1111 Tabellen visar vilken skostorlek som passar respektive fotlängd.

Fotlängd (cm)	Sko-storlek
22,8	36
23,6	37
24,4	38
25,2	39
26,0	40
26,8	41
27,6	42

a) Ange en ekvation $y = kx + m$ som beskriver hur skostorleken y beror av fotlängden x cm.

b) Använd din ekvation och bestäm skostorleken för en person som fotlängden 20,4 cm.

c) Använd din ekvation och bestäm fotlängden för en person som har storlek 47.

1111.

a) $$k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{42-36}{27.6-22.8} = \frac{6}{4.8} = 1.25$$

$$36 = 1.25 \cdot 22.8 + m \Rightarrow m = 7.5$$

$$\underline{y = 1.25x + 7.5}$$

b) $$y(20.4) = 1.25 \cdot 20.4 + 7.5 = \underline{33}$$

c) $$x = \frac{y - 7.5}{1.25} = \frac{47 - 7.5}{1.25} = \underline{31.6 \text{ cm}}$$

1112 Givet ekvationen $y + \frac{2}{3}x = 6$

a) Bestäm värdet på x som löser ekvationen om $y = \frac{1}{4}$

b) Bestäm ytterligare en lösning till ekvationen där ett av talen är ett bråk.

1112. $x = \frac{3}{2} \cdot (6 - y)$

a) $x(\frac{1}{4}) = \frac{3}{2}(6 - \frac{1}{4}) = \frac{3}{2} \cdot \frac{23}{4} = \underline{\frac{69}{8}}$

b) ex.v om $\underline{x = \frac{1}{2}}$ => $y = 6 - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \underline{\frac{17}{3}}$

1113 En ekvation i formen $y = kx + m$ har en lösning $x = 3$ och $y = -2$.

a) Bestäm en ekvation som har dessa värden som en lösning.

b) Bestäm ytterligare en ekvation som har dessa värden som en lösning.

1113. a) $3k + m = -2$

k väljes 1 => $m = -5$ => $\underline{y = x - 5}$

b) $\underline{y = -x + 1}$

1114 Bestäm ekvationen för den räta linje som går genom punkterna med koordinaterna

a) $(-2, -1)$ och $(1, -2)$

b) $(1; 2{,}5)$ och $(5; 6{,}5)$

c) $\left(1, \frac{1}{3}\right)$ och $\left(4, \frac{1}{2}\right)$

1114. a)

$$k = \frac{-2-(-1)}{1-(-2)} = -\frac{1}{3}$$

$$y+1 = -\frac{1}{3}(x+2)$$

$$\underline{y = -\frac{1}{3}x - \frac{5}{3}}$$

b)

$$k = \frac{6{,}5-2{,}5}{5-1} = 1$$

$$y-2{,}5 = 1\cdot(x-1)$$

$$\underline{y = x+1{,}5}$$

c)

$$k = \frac{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}}{4-1} = \frac{\frac{1}{6}}{3} = \frac{1}{18}$$

$$y-\frac{1}{3} = \frac{1}{18}(x-1)$$

$$\underline{y = \frac{x}{18} + \frac{5}{18}}$$

1115 Cecil har hittat olika recept för kanelbullar och har lagt märke till att mängden mjöl kan anges både i deciliter och i gram.

Cecil mäter upp $\frac{1}{2}$ kg mjöl och noterar att det motsvarar ca 8 dl. Han mäter sedan hela mjölpaketet på 2 kg och finner att det rymmer ca 33 dl.

Han sammanfattar i en värdetabell.

x (g)	*y* (dl)
500	8
2 000	33

Cecil använder sedan värdetabellen för att hitta ett samband mellan vikt och volym för mjöl. Han prickar in värdena som två punkter i ett koordinatsystem och drar en rät linje genom dem

a) Använd värdena i tabellen och bestäm ekvationen för Cecils linje. Svara exakt i formen $y = kx + m$.

b) Använd ekvationen i uppgift a) och beräkna hur många deciliter 200 g mjöl motsvarar.

c) Använd ekvationen i uppgift a) och beräkna hur många gram 10 dl mjöl motsvarar.

d) Det finns en brist i Cecils samband. Ge ett exempel på en vikt x g där Cecils samband inte gäller. Motivera ditt svar.

1115.

$$k = \frac{33-8}{2000-500} = \frac{25}{1500}$$

$$y - 8 = \frac{25}{1500}(x - 500)$$

a)

$$y = \frac{25}{1500}x - \frac{1}{3} = \underline{\frac{1}{60}x - \frac{1}{3}}$$

b)

$$y(200) = \frac{25 \cdot 200}{1500} - \frac{1}{3} = \frac{50}{15} - \frac{5}{15} = \frac{45}{15} = \underline{3\ \text{dl}}$$

c)

$$x = \frac{1500}{25}\left(y + \frac{1}{3}\right)$$

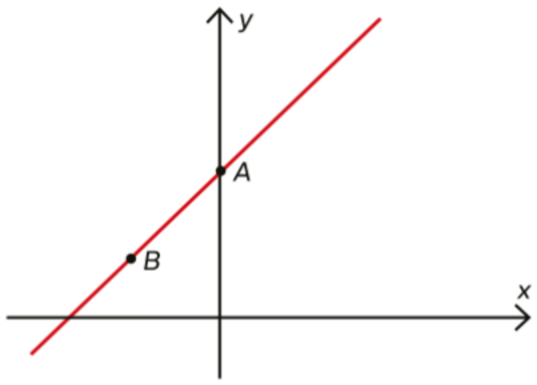
$$x(10) = \frac{1500}{25}\left(10 + \frac{1}{3}\right) = 600 + 20 = \underline{620\ \text{g}}$$

d)

$$\frac{25}{1500}x < \frac{1}{3} \Rightarrow x < \frac{500}{25} = 20\ \text{g}$$

<u>För vikt under 20g blir volymen negativ.</u>

1116 Figuren här nedanför visar en rät linje som går genom punkten $B = (-3, 4)$. Linjen skär den positiva y-axeln i punkten A.



Avståndet mellan origo och punkten A är dubbelt så stort som avståndet mellan origo och punkten B. Bestäm ekvationen för den räta linje som går genom punkterna A och B.

