4110 Punkterna med koordinaterna (1, 1) och (1, 5) ligger på samma linje.

a) Bestäm x så att punkten $(x, 20)$ också ligger på linjen.

b) Bestäm y så att punkten $(1, y)$ ligger både på linjen och på x-axeln.

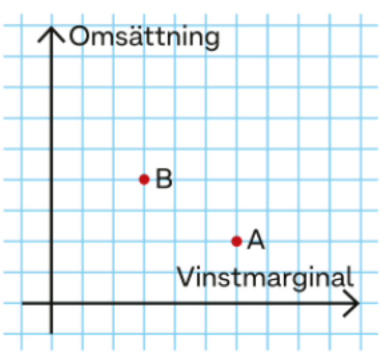
4110. a) $x = 1$

b) $y = 0$

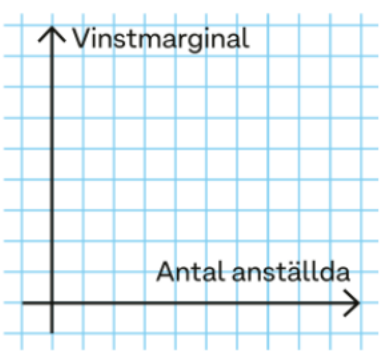
4111 Ange koordinaterna för två punkter, en i andra kvadranten och en i fjärde kvadranten, så att kortaste vägen mellan dem går genom origo.

4111. $A = (-1, -1)$, $B = (1, -1)$

4112 Punkterna visar en jämförelse mellan två företag A och B.

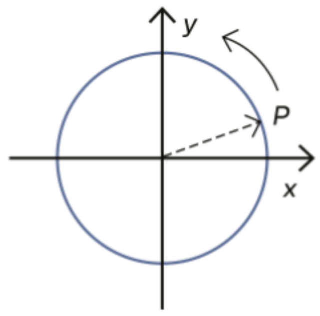


Rita av det tomma diagrammet och markera punkter för företag A och B.



4112.

4113 En cirkel i ett koordinatsystem har medelpunkten i origo. En visare i cirkeln pekar på punkten *P*. *P* har koordinaterna (*a*, *b*). Visaren vrids 90° moturs och pekar då på punkten *S*. Vilka koordinater har punkten *S*?



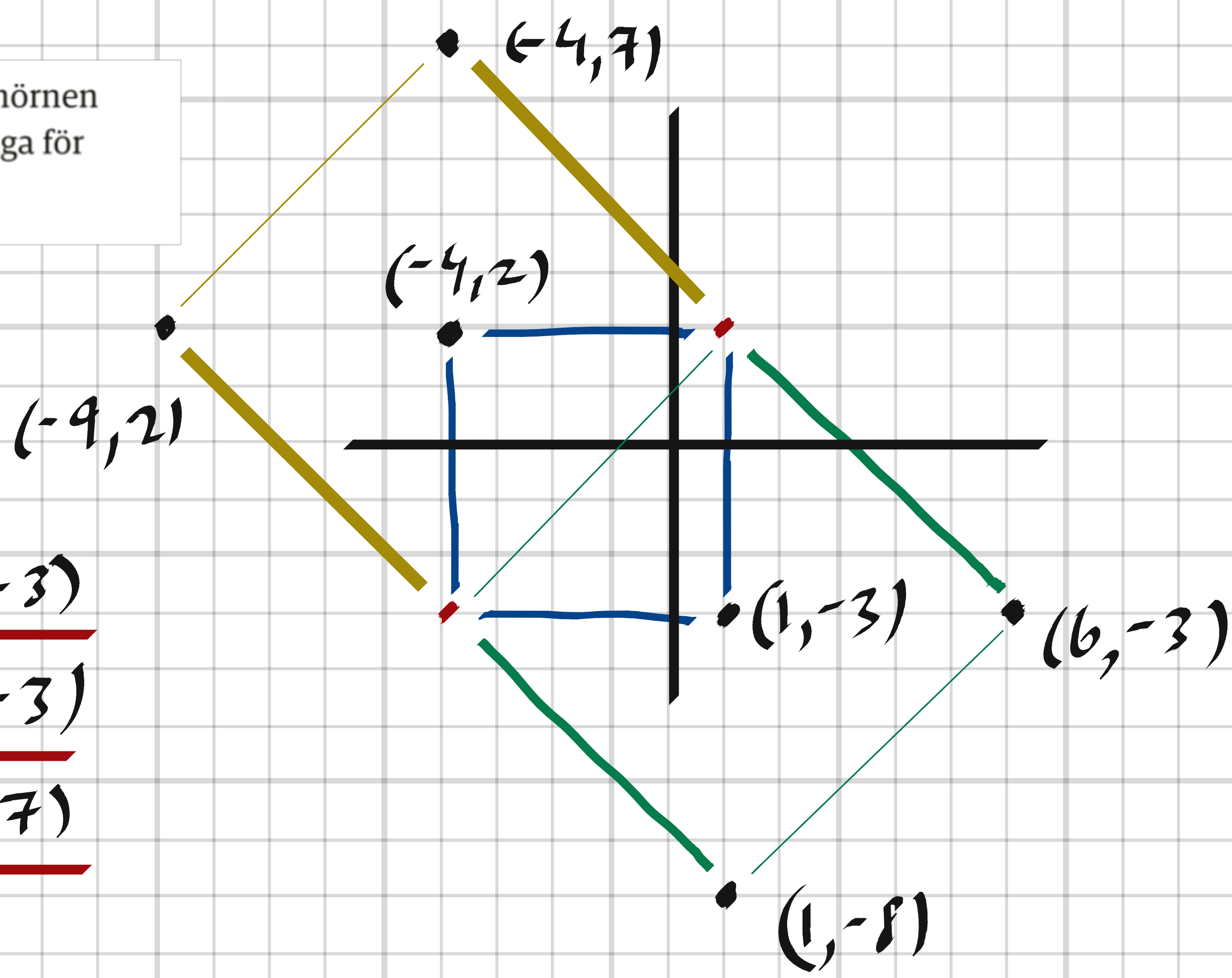
(Np Ma1c vt 2013)

