3109 Ett företags kostnader K kr och dess intäkter I kr beror av antalet enheter, n, som företaget tillverkar och säljer, enligt

$K(n) = 8{,}5n + 350\,000$ och $I(n) = 15{,}5n$

Företagets vinst $V(n)$ kr ges av $V(n) = I(n) - K(n)$ och måste vara positiv. Vilken är vinstfunktionens definitionsmängd och värdemängd?

3109. $V(n) = 7n - 350\,000$

Definitionsmängd: $n > 50\,000$

Värdemängd: $V > 0$

3110 Låt $f(x) = 6x + 3$ och $g(x) = -x^2 - 2$.

a) Bestäm $f(-1) - g(-1)$.

b) Förenkla $f(a) - g(2a)$.

c) Lös ekvationen $f(x) = g(x)$.

3110. a) $6\cdot(-1)+3-(-(-1)^2-2) = -6+3+1+2 = 0$

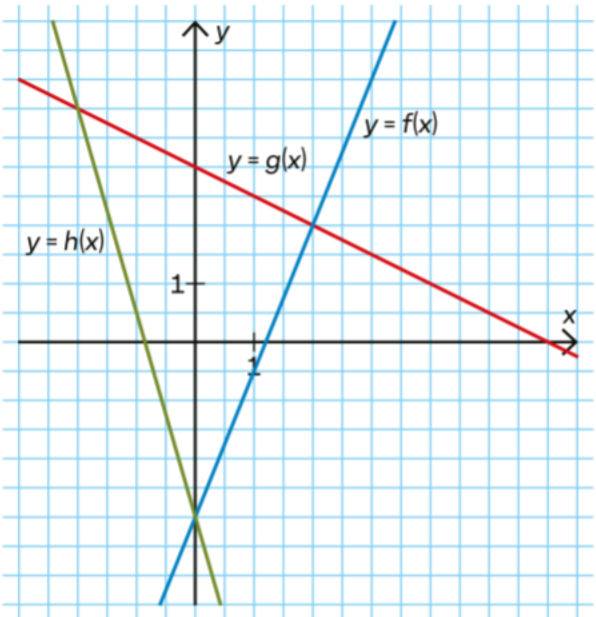
b) $6a+3-(-(2a)^2-2) = 4a^2+6a+5$

c) $6x+3 = -x^2-2$

$x^2+6x+5=0$

$x = -3 \pm\sqrt{9-5} = -3\pm 2$

3111 Figuren visar graferna till funktionerna f, g och h.



a) Bestäm $f(0)$.

b) Lös olikheten $g(x) \geq 3$.

c) Lös ekvationen $g(x) = h(x)$.

d) Lös dubbla olikheten $h(x) \leq f(x) \leq g(x)$.

3111. a) $f(0) = -3$

b) $x \leq 0$

c) $x = -2$

d) $0 \leq x \leq 2$

3112 Ange definitionsmängden till funktionerna.

a) $y = \dfrac{1}{x-2}$

b) $y = \sqrt{x+2}$

3112. a) $\underline{x \neq 2}$

b) $\underline{x \geq -2}$

3113 Låt $f(x) = 2x - 3$ och $g(x) = x^2 - 3$.

a) Lös ekvationen $f(x) = g(x) - 4$.

b) Lös ekvationen $f(x) = g(x - 4)$.

c) Bestäm $f(g(x))$.

d) Bestäm $g(f(x))$.

3113. a)

$$2x - 3 = x^2 - 3 - 4$$
$$x^2 - 2x - 4 = 0$$
$$x = 1 \pm \sqrt{1+4} = \underline{1 \pm \sqrt{5}}$$

b)

$$2x - 3 = (x-4)^2 - 3$$
$$2x - 3 = x^2 - 8x + 16 - 3$$
$$x^2 - 10x + 16 = 0$$
$$x = 5 \pm \sqrt{25 - 16} = \underline{5 \pm 3}$$

c)

$$2(x^2 - 3) - 3 = \underline{2x^2 - 9}$$

d)

$$(2x-3)^2 - 3 = \underline{4x^2 - 12x + 6}$$

3114 Bestäm definitionsmängd och värdemängd till

a) $f(x) = x^{3/2}$

b) $g(x) = x^{-3/2}$

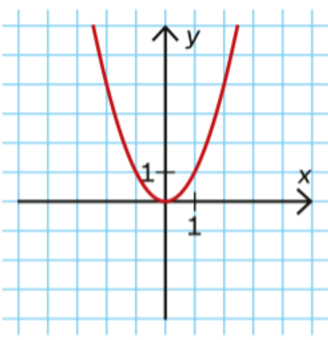
3114. a) Def.mängd: $x \geq 0$ $(x \cdot x^{1/2})$

Värdemängd: $f(x) \geq 0$

b) Def.mängd: $x > 0$ $\left(\frac{1}{x \cdot x^{1/2}}\right)$

Värdemängd: $g(x) > 0$

3130 Figuren visar grafen till $f(x) = x^2$.



Beskriv grafen till nedanstående funktioner med hjälp av grafen ovan.

a) $g(x) = x^2 - 4$

b) $h(x) = x^2 - 1$

c) $k(x) = x^2 + 3$

3130. a) $g(x) = f(x) - 4$ Grafen nedflyttad 4 l.e.

b) $h(x) = f(x) - 1$ Grafen nedflyttad 1 l.e.

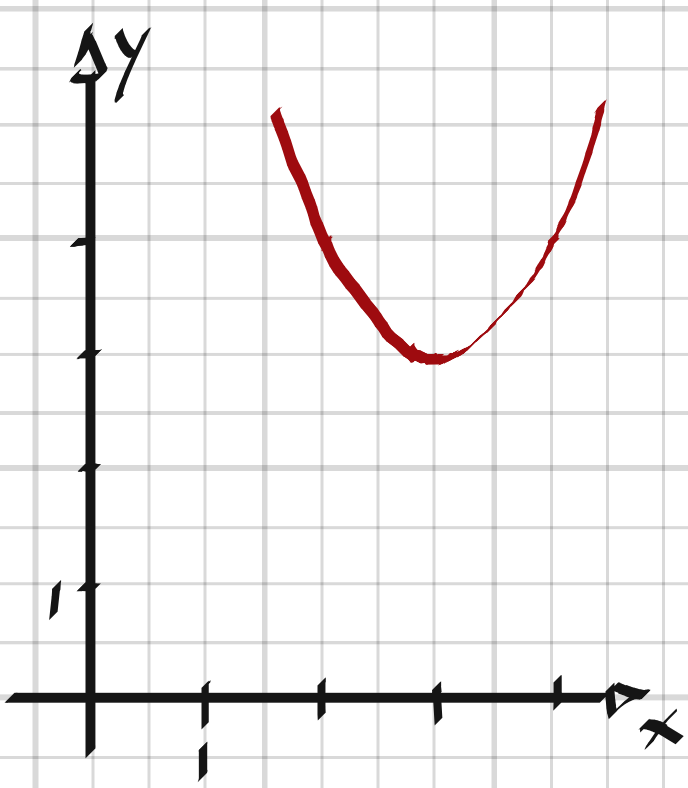
c) $k(x) = f(x) + 3$ Grafen uppflyttad 3 l.e.

3131 En andragradsfunktion f har symmetrilinjen $x = 6$. Dessutom gäller att $f(4) = 10$. För vilket annat x-värde är $f(x) = 10$?

3131. $\underline{x = 8}$ $(6 + |6 - 4|)$

3132 För en andragradsfunktion f gäller att $f(2) = f(4) = 4$ och att minsta värdet är 3. Skissa grafen till funktionen för hand.

3132.

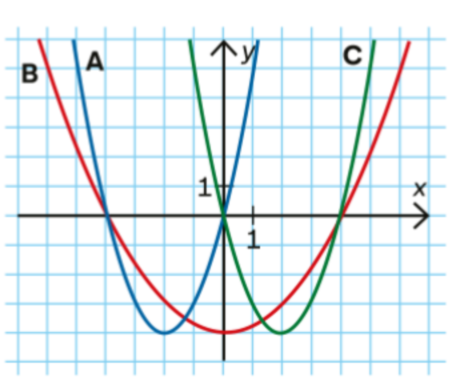


3133 I vilken graf kan man läsa av lösningen till ekvationen?

a) $\frac{x^2}{4} - 4 = 0$

b) $x^2 + 4x = 0$

c) $x^2 - 4x = 0$



3133.

a) $\underline{B}$

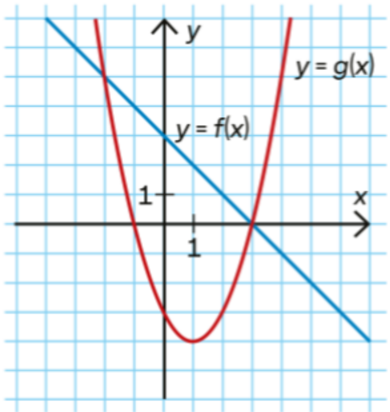
b) $\underline{A}$

c) $\underline{C}$

3134 Använd figuren för att besvara frågorna.

a) För vilka värden på x gäller att $f(x) > g(x)$?

b) Ange ekvationen för en rät linje som inte skär någon av graferna.



3134. a) $-2 < x < 3$

b) $y = -x - 5$

3135 En andragradsfunktion har nollställena $x = -4$ och $x = 6$, och värdemängden $f(x) \geq -25$.

a) Ange minimipunktens koordinater.

b) Grafen till funktionen går även genom punkten $(-2, -16)$. Ange koordinaterna för ytterligare en punkt som grafen går genom.

3135. a) $(1, -25)$

b) $(4, -16)$

3136 En andragradsfunktion med maximipunkt har sitt enda nollställe för $x = 5$. Bestäm funktionens största värde. Motivera ditt svar.

3136. $f_{max} = 0$

Funktionen har en dubbelrot i $(5, 0)$

3137 Linjen $y = -2$ skär grafen till en andragradsfunktion för $x = -3$ och $x = 2$. Linjen $y = 3$ skär grafen till andragradsfunktionen i en enda punkt. Vilken?

3137. $(-0{,}5, 3)$ (maxpunkten)

3138 En andragradsfunktion ges av $f(x) = 2x^2 - 3x + 7$. Bestäm, utan att rita grafen, två olika värden på x som ger samma funktionsvärde.

3138. Symmetrilinjen: $x = \frac{3}{4}$

Ex.v $x = 0$ och $x = \frac{3}{2}$

3139 Rita grafen till $y = x^2 - 3$ för hand.

a) Undersök hur grafen förändras om man ersätter x med $x - 1$.

b) Undersök hur grafen förändras om man ersätter x med $x + 1$.

c) Hur förändras grafen när man ersätter x med $x - a$ respektive $x + a$, där a är en positiv konstant?

3139. a) $y = (x-1)^2 - 3 = x^2 - 2x - 2$

Kurvan förskjuts 1 l.e åt höger.

b) $y = (x+1)^2 - 3 = x^2 + 2x - 2$

Kurvan förskjuts 1 l.e åt vänster.

c) Kurvan förskjuts a l.e åt höger resp. åt vänster.

3147 Med hjälp av ett snöre som är 24 cm långt, kan man bilda många olika rektanglar med omkretsen 24 cm. Om rektangelns ena sida är x cm, så är den andra sidan $(12 - x)$ cm.

a) Skriv ett uttryck för rektangelns area.

b) Vilken area har den största rektangel som man kan bilda med snöret?

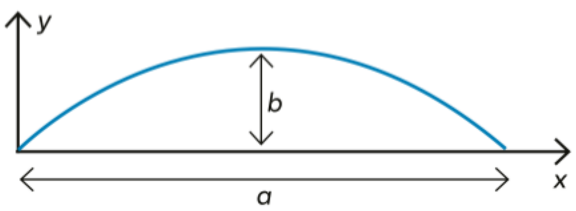
3147. a) $A(x) = x(12-x) = 12x - x^2$

b) $A_{max} = A(6) = 12 \cdot 6 - 6^2 = 36 \text{ cm}^2$ (en kvadrat)

3148 En andragradsfunktion har ett nollställe för $x = 2$ och sitt minsta värde för $x = -1$. För vilket värde på x har funktionen sitt andra nollställe?

3148. $\underline{x = -4}$ $\quad (-1-|2-(-1)|)$

3149 Figuren nedan visar grafen till andragradsfunktionen $y = 3x - x^2$.



a) Hur långt är avståndet a?

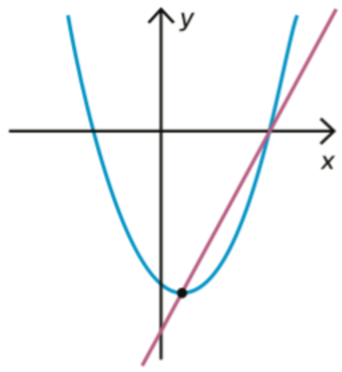
b) Hur långt är avståndet b, det vill säga avståndet mellan kurvans högsta punkt och x-axeln?

(Np Ma2c ht 2012)

3149. a) $\underline{a = 3 \text{ l.e.}}$

b) $b = y\left(\frac{3}{2}\right) = 3 \cdot \frac{3}{2} - \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{2} - \frac{9}{4} = \underline{\frac{9}{4} \text{ l.e.}}$

3150 Figuren visar grafen till funktionen $p(x) = x^2 - 2x - 15$. En rät linje går genom grafens extrempunkt och dess högra nollställe. Bestäm linjens ekvation.



3150. Symmetrilinjen: $x = 1 \Rightarrow$

Ena skärningspunkten $= (1, p(1)) = (1, -16)$

$x^2 - 2x - 15 = 0$

$x = 1 \pm 4 \Rightarrow$

Andra skärningspunkten $= (5, 0)$

$$k = \frac{0-(-16)}{5-1} = 4$$

$y - 0 = 4(x-5) \Rightarrow$

$\underline{y = 4x - 20}$

3151 Låt $f(x) = -3x^2 + 6x + 9$.

a) Lös ekvationen $f(x) = 3$.

b) Ruben säger att man utifrån lösningarna i a)-uppgiften kan bestämma funktionens symmetrilinje. Hur kan man göra det?