1116.

$$|OB| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ l.e.}$$

$$|OA| = 2 \cdot |OB| \Rightarrow A = (0, 10)$$

$$k = \frac{10 - 4}{0 - (-3)} = 2$$

$$y - 4 = 2(x + 3)$$

$$y = \underline{2x + 10}$$

1117 En rät linje med riktningskoefficienten 3 går genom punkterna med koordinaterna $(a, -3)$ och $(5, a)$. Bestäm linjens ekvation.

1117.

$$\frac{a-(-3)}{5-a} = 3$$

$$a+3 = 3(5-a)$$

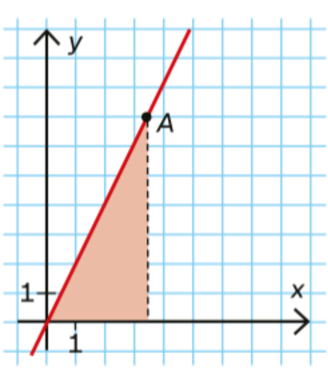
$$a+3 = 15-3a \Rightarrow a = 3$$

$$y-3 = 3(x-5)$$

$$y = 3x - 12$$

1118 En rät linje med ekvationen $y = 2x$ går genom punkten A som har x-koordinaten a. Triangeln i figuren har ett hörn i origo, ett hörn på x-axeln och det tredje hörnet vinkelrätt upp från x-axeln i punkten A.

För vilket värde på a har triangeln arean 10 a.e.? Svara exakt.



1118.

$$\frac{a \cdot 2a}{2} = 10 \Rightarrow a = \sqrt{10} \text{ l.e.}$$

1119 Visa att ekvationen för en rät linje med riktningskoefficienten k, som går genom punkten med koordinaterna (x_1, y_1), kan skrivas i så kallad *enpunktsform*:

$y - y_1 = k(x - x_1)$

1119. $y = kx + m$

$(x_1, y_1) \Rightarrow k \cdot x_1 + m = y_1 \Rightarrow m = y_1 - kx_1$

$y = kx + y_1 - kx_1 \Rightarrow$

$y - y_1 = k(x - x_1)$ #

1131 Punkten med koordinaterna $(a, 3)$ ligger på linjen med ekvationen $3x + y = 9$. Bestäm a.

1131. $3a + 3 = 9 \Rightarrow \underline{a = 2}$

1132 För vilket värde på a gäller att ekvationen $ax + 2y + 4 = 0$ beskriver en linje som är parallell med linjen $y = -2x + 4$?

1132. $y = -\frac{a}{2}x - 2$

parallell $\Rightarrow -\frac{a}{2} = -2 \Rightarrow \underline{a = 4}$

1133 För två linjer som är vinkelräta mot varandra så gäller att produkten av deras riktningskoefficienter är -1. Ange ekvationen för en linje som är vinkelrät mot linjen $y = -\frac{1}{3}x + 4$.

1133. ex.v $\underline{y = 3x}$

1134 Två räta linjer har ekvationerna $y = 2x + a$ och $2y - x = b$, där a och b är konstanter. Anta att linjerna alltid ska skära varandra i en punkt som ligger på linjen $y = 3x$. Visa vilket samband som då måste gälla mellan a och b.

(Np Ma2c vt 2014)

1134.

$$\begin{cases} y = 2x + a \\ y = \frac{x}{2} + \frac{b}{2} \end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{l} 3x = 2x + a \Rightarrow x = a \\ 3x = \frac{x}{2} + \frac{b}{2} \Rightarrow \frac{5x}{2} = \frac{b}{2} \Rightarrow x = \frac{b}{5} \end{array}\right\} \underline{b = 5a}$$

1135 En rät linje är vinkelrät mot $ax + 2y - 6 = 0$ och går genom punkten (a, b). Vilket värde har b om linjerna skär y-axeln i samma punkt?

1135.

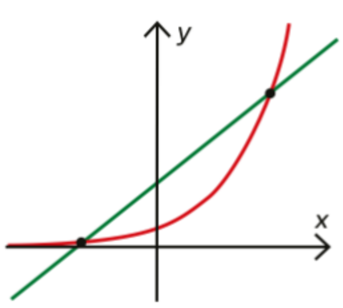
$$y = -\frac{a}{2}x + 3$$

Vinkelrät $\Rightarrow$ $y = +\frac{2}{a}x + m$

Samma punkt på y-axeln $\Rightarrow$ $m = 3$

(a,b) : $\frac{2}{a} \cdot a + 3 = b \Rightarrow \underline{b = 5}$

1136 En rät linje skär grafen till exponentialfunktionen $y = 2^x$ för $x = -2$ och $x = 3$.



Bestäm linjens ekvation. Svara exakt.

1136.

$$(x_1, y_1) = (-2, 2^{-2}) = (-2, \tfrac{1}{4})$$

$$(x_2, y_2) = (3, 2^3) = (3, 8)$$

$$k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{8 - \frac{1}{4}}{3-(-2)} = \frac{\frac{31}{4}}{5} = \frac{31}{20}$$

$$y - \frac{1}{4} = \frac{31}{20}(x+2)$$

$$\underline{y = \frac{31}{20}x + \frac{67}{20}}$$

1137 Ekvationerna $2x + y = 7$ och $3x + 2y = 12$ har en gemensam lösning x och y. Bestäm denna gemensamma lösning till ekvationerna.