4113.

$S = (-b, a)$

4114 Punkterna (1, 2) och (−4, −3) är två av hörnen i en kvadrat. Vilka koordinater är möjliga för de övriga två hörnen?

4114.



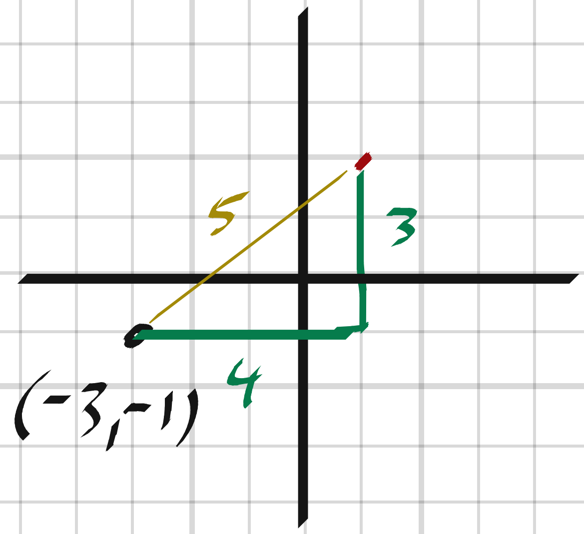
(-4,2) och (1,-3)

(1,-8) och (6,-3)

(-9,2) och (-4,7)

4115 Bestäm koordinaterna för en punkt i tredje kvadranten som ligger 5 l.e. från punkten (1, 2).

4115 ex.v (-3, -1)



4125 När en frysbox stängs av stiger temperaturen. Ekvationen $y = 1{,}6x - 18$ beskriver temperaturen y °C då en viss frysbox har varit avstängd i x timmar.

a) Förklara med egna ord vad ekvationen innebär.

b) Vilken är frysboxens temperatur då den har varit avstängd i två timmar?

c) Hur länge har frysboxen varit avstängd när temperaturen är 0 °C?

4125. a) Temperaturen innan avstängning = -18 °C
Efter avstängning stiger temperaturen
med 1.6 °C/timme.

b) $y = 1.6 \cdot 2 - 18 = -14.8$ °C

c) $1.6x - 18 = 0$

$x = \frac{18}{1.6} = 11.25$ h

(Förutsätter att omgivningstemp ≤ 0 °C)

4126 Beskriv en verklig situation med en fast och en rörlig kostnad som kan beskrivas med ett linjärt samband.

4126. En taxi med fast avgift 100kr och med en rörlig avgift på 20kr/km.

$$y = 20x + 100$$

4127 Ekvationen $y = 400x - 1\,200$ beskriver ett linjärt samband.

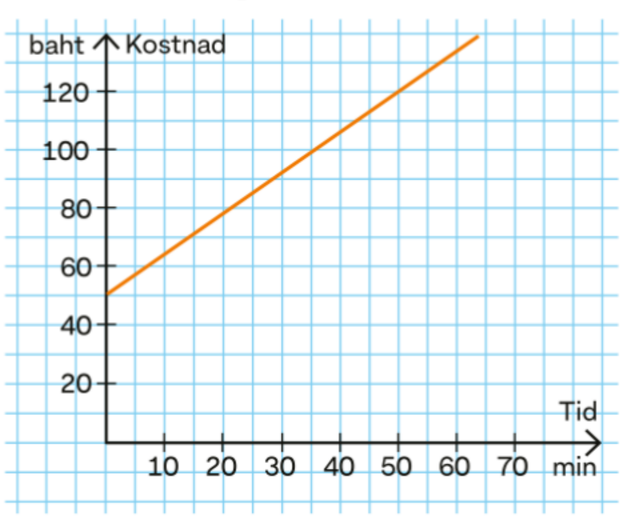
a) Lös ut x ur ekvationen.

b) Bestäm värdet av x då $y = 0$.

