

27 Lös ekvationerna. Svara exakt.

a)  $x^2 = x$

b)  $(6 + x)^2 = -2(x + 3)$

c)  $(3n + 3)(3n - 3) = 6(n^2 - 2)$

d)  $\sqrt{2x - 2} - 2\sqrt{x^2 - 1} = 0$

27. a)  $x^2 - x = 0$

$$x(x - 1) = 0$$

$$\underline{x_1 = 0, x_2 = 1}$$

b)  $36 + 12x + x^2 = -2x - 6$

$$x^2 + 14x + 42 = 0$$

$$x = -7 \pm \sqrt{49 - 42} = -7 \pm \sqrt{7}$$

$$\underline{x_1 = -7 - \sqrt{7}, x_2 = -7 + \sqrt{7}}$$

c)  $9n^2 - 9 = 6n^2 - 12$

$$3n^2 = -3$$

Saknar reella lösningar

$$d) \quad \sqrt{2(x-1)} - 2\sqrt{(x+1)(x-1)} = 0$$

$$\sqrt{2(x-1)} = 2\sqrt{(x+1)(x-1)}$$

$$2(x-1) = 4(x+1)(x-1)$$

$$2(x-1)(1-2(x+1)) = 0$$

$$x_1 = 1$$

$$x_2 = -\frac{1}{2} \text{ (falsk lösning)} \Rightarrow$$

$$\underline{x = 1}$$

28 Bestäm lösningen till ekvationssystemet

$$\begin{cases} y = 2x^2 - 5x + 1 \\ y = 3x - 5 \end{cases}$$

$$28. \quad 2x^2 - 5x + 1 = 3x - 5$$

$$2x^2 - 8x + 6 = 0$$

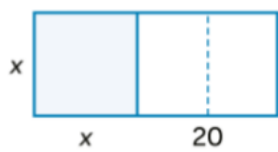
$$2(x^2 - 4x + 3) = 0$$

$$(x-1)(x-3) = 0$$

$$x_1 = 1, \quad y_1 = 3 \cdot 1 - 5 = -2 \quad \underline{(x_1, y_1) = (1, -2)}$$

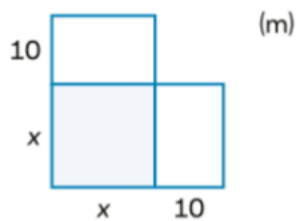
$$x_2 = 3, \quad y_2 = 3 \cdot 3 - 5 = 4 \quad \underline{(x_2, y_2) = (3, 4)}$$

29 Figuren till vänster visar ett rektangulärt område.



$$A = 629 \text{ m}^2$$

a) Teckna en ekvation för att bestämma  $x$  utifrån den vänstra figuren.



b) I den andra figuren har arean omfördelats, så att området nästan är kvadratisk. Vilka mått har den mindre kvadrat som måste läggas till i övre högra hörnet, för att hela figuren ska bli en stor kvadrat?

c) Hur förändras ekvationen från a) efter att man kompletterat figuren med den mindre kvadraten?

d) Lös ekvationen.

29. a)  $(x+20)x = 629$

$$\underline{x^2 + 20x - 629 = 0}$$

b)  $\underline{10^2 = 100}$

c+d)  $(x+10)^2 - 10^2 - 629 = 0$

$$x+10 = \pm \sqrt{729}$$

$$x = -10 \pm 27 = \underline{17 \text{ m}}$$

---

30 Skriv linjernas ekvationer i k-form.

a)  $\frac{y-2}{2} = x$

b)  $3(2x-7) = \frac{y+1}{2}$

c)  $\frac{y-4}{5} - 2(3x+2) = 2$

30. a)  $y = 2x + 2$

b)  $y = 12x - 43$

c)  $y - 4 = 10 + 10(3x + 2)$

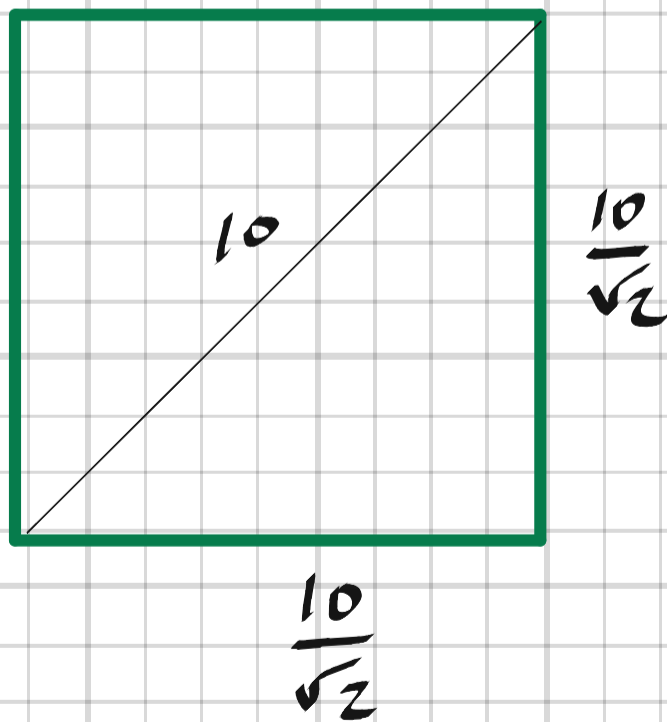
$y = 14 + 30x + 20$

$y = 30x + 34$

31 I en kvadrat är diagonalen 10 cm. Bestäm kvadraternas area.

31.