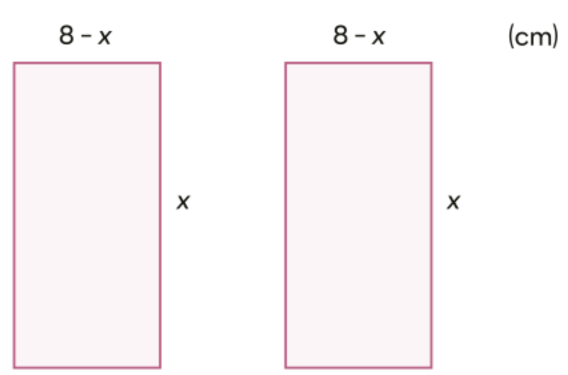
3151. a) $-3x^2 + 6x + 9 = 3$

$-3(x^2 - 2x - 2) = 0$

$\underline{x = 1 \pm \sqrt{3}}$

b) $\underline{\text{Symmetrilinjen: } x = 1}$

3152 Figuren visar två rektanglar som har sidlängderna x cm respektive $(8 - x)$ cm.



Bestäm den största totala area som de två rektanglarna kan ha tillsammans.

(Np Ma2c vt 2015)

3152. $A = 2x(8 - x) = 16x - 2x^2$

Symmetrilinjen: $x = 4 \Rightarrow$

$A_{max} = A(4) = 16 \cdot 4 - 2 \cdot 4^2 = \underline{32 \text{ cm}^2}$

3153 Bestäm funktionens extrempunkt och dess karaktär.

a) $f(x) = (1 - x)(2x + 6)$

b) $g(x) = 0{,}5(7 - x)^2$

3153.

a) Nollställen: $x_1 = -3$, $x_2 = 1$

Symmetrilinje: $x = -1$

Maxpunkten $= (-1, f(-1)) = (-1, 8)$

b) Nollställe: $x = 7$

Minpunkten $= (7, 0)$

3154 En andragradsfunktion beskrivs av $g(x) = x^2 + bx + 9$. För vilka värden på b har funktionen

a) ett nollställe

b) två nollställen

c) inga nollställen

3154. $g(x) = 0 \Rightarrow x = -\frac{b}{2} \pm \sqrt{\frac{b^2}{4} - 9}$

a) $\frac{b^2}{4} - 9 = 0 \Rightarrow b = \pm 6$

b) $\frac{b^2}{4} - 9 > 0 \Rightarrow b < -6,\ b > 6$

c) $\frac{b^2}{4} - 9 < 0 \Rightarrow -6 < b < 6$

3155 Du har fått som uppgift att med hjälp av vissa ledtrådar finna konstanterna b och c i en andragradsfunktion av formen $f(x) = x^2 + bx + c$, dvs. att lista ut funktionsuttrycket. Vilken eller vilka av informationspunkterna (1) och (2) behöver du för att bestämma båda konstanterna b och c? Välj bland alternativen A–E.

(1) $f(-3) = f(4) = 0$

(2) $f(0) = -12$

A (1) men inte (2)

B (2) men inte (1)

C Både (1) och (2) räcker var för sig

D (1) och (2) tillsammans

E (1) och (2) räcker inte för att lösa uppgiften

3155. A

3156 Visa att $f(x) \geq 0$ för alla x om $f(x) = x^2 + 8x + 16$.

3156 x^2-termen positiv $\Rightarrow$ parabolen har minimum

$f(x) = (x+4)^2 \Rightarrow$ minpunkten $= (-4, 0)$

#

3157 Visa att $f(x) \leq 10$ för alla x om $f(x) = -x^2 + 6x + 1$.

3157 x^2-termen negativ $\Rightarrow$ parabolen har maximum

$f(x) = -(x^2 - 6x - 1) \Rightarrow$

Symmetrilinjen: $x = 3$

$f_{max} = f(3) = -9 + 18 + 1 = 10$ #

3158 Om $a + b = 2$, vilket är då det största värdet av produkten ab?

3158. $b = 2 - a$

$ab = a(2-a) = 2a - a^2 = -(a^2 - 2a) \Rightarrow$

Symmetrilinjen: $a = 1$

$ab_{max} = -(1^2 - 2 \cdot 1) = \underline{1}$

3159 Visa att funktionen $f(x) = x^2 + px + q$ har minsta värdet $-\frac{p^2}{4} + q$.

3159.

x^2-termen positiv => parabeln har minimum

Symmetrilinjen: $x = -\frac{p}{2}$

$f_{min} = f(-\frac{p}{2}) = (-\frac{p}{2})^2 + p \cdot (-\frac{p}{2}) + q = \frac{p^2}{4} - \frac{p^2}{2} + q = -\frac{p^2}{4} + q$

#

3160 Manolo skriver om funktionsuttrycket $f(x) = x^2 + 8x + 25$ med hjälp av kvadratkomplettering och får $f(x) = (x + 4)^2 + 9$.

– Nu är det är det lätt att se att minimipunktens koordinater är $(-4, 9)$, säger Manolo.

Hur kan Manolo ha resonerat för att komma fram till det?

3160. Symmetrilinjen ligger i $x = -4$ =>

Minimipunkten $= (-4, f(-4)) = (-4, 9)$

3161 Bestäm koordinaterna för extrempunkten till funktionen som ges av $f(x) = ax^2 + bx + c$.
Bestäm också extrempunktens karaktär.

3161. $f(x) = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right)$

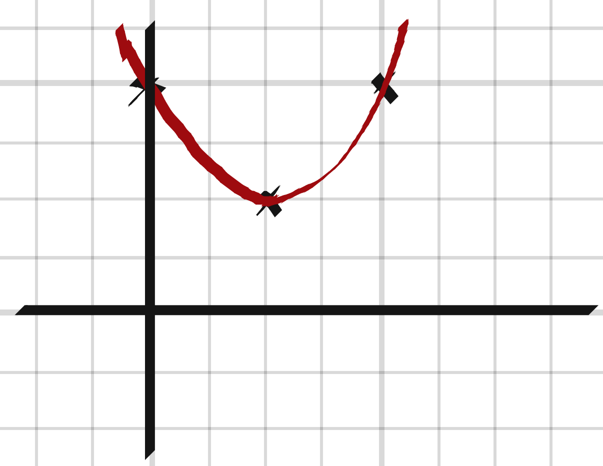
Symmetrilinjen: $x = -\frac{b}{2a}$

$f\left(-\frac{b}{2a}\right) = \frac{b^2}{4a} - \frac{b^2}{2a} + c = c - \frac{b^2}{4a}$

Extrempunkten $= \left(-\frac{b}{2a},\ c - \frac{b^2}{4a}\right)$

Minimum om $a > 0$ och maximum om $a < 0$

3162 Ange en funktion av formen $y = ax^2 + bx + c$ vars graf går genom punkterna (0, 4), (2, 2) och (4, 4).



3162.

$(0,4) \Rightarrow \quad c = 4$

$$(2,2) \Rightarrow \quad (4,4) \Rightarrow \begin{cases} 4a + 2b + 4 = 2 \\ 16a + 4b + 4 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 16a + 8b + 8 = 0 \\ 16a + 4b = 0 \end{cases}$$

$4b = -8 \Rightarrow b = -2,\quad a = -\frac{b}{4} = \frac{1}{2}$

$y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 4$

3167 Ange funktionsuttryck för två olika andragradsfunktioner som har maximipunkt med koordinaterna (3, −2).

3167. $f(x) = -(x-3)^2 - 2 = \underline{-x^2 + 6x - 11}$

$g(x) = -2(x-3)^2 - 2 = \underline{-2x^2 + 12x - 20}$

3168 Skriv funktionerna i formen $y = a(x - x_p)^2 + y_p$. Ange sedan ekvationen för symmetrilinjen och koordinaterna för extrempunkten.

a) $y = -x^2 - 6x - 1$

b) $y = 3x^2 + 150x + 450$

c) $y = x^2 - 7x$

3168. a) $y = -(x+3)^2 + 8$

Symmetrilinjen: $x = -3$

Maxpunkten $= (-3, 8)$

b) $y = 3(x+25)^2 - 1425$

Symmetrilinjen: $x = -25$

Minpunkten $= (-25, -1425)$

c) $(x - \frac{7}{2})^2 - \frac{49}{4}$

Symmetrilinjen: $x = \frac{7}{2}$

Minpunkten $= (\frac{7}{2}, -\frac{49}{4})$

3169 Bestäm det största värde som uttrycket $-x^2 + 3x - 4$ kan anta.

3169. $-(x-\frac{3}{2})^2 + \frac{9}{4} - 4 = -(x-\frac{3}{2})^2 - \frac{7}{4} \Rightarrow$

Största värdet $= -\frac{7}{4}$

3170 Ange ett funktionsuttryck i formen $f(x) = a(x - x_p)^2 + y_p$ för

a) en andragradsfunktion vars största värde är 7 för $x = -2$.

b) en andragradsfunktion som har nollställena $x = -2$ och $x = 7$.

c) en andragradsfunktion som har en minimipunkt i $(4, -7)$ och ett nollställe $x = 3$.

3170. a) $f(x) = -(x+2)^2 + 7$

b) $f(x) = (x-\frac{5}{2})^2 + a = 0$, $x_1 = -2$, $x_2 = 7$

$a = -(-2-\frac{5}{2})^2 = -(\frac{9}{2})^2 = -\frac{81}{4} \Rightarrow$

$f(x) = (x-\frac{5}{2})^2 - \frac{81}{4}$

c) $f(x) = a(x-4)^2 - 7 = 0$, $x_1 = 3$

$a = \frac{7}{(3-4)^2} = 7 \Rightarrow$

$f(x) = 7(x-4)^2 - 7$

3171 Här nedanför ser du funktionsuttrycken till några andragradsfunktioner.

$f(x) = x^2 - 2x + 5$

$g(x) = x^2 - x - 6$

$h(x) = -x^2 + 4x - \frac{3}{2}$

$p(x) = -3x^2 + 6x - 4$

Skriv om funktionerna i formen $f(x) = a(x - x_p)^2 + y_p$ och avgör utifrån detta vilken eller vilka av dem som har nollställen.

3171. $f(x) = (x-1)^2 - 1 + 5 = (x-1)^2 + 4$

Minvärde $= 4 > 0 \Rightarrow$ Inga nollställen

$g(x) = (x - \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4} - 6 = (x - \frac{1}{2}) - \frac{25}{4}$

Minvärde $= -\frac{25}{4} < 0 \Rightarrow$ 2 nollställen

$h(x) = -(x-2)^2 + 4 - \frac{3}{2} = -(x-2)^2 + \frac{5}{2}$

Maxvärde $= \frac{5}{2} > 0 \Rightarrow$ 2 nollställen

$p(x) = -3(x-1)^2 + 3 - 4 = -3(x-1)^2 - 1$

Maxvärde $= -1 < 0 \Rightarrow$ Inga nollställen

3172 Låt $f(x) = ax^2 + bx + c$.

a) Skriv funktionsuttrycket i formen $f(x) = a(x - x_p)^2 + y_p$.

b) Ange symmetrilinjens ekvation uttryckt i a, b och c.

c) Ange extrempunktens koordinater uttryckt i a, b och c.

3172. a) $f(x) = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + c - \frac{b^2}{4a}$

b) $x = -\frac{b}{2a}$

c) Extrempunkten $= \left(-\frac{b}{2a}, c - \frac{b^2}{4a}\right)$

3178 Niki har fotograferat en regnbåge. Hon uppskattar regnbågens höjd till 30 meter och regnbågens bredd till 80 meter. Niki tänker att regnbågens form, åtminstone ungefärligt, borde kunna beskrivas med en andragradsfunktion. Hon lägger därför in bilden i ett koordinatsystem.

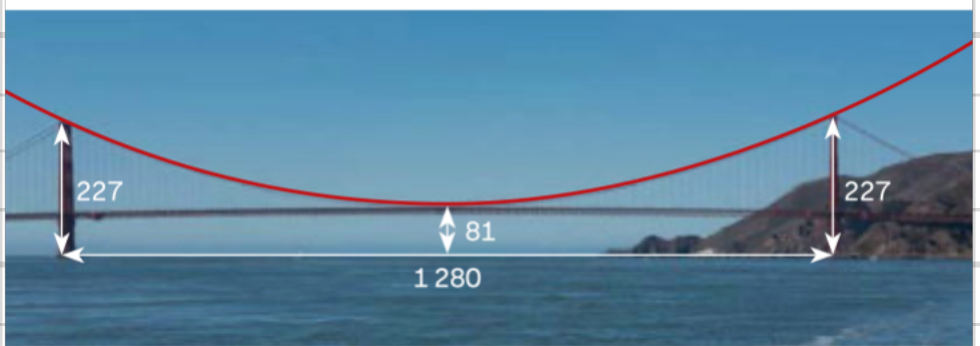
Hjälp Niki att bestämma ett funktionsuttryck som beskriver regnbågens form.

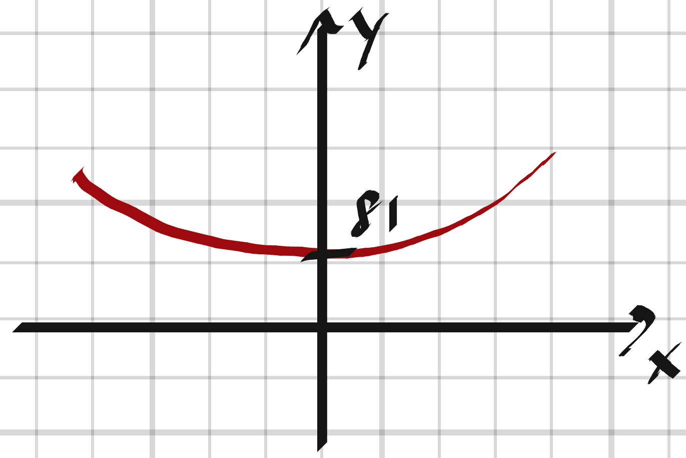
3178. $f(x) = ax(x-80)$

$f(40) = 30 \Rightarrow 40a(40-80) = 30 \Rightarrow a = -\frac{30}{40^2} = -\frac{30}{1600}$

$f(x) = -\frac{30}{1600}x(x-80) = \underline{-\frac{3}{160}x^2 + \frac{240}{160}x}$

3179 Golden Gate-bron i San Francisco är en häng-bro. Huvudspannet är 1 280 meter långt och hänger i två kablar från tornen som är 227 m höga, räknat från vattnet. Brons mittpunkt ligger 81 meter över vattnet. Ange ett funktionsuttryck för en andragradsfunktion vars graf följer brospannets form.