4127. a) $x = \dfrac{y+1200}{400}$

b) $x = \dfrac{1200}{400} = 3$

4128 Koordinatsystemet visar hur mycket det kostar att surfa på ett internetcafé i Krabi.



a) Hur stor är öppningsavgiften?

b) Vilken är minutkostnaden för att surfa?

c) Beskriv med en ekvation hur kostnaden beror av tiden.

4128.

a) 50 baht

b) 1,40 baht/min

c) $y = 1{,}50 \cdot t + 50$

4129 Elin betalar 1 500 kr/månad för en stallplats till sin häst. Till detta kommer kostnader på 3 kr/kg hö och 7 kr/kg havre som hästen äter.

a) Bestäm en ekvation som beskriver hur Elins månadskostnad *K* kr beror av mängden hö, *x* kg, och havre, *y* kg, som hästen äter per månad.

b) En månad betalar hon 2 680 kr för stallplats och foder. Under den månaden hade hon köpt 300 kg hö. Hur mycket havre hade hon köpt?

4129.

a) $\underline{K = 1500 + 3x + 7y}$

b) $y = \dfrac{K - 1500 - 3x}{7} = \dfrac{2680 - 1500 - 3 \cdot 300}{7} = \underline{40}$ kg.

4130 Karim är på en semesterort där han har tänkt stanna i en månad. På bussbolagets biljettautomat kan han läsa

Våra biljetter och priser
Enkelbiljett: 20 kr/resa
Klipphäfte: 180 kr för 11 resor
Månadsbiljett: 700 kr/månad

Hur många resor måste han minst göra för att tjäna på att köpa en månadsbiljett?

4130.

3 klippkort á 180 kr = 540 kr för 33 resor
Då har han 160 kr kvar att köpa 8 resor med enkelbiljett.

33 + 8 = 41. Alltså måste han göra minst <u>42 resor</u> för att tjäna på att köpa en månadsbiljett.

4131 För en viss taxiresa bestäms priset y kr av framkörningsavgiften f kr samt ett kilometerpris på k kr/km. Ange en ekvation som beskriver hur priset y kr beror av antalet körda kilometer x.

4131. $y = kx + f$

4132 Dosen av en viss medicin ökar linjärt med patientens kroppsvikt.

Vikt (kg)	10	50
Dos (ml)	15	35

a) Beskriv sambandet mellan vikten x kg och dosen y ml med en ekvation.

b) Hur stor dos medicin behöver en person som väger 70 kg?

4132. a) $k = \frac{35-15}{50-10} = \frac{20}{40} = \frac{1}{2}$

$y(10) = 15 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 10 + m = 15 \Rightarrow m = 10$

$y = \frac{1}{2}x + 10$

b) $y(70) = \frac{1}{2} \cdot 70 + 10 = 45$ ml

4143 Massan m g hos en bit järn är proportionell mot volymen V cm^3.

a) En järnbit som väger 354 g har volymen 45 cm^3. Hur mycket väger en bit järn med volymen 1,0 dm^3?

b) Vad står proportionalitetskonstanten för i detta fall?

4143. a) $m = \rho \cdot V$

$\rho = \dfrac{354}{45} \Rightarrow m = \dfrac{354}{45} \cdot 1000 = 7867\,g = 7{,}9\,kg$

b) Järnets densitet.

4144 Diagrammet visar hur priset beror av vikten för två olika äppelsorter. Hur stor är prisskillnaden per kilogram? Motivera ditt svar.

(Np Ma1b vt 2012)

4144. $k_1 = \dfrac{220}{10} = 22\,kr/kg$

$k_2 = \dfrac{160}{10} = 16\,kr/kg$

Prisskillnaden $= k_1 - k_2 = 22 - 16 = 6\,kr/kg$

4145 Grön paprika kostar 39,90 kr/kg och röd paprika kostar 54,90 kr/kg. Hur mycket mer paprika får man för 30 kr, om man köper grön i stället för röd paprika?