1137.

$$\begin{cases} y = -2x + 7 \\ y = -\frac{3}{2}x + 6 \end{cases}$$

$$-2x + 7 = -\frac{3}{2}x + 6$$

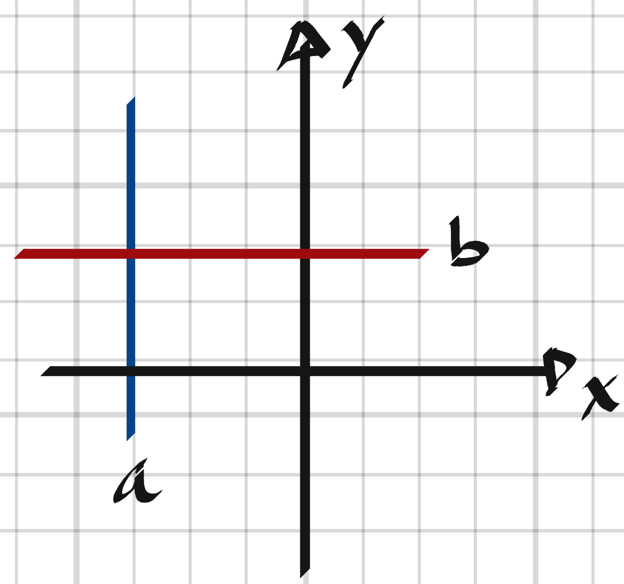
$$\frac{x}{2} = 1 \Rightarrow x = 2 \quad , y = -2 \cdot 2 + 7 = 3$$

$$\underline{(x, y) = (2, 3)}$$

1138 Två räta linjer motsvaras av ekvationerna $x = a$ och $y = b$, där a och b är konstanter, $a < 0$ och $b > 0$.

a) Ange koordinaterna för linjernas skärningspunkt.

b) Ange en ekvation i allmän form för den räta linje som går genom skärningspunkten och origo.



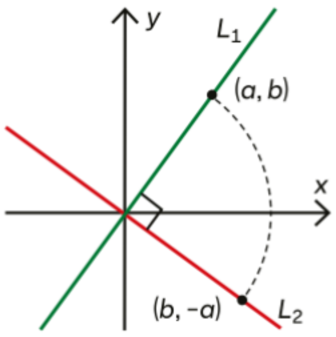
1138

a) (a, b)

b) $y = \frac{b}{a}x$

Allmän form: $\underline{bx - ay = 0}$

1139 Linjerna L_1 och L_2 i figuren här nedanför är ritade så att de är vinkelräta mot varandra. Visa med hjälp av linjerna L_1 och L_2 att $k_1 \cdot k_2 = -1$.



1139.

L1: $y = \frac{b}{a}x$ $\qquad k_1 = \frac{b}{a}$

L2: $y = -\frac{a}{b}x$ $\qquad k_2 = -\frac{a}{b}$

$$k_1 \cdot k_2 = \frac{b}{a} \cdot \left(-\frac{a}{b}\right) = -1 \quad \#$$

1140 En linje kan beskrivas i k-form och i allmän form, men också i så kallad *parameterform*. Exempelvis skrivs linjen $y = x + 1$ i parameterform som

$$\begin{cases} x = t \\ y = t + 1 \end{cases}$$

där t är ett reellt tal.

a) Ta fram några punkter (x, y) som uppfyller sambanden, genom att välja några olika värden på t, och visa att de alltid hamnar på linjen $y = x + 1$.

b) Ange ekvationen i allmän form för den räta linje som i parameterform skrivs

$$\begin{cases} x = t + 2 \\ y = t - 1 \end{cases}$$

c) En linjes ekvation i allmän form är $x + y - 10 = 0$. Skriv linjens ekvation i parameterform.

1140. a) $\underline{(0,1),\ (1,2),\ (2,3)}$

b) $$\begin{cases} t = x - 2 \\ t = y + 1 \end{cases}$$

$$x - 2 = y + 1$$

$$\underline{x - y - 3 = 0}$$

c) $$\begin{cases} x = t \\ y = 10 - t \end{cases}$$

1217 Patrik ska handla lösviktsgodis till sin mamma Ellen. Hon säger till Patrik att hon vill ha 5 hg godis och skickar med honom 30 kronor att handla för. I godisaffären finns två olika priser på lösviktsgodis. Det dyrare godiset kostar 7,90 kr/hg och det billigare 4,90 kr/hg. Patrik frågar sig: Är det möjligt att handla precis 5 hg godis för 30 kronor? Efter en stunds funderande kommer han på ett sätt att räkna ut det och ställer upp ekvationssystemet:

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 4{,}90x + 7{,}90y = 30 \end{cases}$$

a) Förklara vad x och y betyder i ekvationssystemet.

b) Välj en av ekvationerna i ekvationssystemet och förklara vad ekvationen beskriver.

c) Lös ekvationssystemet och besvara sedan Patriks fråga ovan.

(Np MaB vt 2005)

1217. a) x = Antal hekto av det billigare godiset.

y = — " — dyrare godiset.

b) $x + y = 5$

Summan av vikterna x och y är lika med 5 hg.

c) $$\begin{cases} x + y = 5 \\ 4.90x + 7.90y = 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4.90x + 4.90y = 24.5 \\ 4.90x + 7.90y = 30 \end{cases} \Rightarrow$$

$$3y = 5.5 \Rightarrow y = 1.83, \quad x = 5 - 1.83 = 3.17$$

Ja, om han köper 3.17 hg av det dyrare och 1.83 hg av det billigare.

1218 Bestäm konstanten k så att ekvationssystemet

$$\begin{cases} y = kx + 7 \\ 2y - 3x + 2 = 0 \end{cases}$$

a) har en lösning

b) saknar lösning

1218.

$$\begin{cases} y = kx + 7 \\ y = \frac{3}{2}x - 1 \end{cases}$$

a) $k \neq \frac{3}{2}$

b) $k = \frac{3}{2}$ (parallella)

1219 Lilly ska hyra bil och tvekar mellan två olika bilar. Den svarta bilen kostar 384 kr/dygn att hyra och uppskattad bränslekostnad är 113 kr per 100 km. Den grå bilen kostar 480 kr/dygn och uppskattad bränslekostnad är 86 kr per 100 km. Vilken bil bör Lilly välja, om det är priset som avgör?

x = antal dygn

y = antal 10-milssträckor

1219.

$$z_1 = 384x + 113y$$

$$z_2 = 480x + 86y$$

$$z_1 = z_2 \Rightarrow 384x + 113y = 480x + 86y$$

$$y = \frac{96}{27}x \approx 3.6x$$

om sträckan är mindre än 36 mil per dygn blir det billigare med den svarta.

1220 Ange värden på konstanterna a och b så att ekvationssystemet

$$\begin{cases} 3y = ax + 3 \\ 2y = 3x + b \end{cases}$$

får oändligt många lösningar.

