

33 Priset på en burk energidryck ökar med lika många procent varje år fem år i rad. Priset från början var 12 kr och fem år senare var priset 20 kr. Med hur många procent har priset höjts varje år?

33,  $x = \text{prisökningen}$

$$12 \cdot (1+x)^5 = 20$$

$$x = \left(\frac{20}{12}\right)^{1/5} - 1 \approx 0,108 = \underline{10,8\%}$$

34 En påse innehåller 3 gula, 4 blå och 5 svarta kulor. Du drar slumpvis två kulor. Hur stor är sannolikheten att båda är blå?

34,  $P = \frac{4}{12} \cdot \frac{3}{11} = \frac{1}{11} \approx \underline{9,1\%}$

35 Under en månad registrerades 240 trafikolyckor i en viss region. I 50 av dessa olyckor var föraren påverkad av alkohol. Det betyder att sannolikheten att råka ut för en trafikolycka är klart lägre om man är påverkad av alkohol, säger Perikles. Diskutera rimligheten i Perikles påstående med utgångspunkt i den aktuella statistiken.

35, Resonemanget faller på att antalet nyktra förare är så många fler. Så trots att 50 är lägre än 240 så blir förmodligen antalet nyktra förare i olyckor överrepresenterade i statistiken.

36 Förklara hur man kan avgöra om tre punkter med kända koordinater ligger på samma räta linje.

36. Bestäm räta linjens ekvation med hjälp av två av punkterna. Stoppa sedan in koordinaterna för den tredje punkten och kontrollera så att dessa satisfierar ekvationen.

37 25,0 g kol innehåller  $1,25 \cdot 10^{24}$  st kolatomer. Hur många kolatomer innehåller 42,0 g kol, om massan är proportionell mot antalet kolatomer?

37. 
$$\frac{42}{25} \cdot 1,25 \cdot 10^{24} = \underline{2,1 \cdot 10^{24}} \text{ st.}$$

38 Vid en stickprovsundersökning tillfrågades ett antal slumpmässigt utvalda personer i en kommun om de var positiva till införande av trängselskatt. På den frågan svarade 55 % Ja. Felmarginalen angavs till 3 % på 95 %-nivån. Vad betyder det?

38. Med 95% sannolikhet så ligger antalet JA-svar i intervallet 52-58 %.

39 Lös ekvationerna

a)  $x^{\frac{1}{2}} - 16 = 0$

b)  $8x^3 + 64 = 0$

c)  $\frac{3x-1}{4} - \frac{2x+3}{3} = 2$

39. a)  $x = 16^2 = \underline{256}$

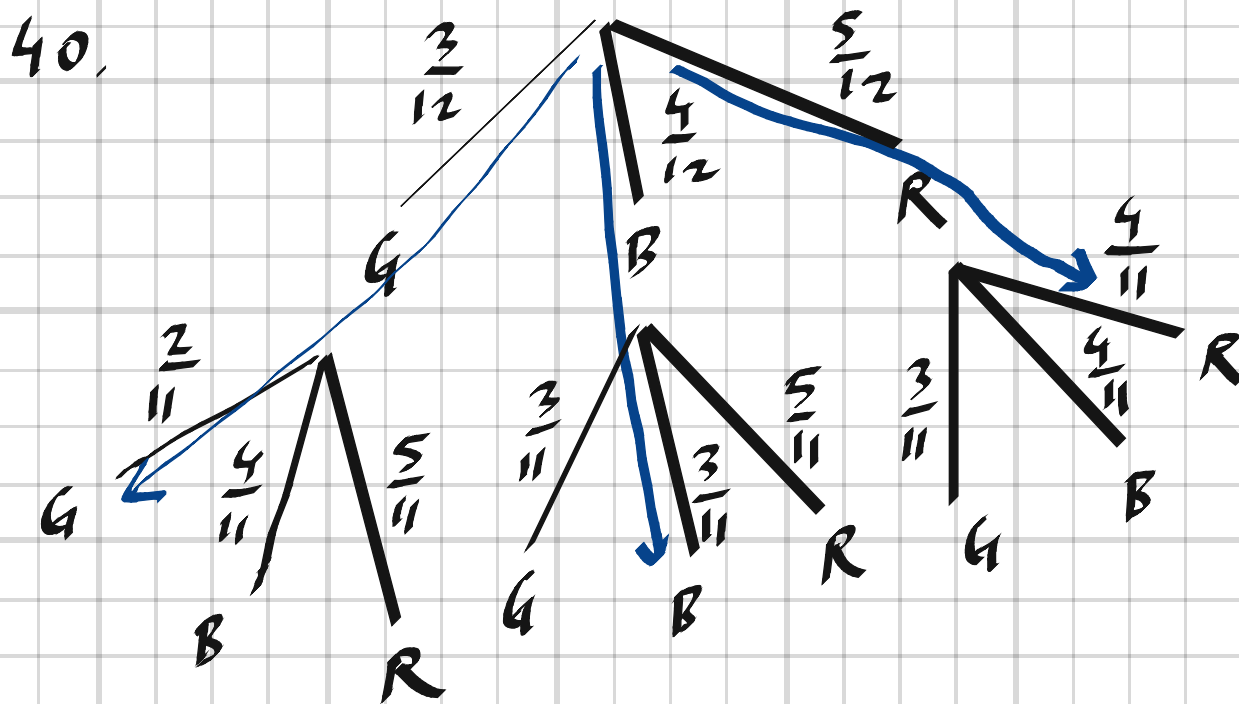
b)  $x = \left(-\frac{64}{8}\right)^{\frac{1}{3}} = \underline{-2}$