$A = \left(\frac{10}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{100}{2} = \underline{50 \text{ cm}^2}$



32 Faktorisera täljare och nämnare och förkorta så långt som möjligt

a)  $\frac{9x + 6x^2}{6x}$

b)  $\frac{2a^2 - 4ab}{3a - 6b}$

c)  $\frac{x^2 - 4y^2}{x + 2y}$

d)  $\frac{4a^2 - 12a + 9}{4a - 6}$

32. a) 
$$\frac{3x(3 + 2x)}{6x} = \frac{3 + 2x}{2}$$

b) 
$$\frac{2a(a - 2b)}{3(a - 2b)} = \frac{2a}{3}$$

c) 
$$\frac{(x + 2y)(x - 2y)}{x + 2y} = \frac{x - 2y}{1}$$

d) 
$$\frac{(2a - 3)^2}{2(2a - 3)} = \frac{2a - 3}{2}$$

---

33 Torbjörn och Christian pluggar matte tillsammans. Christian säger att han inte riktigt förstått den andra kvadreringsregeln och ber att Torbjörn ska förklara den. Hjälp Torbjörn med vad han ska säga, skriva eller rita.

33. Den andra kvadreringsregeln lyder

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2,$$

Mellantermen blir alltid 2 · produkten av binomets termer. Första och sista termens kvadrater adderas till mellantermen.

34 Bestäm konstanterna  $a$  och  $b$  så att ekvations-systemet

$$\begin{cases} ay + bx = 0 \\ 2ay + \frac{bx}{6} = 11 \end{cases}$$

har lösningen

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}$$

$$34. \begin{cases} 2ay + 2bx = 0 \\ - \left[ 2ay + \frac{bx}{6} = 11 \right] \end{cases}$$

$$\frac{11b}{6}x = -11$$

$$x = -\frac{6}{b}, \quad x = 1 \Rightarrow \underline{b = -6}$$

$$y = -\frac{b}{a}x = \frac{6}{a}, \quad y = 3 \Rightarrow \underline{a = 2}$$

35 Vilma har ett rektangulärt trädgårdsland, där längden är 3 meter längre än bredden. Hon utökar både längd och bredd med 2 meter och får på detta sätt ett land, som är  $20 \text{ m}^2$  större än det tidigare. Hur stor area har trädgårdslandet efter utökningen?

35,



$$(x+3)x + 20 = (x+5)(x+2)$$

$$x^2 + 3x + 20 = x^2 + 7x + 10$$

$$4x = 10$$

$$x = \frac{5}{2}$$

$$A = \left(\frac{5}{2} + 5\right) \left(\frac{5}{2} + 2\right) = \frac{15}{2} \cdot \frac{9}{2} = \frac{135}{4} \approx \underline{34 \text{ m}^2}$$

---

**36** Du ska bestämma konstanterna  $a$ ,  $b$  och  $c$  i andragradsekvationen  $ax^2 + bx + c = 0$ . Vilken eller vilka av informationspunkterna (1) och (2) behöver du för att kunna bestämma alla tre konstanterna  $a$ ,  $b$  och  $c$ ? Välj bland alternativen A–E.

(1) Ekvationens ena lösning är  $x = 5$ .

(2) För koefficienten framför  $x^2$  gäller att  $a = 1$ .

**A** (1) men inte (2)

**B** (2) men inte (1)

**C** Både (1) och (2) räcker var för sig

**D** (1) och (2) tillsammans

**E** (1) och (2) räcker inte för att lösa uppgiften

36. E (fortfarande en ekvation och två obekanta)

---

**37** Förkorta uttrycken så långt som möjligt

a)  $\frac{(a+2b)^2}{3a+6b}$

b)  $\frac{4m^2 - 4mn + n^2}{12m^2 - 3n^2}$

37. a) 
$$\frac{(a+2b)^2}{3(a+2b)} = \frac{a+2b}{3}$$

b) 
$$\frac{(2m-n)^2}{3(4m^2-n^2)} = \frac{(2m-n)^2}{3(2m+n)(2m-n)} = \frac{2m-n}{6m+3n}$$

---



38 En handlare vill sälja 100 kg blandfärs för 50 kr/kg. Han blandar den av nötfärs som kostar 62,50 kr/kg och fläskfärs som kostar 48,10 kr/kg. Hur mycket av vardera sorten ska han välja?

$$38. \quad \begin{cases} 62,50n + 48,10f = 50 \cdot 100 \\ n + f = 100 \end{cases}$$

$$62,5n + 48,1(100 - n) = 5000$$

$$14,4n = 190$$

$$n \approx 13,194, \quad f \approx 100 - 13,194 = 86,806$$

Han ska välja 13,2 kg nötfärs och 86,8 kg fläskfärs.