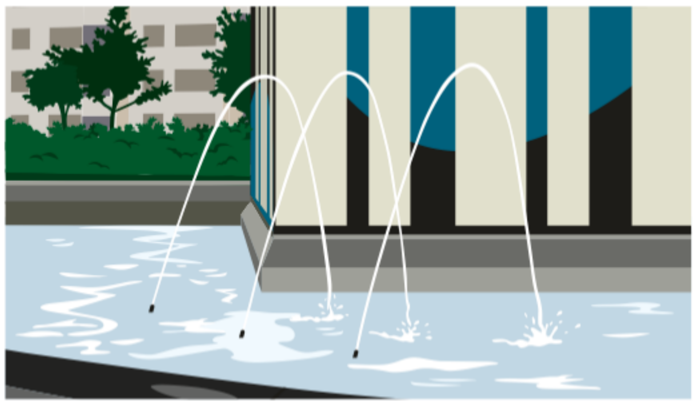


3179. $f(x) = ax^2 + 81$

$f(-640) = 227 \Rightarrow 640^2 a + 81 = 227 \Rightarrow a = 0{,}000356$

$\underline{f(x) = 0{,}000356x^2 + 81}$

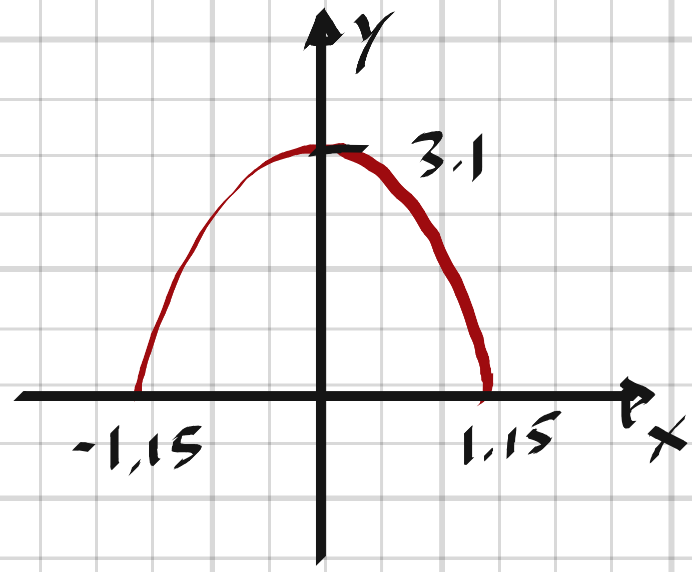
3180 Bilden visar en fontän i Sydkoreas huvudstad Seoul.



Avståndet längs vattenytan, från en stråles start till dess att strålen träffar vattnet, är ungefär 2,3 m. Strålens högsta höjd över vattenytan är ungefär 3,1 m. Anta att strålens bana har samma form som grafen till en andragradsfunktion.

Bestäm en funktion som beskriver strålens bana.

(Np Ma2c vt 2013)

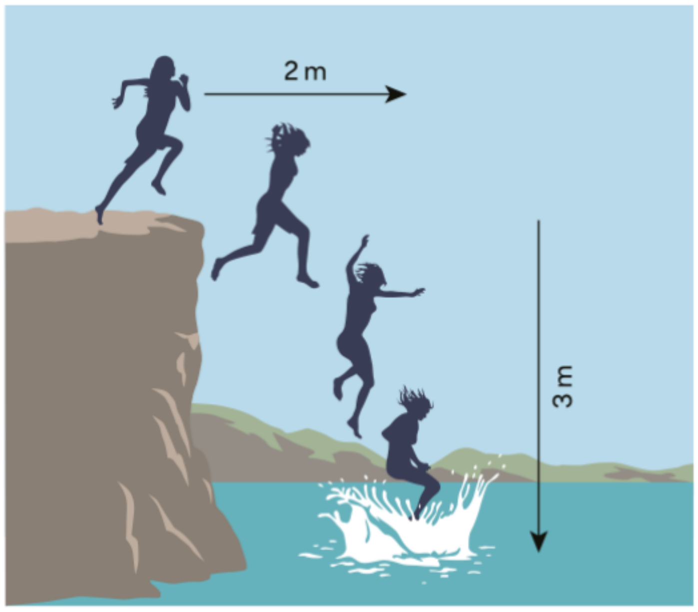


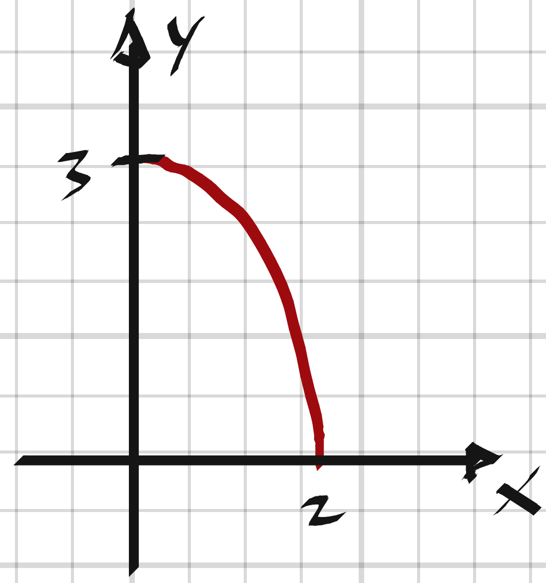
3180. $f(x) = ax^2 + 3{,}1$

$f(-1{,}15) = 0 \Rightarrow 1{,}15^2 \cdot a + 3{,}1 = 0 \Rightarrow a = -2{,}34$

$\underline{f(x) = -2{,}34x^2 + 3{,}1}$

3181 Emelie hoppar från en 3 m hög klippa. Hon landar i vattnet på en plats som ligger 2 m ut från klippavsatsen. Bestäm funktionsuttrycket för en andragradsfunktion som beskriver Emelies hopp från klippan.





3181. $f(x) = ax^2 + 3$

$f(2) = 0 \Rightarrow 4a + 3 = 0 \Rightarrow a = -\frac{3}{4}$

$f(x) = -\frac{3}{4}x^2 + 3$

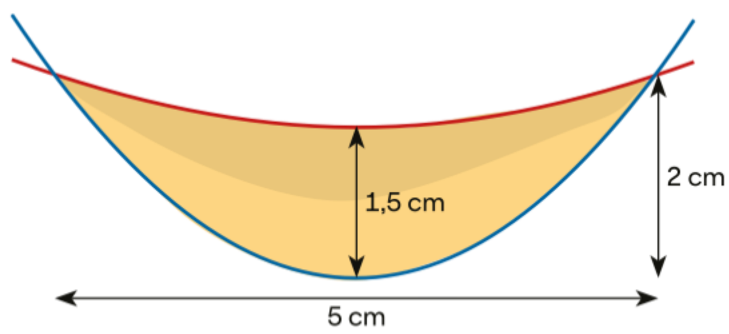
3182 Ange en andragradsfunktion med symmetrilinjen $x = 3$ och ett nollställe $x = -2$. Skriv på formen $f(x) = a(x - x_p)^2 + y_p$.

3182. $f(x) = a(x+2)(x-8) = ax^2 - 6ax - 16a =$

$= a(x-3)^2 - 9a - 16a = a(x-3)^2 - 25a$

Om a väljes 1 $\Rightarrow$ $f(x) = (x-3)^2 - 25$

3183 Parabelformen har använts som modell för att designa ett speciellt chips.



Vilka två funktionsuttryck beskriver de två kurvor som omsluter chipset om nedersta kanten på chipset placeras i origo?

3183. $f(x) = ax^2$

$f(2.5) = 2 \Rightarrow 2{,}5^2 a = 2 \Rightarrow a = 0{,}32$

$\underline{f(x) = 0{,}32x^2}$

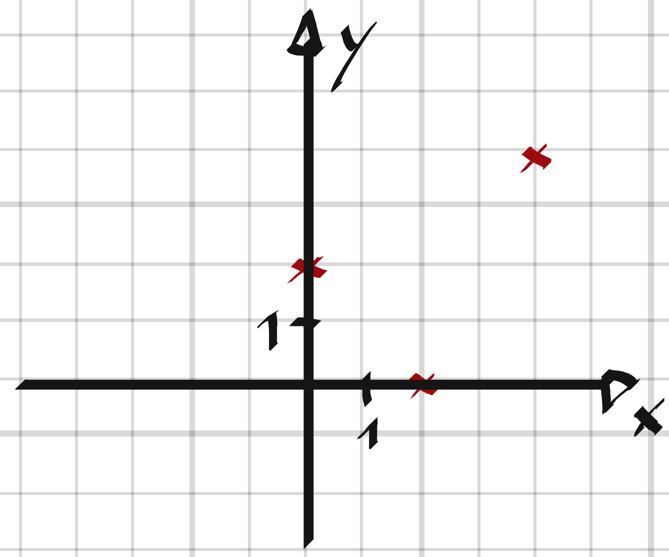
$g(x) = bx^2 + 1{,}5$

$g(2.5) = 2 \Rightarrow 2{,}5^2 b + 1{,}5 = 2 \Rightarrow b = 0{,}08$

$\underline{g(x) = 0{,}08x^2 + 1{,}5}$

3184 Grafen till en andragradsfunktion, $y = f(x)$, går genom punkterna med koordinaterna $(0, 2)$, $(2, 0)$ och $(4, 4)$. Bestäm $f(x)$.

3184.



$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$(0,2) \Rightarrow c = 2$$

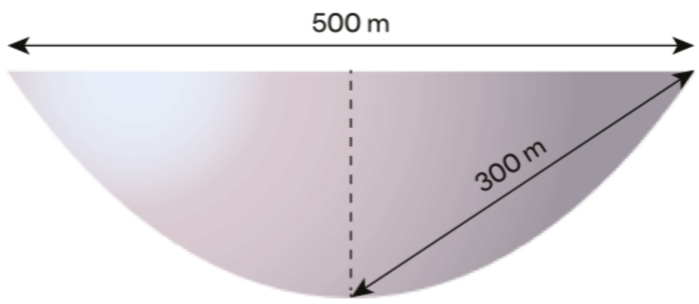
$$\begin{matrix}(2,0) \Rightarrow \\ (4,4) \Rightarrow\end{matrix} \begin{cases} 4a + 2b + 2 = 0 \\ 16a + 4b + 2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8a + 4b + 4 = 0 \\ 16a + 4b - 2 = 0 \end{cases}$$

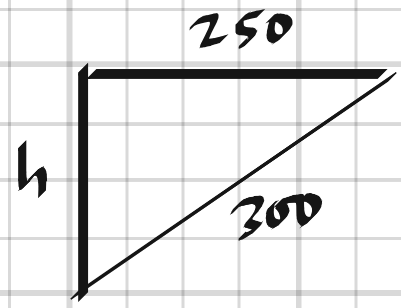
$$8a - 6 = 0 \Rightarrow a = \frac{3}{4}$$

$$b = -1 - 2a = -\frac{4}{4} - \frac{6}{4} = -\frac{10}{4} = -\frac{5}{2}$$

$$\underline{f(x) = \frac{3}{4}x^2 - \frac{5}{2}x + 2}$$

3185 Radioteleskopet FAST har en diameter på 500 m. Avståndet från botten upp till kanten är 300 m. Ange ett funktionsuttryck för den parabel som går genom botten på radioteleskopet.





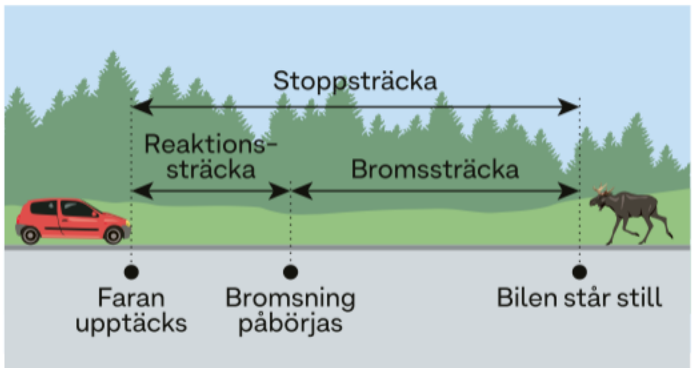
$$h = \sqrt{300^2 - 250^2} \approx 165{,}83$$

3185. $f(x) = ax^2 - h$

$f(250) = 0 \Rightarrow 250^2 a - 165{,}83 = 0 \Rightarrow a = 0{,}0026$

$$\underline{f(x) = 0{,}00265\,x^2 - 166}$$

3186 En bils stoppsträcka är sträckan som bilen färdas från det att en fara upptäcks, till dess att bilen står helt stilla. Stoppsträckan brukar delas upp i två delar: *reaktionssträckan*, som är proportionell mot bilens hastighet, och *bromssträckan*, som är proportionell mot hastigheten i kvadrat. Sambandet mellan en bils hastighet och dess stoppsträcka kan därför beskrivas med en andragradsfunktion.



Stigbjörn jobbar med att undersöka stoppsträckor för olika bilmärken på en testbana. Med en bil gör han två bromstest med följande resultat:

Hastighet (km/h)	50	70
Stoppsträcka (m)	25	45

a) Ta fram en matematisk modell som visar hur stoppsträckan beror av hastigheten för den här bilen.

b) Använd modellen för att bestämma stoppsträckan om Stigbjörn kör i 100 km/h.