c)  $3(3x-1) - 4(2x+3) = 12 \cdot 2$

$$9x - 3 - 8x - 12 = 24$$

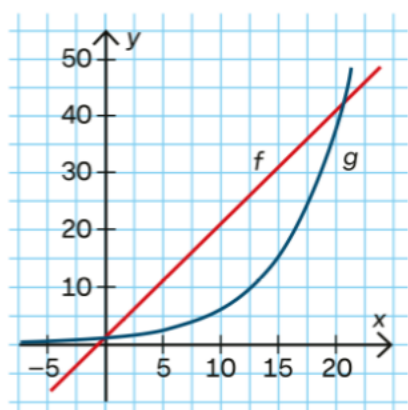
$$x = \underline{39}$$

40 Två kulor väljs helt slumpmässigt bland 3 gula, 4 blå och 5 röda kulor. Hur stor är sannolikheten att de två kulorna har samma färg?



$$P = \frac{3}{12} \cdot \frac{2}{11} + \frac{4}{12} \cdot \frac{3}{11} + \frac{5}{12} \cdot \frac{4}{11} = \frac{6 + 12 + 20}{132} = \frac{38}{132} = \frac{19}{66} \approx \underline{29\%}$$

41 I figuren här nedanför är graferna till funktionerna  $f$  och  $g$  ritade.



- Bestäm  $f(10)$
- Bestäm  $g(10)$
- Lös ekvationen  $f(x) = g(x)$
- För vilka värden på  $x$  gäller att  $f(x) > g(x)$ ?