1220.

$$\begin{cases} y = \frac{a}{3}x + 1 \\ y = \frac{3}{2}x + \frac{b}{2} \end{cases}$$

Oändligt många lösningar =>

$$\frac{a}{3} = \frac{3}{2} \Rightarrow \underline{a = \frac{9}{2}}$$

$$\frac{b}{2} = 1 \Rightarrow \underline{b = 2}$$

1221 Beskriv hur värdet av konstanterna a och b påverkar antalet lösningar till ekvationssystemet

$$\begin{cases} 2y = x + b \\ y = ax + b \end{cases}$$

1221.

$$\begin{cases} y = \frac{1}{2}x + \frac{b}{2} \\ y = ax + b \end{cases}$$

$a = \frac{1}{2}$, $b = 0$: Oändligt många lösningar

$a = \frac{1}{2}$, $b \neq 0$: Saknar lösning (parallella linjer)

$a \neq \frac{1}{2}$: En lösning (skärningspunkt)

1222 Här ser du ett ekvationssystem som inte är linjärt.

$$\begin{cases} y = 2x^2 + 3 \\ -8x + 2y - 3 = 0 \end{cases}$$

Lös ekvationssystemet.

1222. $\begin{cases} y = 2x^2+3 \\ y = 4x + \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow$

$$2x^2 + 3 = 4x + \frac{3}{2}$$

$$x^2 - 2x + \frac{3}{4} = 0$$

Geogebra: Solve($x^2 - 2x + \frac{3}{4} = 0$) $\Rightarrow$

$$x_1 = \frac{1}{2}, \quad y_1 = 4 \cdot \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = \frac{7}{2}$$

$$x_2 = \frac{3}{2}, \quad y_2 = 4 \cdot \frac{3}{2} + \frac{3}{2} = \frac{15}{2}$$

$$\underline{(x_1, y_1) = \left(\frac{1}{2}, \frac{7}{2}\right)}$$

$$\underline{(x_2, y_2) = \left(\frac{3}{2}, \frac{15}{2}\right)}$$

1234 Lös ekvationssystemen med substitutionsmetoden.

a) $\begin{cases} 5u - w - 11 = 0 \\ 4w + 3u = 2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} s + 2(t - 6) = 0 \\ 3s + 2t = 30 \end{cases}$

1234.

a) $w = 5u - 11$

$4 \cdot (5u - 11) + 3u = 2$

$20u - 44 + 3u = 2$

$23u = 46$

$u = 2$, $w = 5 \cdot 2 - 11 = -1$

$\underline{(u, w) = (2, -1)}$

b) $s = -2t + 12$

$3(-2t + 12) + 2t = 30$

$-6t + 36 + 2t = 30$

$4t = 6$

$t = \frac{3}{2}$, $s = -2 \cdot \frac{3}{2} + 12 = 9$

$\underline{(s, t) = (9, \frac{3}{2})}$

1235 Anna och Lina har börjat lösa ekvationssystemet

$$\begin{cases} 4x + 7y + 20 = 0 \\ 3y - 5 = x \end{cases}$$

Anna har börjat sin idé till lösning med att skriva

$4(3y - 5) + 7y + 20 = 0$

Hon sneglar på Lina och ser att hon har skrivit

$4x + 7 \cdot \frac{x+5}{3} + 20 = 0$

a) Beskriv vad det är Anna respektive Lina har gjort.

b) Gör färdigt Annas lösning.

c) Gör färdigt Linas lösning.

d) Tyckte du att någon av varianterna var lättare än den andra? I så fall vilken? Motivera ditt svar.

1235. a) Anna har ersatt x i första ekvationen med dess uttryck i den andra.

Lina har löst ut y ur den andra ekvationen och ersatt y i den första.

b) $12y - 20 + 7y + 20 = 0$

$19y = 0$

$y = 0, \quad x = 3 \cdot 0 - 5 = -5$

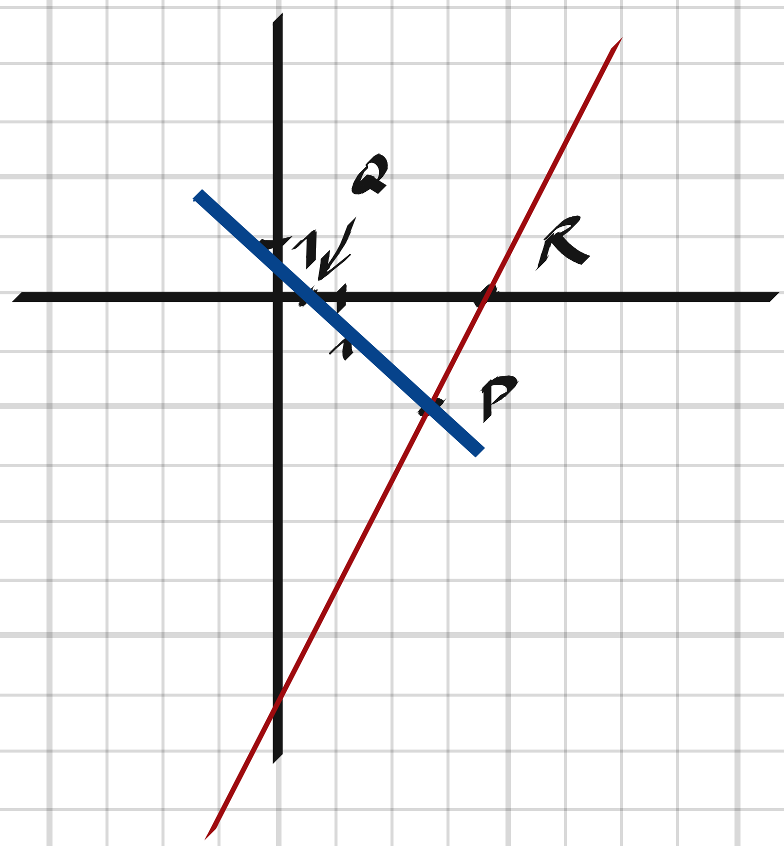
$(x, y) = (-5, 0)$

c) $4x + \frac{7}{3}x + \frac{35}{3} + 20 = 0$

$\frac{19x}{3} = -\frac{95}{3} \Rightarrow x = -5, \quad y = \frac{-5+5}{3} = 0$

$(x, y) = (-5, 0)$

1236 Linjerna $y + x - \frac{1}{2} = 0$ och $y - 2x + 7 = 0$ begränsar tillsammans med x-axeln en triangel. Bestäm triangelns area.