3186. a) $f(v) = av^2 + bv$

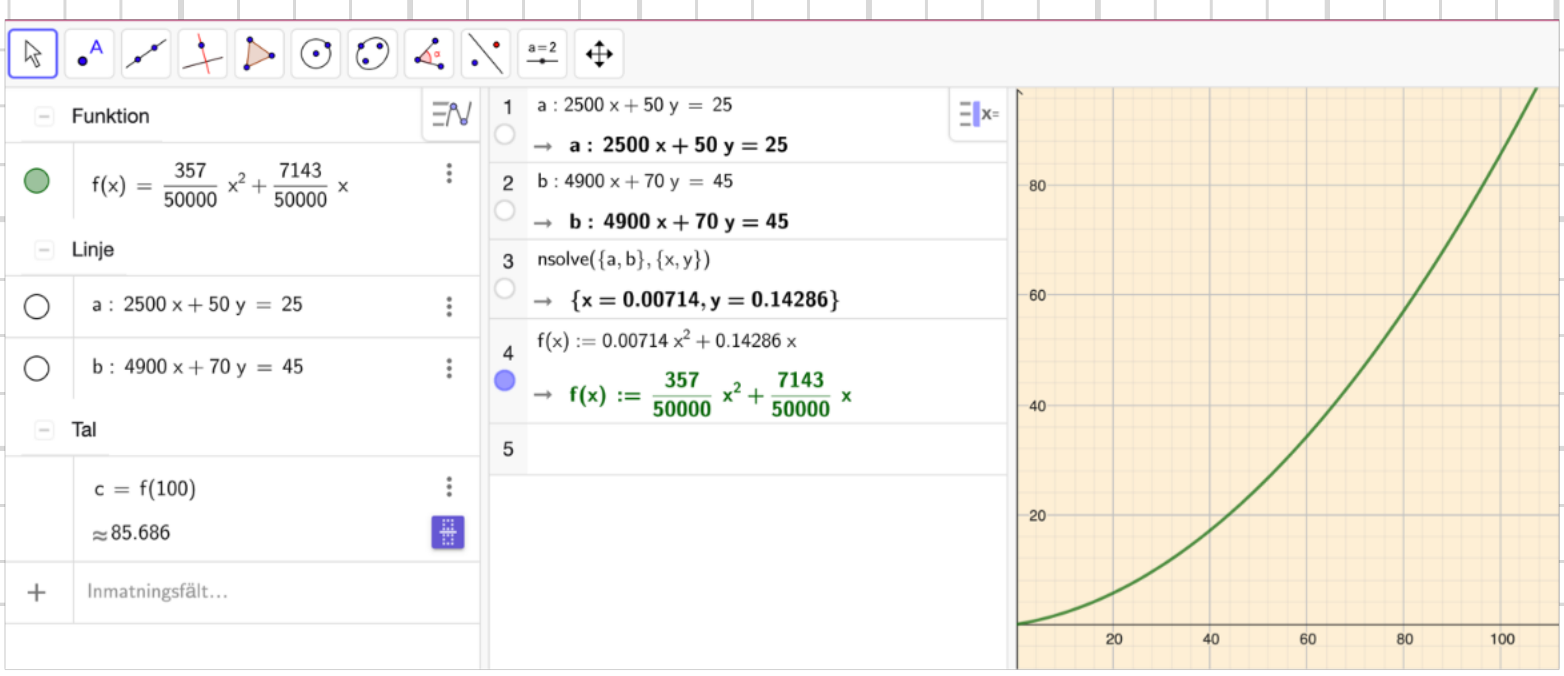
$(50,25)$: $\quad \begin{cases} 2500a + 50b = 25 \\ 4900a + 70b = 45 \end{cases}$

$(70,45)$:

Geogebra ger: $a = 0.00714$, $b = 0.14286$

$$\underline{f(v) = 0.00714\,v^2 + 0.14286\,v}$$

b) $f(100) \approx \underline{86 \text{ m}}$



3187 Max kastar en snöboll från två meters höjd. Snöbollen når sin högsta höjd, 6 m, när den färdats 3 m horisontellt. Hur långt från Max landar snöbollen?

3187.

$$f(x) = a(x-3)^2 + 6$$

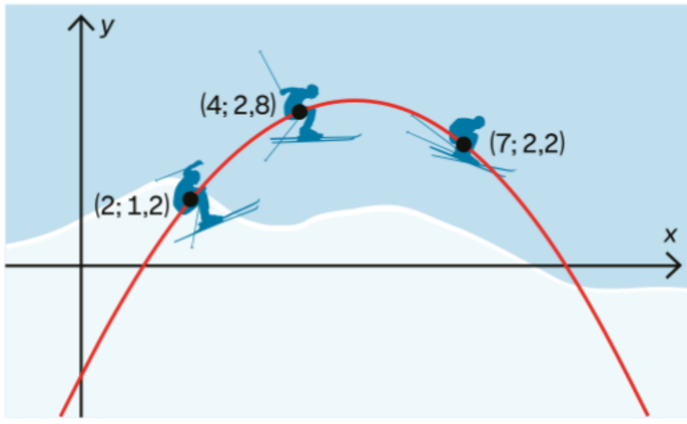
$$f(0) = 2 \Rightarrow 9a + 6 = 2 \Rightarrow a = -\frac{4}{9}$$

$$f(x) = -\frac{4}{9}(x-3)^2 + 6$$

$$f(x) = 0,\ x \neq 0 \Rightarrow -\frac{4}{9}(x-3)^2 + 6 = 0$$

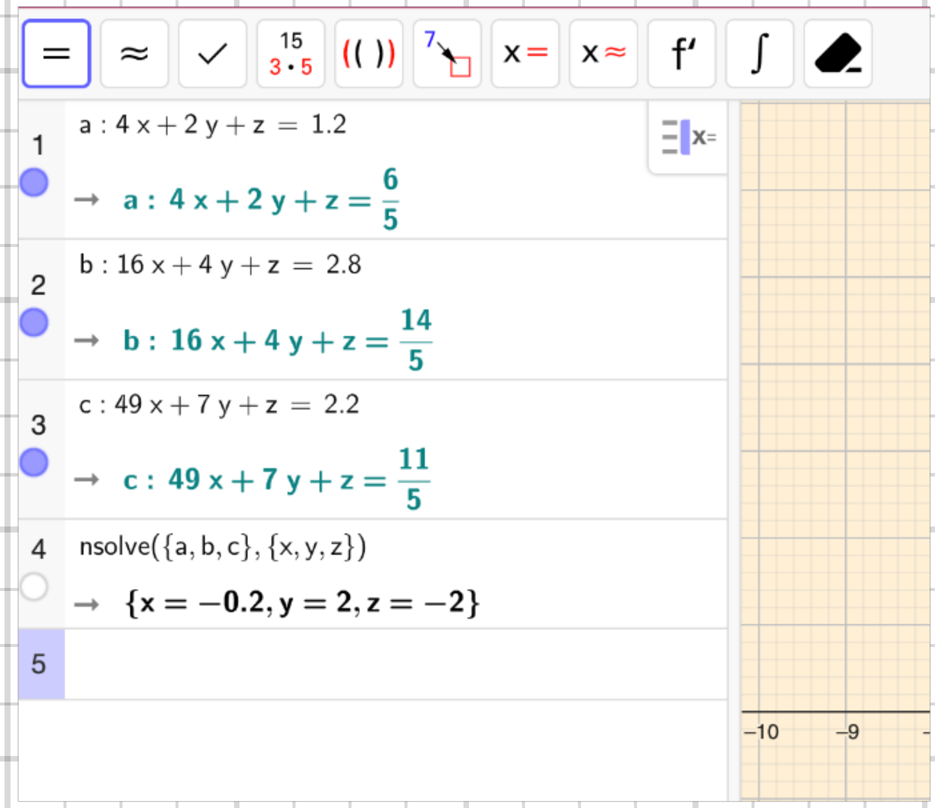
$$x = 3 \pm \sqrt{\frac{6 \cdot 9}{4}} \approx \underline{6{,}7 \text{ m}}$$

3188 Läget i *x*- och *y*-led för skidåkaren som gör följande trick kan bestämmas med en andragradsfunktion.



a) Bestäm ett funktionsuttryck som beskriver hur skidåkarens läge i *y*-led beror av läget i *x*-led.

b) Använd funktionsuttrycket för att bestämma hoppets högsta höjd.



3188. a) $f(x) = ax^2 + bx + c$

$$\begin{aligned} (2,1{,}2):& \\ (4,2{,}8):& \\ (7,2{,}2):& \end{aligned} \quad \begin{cases} 4a + 2b + c = 1{,}2 \\ 16a + 4b + c = 2{,}8 \\ 49a + 7b + c = 2{,}2 \end{cases}$$

Geogebra ger: $a = -0{,}2,\ b = 2,\ z = -2$

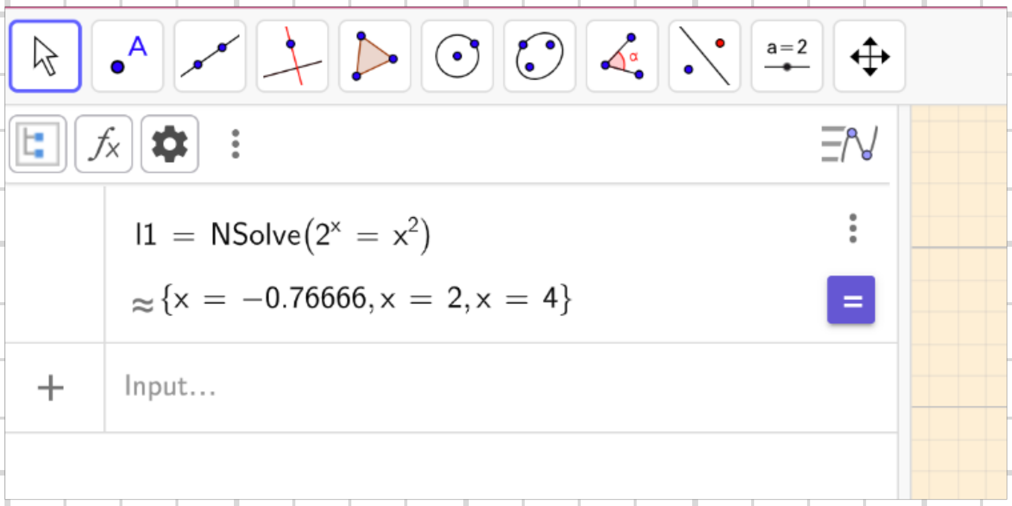
$$\underline{f(x) = -0{,}2x^2 + 2x - 2}$$

b) Symmetrilinjen: $x = -\dfrac{2}{2\cdot(-0{,}2)} = 5$

$$f_{max} = f(5) = -0{,}2\cdot 5^2 + 2\cdot 5 - 2 = \underline{3\text{ m}}$$

3209 Lös ekvationen $2^x = x^2$.

3209. Geogebra ger $x_1 \approx -0{,}77$, $x_2 = 2$, $x_3 = 4$



3210 Lös olikheterna

a) $x^2 - 2x - 8 > 0$

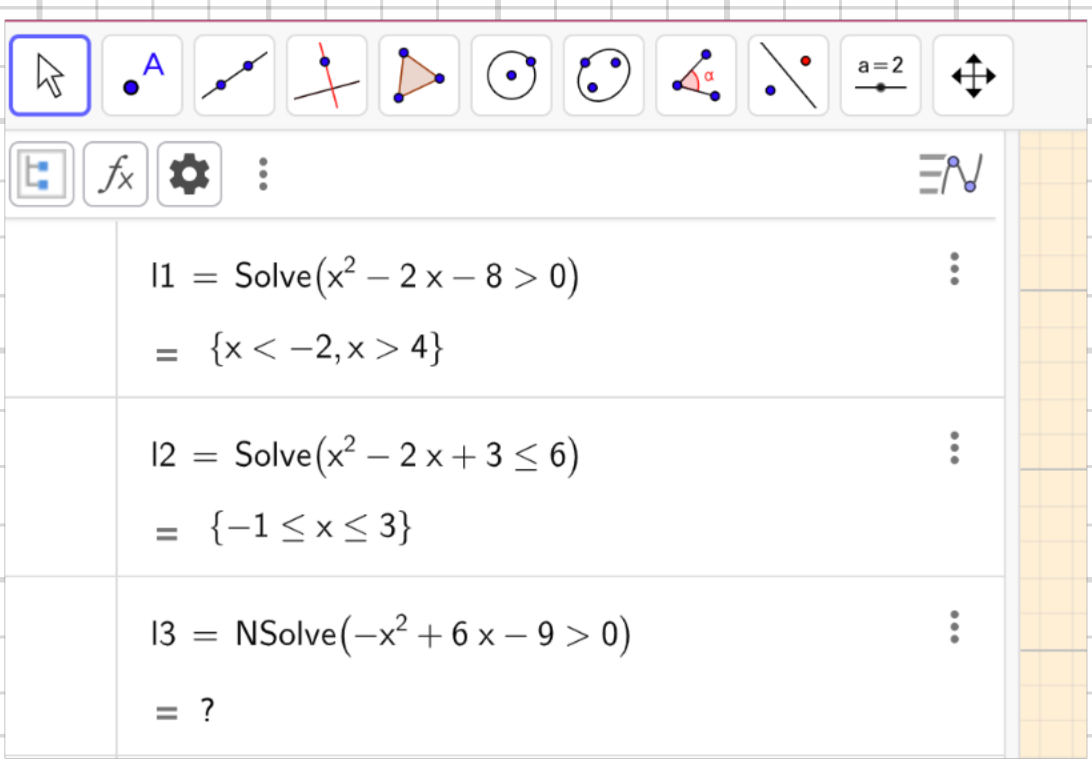
b) $x^2 - 2x + 3 \leq 6$

c) $-x^2 + 6x - 9 > 0$

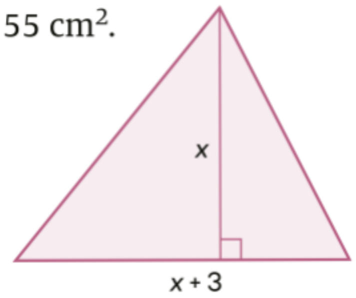
3210. Geogebra ger: a) $x < -2$, $x > 4$

b) $-1 \leq x \leq 3$

c) Saknar reella lösningar.