41. a)  $f(10) \approx 21$

b)  $g(10) \approx 6$

c)  $x_1 \approx 0, x_2 \approx 21$

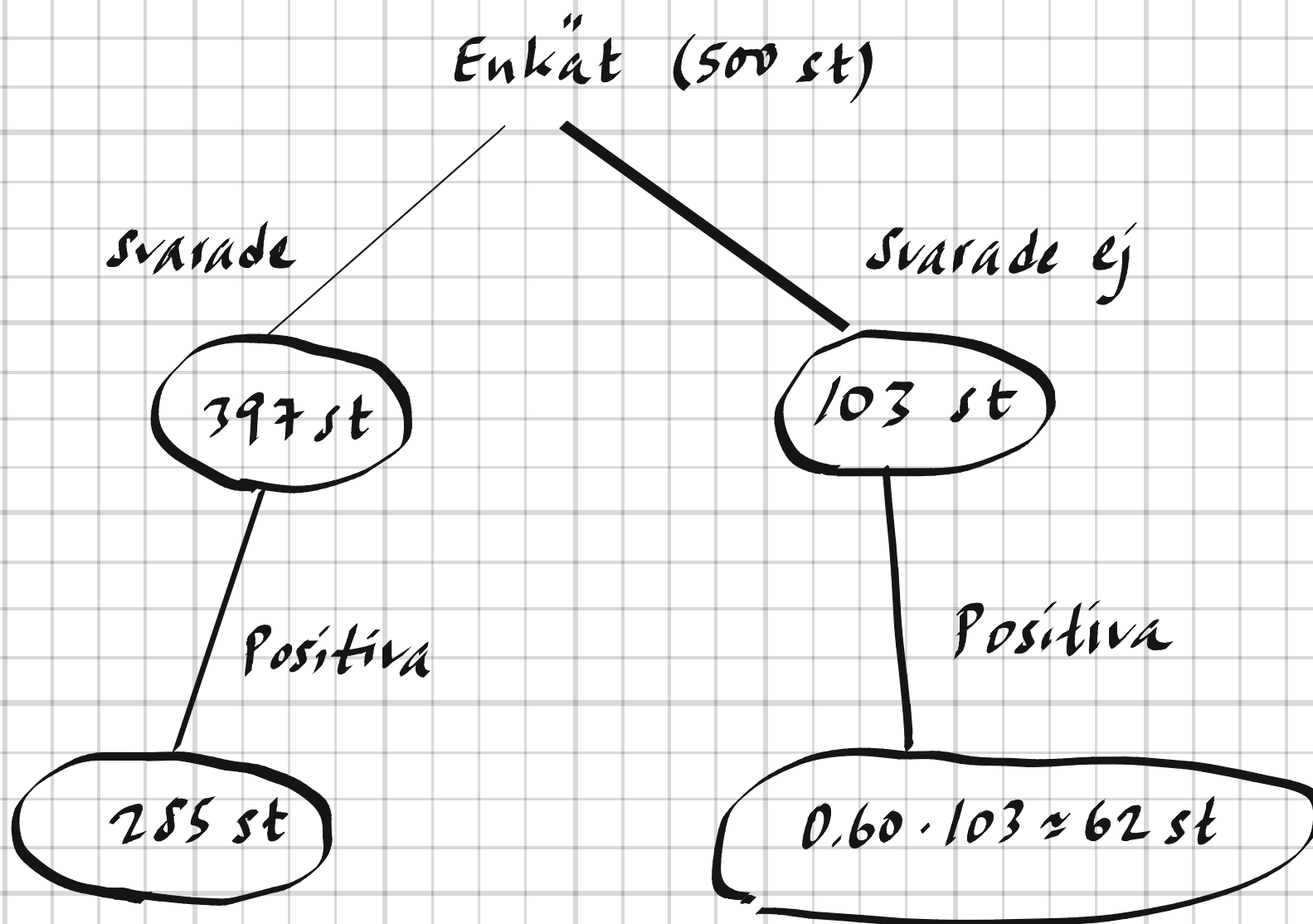
d)  $x_1 < x < x_2$

---



42 För att avgöra om man skulle bygga ett nytt köpcentrum genomfördes en stickprovsundersökning där 500 hushåll fick besvara en enkät. Av de 397 hushåll som besvarade enkäten var 285 positivt inställda till köpcentret. Anta att 60 % av svarsbortfallet var positiva till ett nytt köpcentrum. Hur många procent av stickprovet var då positiva till bygget?

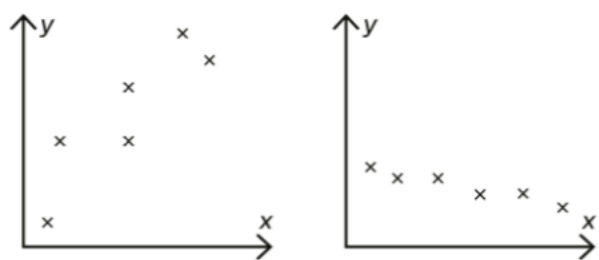
42,



$$\text{Andel} = \frac{285 + 62}{500} \approx \underline{\underline{69\%}}$$

---

43 Här nedanför är två olika spridningsdiagram ritade.



I vilket av spridningsdiagrammen är korrelationen mellan de ingående variablerna starkast?

43. I det högra diagrammet, då punkterna där ligger mer samlade längs en linje.

44 Vilket tal saknas i rutan för att likheten ska gälla?

a)  $\frac{9}{3^{\square}} = 9$

b)  $\frac{\sqrt{4} \cdot 5}{5^{\square}} = 2$

c)  $27 \cdot 3^{\square} = \sqrt{3}$

44. a)  $\frac{9}{3^x} = 9 \Rightarrow 3^x = 1 \Rightarrow x = \underline{0}$

b)  $\frac{\sqrt{4} \cdot 5}{5^x} = 2 \Rightarrow 5^x = \frac{\sqrt{4} \cdot 5}{2} = 5 \Rightarrow x = \underline{1}$

c)  $27 \cdot 3^x = \sqrt{3} \Rightarrow 3^x = \frac{3^{1/2}}{3^3} = 3^{-5/2} \Rightarrow x = \underline{-\frac{5}{2}}$

45 En lärare gjorde ett stickprov med 10 elevers resultat på ett prov i matematik och jämförde med resultatet på ett prov i engelska för samma elever. Proven hade samma maxpoäng.