1236.
$$\begin{cases} y = -x + \frac{1}{2} \\ y = 2x - 7 \end{cases}$$

Skärningspunkt P:

$$-x + \frac{1}{2} = 2x - 7$$

$$3x = \frac{15}{2}$$

$$x = \frac{15}{6}, \quad y = 2 \cdot \frac{15}{6} - 7 = -2$$

Skärningspunkter Q och R:

$$-x + \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$2x - 7 = 0 \Rightarrow x = \frac{7}{2}$$

$$A = \frac{|QR| \cdot h}{2} = \frac{\left(\frac{7}{2} - \frac{1}{2}\right) \cdot 2}{2} = 3 \text{ a.e.}$$

1237 Om en bil under en tidsperiod har konstant acceleration, så kan man bestämma bilens fart med hjälp av formeln

$v = v_0 + at$

där v är farten t sekunder in i tidsperioden, a är accelerationen och v_0 är farten när bilen börjar accelerera.

Bestäm utgångsfarten och accelerationen, givet att farten efter 3,0 s är 14 m/s och att den efter ytterligare 2,0 s är 20 m/s.

1237.
$$\begin{cases} v_0 + a \cdot 3 = 14 & (1) \\ v_0 + a \cdot 5 = 20 & (2) \end{cases}$$

$(1): \quad v_0 = 14 - 3a$

$(1 \to 2): \quad 14 - 3a + 5a = 20$

$2a = 6$

$a = 3, \quad v_0 = 14 - 3 \cdot 3 = 5$

Accellerationen $a = 3 \text{ m/s}^2$

Utgångsfarten $v_0 = 5 \text{ m/s}$

1238 Lös ekvationssystemet

$$\begin{cases} 2x + 3y - 3(x + 5) + y = 1 \\ x - 6 + (y - 1) = -3 \end{cases}$$

1238.

$$2x + 3y - 3x - 15 + y = 1$$

$$4y = x + 16$$

$$y = \frac{1}{4}x + 4$$

$$x - 6 + y - 1 = -3$$

$$y = -x + 4$$

$$\frac{1}{4}x + 4 = -x + 4$$

$$x = 0 \quad , \quad y = -0 + 4 = 4$$

$$\underline{(x, y) = (0, 4)}$$

1239 Allya har tänkt lösa ekvationssystemet här nedanför med hjälp av substitutionsmetoden.

$$\begin{cases} y = -6x + 1 \\ 18x + 3y = 3 \end{cases}$$

Hon börjar med att byta ut y i den andra ekvationen mot $-6x + 1$. När hon fortsätter lösningen blir hon mycket förvånad.

a) Gör samma sak som Allya, dvs. sätt in $-6x + 1$ i stället för y i andra ekvationen, och lös den ekvation du får. Vad blir resultatet?

b) Tolka betydelsen av resultatet i a).

1239. a) $18x + 3(-6x+1) = 3$

$3 = 3$

b) Ekvationerna är identiska => oändligt många lösningar.

1240 a) Visa genom att använda substitutionsmetoden att ekvationssystemet saknar lösningar.

$$\begin{cases} 8x + 2y - 28 = 0 \\ 3y + 12x = 3 \end{cases}$$

b) Beskriv hur graferna till de två ekvationerna förhåller sig till varandra.

1240. a) $\begin{cases} y = -4x + 14 \\ y = -4x + 1 \end{cases}$ Saknar lösningar.

b) Linjerna parallella

1241 Bestäm p och q så att ekvationssystemet får lösningen $x = 1$ och $y = 3$.

$$\begin{cases} y = px + q \\ py = 5 - qx \end{cases}$$

1241.
$$\begin{matrix} (1) \\ (2) \end{matrix} \begin{cases} 3 = p + q \\ 3p = 5 - q \end{cases}$$

$(1): \quad q = 3 - p$

$(1 \to 2): \quad 3p = 5 - 3 + p$

$2p = 2$

$p = 1 \;,\; q = 3 - 1 = 2$

$(p, q) = (1, 2)$

1242 Anders simmar i Österdalälven. Han simmar 50 m på 2 minuter och 5 sekunder när han simmar mot strömmen. När han simmar åt andra hållet tar samma sträcka bara 40 sekunder. Beräkna hur fort han simmar utan hjälp av strömmen.

1242.

$v_1 = \frac{50}{125} = 0{,}4 \text{ m/s}$

$v_2 = \frac{50}{40} = 1{,}25 \text{ m/s}$

$v = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{0{,}4 + 1{,}25}{2} = 0{,}8 \text{ m/s}$

1243 Här ser du ett ekvationssystem med tre ekvationer och tre obekanta.

$$\begin{cases} 4x - 3y + 2z = 3 & (1) \\ 2x - y + z = 4 & (2) \\ y + z = 0 & (3) \end{cases}$$

I ekvation (3) finner du ett enkelt samband mellan y och z. Använd sambandet för att substituera i ekvation (1) och (2), så att dessa två ekvationer ger ett ekvationssystem med två obekanta. Lös sedan ekvationssystemet fullständigt.

1243. $y = -z \Rightarrow$

$$\begin{cases} 4x + 3z + 2z = 3 \\ 2x + z + z = 4 \end{cases}$$

$$\begin{matrix} (1) \\ (2) \end{matrix} \begin{cases} 4x + 5z = 3 \\ 2x + 2z = 4 \end{cases}$$

(2): $z = -x + 2$

(1+2): $4x + 5(-x+2) = 3$

$4x - 5x + 10 = 3$

$x = 7$, $z = -7 + 2 = -5$, $y = -(-5) = 5$

$\underline{(x, y, z) = (7, 5, -5)}$

1252 I det här ekvationssystemet måste man multiplicera båda ekvationerna med olika tal, för att kunna använda additionsmetoden.

$$\begin{cases} 4x + 14y = 9 \\ 6x - 11y = -10 \end{cases}$$

Ge förslag på vilka tal man kan multiplicera ekvationerna med, för att man efter ledvis addition ska få en ekvation med bara en obekant.