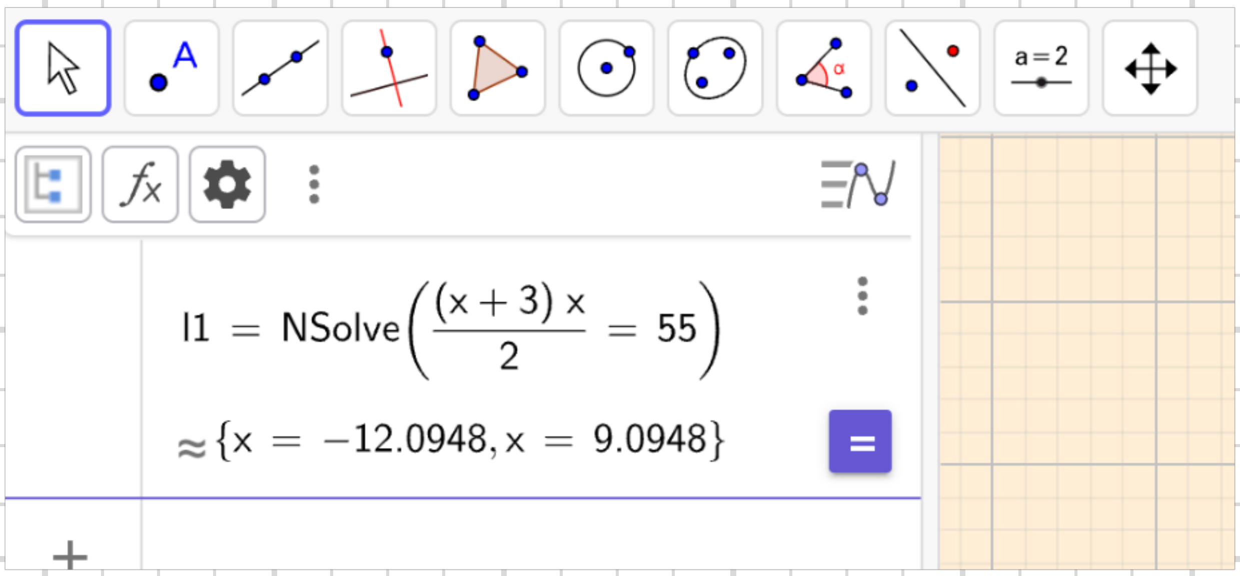


3211 Triangelns area är 55 cm^2.
Bestäm höjden x.



3211. $\dfrac{(x+3)x}{2} = 55 \quad , \; x > 0$

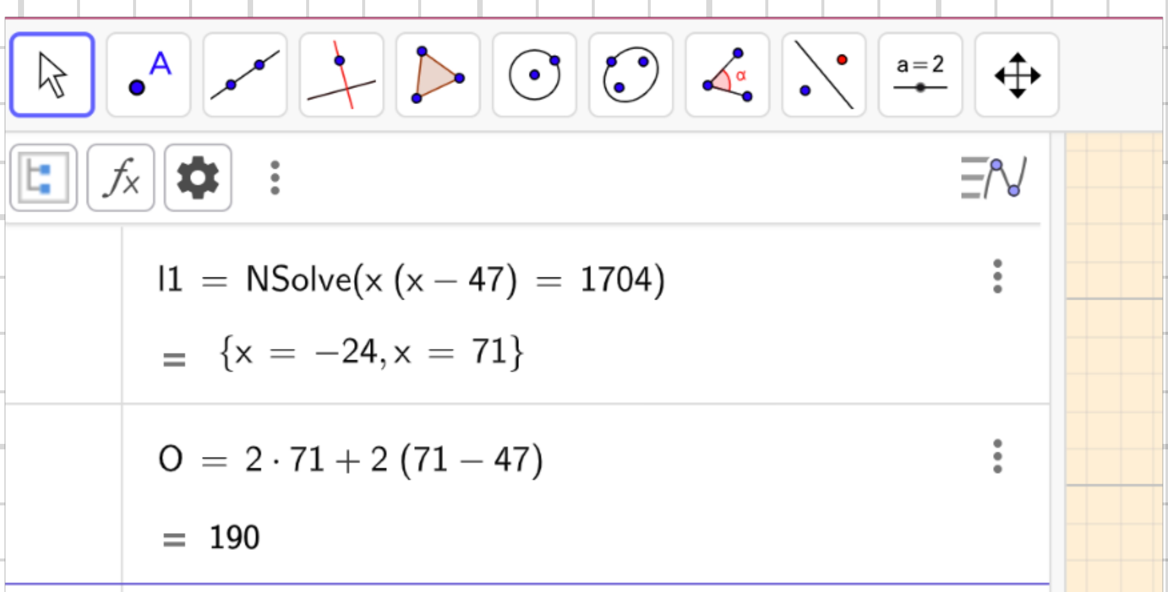
Geogebra ger: $x \approx 9{,}1$ cm



3212 En rektangel har arean 1 704 cm^2. Den ena sidan är 47 cm kortare än den andra. Bestäm rektangelns omkrets.

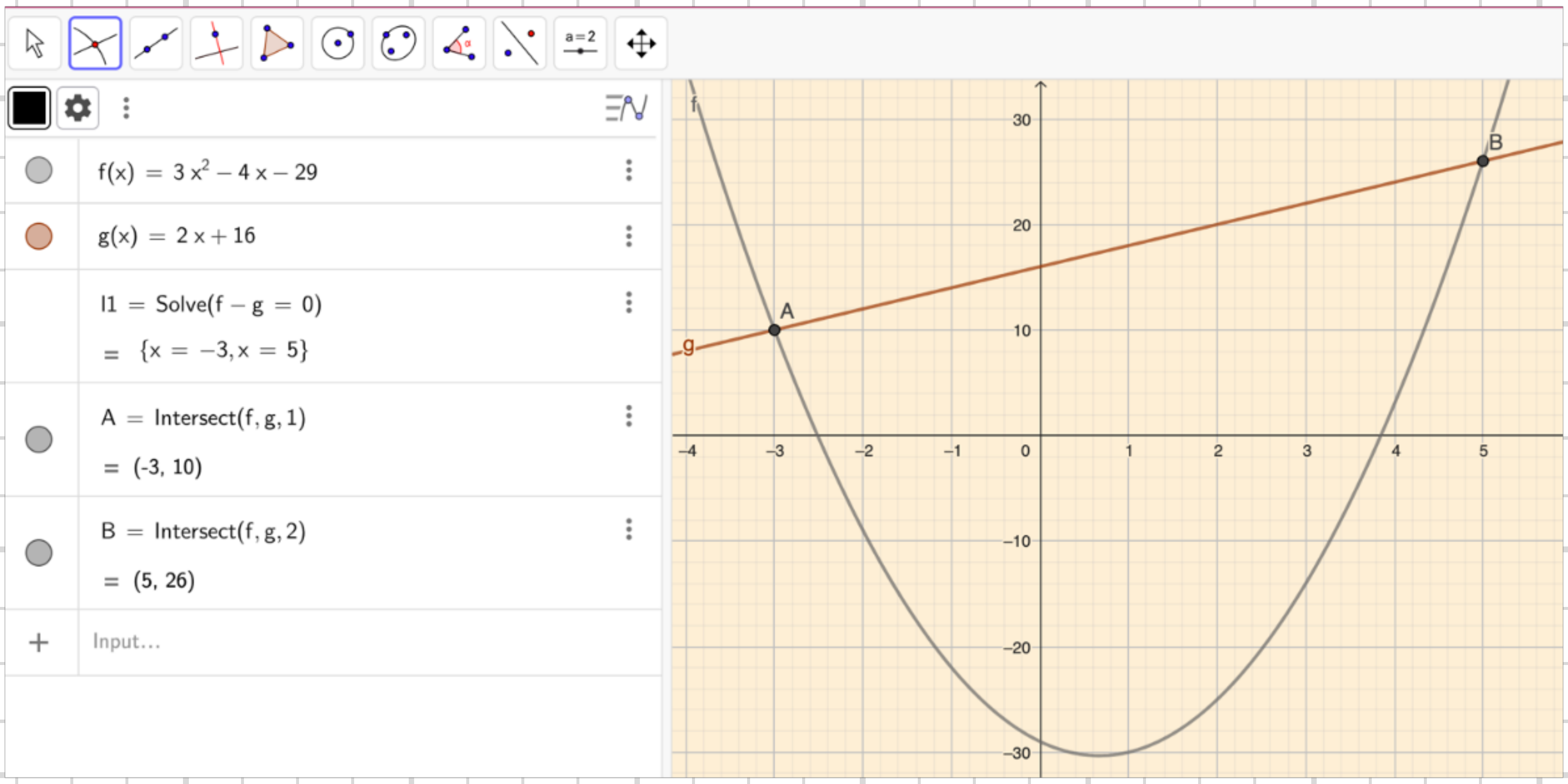
3112. $x(x-47) = 1704 \quad , \; x > 0$

Geogebra ger: $x = 71$ cm och $O = 190$ cm



3213 Rita grafen till $f(x) = 3x^2 - 4x - 29$ och till $g(x) = 2x + 16$. Bestäm de värden på x där $f(x) - g(x) = 0$.

3213. Geogebra ger: $x_1 = -3$, $x_2 = 5$

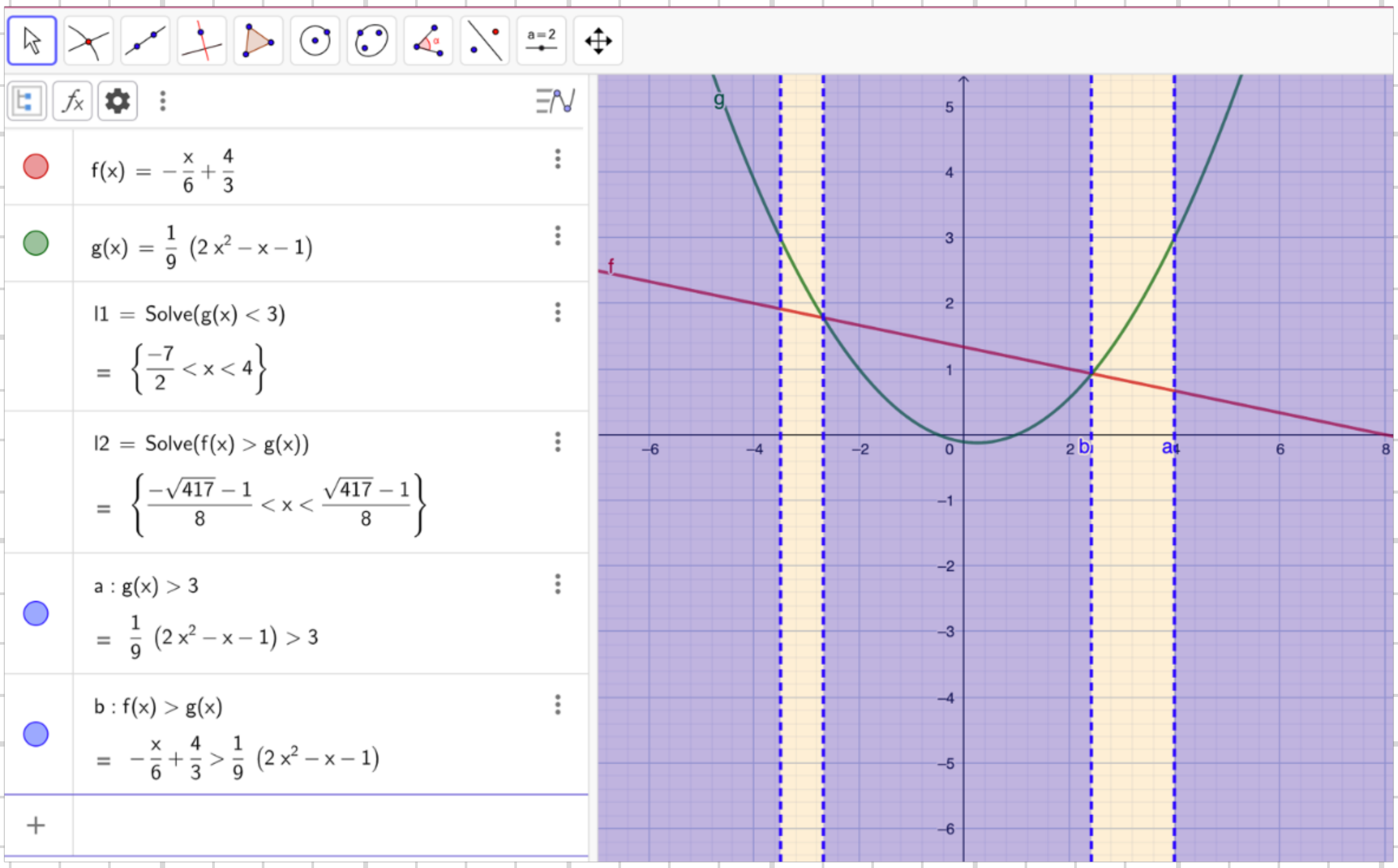


3214 Rita grafen till $f(x) = -\frac{x}{6} + \frac{4}{3}$ och till $g(x) = \frac{1}{9}(2x^2 - x - 1)$. För vilka värden på x gäller att

a) $g(x) < 3$ b) $f(x) > g(x)$

3214. Geogebra ger: a) $\underline{-3,5 < x < 4}$

b) $\underline{-2,7 < x < 2,4}$ (ca)