Matematik (poäng)	Engelska (poäng)
52	45
18	39
31	60
68	54
78	61
45	58
94	75
40	49
75	60
64	67

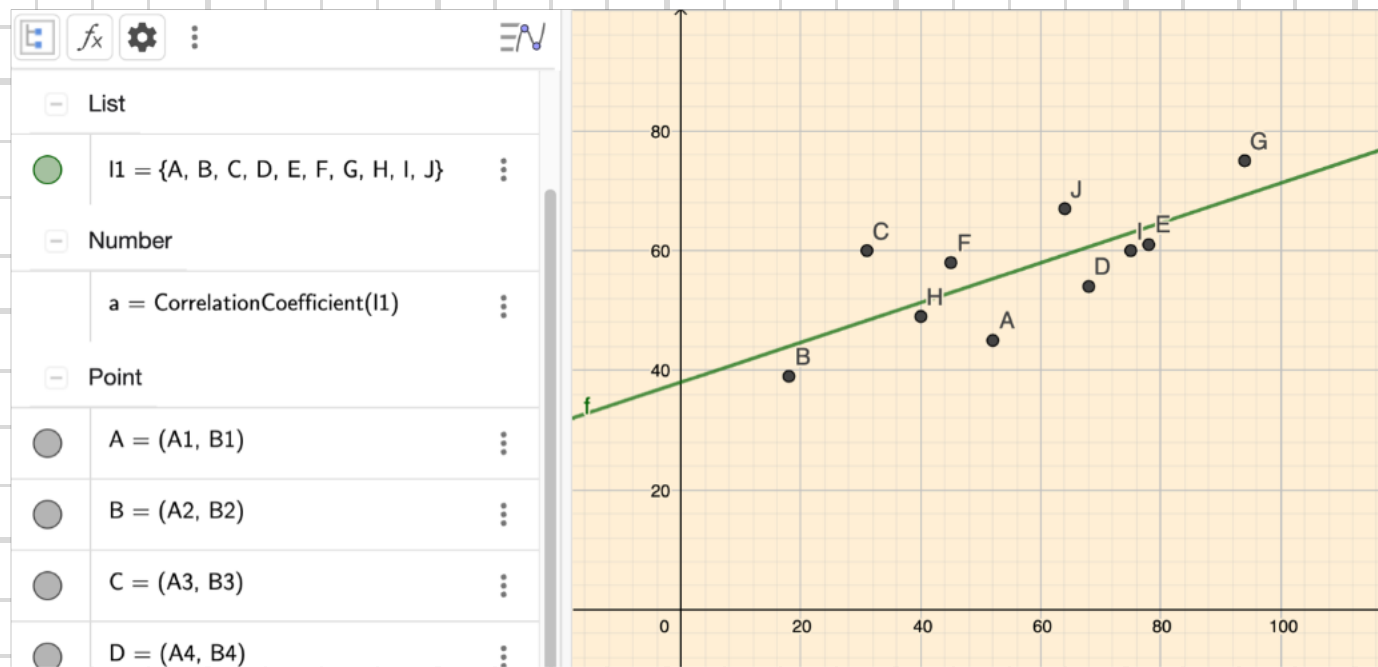
Sunei säger att det finns en positiv korrelation mellan resultaten på de båda proven.

a) Visa att Sunei har rätt.

b) Förklara vad en positiv korrelation betyder i sammanhanget.

45.

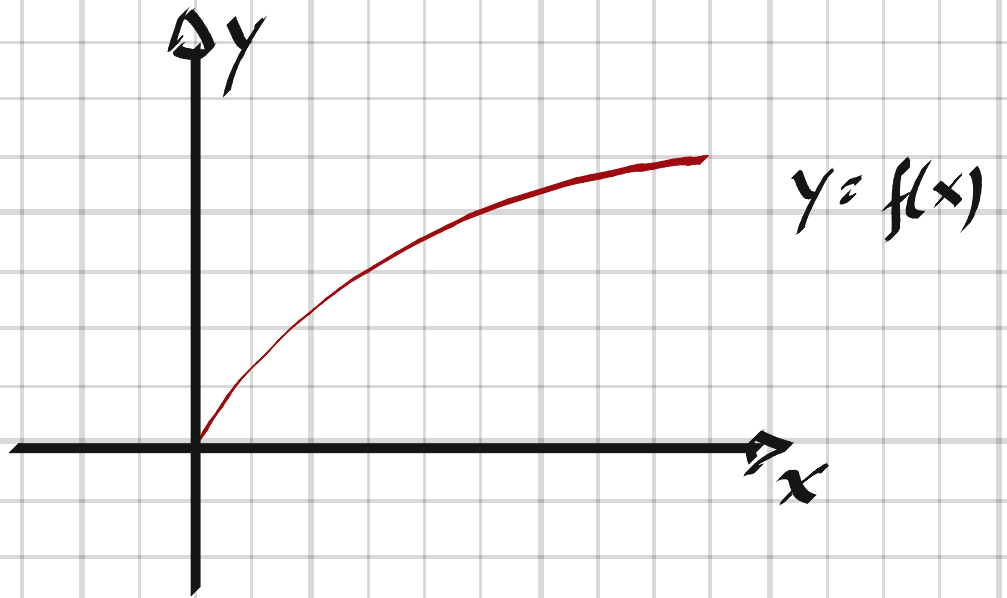
a)



b) Att elever som skrivit bra på provet i engelska också skriver bra på provet i matematik och vice versa.