4145.

$$m_g = \frac{30}{39{,}90} = 0.752 \text{ kg}$$

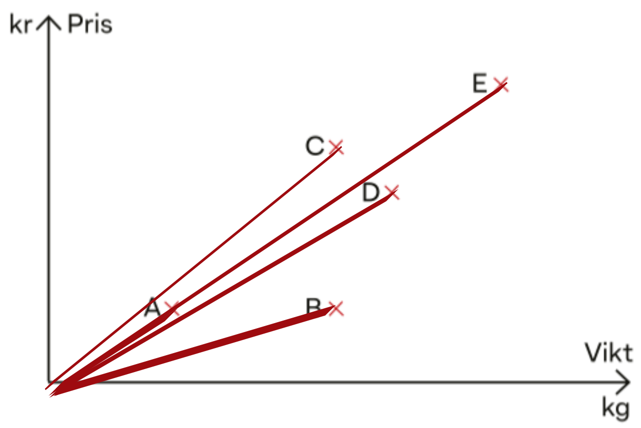
$$m_r = \frac{30}{54{,}90} = 0.546 \text{ kg}$$

$$m_g - m_r = 0.752 - 0.546 = \underline{0.21} \text{ kg}$$

4146 Ingela påstår att inget samband där det totala priset utgörs av ett fast pris och ett rörligt pris kan beskriva en proportionalitet. Har hon rätt? Förklara.

4146. Ja, för proportionalitet måste den fasta delen vara noll.

4147 En butik gjorde en undersökning om vikt och pris på chokladkakor. Resultatet visas i följande diagram



a) Vilka chokladkakor väger lika mycket?

b) Vilken chokladkaka har det högsta kilopriset? Motivera din lösning.

(Np Ma1c ht 2013)

4147. a) B och C

b) C - en rät linje mellan respektive punkt och origo ger störst lutning för C.

4148 Lena påstår att om y är proportionellt mot x så är x också proportionellt mot y. Har hon rätt? Motivera ditt svar.

4148. Ja. Om $y = k \cdot x$ så är $x = \frac{1}{k} \cdot y = m \cdot y$.

4149 Jossi ska beställa kattsand på nätet. Enligt hemsidan kostar 14 kg kattsand 199 kr.

a) Hur mycket kostar 10 kg kattsand om priset är proportionellt mot vikten?

b) Enligt prislistan kostar 6 kg kattsand 89 kr. Är priset proportionellt mot vikten?

c) Hur mycket kostar 10 kg kattsand om sambandet mellan pris och vikt är linjärt men inte proportionellt?

4149.

a) $\frac{199}{14} \cdot 10 = \underline{142 \text{ kr}}$

b) $\frac{199}{14} \cdot 6 = 85 \neq 89 \Rightarrow \underline{\text{Nej}}.$

c) $y = kx + m$

$k = \frac{199-89}{14-6} = 13{,}75$

$y - y_1 = k(x - x_1)$

$y - 199 = 13{,}75x - 13{,}75 \cdot 14 \Rightarrow$

$y = 13{,}75x + 6{,}50$

$y(10) = 13{,}75 \cdot 10 + 6{,}50 = \underline{144 \text{ kr}}.$

4157 Arean A av en cirkel är proportionell mot cirkelns radie r i kvadrat.

a) Kalla proportionalitetskonstanten för k och teckna ett samband mellan arean och radien.

b) Använd sambandet från a)-uppgiften och visa att om radien fördubblas, så blir arean alltid fyra gånger så stor.

4157. a) $\underline{A = k \cdot r^2}$

b) $r_2 = 2r \Rightarrow A_2 = k \cdot (2r)^2 = 4kr^2 = 4A_1$ #

4158 Undersök om b är proportionellt mot a, a^2 eller $\sqrt{a}$.

a)

a	b
1	4
2	16
3	36
4	64

b)

a	b
1	2
4	4
9	6
16	8

4158. a) $\underline{b = 4 \cdot a^2}$ c) $\underline{b = 2 \cdot \sqrt{a}}$

4159 Visa att om y är proportionellt mot x, dvs. om $k = \frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2}$ så gäller att $\frac{y_1}{y_2} = \frac{x_1}{x_2}$.

4159. $x_1 \cdot \frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} \cdot x_1 \Rightarrow \frac{1}{y_2} \cdot y_1 = \frac{y_2 x_1}{x_2} \cdot \frac{1}{y_2} \Rightarrow \frac{y_1}{y_2} = \frac{x_1}{x_2}$

#

4160 Vilket eller vilka av följande samband kan betraktas som proportionaliteter där y är proportionellt mot $\frac{1}{x}$?

A $y = \frac{4}{x}$

B $y = \frac{x}{5}$

C $xy = 52$

D $x = \frac{18}{y}$

4160. A, C och D

4161 Den så kallade ideala gaslagen kan formuleras som

$pV = nRT$

där p är trycket, V är gasens volym, n är antalet molekyler i gasen, R är en konstant och T är gasens temperatur i kelvin. Vilka av följande påståenden är korrekta?