3215 Ange en andragradsekvation av formen $ax^2 + bx + c = 0$ med a, b och c skilda från noll som

a) har två lösningar

b) har en lösning

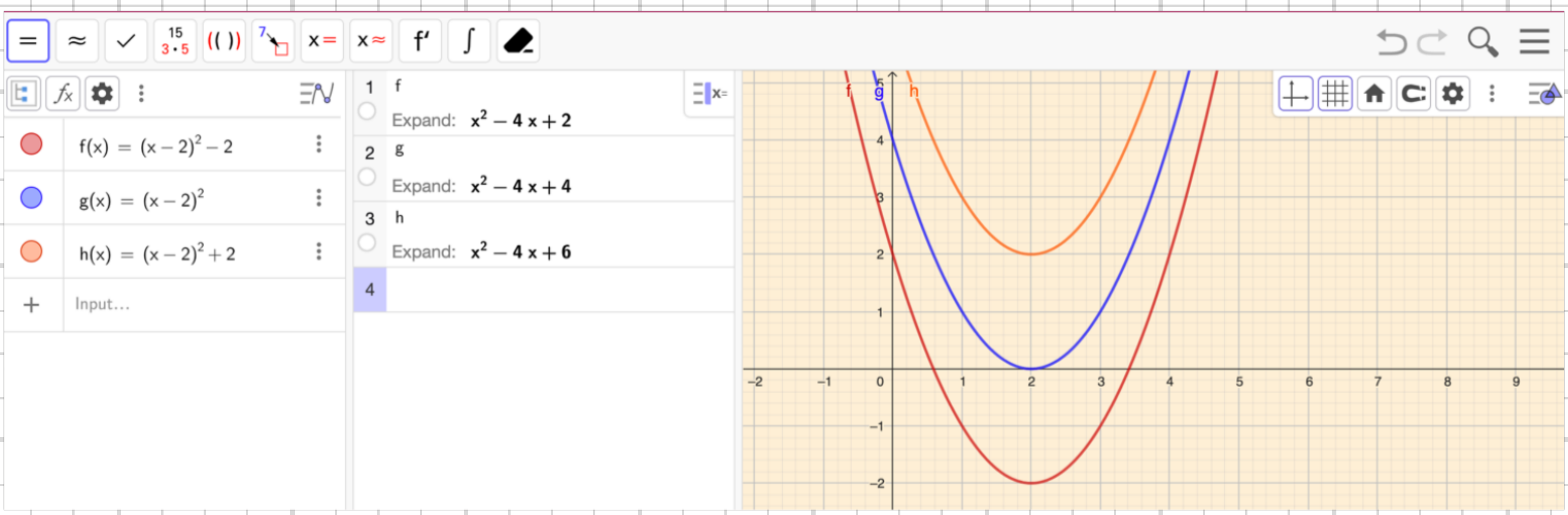
c) saknar lösning

3215. Geogebra ger:

a) $\underline{x^2 - 4x + 2}$

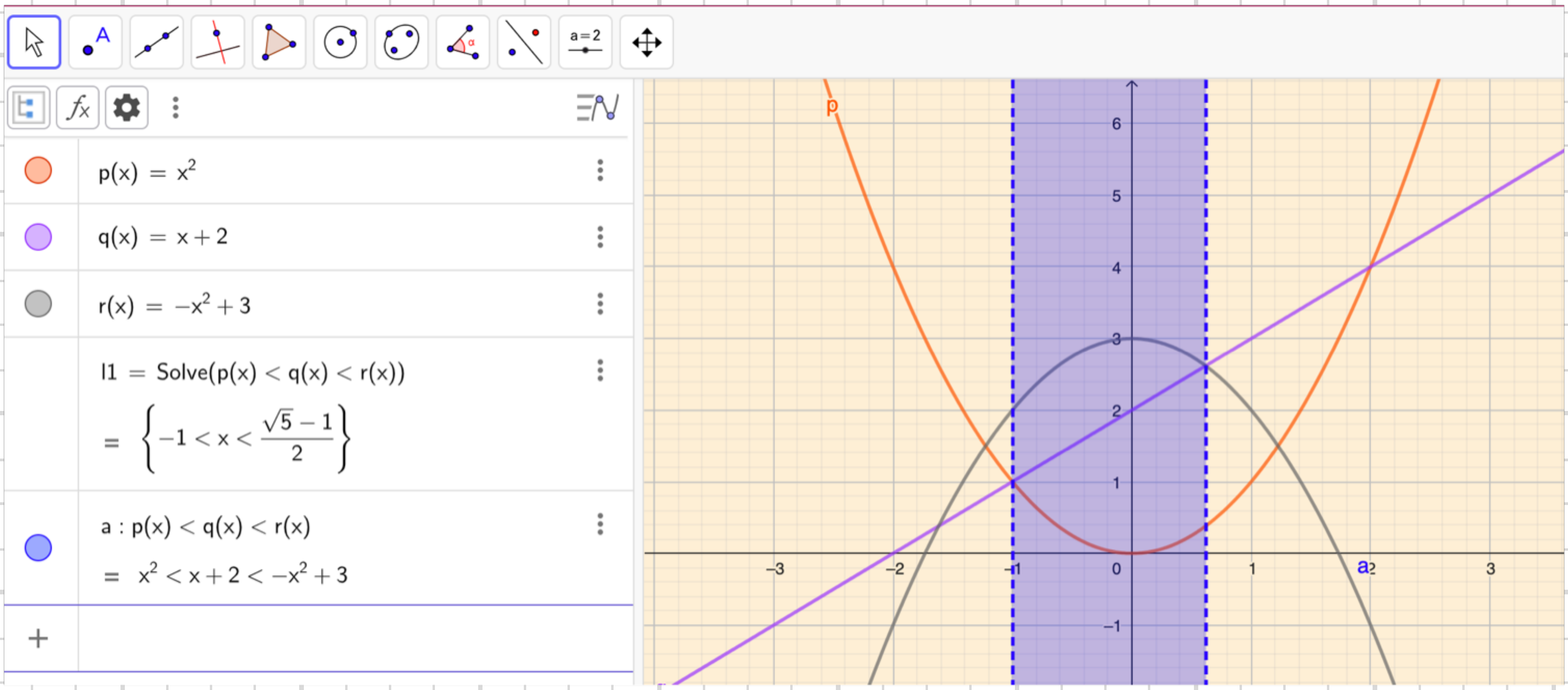
b) $\underline{x^2 - 4x + 4}$

c) $\underline{x^2 - 4x + 6}$



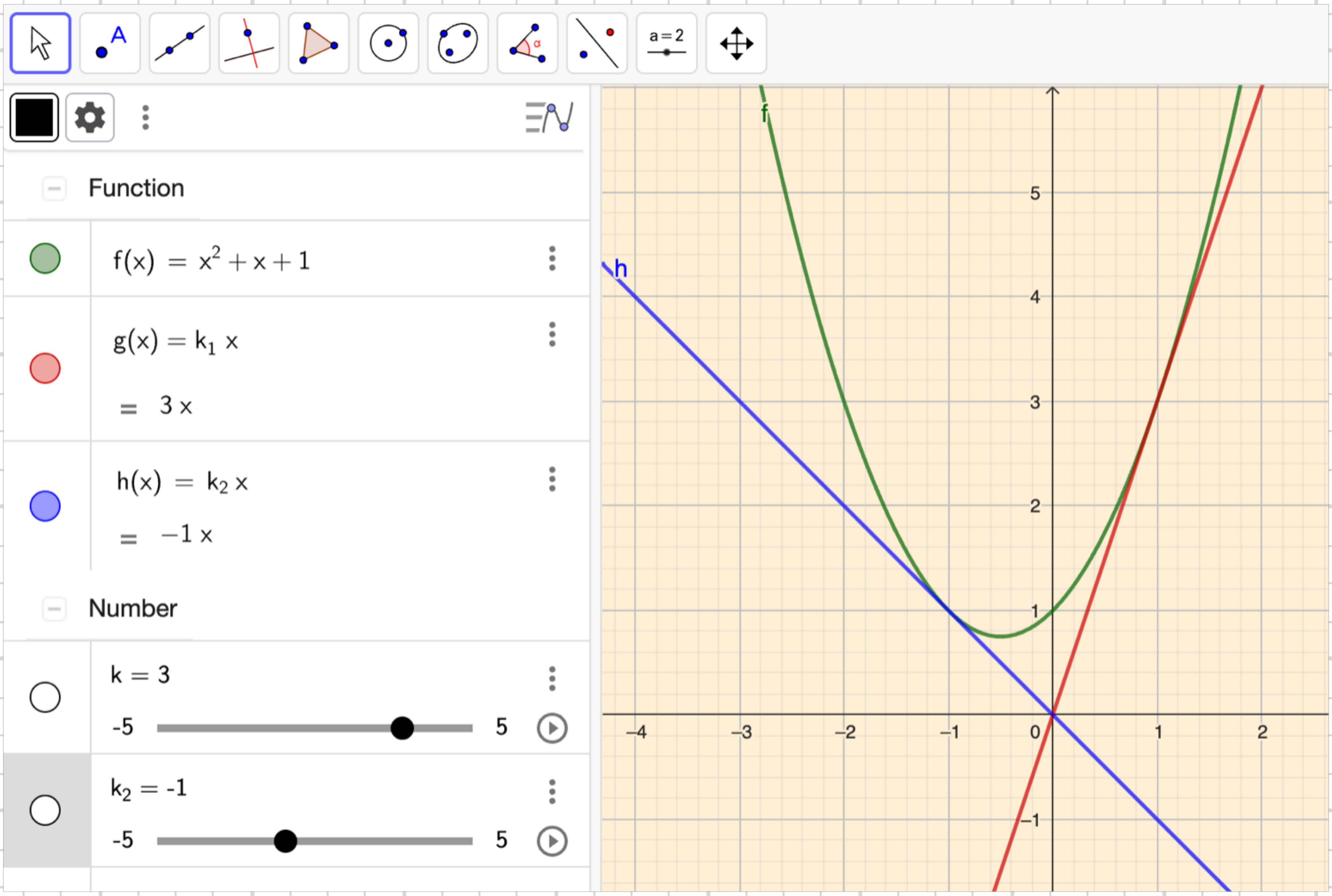
3216 Lös dubbelolikheten $x^2 < x + 2 < -x^2 + 3$.

3216. Geogebra ger: $-1 < x < 0{,}618$ (ca)



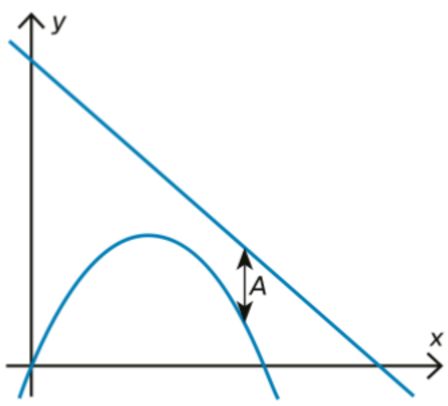
3217 För vilka k gäller att graferna till funktionerna $f(x) = x^2 + x + 1$ och $g(x) = kx$ har två skärningspunkter?

3217 Geogebra ger: För $k < -1$ och $k > 3$



3218 Figuren nedan visar graferna till två funktionerna f och g där

$f(x) = -x^2 + 5x$ och $g(x) = -2x + 15$



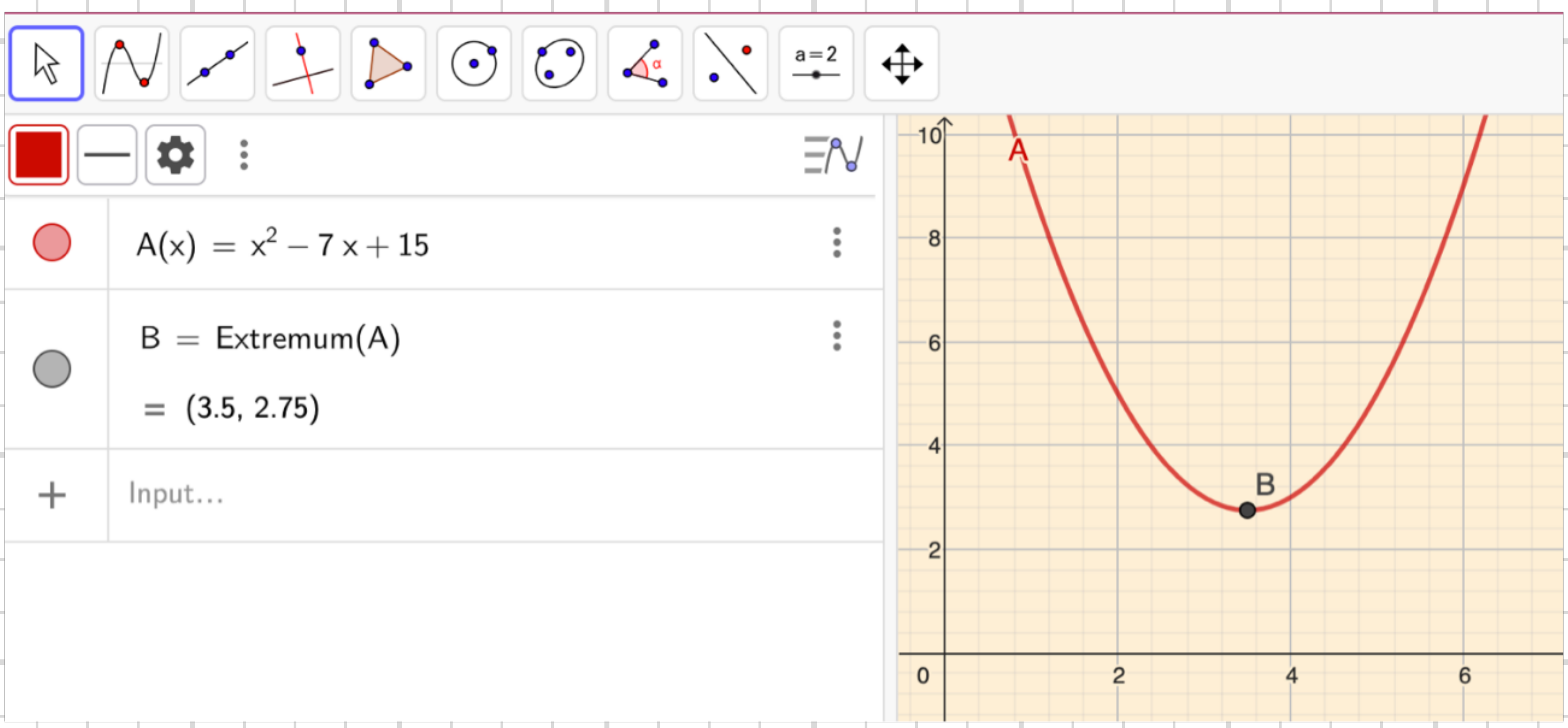
a) Avståndet A mellan kurvorna i y-led är beroende av värdet av x. Bestäm A som en funktion av x.

b) Bestäm det minsta avståndet mellan kurvorna i y-led.