46 Givet funktionen  $f$  med  $f(x) = \sqrt{x}$ . Bestäm

- a) funktionens definitionsmängd
- b) funktionens värdemängd



46, a)  $x \geq 0$

b)  $f(x) \geq 0$

47 En tillverkare bestämmer sig för att ändra måtten på en av sina transportlådor i kartong. När lådorna är uppvikta har de formen av rätblock. Man bestämmer sig för att öka längden på alla tre sidorna med 20 %. Hur mycket större blir lådornas volym?

47,  $1,20^3 - 1 = 0,728 = 73\%$  större volym.

48 Beräkna utan digitalt hjälpmedel.

a)  $\sqrt{2} \cdot \sqrt{50}$

b)  $\frac{\sqrt{45}}{\sqrt{5}}$

48, a)  $\sqrt{2} \cdot \sqrt{50} = \sqrt{2 \cdot 50} = 10$

b)  $\frac{\sqrt{45}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{45}{5}} = 3$

49 Ett företag vill lansera en ny läsk på marknaden. Man frågar därför ett slumpmässigt urval av konsumenter vad de tycker om den. Svaren blir 60 % "bra", 30 % "mindre bra" och 10 % "ingen uppfattning". Beräkna felmarginalen för svaret "bra" om 200 personer besvarade frågan.

$$49. \quad f = 1,96 \cdot \sqrt{\frac{60 \cdot (100 - 60)}{200}} = \underline{6,8 \text{ procentenheter}}$$

50 En villa som köptes för 2 miljoner kronor såldes 6 år senare för 3,2 miljoner kronor.

- Med hur många procent hade priset ökat under hela sexårsperioden?
- Med hur många procent hade priser ökat per år, om vi antar att priset ökade med lika många procent varje år?

$$50. \quad a) \quad \frac{3,2}{2} - 1 = 0,6 = \underline{60\%}$$

$$b) \quad (1+x)^6 = \frac{3,2}{2} \Rightarrow x = \left(\frac{3,2}{2}\right)^{1/6} - 1 = \underline{0,08 = 8\%}$$

51 Hur stor är sannolikheten för att få minst en vinstlott när man köper fyra lotter i ett lotteri som innehåller 15 vinstlotter och 200 nitlotter?

$$51. \quad P(\text{minst en vinstlott}) = 1 - P(\text{ingen vinstlott}) = \\ = 1 - \frac{200}{215} \cdot \frac{199}{214} \cdot \frac{198}{213} \cdot \frac{197}{212} = 0,25 = \underline{25\%}$$

52 I två på varandra följande opinionsundersökningar med 1 000 tillfrågade personer fick ett visst parti 18,1 % av sympatierna i den första undersökningen och 22,2 % av sympatierna i den andra undersökningen. Är det då statistiskt säkerställt att väljarsympatierna för partiet verkligen har ökat? Du kan använda tabellen på sidan 249.