39 Lös ekvationen

$$(2x - 6)(8x - 3) - (3 + 4x)(4x - 7) = 0$$

$$39. \quad \cancel{16x^2} - 6x - 48x + 18 - 12x + 21 - \cancel{16x^2} + 28x = 0$$

$$38x = 39$$

$$x = \frac{39}{38}$$

40 Fyll i de tomma rutorna, så att likheterna stämmer.

a)  $(\square + 7)(2a - \square) = 6a^2 - a - \square$

b)  $\square(\square + \square)(\square - \square) = 3x^2 - 12y^2$

c)  $(4m + 5n)(\square - \square) = \square + 14mn - 8m^2$

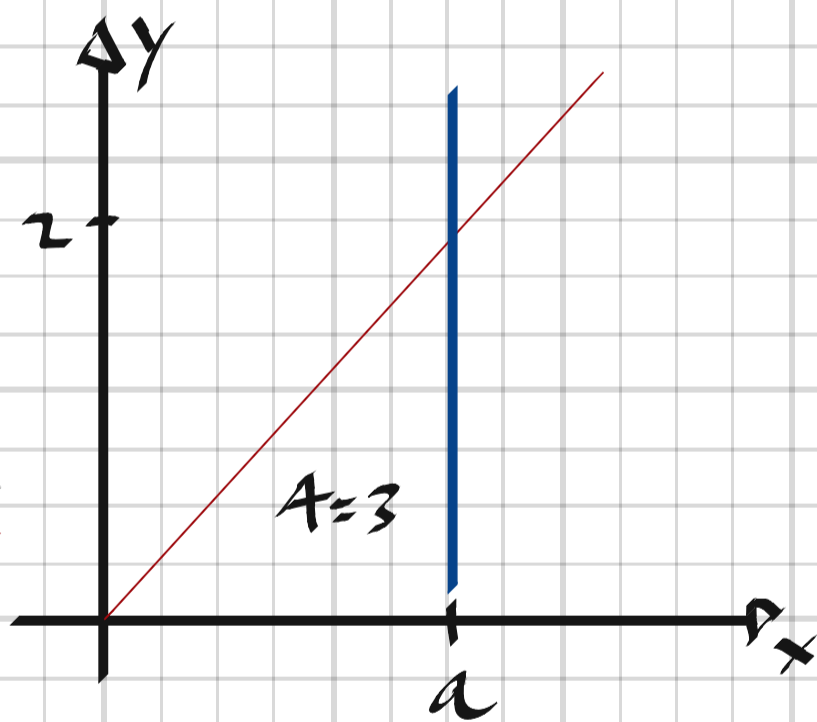
40. a)  $(3a + 7)(2a - 5) = 6a^2 - a - 35$

b)  $3(x + 2y)(x - 2y) = 3x^2 - 12y^2$

c)  $(4m + 5n)(6n - 2m) = 30n^2 + 14mn - 8m^2$

41 De räta linjerna  $y = \frac{2x}{a}$  och  $x = a$  avgränsar tillsammans med  $x$ -axeln ett område. Bestäm värdet på konstanten  $a$  så att områdets area blir 3 areaenheter.

41.  $\frac{2a}{2} = 3 \Rightarrow \underline{a = 3 \text{ l.e.}}$



**42** Lös ekvationerna

a)  $x(x+1)(x+2)(x+3) = 0$

b)  $(x^2 + 2x)(x - 4x^2) = 0$

c)  $\sqrt{3x-5} + \sqrt{x-1} = 2$

42,

a)  $x_1 = 0, x_2 = -1, x_3 = -2, x_4 = -3$

b)  $x_{1,2} = 0, x_3 = -2, x_4 = \frac{1}{4}$

c)  $(\sqrt{3x-5})^2 = (2 - \sqrt{x-1})^2$

$$3x - 5 = 4 - 4\sqrt{x-1} + x - 1$$

$$2x - 8 = 4\sqrt{x-1}$$

$$\left(\frac{x}{2} - 2\right)^2 = (\sqrt{x-1})^2$$

$$\frac{x^2}{4} - 2x + 4 = x - 1$$

$$x^2 - 12x + 20 = 0$$

$$x = 6 \pm 4$$

Kontroll:

$$x_1 = 2 \quad \sqrt{3 \cdot 2 - 5} + \sqrt{2 - 1} = 1 + 1 = 2 \text{ ok!}$$

$$x_2 = 10 \quad \sqrt{3 \cdot 10 - 5} + \sqrt{10 - 1} = 5 + 3 \neq 2 \text{ falsk lösning}$$

$$\Rightarrow \underline{x = 2}$$