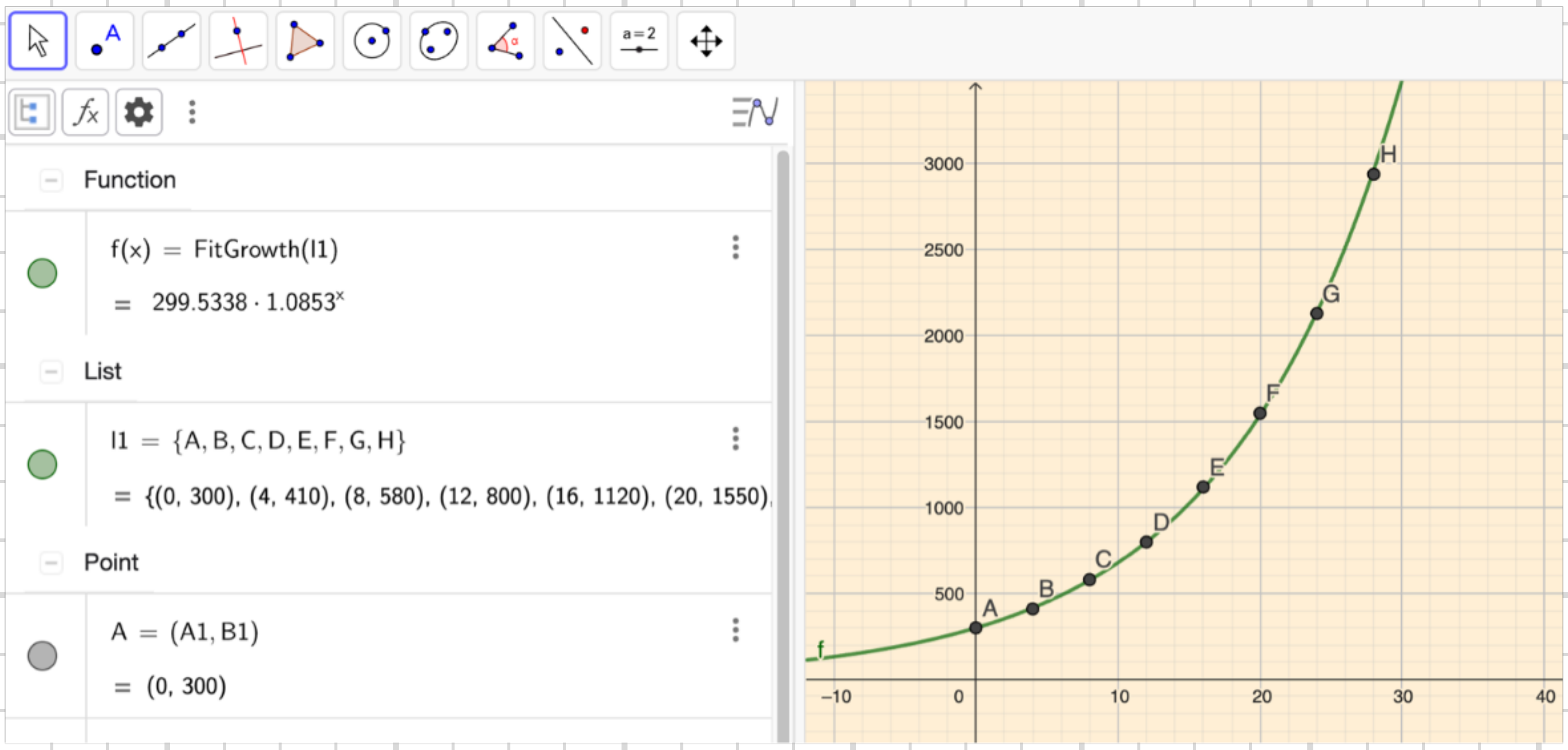
x	y
0	300
4	410
8	580
12	800
16	1 120
20	1 550
24	2 130
28	2 940

a) Mata in dessa data i ett kalkylblad och finn en lämplig funktion f som passar till mätserien, dvs. att y är en funktion av x.