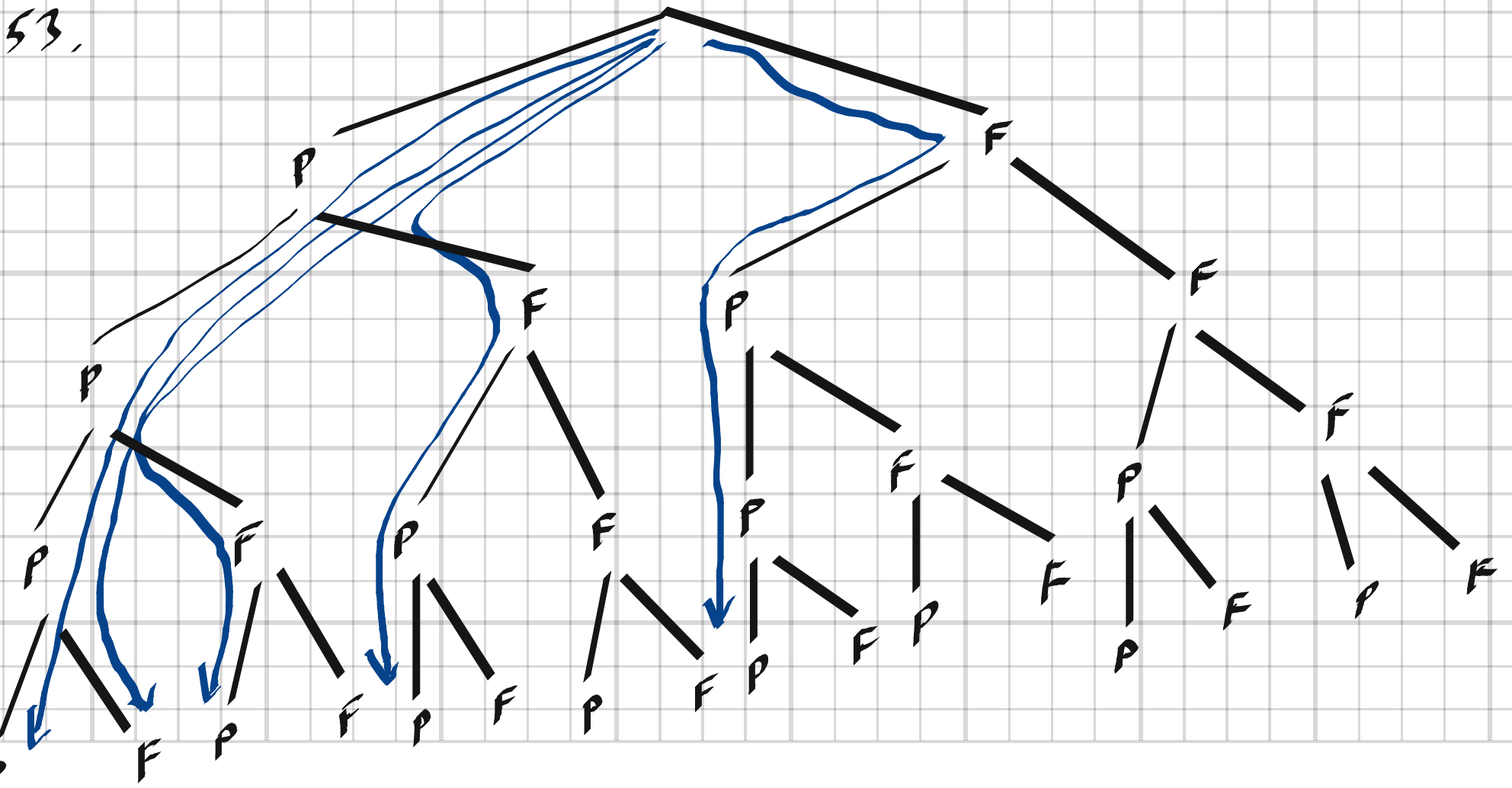
52. Förändringen =  $22,2 - 18,1 = 4,1$  procentenheter

$$\text{Felmarginalen } f = 1,96 \cdot \sqrt{\frac{22,2 \cdot 77,8 + 18,1 \cdot 81,9}{1000}} = 3,5 \text{ procentenh.}$$

Förändringen > Felmarginalen  $\Rightarrow$  Ja, det är statistiskt säkerställt

53 Hur stor är sannolikheten att det i en fyrabarnsfamilj finns fler söner än döttrar?

$$P = \frac{5 \text{ vägar}}{16 \text{ vägar}} = \underline{31\%}$$



54 På en matematikkonferens är lotterna i ett lotteri numrerade 1–200. Det är vinst på lott vars nummer är ett primtal (heltal större än 1, som inte är delbart med några andra positiva heltal än 1 och sig självt). Hur stor är sannolikheten för vinst?

54.

`dcode.fr/prime-number-pi-count`  $\Rightarrow$  46 st  
primtal mellan 1 och 200.

$$P = \frac{46}{200} = 0.23 = \underline{23\%}$$

---

55 Om  $a \leq 1$  och  $b \geq -1$ , vilket är då det största värde som uttrycket  $a - 2b^2$  kan anta?

55.

$$\max(a - 2b^2) = 1 - 2 \cdot 0^2 = \underline{1}$$

---

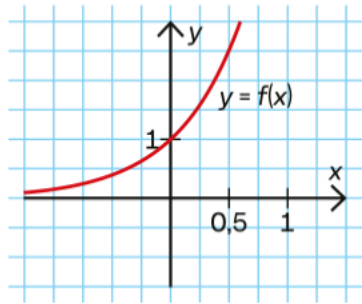
56 Ett läkemedelsföretag delade 500 patienter, som led av en viss sjukdom, i två lika stora grupper, A och B. Grupp A fick testa en nyutvecklad medicin medan grupp B fick placebo. Efter fyra veckor hade 40 % av patienterna i grupp A fått lindrigare symtom jämfört med 35 % i grupp B. Är skillnaden mellan grupperna statistiskt säkerställd?