A Om V och n är konstanta, så gäller att p är proportionellt mot T.

B Om V och n är konstanta, så gäller att p är proportionellt mot $\frac{1}{T}$.

C Om n och T är konstanta, så gäller att p är proportionellt mot V.

D Om n och T är konstanta, så gäller att p är proportionellt mot $\frac{1}{V}$.

E Om V och T är konstanta, så gäller att p är proportionellt mot n.

F Om V och T är konstanta, så gäller att p är proportionellt mot $\frac{1}{n}$.

4161. A, D och E

4162 I föregående uppgift presenterade vi den ideala gaslagen $pV = nRT$. Om man värmer en ideal gas i en tät behållare med konstant volym, så är n och V konstanter. Visa att följande samband i så fall gäller:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1}$$

där p_1, T_1 och p_2, T_2 är tryck och temperatur före respektive efter uppvärmningen av gasen.

4162.

$$\begin{cases} p_1 = k \cdot T_1 \\ p_2 = k \cdot T_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1} \quad \#$$

4163 Volymen av ett klot är proportionell mot kuben av radien. Hur mycket större blir volymen om radien blir tre gånger så stor?

4163.

$$V_1 = k \cdot r_1^3$$

$$r_2 = 3r_1 \Rightarrow V_2 = k \cdot (3r_1)^3 = 27kr_1^3 = 27V_1$$

$$\underline{V_2 = 27V_1}$$

4164 Newtons gravitationslag, $F = G \cdot \frac{m_1 m_2}{r^2}$, beskriver storleken av den kraft F som två kroppar med massorna m_1 och m_2 påverkar varandra med, om de befinner sig på avståndet r från varandra. G är den så kallade gravitationskonstanten. Vilket eller vilka av följande påståenden är korrekta?

A F är proportionellt mot $\frac{1}{r}$

B F är proportonellt mot $\frac{1}{r^2}$

C F är proportionellt mot m_1

D F är proportionellt mot m_2

E F är proportionellt mot r^2

4164. B, C och D

4165 Gravitationskraften F mellan två kroppar, på avståndet r från varandra, är proportionell mot $\frac{1}{r^2}$. Visa att kraften blir fyra gånger så stor om avståndet mellan kropparna halveras.

4165.

$$F_1 = k \cdot \frac{1}{r_1^2}$$

$$r_2 = \frac{r_1}{2} \Rightarrow F_2 = k \cdot \frac{1}{\left(\frac{r_1}{2}\right)^2} = k \cdot \frac{4}{r_1^2} = 4 F_1 \quad \#$$

4166 Bestäm $\frac{a+b}{a-b}$ om $\frac{a}{b}=\frac{16}{3}$

4166. $$\frac{a+b}{a-b}=\frac{16+3}{16-3}=\underline{\frac{19}{13}}$$

4167 Visa att om $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$, där $a \neq b$ och $c \neq d$, så är $\frac{a+b}{a-b}=\frac{c+d}{c-d}$

4167. $$\frac{a+b}{a-b}=\frac{c+d}{c-d} \Rightarrow$$

$$(a+b)(c-d)=(a-b)(c+d)$$

$$\cancel{ac}-ad+bc-\cancel{bd}=\cancel{ac}+ad-bc-\cancel{bd}$$

$$\cancel{2}ad=\cancel{2}bc$$

$$\underline{\frac{a}{b}=\frac{c}{d}} \quad \#$$

4212 I USA mäter man temperatur i grader Fahrenheit (°F) och i Sverige i grader Celsius (°C). Om man multiplicerar temperaturen i °C med 1,8 och adderar 32 så får man temperaturen i °F.

a) Skriv en formel där y är temperaturen i °F och x är temperaturen i °C.