1252. Man kan exempelvis multiplicera första ekvationen med $-\frac{6}{4} = -\frac{3}{2}$

1253 Lös ekvationssystemen med additionsmetoden

a) $\begin{cases} 10x + 8y = 44 \\ 11x + 7y = 61 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 4y = 6x - 4 \\ 10y - 15x = 10 \end{cases}$

1253. a) $\begin{cases} 10x+8y=44 \\ 11x+7y=61 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11x+\frac{88}{10}y=\frac{484}{10} \\ 11x+7y=61 \end{cases}$ $-$

$$\frac{88}{10}y-7y=\frac{484}{10}-61$$

$$y=\frac{-\frac{126}{10}}{\frac{18}{10}}=-\frac{126}{18}=-7$$

$$x=\frac{44+8\cdot 7}{10}=\frac{100}{10}=10$$

$$(x,y)=(10,-7)$$

b) $\begin{cases} 4y = 6x - 4 \\ 10y - 15x = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10y = 15x - 10 \\ 10y = 15x + 10 \end{cases} \Rightarrow$

Saknar lösning.

1254 När en sten slungas upp i luften, kan man beskriva stenens höjd h meter över marken efter t sekunder med ekvationen

$h = at - bt^2$

där a och b är konstanter.

a) Från ett tidigare experiment vet man att $h = 40$ m när $t = 2{,}0$ s och att $h = 45$ m när $t = 3{,}0$ s. Visa att det leder till ekvationerna $a - 2b = 20$ och $a - 3b = 15$.

b) Bestäm konstanterna a och b.

1254. a) $\begin{cases} 40 = 2a - 4b \\ 45 = 3a - 9b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a - 2b = 20 \\ a - 3b = 15 \end{cases}$

b) $- \begin{cases} a - 2b = 20 \\ a - 3b = 15 \end{cases}$

$-2b + 3b = 20 - 15$

$b = 5, \quad a = 20 + 2 \cdot 5 = 30$

$(a, b) = (30, 5)$

1255 Emil säljer hamburgare och läsk vid en orienteringstävling. Hamburgarna kostar 30 kr och läsken 10 kr. När tävlingen är slut har han 5 900 kr i kassan. Han tjänar 15 kr på varje hamburgare och 4 kr på varje läsk. Hans totala vinst blir 2 780 kr. Hur många hamburgare och hur många läsk har han sålt?

1255.

x = antal hamburgare

y = antal läsk

$$\begin{cases} 30x + 10y = 5900 \\ 15x + 4y = 2780 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$- \begin{cases} 30x + 10y = 5900 \\ 30x + 8y = 5560 \end{cases}$$

$$10y - 8y = 5900 - 5560$$

$$y = 170 \quad , \quad x = \frac{5900 - 10 \cdot 170}{30} = 140$$

140 st hamburgare och 170 st läsk

1256 Summan av två tal är 2. Summan av det dubbla värdet av det ena talet och halva värdet av det andra talet är $\frac{1}{4}$. Vilka är talen?

1256.
$$\begin{cases} x + y = 2 \\ 2x + \frac{y}{2} = \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$- \begin{cases} 2x + 2y = 4 \\ 2x + \frac{y}{2} = \frac{1}{4} \end{cases}$$

$$2y - \frac{y}{2} = 4 - \frac{1}{4}$$

$$\frac{3y}{2} = \frac{15}{4}$$

$$y = \frac{5}{2} \quad , \quad x = 2 - \frac{5}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$(x, y) = \left(-\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right)$$

1257 Lös ekvationssystemet med algebraisk metod.

$$\begin{cases}(x+4)(y-2)=(x-5)(y+4)\\ 6y-x-6=2x-y-2\end{cases}$$

(Np Ma2a vt 2015)

1257. (1): $\cancel{xy}-2x+4y-8=\cancel{xy}+4x-5y-20$

$$9y=6x-12$$

$$y=\frac{2}{3}x-\frac{4}{3}$$

(2): $7y=3x+4$

$$y=\frac{3}{7}x+\frac{4}{7}$$

$$\frac{2x-4}{3}=\frac{3x+4}{7}$$

$$7(2x-4)=3(3x+4)$$

$$14x-28=9x+12$$

$$5x=40$$

$$x=8\ ,\ y=\frac{2}{3}\cdot 8-\frac{4}{3}=4$$

$$\underline{(x,y)=(8,4)}$$

1258 Ett ekvationssystem består av två ekvationer som båda innehåller variablerna x och y. Ekvationssystemets enda lösning är

$$\begin{cases} x = 12 \\ y = -7 \end{cases}$$

Ge exempel på ett ekvationssystem som uppfyller dessa krav.

1258.

$$\begin{cases} y = -x + 5 \\ y = x - 19 \end{cases}$$

1259 I ekvationssystemet nedan är A och B konstanter.

$$\begin{cases} 15x - 6 = -By \\ Ax - 3y = 4 \end{cases}$$

Bestäm konstanterna A och B så att ekvationssystemet har oändligt många lösningar.

(Np Ma2c ht 2013)

1259.

$$\begin{cases} y = -\frac{15}{B}x + \frac{6}{B} \\ y = \frac{A}{3}x - \frac{4}{3} \end{cases}$$

Oändligt många lösningar $\Rightarrow$

$$\frac{6}{B} = -\frac{4}{3} \Rightarrow B = -\frac{3 \cdot 6}{4} = -\frac{9}{2}$$

$$-\frac{15}{B} = \frac{A}{3} \Rightarrow A = -\frac{15 \cdot 3}{B} = \frac{15 \cdot 3 \cdot 2}{9} = 10$$

$$\underline{(A, B) = \left(10, -\frac{9}{2}\right)}$$

1268 I en grotta finns det spindlar och myror. Kaveh har kommit fram till att det finns 263 kryp och att de tillsammans har 1 278 ben. Otto säger att Kaveh måste ha räknat fel. Har Otto rätt? Motivera.

1268.

x = antalet spindlar

y = antalet myror

$$\begin{cases} x + y = 263 \\ 8x + 6y = 1278 \end{cases} \Leftrightarrow - \begin{cases} 6x + 6y = 1578 \\ 8x + 6y = 1278 \end{cases}$$

$$8x - 6x = 1278 - 1578$$

$$x = -150 < 0 \Rightarrow$$ Otto har rätt!