56. Skillnad =  $40 - 35 = 5$  procentenheter

Felmarginalen  $f = 1,96 \cdot \sqrt{\frac{40 \cdot 60 + 35 \cdot 65}{250}} = 8,5$  procentenheter

Nej, ty felmarginalen > skillnaden.

57 Bestäm funktionsuttrycket  $f(x)$  till exponentialfunktionen vars graf är ritad i koordinatsystemet.



57.  $f(x) = c \cdot a^x$

$(0, 1) \Rightarrow c = 1$

$(0,5, 2,5) \Rightarrow 1 \cdot a^{0,5} = 2,5 \Rightarrow a = 2,5^2 = 6,25$

$f(x) = 6,25^x$



58 Förenkla utan räknare

$$\frac{216^{30} - 36^{44}}{6^{88}}$$

58,

$$\frac{216^{30} - 36^{44}}{6^{88}} = \frac{(6^3)^{30} - (6^2)^{44}}{6^{88}} = \frac{6^{90} - 6^{88}}{6^{88}} =$$
$$= \frac{6^{90}}{6^{88}} - 1 = 6^2 - 1 = \underline{35}$$

---

59 Jenny köpte en jacka på rea. Priset på jackan hade först höjts med 1 400 kr, men sänktes sedan under rean med 30 %. Priset var nu 820 kr lägre än det var från början. Vad kostade jackan från början?

59,

$$(x + 1400) \cdot 0,7 = x - 820$$

$$0,7x + 980 = x - 820$$

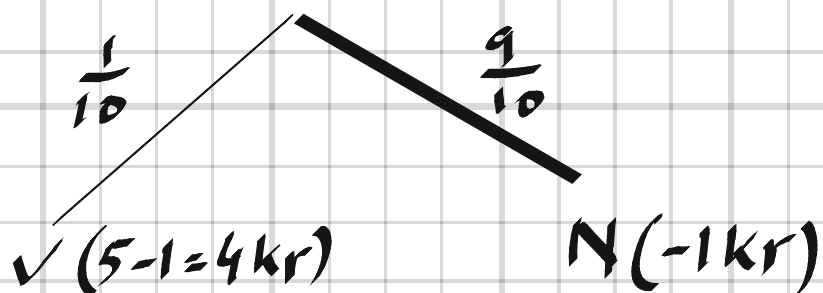
$$0,3x = 1800$$

$$x = \underline{6000 \text{ kr}}$$

---

60 I ett lotteri är lotterna numrerade från 1 till 1 000  
Man vinner 5 kr på alla nummer som slutar  
med 0. Lotterna kostar 1 kr. Hur mycket förlorar  
man i genomsnitt om man köper  $n$  lotter?

60, Antal vinstlotter = 100 st



$V =$  Vinstlott

$N =$  Nitlott

Den genomsnittliga vinsten per lott =  $4 \cdot \frac{1}{10} + (-1) \cdot \frac{9}{10} = -\frac{5}{10} = -0.5$

Med  $n$  lotter blir förlusten  $0.5n$

---

61  $f(x) = 2x - 1$  och  $g(x) = a - 3x$ .  
Bestäm  $a$  då  $f(g(x)) = g(f(x))$ .

61,  $2(a - 3x) - 1 = a - 3(2x - 1)$

$$2a - \cancel{6x} - 1 = a - \cancel{6x} + 3$$

$$\underline{a = 4}$$

---

62 I en besticklåda finns 12 gafflar, 8 knivar och 5 skedar. Anta att du tar upp 3 bestick helt slumpmässigt. Hur stor är sannolikheten att det är en gaffel, en kniv och en sked?

a) Möjliga kombinationer med hänsyn till ordningsföljd:

$$P(G, K, S) = \frac{12}{25} \cdot \frac{8}{24} \cdot \frac{5}{23} = \frac{480}{13800}$$

$$P(G, S, K) = \frac{12}{25} \cdot \frac{5}{24} \cdot \frac{8}{23} = \frac{480}{13800}$$

$$P(K, G, S)$$

$$P(K, S, G) \quad \dots$$

$$P(S, G, K)$$

$$P(S, K, G)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{alla lika} = \\ \frac{480}{13800} \end{array} \right\}$$

$$P(\text{en gaffel, en kniv och en sked}) = 6 \cdot \frac{480}{13800} \approx 0.209 = \underline{\underline{21\%}}$$