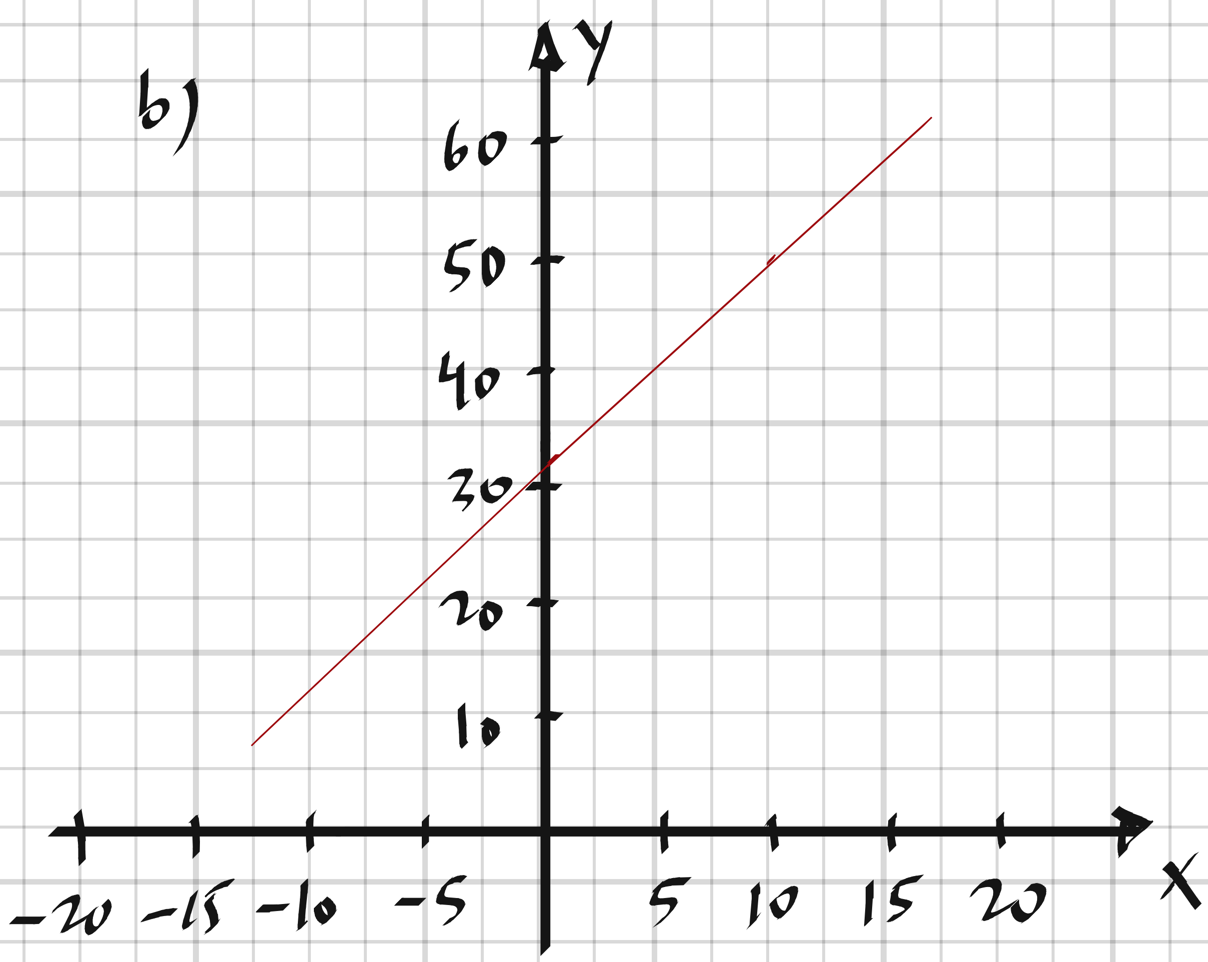
b) Rita en graf som visar hur temperaturen y °F varierar med temperaturen x °C.

c) Hur många grader Fahrenheit motsvarar 10 °C?

d) Hur många grader Celsius motsvarar 15 °F?

4212. a) $y = 1{,}8x + 32$

b)



c) 50 °F

d) $1{,}8x + 32 = 15$

$$x = \frac{15-32}{1{,}8} = -\frac{17}{1{,}8} = -9{,}4\ °C$$

4213 I vilken punkt skär grafen till ekvationen
$y = -4x + 5$

a) x-axeln

b) y-axeln

4213. a) $0 = -4x + 5 \Rightarrow x = \frac{5}{4} = 1{,}25 \Rightarrow P = (\frac{5}{4}, 0)$

b) $y = 5 \Rightarrow P = (0, 5)$

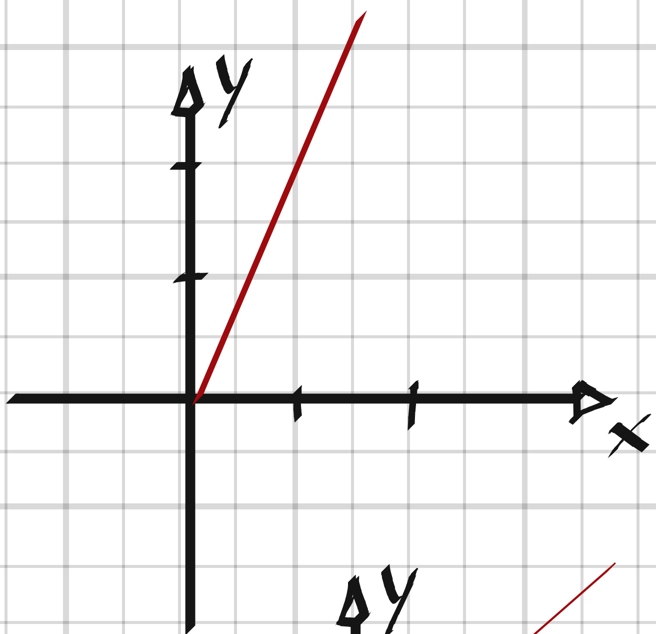
4214 Rita grafen till en rät linje där det för varje punkt gäller att