1269 Åsa och Torbjörn arbetar på en sommarkoloni. Barnen på kolonin serveras mellanmjölk (fetthalt 1,5 %) till måltiderna. En dag får de en felaktig leverans som bara innehåller lättmjölk (fetthalt 0,5 %) och standardmjölk (fetthalt 3 %). De beslutar sig därför att blanda dessa båda sorter. Åsa skriver följande på en lapp:

a liter lättmjölk och b liter standardmjölk

$a + b = 10$ (1)

$0{,}005a + 0{,}03b = 0{,}015 \cdot 10$ (2)

a) Förklara vad ekvation (1) beskriver.

b) Förklara vad ekvation (2) beskriver.

c) Hur mycket mjölk av varje sort ska de blanda?

(Np MaB ht 1998)

1269. a) Totala mängden är 10 liter.

b) Summan av fettmängden i lättmjölken och standardmjölken skall vara lika med fettmängden för 10 liter mellanmjölk

$$\begin{array}{rl} (1) & \left\{ \begin{array}{l} 0{,}005a + 0{,}005b = 0{,}05 \\ 0{,}005a + 0{,}03b = 0{,}15 \end{array} \right. \\ -\ (2) & \end{array}$$

$$0{,}03b - 0{,}005b = 0{,}15 - 0{,}05$$

$$0{,}025b = 0{,}10$$

$$b = \frac{0{,}10}{0{,}025} = 4$$

$$a = 10 - 4 = 6$$

6 liter lättmjölk och 4 liter standardmjölk

1270 Maria och Peter vill köpa en chokladask. I affären inser de att pengarna som de har med sig inte räcker. För Maria fattas det 24 kr och för Peter 2 kr. Även när de lägger ihop sina pengar, så räcker inte pengarna till för att kunna köpa chokladasken. Hur mycket kostar chokladasken?

M = Marias summa

P = Peters summa

x = Chokladaskens pris

1270.

$$\begin{cases} x - M = 24 & (1) \\ x - P = 2 & (2) \\ x - (M+P) > 0 & (3) \end{cases}$$

(1+2): $24 + M = 2 + P$

$P = M + 22$

(1+2+3): $x - (M + M + 22) > 0$

$x - (2x - 48 + 22) > 0$

$x < 26$

$M = 0$ kr : $x = 24$ kr

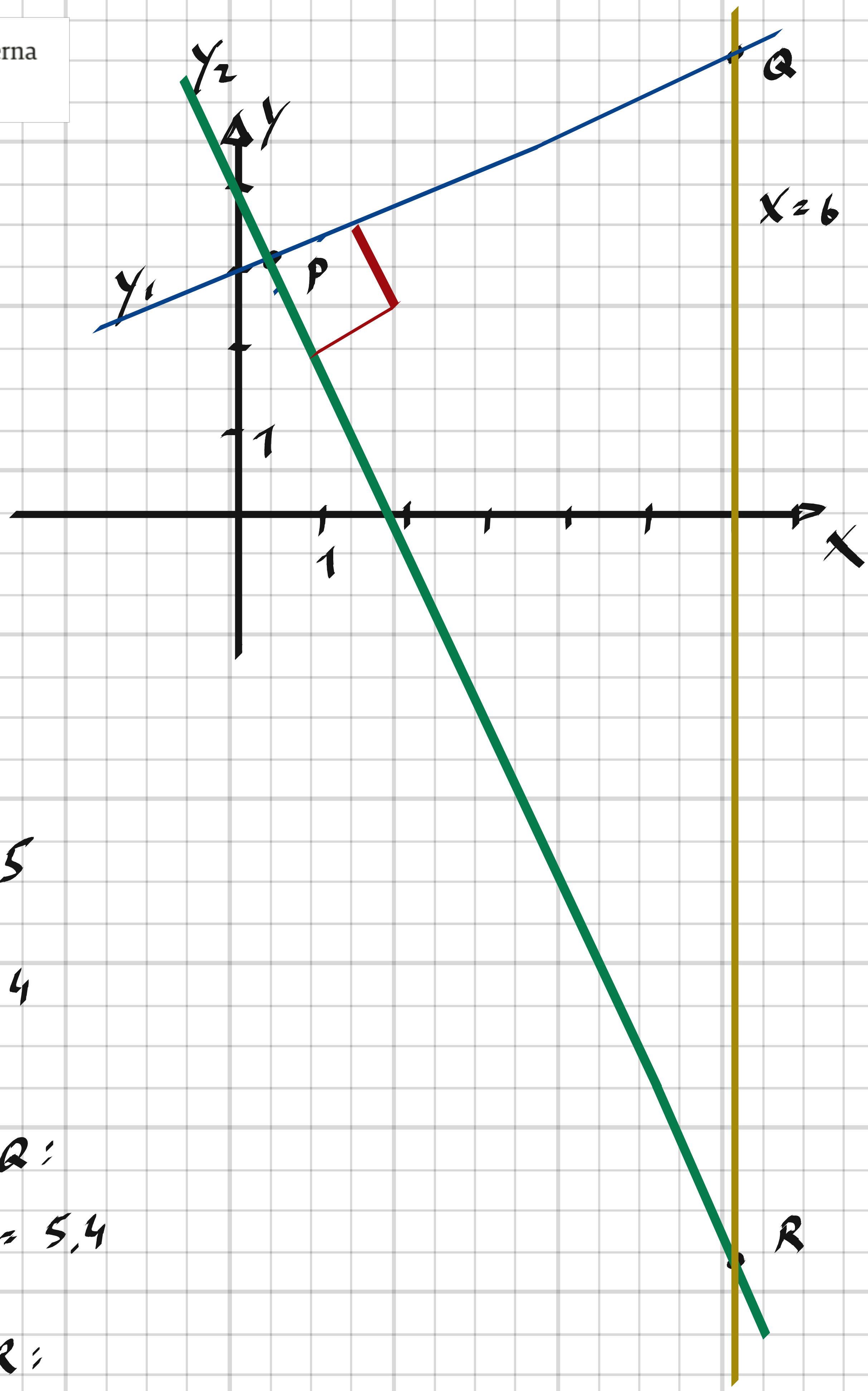
$M = 1$ kr : $x = 25$ kr

$M = 2$ kr : $x = 26$ kr (går ej då $x < 26$ kr)

Chokladens pris = 25 kr (förutsatt att Maria inte helt saknar pengar)

1271 Beräkna arean av triangeln mellan linjerna
$y_1 = 0{,}4x + 3,\ y_2 = 4 - 2{,}5x$ och $x = 6$

1271.