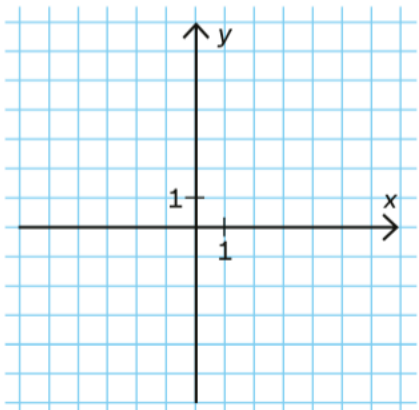
---

63 Rita av koordinatsystemet och skissa det område där punkterna uppfyller följande två villkor:

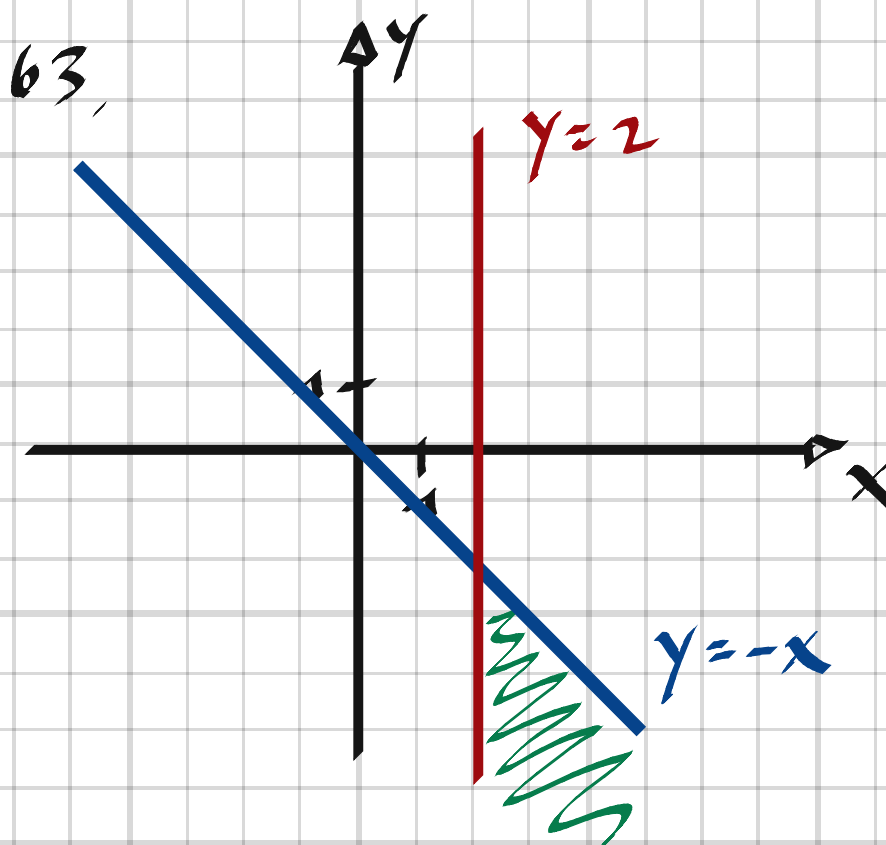
$$x + y \leq 0$$

$$x \geq 2$$

Motivera din skiss.



(Np Ma1c ht 2012)



64 Hur stor är sannolikheten att minst två elever i en klass har födelsedag på samma dag om det finns totalt

a) 20 elever i klassen

b) 30 elever i klassen

64.

$$P(\text{minst 2 elever med samma födelsedag}) = 1 - P(\text{alla elever har olika födelsedag})$$

a) Totalt antal möjliga kombinationer =  $365^{20}$

Antal kombinationer med olika födelsedag =

$$365 \cdot 364 \cdot 363 \cdot 362 \cdot 361 \cdot 360 \cdot 359 \cdot 358 \cdot 357 \cdot 356 \cdot$$

$$355 \cdot 354 \cdot 353 \cdot 352 \cdot 351 \cdot 350 \cdot 349 \cdot 348 \cdot 347 \cdot 346 =$$

$$= \text{Perm}(365, 20)$$



$$P(\text{alla elever har olika födelsedag}) = \frac{\text{Perm}(365, 20)}{365^{20}} \approx 0,588$$

$$\Rightarrow P(\text{minst 2 elever med samma födelsedag}) \approx 1 - 0,59 = \underline{41\%}$$

b) På motsvarande sätt fås för 30 elever:

$$P(\text{alla elever har olika födelsedag}) = \frac{\text{Perm}(365, 30)}{365^{30}} \approx 0,294$$

$$\Rightarrow P(\text{minst 2 elever med samma födelsedag}) \approx 1 - 0,29 = \underline{71\%}$$

Tveksamt om denna uppgift hör hemma i Ma1!

(Konceptet behandlas utförligare först i Ma5)

---