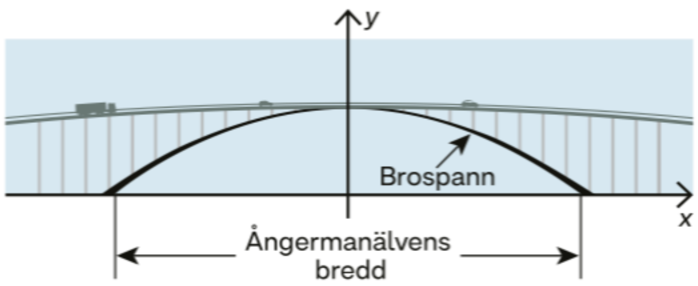
(Np Ma2c vt 2014)

3218. a) $A(x) = g(x) - f(x) = \underline{x^2 - 7x + 15}$

b) Geogebra ger: $A_{min} = A(3{,}5) = \underline{2{,}75 \text{ l.e.}}$



3227 Sandöbron är en bro över Ångermanälven. Bron byggdes 1943 och var fram till 1964 världens största betongbro med endast ett brospann.



Formen på brospannet kan beskrivas med andragradsfunktionen h där

$h(x) = -0{,}0023x^2 + 40$

$h(x)$ är höjden i meter över vattnet.

x är avståndet i meter längs vattenytan från mitten av bron.

a) Hur högt över vattnet kör bilarna när de passerar brons högsta punkt?

b) Beräkna bredden på Ångermanälven under bron.

(Np Ma2c ht 2012)

3227.

a) $h_{max} = h(0) = \underline{40 \text{ m}}$

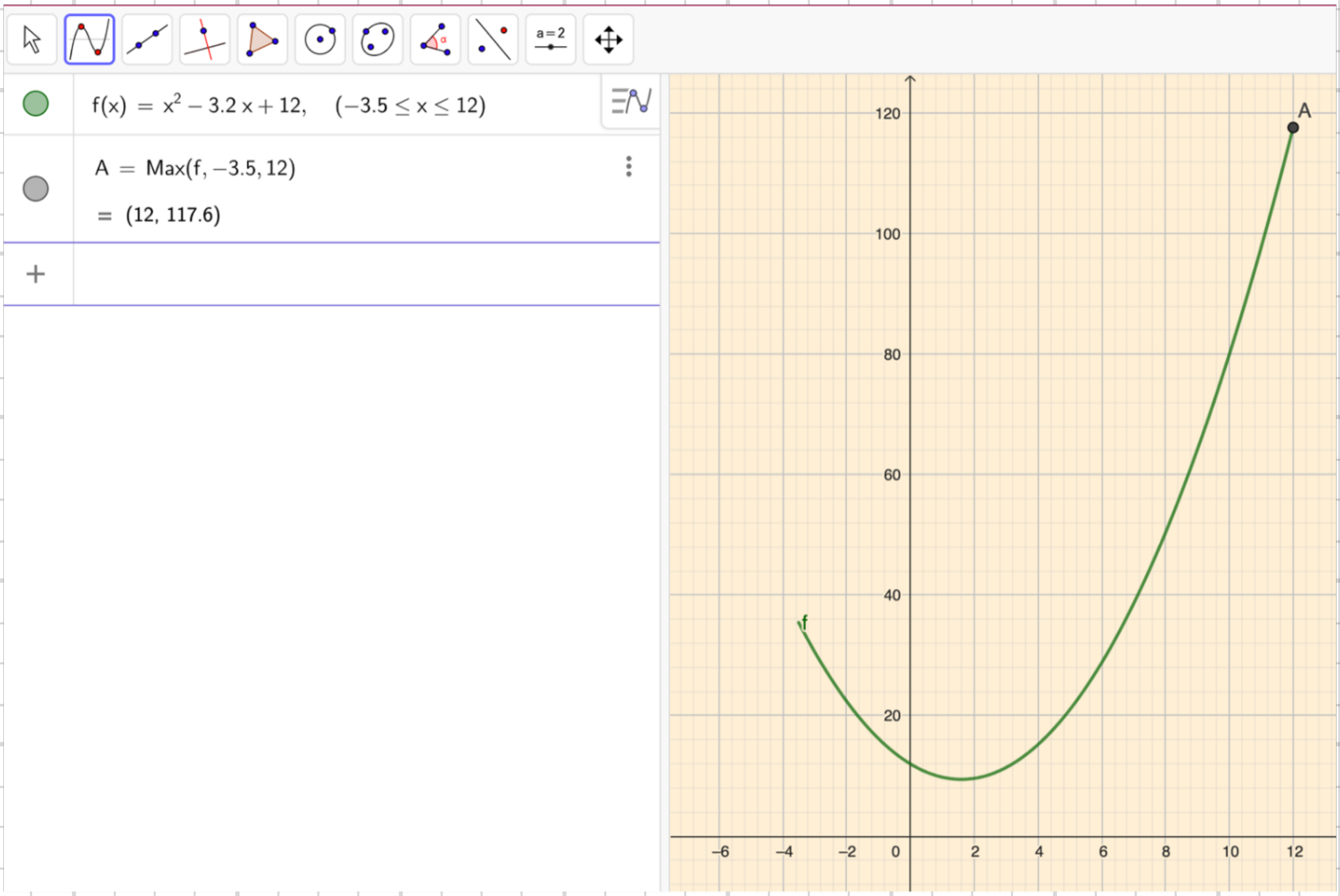
b) $h(x) = 0 \Rightarrow$

$-0.0023x^2 + 40 = 0 \Rightarrow x = \pm\sqrt{\dfrac{40}{0.0023}} \approx \pm 132$

$\text{Bredden} = 2x \approx \underline{264 \text{ m}}$

3228 Låt $f(x) = x^2 - 3{,}2x + 12$. Funktionen f är definierad i intervallet $-3{,}5 \le x \le 12$. Bestäm funktionens största värde.

3228. Geogebra ger: $f_{max} = f(12) = 117.6$



3229 Ett företags vinst, y miljoner kronor, varierar med antalet sålda enheter av en produkt. Om företaget säljer x tusen enheter ges vinsten av

$y = -0{,}05x^2 + 0{,}55x - 0{,}5$ för $0 \le x \le 11$

a) Bestäm extrempunktens koordinater och tolka ditt svar.

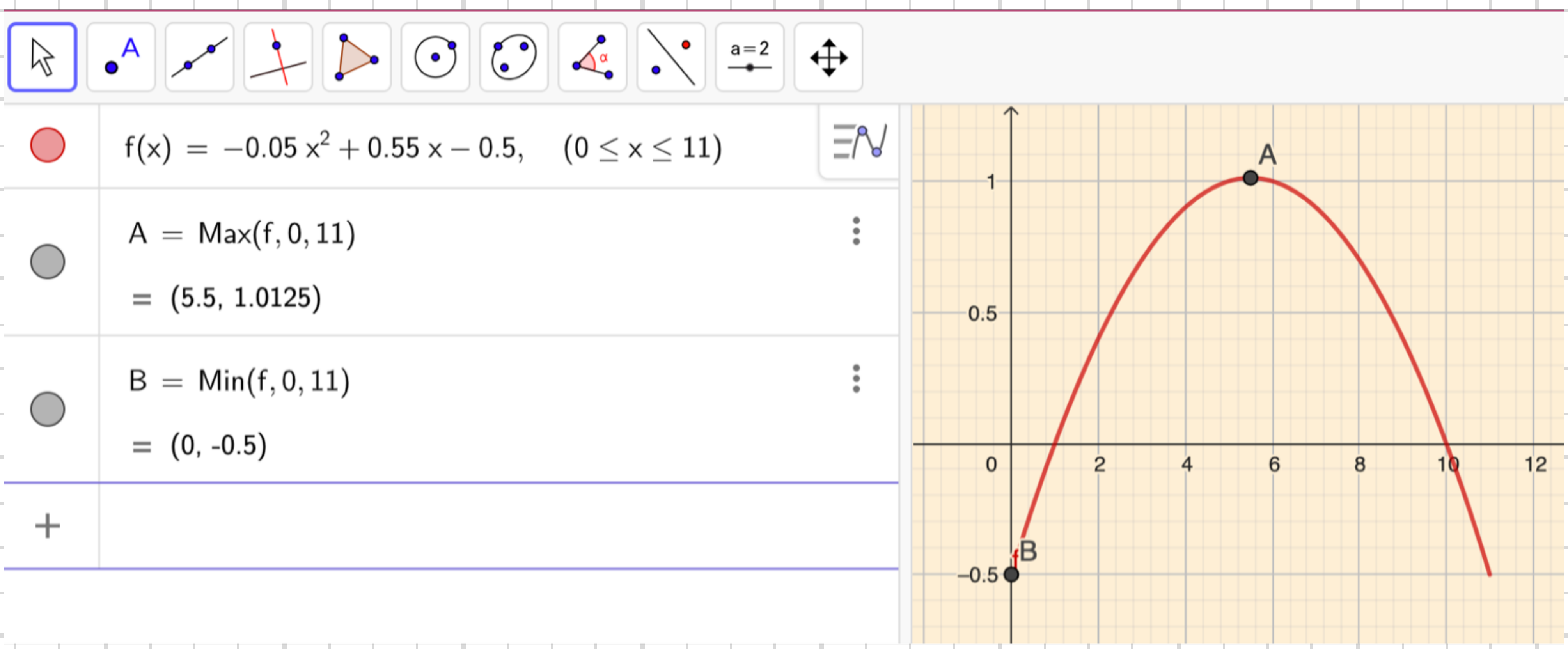
b) Ange funktionens värdemängd.

3229.

a) Geogebra ger: Maxpunkten = (5,5, 1,0125)

Vinsten är som störst vid 5500 sålda enheter.

b) $-0{,}5 \le y \le 1{,}0125$



3230 En bils bensinförbrukning $B(v)$ liter/mil, beror på hastigheten v km/h enligt

$$B(v) = 1{,}5 - \frac{v}{50} + \frac{v^2}{8\,000} \quad \text{för } 70 \leq v \leq 180$$

a) Vid vilken hastighet förbrukar bilen 1,0 liter/mil?

b) Vid vilken hastighet förbrukar bilen minst bensin?

c) Mellan vilka värden varierar bensinförbrukningen?

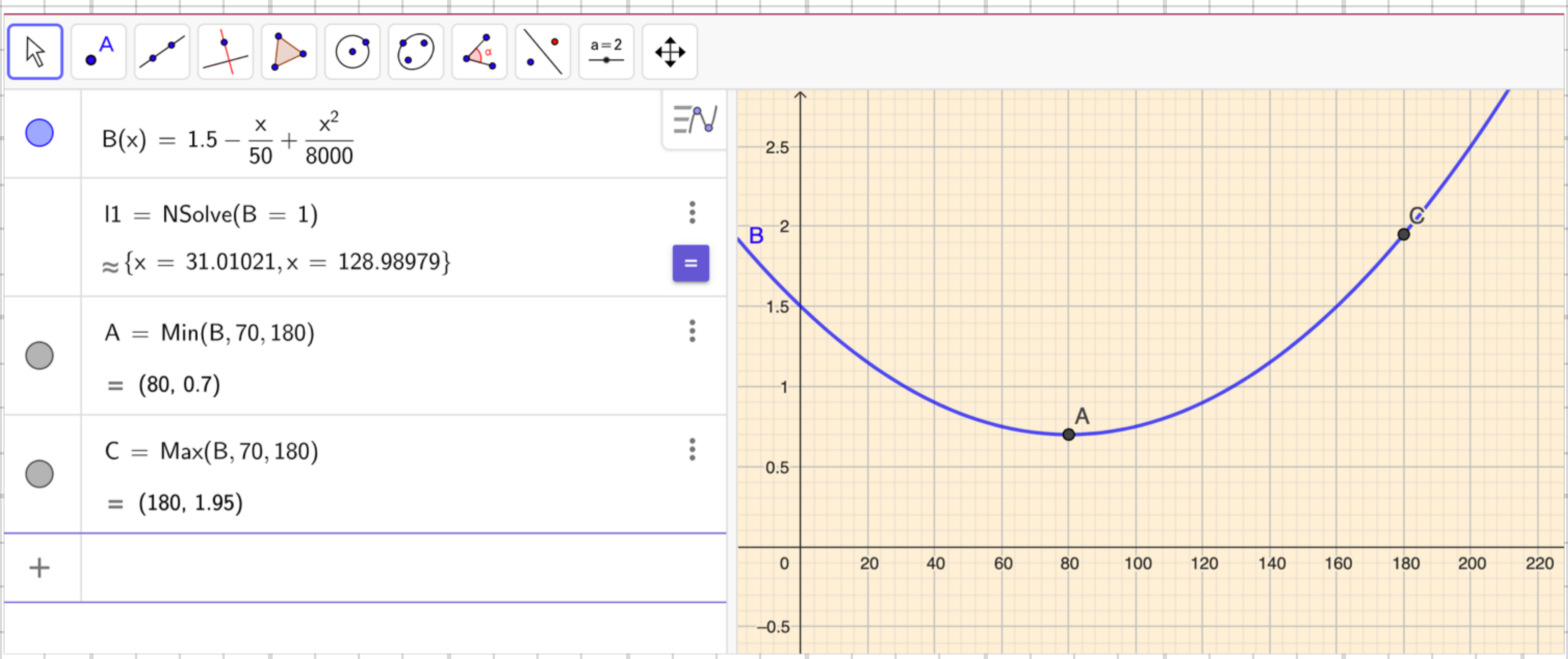
3230.

a) $B(v) = 1$, $70 \leq v \leq 180$

Geogebra ger: $v_1 \approx 31$ km/h, $v_2 \approx 129$ km/h

b) Vid 80 km/h (0.7 l/mil)

c) Mellan 0.7 och 1.95 l/mil.