a) y-koordinaten är dubbelt så stor som x-koordinaten

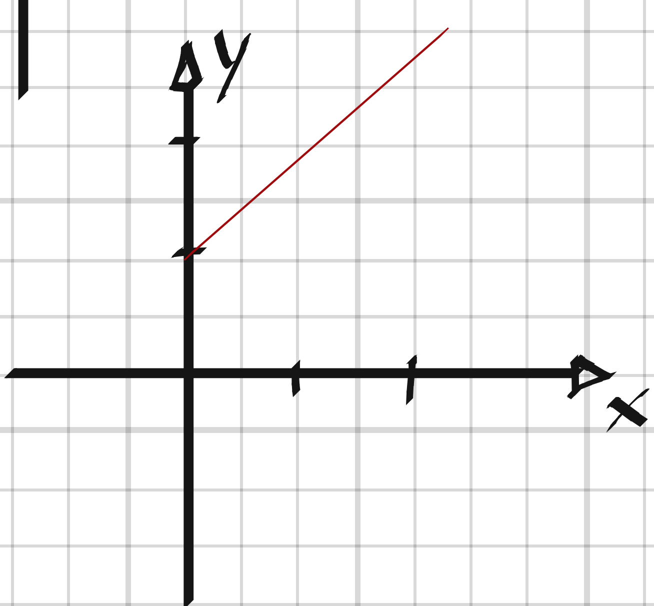
b) x-koordinaten är ett mindre än y-koordinaten

c) x-koordinaten är 3 gånger så stor som y-koordinaten

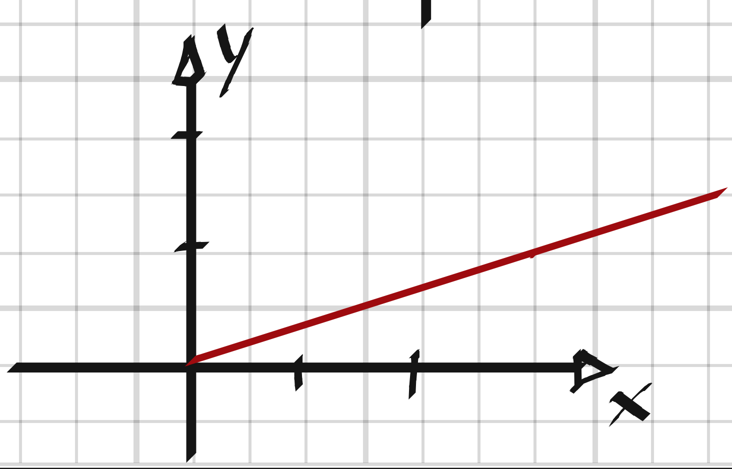
4214. a) $y = 2x$



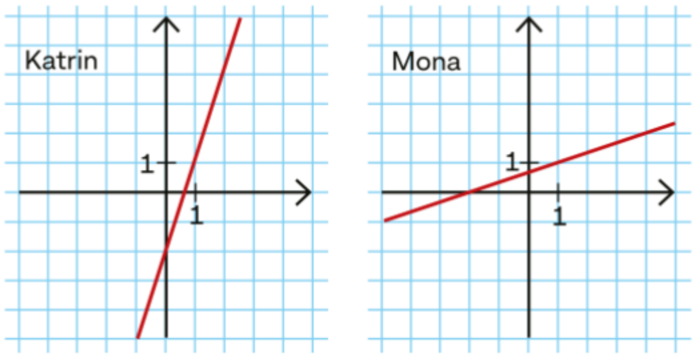
b) $y = x + 1$



c) $y = \frac{x}{3}$



4215 Katrin och Mona ritar grafen till $y = 3x - 2$.



När de jämför sina grafer, så inser de att någon av dem har gjort fel. Vem har gjort fel och vilket misstag har hon troligtvis gjort?

4215. Mona har förväxlat x och y.

4231 Vilket värde har k och m om ekvationerna skrivs i formen $y = kx + m$?

a) $y = \frac{x}{3} + 5$ b) $y = -\frac{x+2}{2}$

4231. a) $k = \frac{1}{3}$, $m = 5$

b) $k = -\frac{1}{2}$, $m = -1$

4232 En rät linje med riktningskoefficienten 3 går genom punkten med koordinaterna (0, 1). Ange ytterligare två punkter på samma linje.