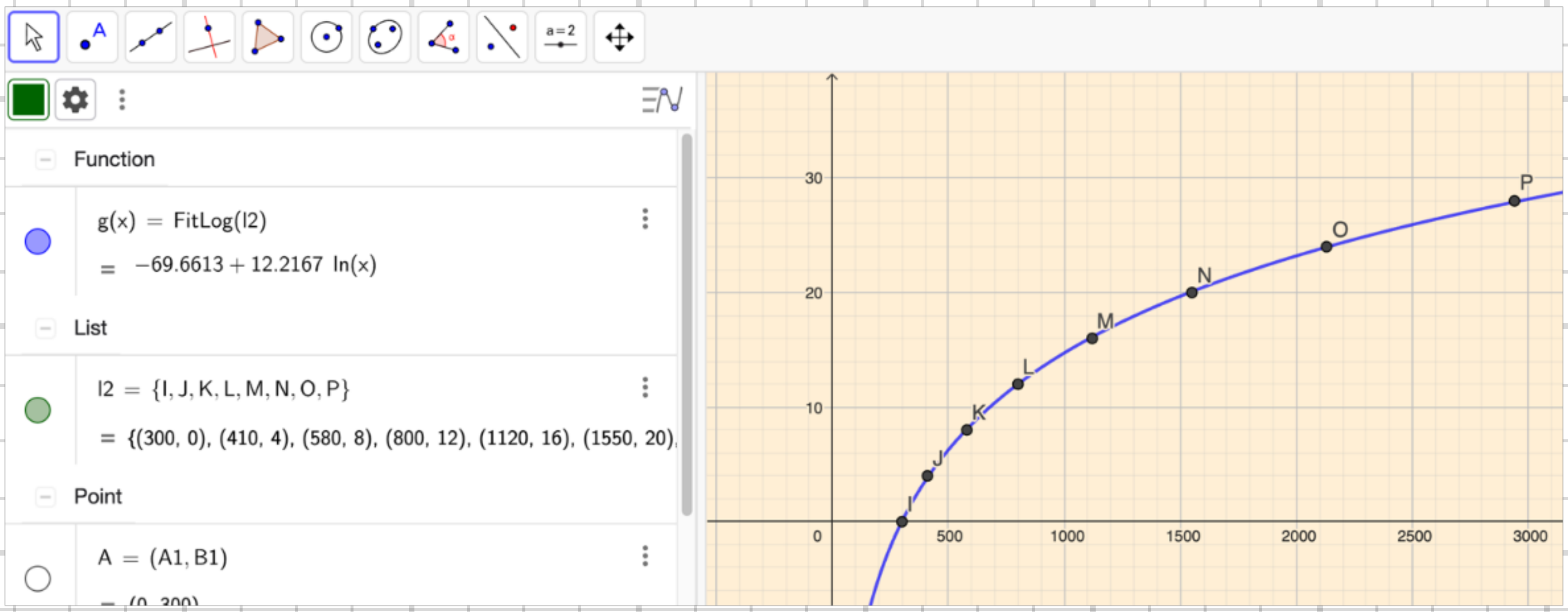
b) I GeoGebra kan man låta mätvärdena byta plats på axlarna genom att använda knappen X⇄Y. Det innebär att vi får den inversa funktionen $x = g(y)$. Vilket samband visar den funktionen?

c) Vilken typ av funktion borde g vara?

6230. a) $\underline{y = 300 \cdot 1{,}085^x}$ (exponential funktion)



b+c) $\underline{y = -69{,}7 + 12{,}2 \ln x}$ (ln-funktion)



6231 Tabellen visar mankhöjd och vikt för nio älgar i ett naturreservat.

Namn	Mankhöjd (cm)	Vikt (kg)
Rex	187	385
Gråfäll	181	390
Alkis	200	455
Moses	193	440
Helge	198	465
Forrest	203	530
Tage	211	600
Bullen	199	475
Klöver	189	420

a) Bestäm ett linjärt samband mellan vikten y kg och mankhöjden x cm.

b) Utgå från det linjära sambandet som du bestämde i deluppgift a). Tolka betydelsen av riktningskoefficienten i detta sammanhang.

c) Prova att anpassa någon annan typ av regressionsmodell. Finner du någon modell som passar bättre till dessa data och i så fall vilken?