Skärningspunkten P:

$$0.4x + 3 = 4 - 2{,}5x$$

$$2{,}9x = 1$$

$$x = \frac{1}{2{,}9} \approx 0{,}345$$

$$y = 4 - 2{,}5 \cdot \frac{1}{2{,}9} \approx 3{,}14$$

Skärningspunkten Q:

$x = 6$, $y = 0{,}4 \cdot 6 + 3 = 5{,}4$

Skärningspunkten R:

$x = 6$, $y = 4 - 2{,}5 \cdot 6 = -11$

$$A = \frac{|PR| \cdot |PQ|}{2} = \frac{\sqrt{(3{,}14+11)^2 + (6-0{,}345)^2} \cdot \sqrt{(5{,}4-3{,}14)^2 + (6-0{,}345)^2}}{2} =$$

$$\approx 46 \text{ a.e.}$$

1272 Tre syskon, Eric, Danny och Mattias, kommer till en hamburgerrestaurang. Eric betalar 98 kronor för en hamburgare, en läsk och en pommes frites. Danny betalar 63 kronor för två pommes frites och en läsk medan Mattias betalar 30 kronor för två läsk.

Vad kostar en hamburgare, en läsk respektive en pommes frites?

1272.
$$\begin{cases} (1) & H + L + P = 98 \\ (2) & L + 2P = 63 \\ (3) & 2L = 30 \end{cases}$$

(3): $L = 15$

(2+3): $P = \frac{63-15}{2} = 24$

(1+2+3): $H = 98 - 15 - 24 = 59$

Hamburgaren kostar 59 kr
Läsken " 15 kr
Pommes frites " 24 kr

1273 Luka har köpt material för att fräscha upp sin sommarstuga. För en stege och 10 liter målarfärg har han betalat 2 726 kr. För 5 liter målarfärg av samma märke och en borrmaskin har han betalat 2 311 kr. Det enda han minns med säkerhet är att borrmaskinen var 600 kr dyrare än stegen.
Hur mycket kostar en liter målarfärg?

x = pris per liter målarfärg

1273.

$$\begin{cases} S + 10x = 2726 \\ B + 5x = 2311 \\ B = S + 600 \end{cases} \iff$$

$$- \begin{cases} S + 10x = 2726 \\ S + 5x = 1711 \end{cases}$$

$$10x - 5x = 2726 - 1711$$

$$x = \frac{1015}{5} = \underline{203 \text{ kr}}$$

1274 För tre tal gäller att

- summan av talen är 159
- medelvärdet av det största och det minsta talet är 41
- differensen mellan det största och det minsta talet är 164

Vilka är talen?

1274.

$$\begin{cases} x+y+z=159 \\ x+z=82 \\ x-z=164 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x+y+z=159 \\ 2x=246 \end{cases}$$

$$x=\frac{246}{2}=123$$

$$z=x-164=123-164=-41$$

$$y=159-x-z=159-123+41=77$$

Talen är $-41, 77$ och 123

1275 I ekvationssystemet här nedanför är a ett reellt tal. Bestäm ekvationssystemets lösningar.

$$\begin{cases} x + y = a \\ x + ay = 1 \end{cases}$$

1275.

$$-\begin{cases} x + y = a \\ x + ay = 1 \end{cases}$$

$$y - ay = a - 1$$

$$y(1-a) = a - 1$$

$$y = \frac{a-1}{1-a} = -\frac{a-1}{a-1} = -1$$

$$x = a - y = a + 1$$

$$\underline{(x, y) = (a+1, -1)}$$

1276 Kristina och Pontus gav sig ut på cykeltur och bestämde sig för att cykla med endast två olika hastigheter: v km/h och w km/h. Pontus cyklade 23 km på 70 minuter. Under 40 minuter cyklade han med v km/h och under 30 minuter med w km/h. Kristina cyklade tre och en halv timme. Hon färdades 18 km i v km/h och sedan 55 km i w km/h. Vilka värden kan v anta?

1276.

$$\begin{cases} \frac{40}{60}v + \frac{30}{60}w = 23 & (1) \\ \frac{18}{v} + \frac{55}{w} = 3{,}5 & (2) \end{cases}$$

(2): $$\frac{18}{v} = \frac{3{,}5w - 55}{w}$$

$$v = \frac{18w}{3{,}5w - 55}$$

(1+2): $$\frac{40}{60} \cdot \frac{18w}{3{,}5w - 55} + \frac{30}{60}w = 23$$

$$72w + 3w(3{,}5w - 55) = 23 \cdot 6 \cdot (3{,}5w - 55)$$

$$72w + 10{,}5w^2 - 165w = 483w - 7590$$

$$10{,}5w^2 - 576w + 7590 = 0$$

Geogebra: solve$(10{,}5x^2 - 576x + 7590 = 0) \rightarrow$

$$w_1 = 22 \Rightarrow v_1 = \frac{18 \cdot 22}{3{,}5 \cdot 22 - 55} = \underline{18 \text{ km/h}}$$

$$w_2 = 32{,}86 \Rightarrow v_2 = \frac{18 \cdot 32{,}86}{3{,}5 \cdot 32{,}86 - 55} \approx \underline{9{,}9 \text{ km/h}}$$

1277 I ekvationssystemet är a ett reellt tal. Lös ekvationssystemet med en algebraisk metod och bestäm dess lösningar.

$$\begin{cases} ax + y = 1 \\ x + ay = 1 \end{cases}$$

Ledtråd: $a^2 - 1 = (a - 1)(a + 1)$

1277.

$$\begin{cases} ax+y=1 \\ x+ay=1 \end{cases} \iff - \begin{cases} a^2x+ay=a \\ x+ay=1 \end{cases}$$

$$a^2x - x = a - 1$$

$$x(a^2-1) = a-1$$

$$x(a+1)\cancel{(a-1)} = \cancel{a-1} \quad , a \neq 1$$

$$x = \frac{1}{a+1}$$

$$y = 1 - ax = 1 - \frac{a}{a+1} = \frac{a+1-a}{a+1} = \frac{1}{a+1}$$

$$(x,y) = \left(\frac{1}{a+1}, \frac{1}{a+1}\right)$$