3231 Antalet sumatraelefanter har minskat i antal de senaste 75 åren. År 2020 beräknades beståndet vara bara 2 600 individer. Två forskare har beskrivit elefantbeståndet med var sin matematisk modell, där $P(t)$ är antalet elefanter t år efter 1945.

Modell 1: $P(t) = 0{,}1t^2 - 200t + 17\,000$

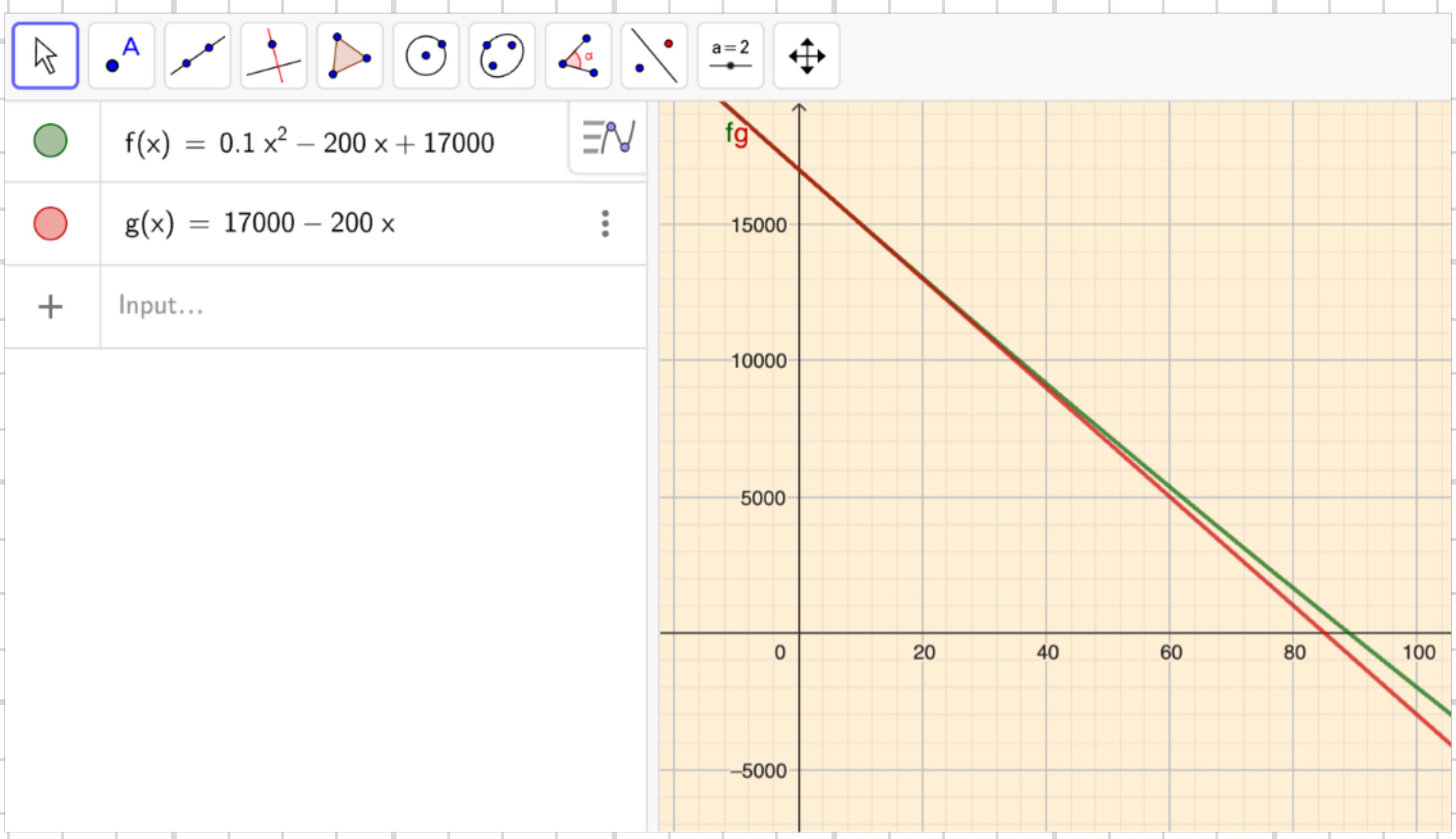
Modell 2: $P(t) = 17\,000 - 200t$

a) Beskriv två likheter mellan de båda modellerna.

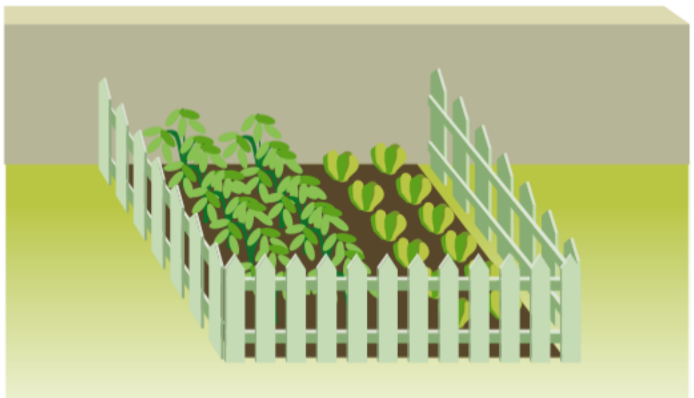
b) Båda modellerna har begränsningar. Ge exempel.

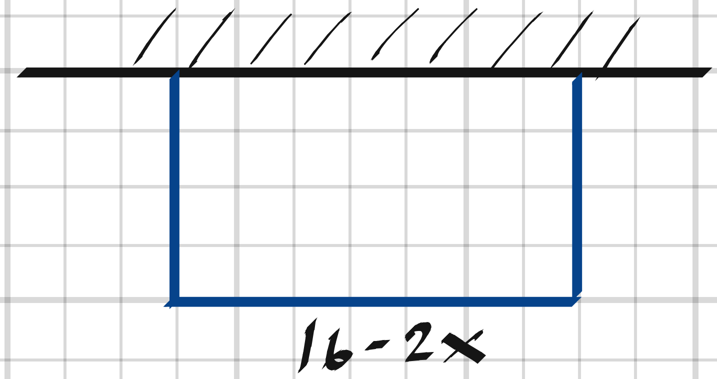
3231. a) Båda beräkningsmodellerna utgår från 17000 st.

b) — " — ger negativt antal efter drygt 80 år.



3232 Åsa vill göra ett inhägnat trädgårdsland mot en betongmur. Landet ska vara rektangulärt och Åsa har ett 16 meter långt staket att sätta upp. Hur stor kan arean bli maximalt?



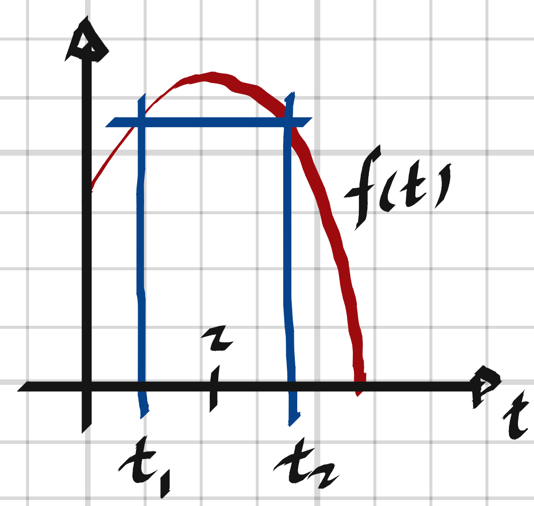


3232. $A(x) = x(16-2x) = 16x - 2x^2$

Symmetrilinjen: $x = 4$

$A_{max} = A(4) = 16 \cdot 4 - 2 \cdot 4^2 = \underline{32 \text{ m}^2}$

3233 En kula skjuts uppåt från en 80 meter hög byggnad. Kulan når maxhöjden 144 meter efter 2 sekunder. Under hur många sekunder befinner sig kulan över 130 meter?



3233. $f(t) = a(2-t)^2 + 144$

$f(0) = 80 \Rightarrow a \cdot (2-0)^2 + 144 = 80 \Rightarrow a = -16$

$f(t) = -16(2-t)^2 + 144$

$f(t) = 130 \Rightarrow -16(2-t)^2 + 144 = 130 \Rightarrow t = 2 \pm \sqrt{0{,}875}$ s

Antal sekunder över 130 $= 2\sqrt{0875} \approx \underline{1{,}9 \text{ s}}$

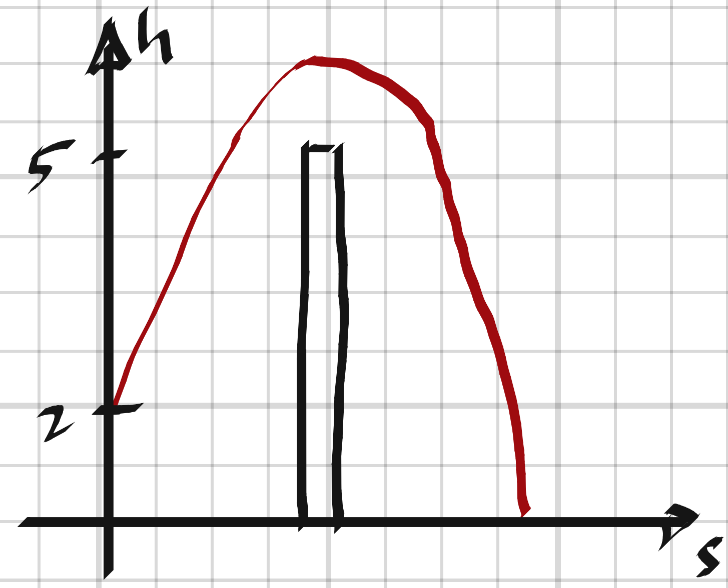
3234 Ragnar ska kasta in en fil till Sickan, som är på andra sidan av en 5 meter hög mur. Ragnars bästa kast beskrivs av modellen

$h(s) = 2{,}0 + 3{,}3s - 0{,}75s^2$

där h meter är kastets höjd efter s meter horisontell rörelse.

a) Bestäm definitionsmängd och värdemängd för Ragnars bästa kast.

b) Hur långt från staketet ska Ragnar stå för att lyckas kasta över filen till Sickan?



3234. a) $h(s) = 0 \Rightarrow$

$2 + 3{,}3s - 0{,}75s^2 = 0$

$-0{,}75(s^2 - 4{,}4s - 2{,}67) = 0$

$s = 2{,}2 \pm \sqrt{2{,}2^2 + 2{,}67} \approx 4{,}9$ m

$h(2{,}2) = 2 + 3{,}3 \cdot 2{,}2 - 0{,}75 \cdot 2{,}2^2 \approx 5{,}6$ m

Def. mängd: $0 \leq s \leq 4{,}9$ m

Värdemängd: $2 \leq h \leq 5{,}6$ m

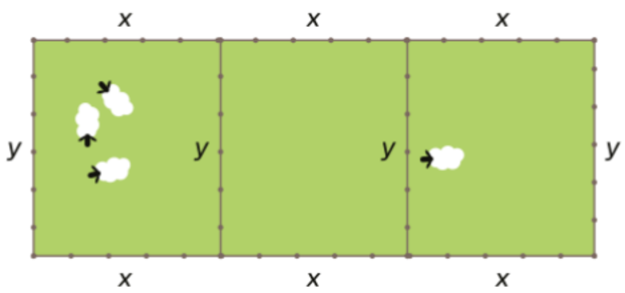
b) $h(s) = 5 \Rightarrow 2 + 3{,}3s - 0{,}75s^2 = 5$

$-0{,}75(s^2 - 4{,}4s + 4) = 0$

$s = 2{,}2 \pm \sqrt{2{,}2^2 - 4} \approx 2{,}2 \pm 0{,}917$

Han måste stå mellan 1.3 och 3.1 m från muren

3235 Marit ska dela upp ett område i tre lika stora fårhagar enligt figuren. Hon har 1 500 m stängsel att tillgå.



a) Beskriv hagarnas totala area med ett funktionsuttryck i en variabel.

b) Bestäm funktionens definitionsmängd.

c) Bestäm hagarnas maximala totala area.

3235. $4y + 6x = 1500$

a) $A = 3xy = 3x \cdot \dfrac{1500 - 6x}{4} = \underline{1125x - 4{,}5x^2}$

b) undre gräns: $x = 0$

övre gräns: $y = 0 \Rightarrow 6x = 1500 \Rightarrow x = 250$

<u>Def. mängd: $0 < x < 250$</u>

c) $-4{,}5x(x - 250) = 0 \Rightarrow$

Symmetrilinjen: $x = 125$

$A_{max} = A(125) = 1125 \cdot 125 - 4{,}5 \cdot 125^2 \approx \underline{70310 \text{ m}^2}$

3236 Kristin ska sälja glass vid stranden. Inköpspriset är 4 kr per glass. Hon räknar med att sälja x stycken glassar per dag, där x beror av försäljningspriset a kr enligt formeln $x = 310 - 12a$.

a) Skriv ett funktionsuttryck för hur vinsten $V(a)$ beror av försäljningspriset a.

b) Vilket pris ska Kristin sätta på glassarna för att maximera sin vinst?

3236.

a) $V(a) = a(310 - 12a) - 4(310 - 12a) = -12a^2 + 358a - 1240$

b) $V(a) = -12(a - 14{,}92)^2 + 12 \cdot 14{,}92^2 - 1240 =$

$= -12(a - 14{,}92)^2 + 1431$

$a \approx 15$ kr/st (vilket ger vinsten 1430 kr)