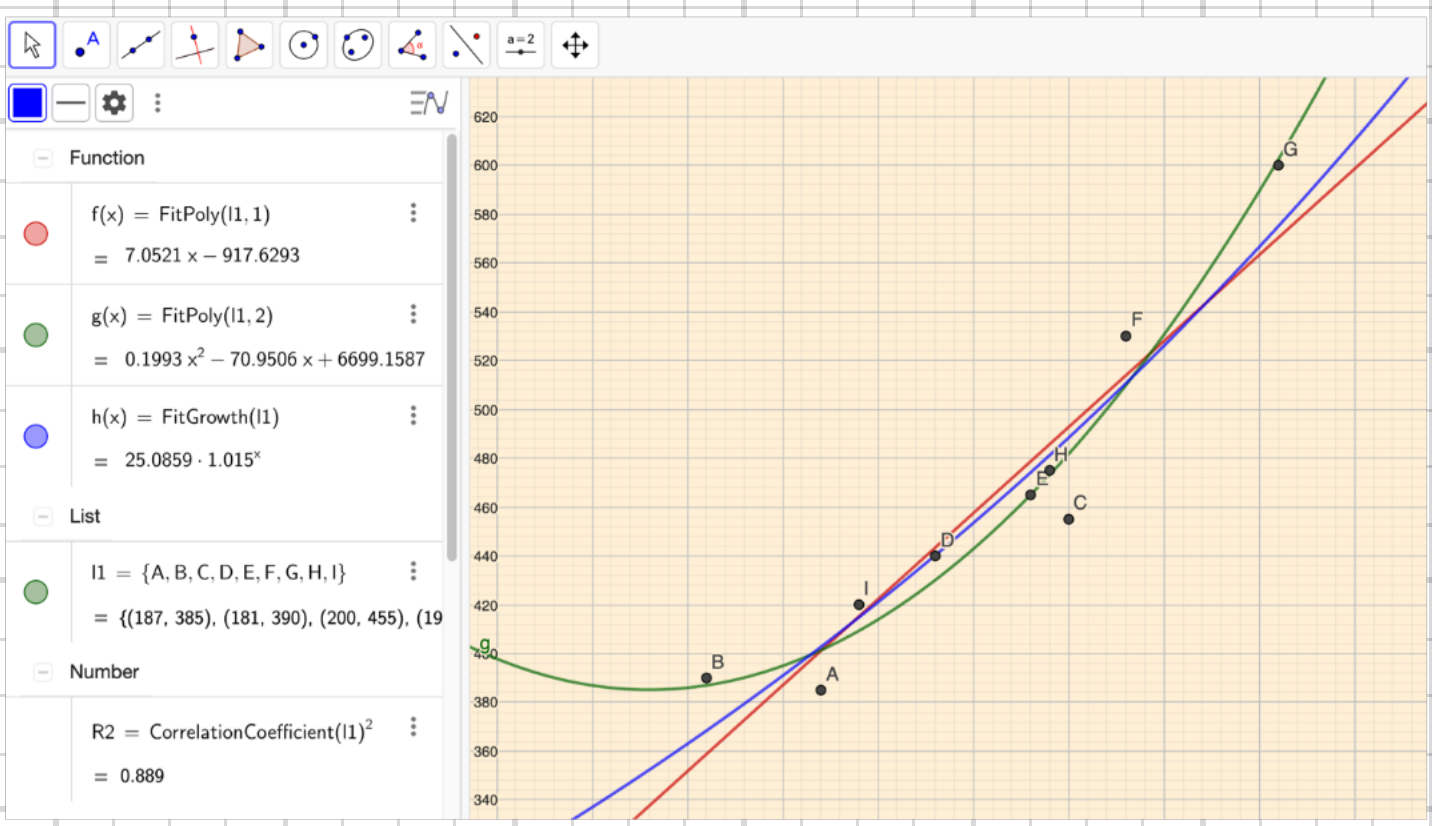
Ledning: Avläs determinationskoefficienten R^2 för att se hur väl grafen är anpassad till observationerna. Du kan också fundera på hur vikten skulle kunna tänkas påverkas av mankhöjden.

6231. Geogebra ger:

a) $y = 7.1x - 920$

b) Hur vikten förhåller sig till mankhöjden

c) Andragradsfunktionen (g(x) nedan) ser ut att passa bäst.



6232 Tabellen visar folkmängden i Houston för olika årtal.

1850	18 632	**1920**	272 475
1860	35 442	**1930**	455 507
1870	49 986	**1940**	646 869
1880	71 316	**1950**	947 500
1890	86 224	**1960**	1 430 394
1900	134 600	**1970**	1 999 316
1910	185 654	**1980**	2 905 334

a) Rita mätpunkterna i ett spridningsdiagram med folkmängden på *y*-axeln och antalet år efter 1850 på *x*-axeln. Anpassa en exponentialfunktion till mätpunkterna.

b) Använd exponentialfunktionen som modell för befolkningsutvecklingen framåt i tiden. Vilken folkmängd skulle Houston ha år 2020 enligt din modell?

c) Vilka begränsningar har den exponentiella modellen?

En logistisk modell är en modell som till en början är väldigt lik den exponentiella modellen men som sedan når ett högsta värde. Därför passar den ibland bättre som modell för befolkningsökning.

d) Anpassa en logistisk modell till samma mätpunkter.

e) Vilken folkmängd skulle Houston ha år 2020 enligt den logistiska modellen?

f) Vilka begränsningar har den logistiska modellen?

6232.

Geogebra ger:

a) $y = 21020 \cdot 1.0386^x$ (FitGrowth(l1))

b) $y(2020-1850) = y(170) = 13.2$ milj

c) Det finns en övre gräns för hur mycket en stad kan växa.

d) $y_2 = \dfrac{22670\,000}{1 + 1260\,e^{-0.0401x}}$

e) $y_2(170) = 9.2$ milj (FitLogistic(l1))

f) Den har en övre platå vilket inte heller är realististiskt.

Function

$f(x) = \text{FitGrowth}(l1)$

$= 21021.0972 \cdot 1.0386^{x}$

$g(x) = \text{FitLogistic}(l1)$

$$= \frac{22666123.4153}{1 + 1256.0499\, e^{-0.0401x}}$$

List

$l1 = \{A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N\}$

$= \{(0, 18632), (10, 35442), (20, 49442), (30$

Number

$a = f(170)$

$= 13239350.1903$

$b = g(170)$

$= 9563749.5947$