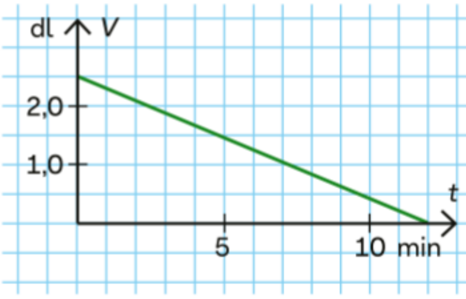
4232.

$$y - y_1 = k(x - x_1)$$
$$y - 1 = 3(x - 0)$$
$$y = 3x + 1$$

$x = 1 \Rightarrow y = 3 \cdot 1 + 1 = 4$ $\quad (x, y) = (1, 4)$

$x = 2 \Rightarrow y = 3 \cdot 2 + 1 = 7$ $\quad (x, y) = (2, 7)$

4233 Ebba ska koka te, men så ringer telefonen och hon glömmer kastrullen med vatten på spisen. Diagrammet visar hur vattenmängden i kastrullen minskar med tiden.



a) Bestäm linjens riktningskoefficient.

b) Tolka vad värdet av riktningskoefficienten betyder i det här sammanhanget.

4233. a) $k = -\frac{2.5}{12} \approx -0.208$ dl/min

b) Antalet dl/min som kokar bort.

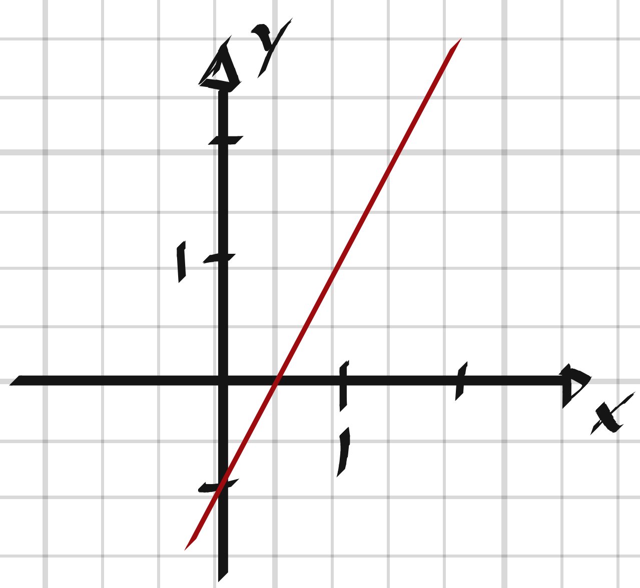
4234 Rita en linje som går genom punkten (3, 5) och har riktningskoefficienten

a) 2

b) $-\frac{1}{3}$

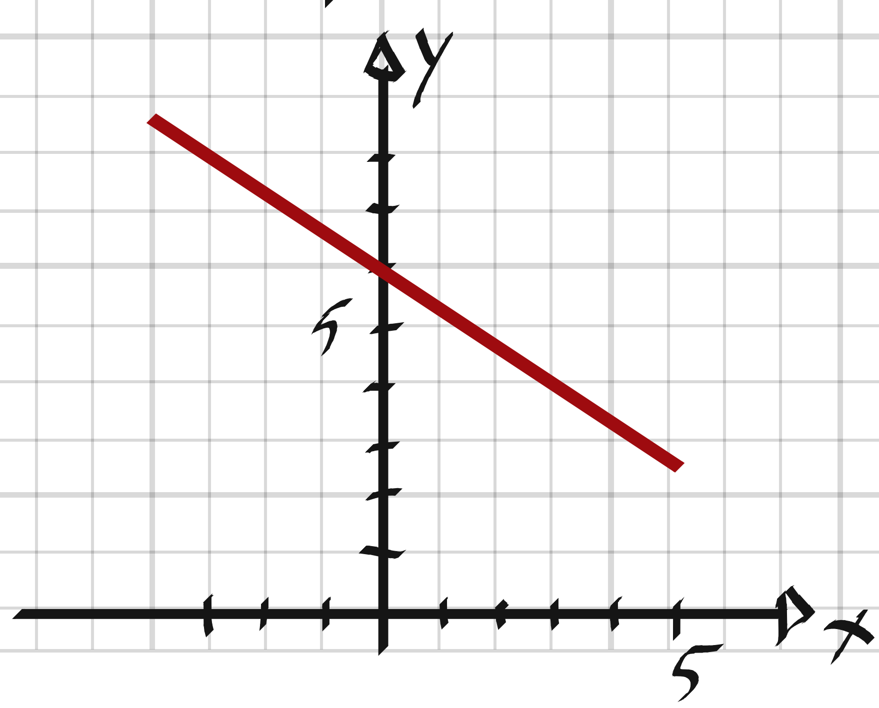
4234. a) $y - 5 = 2(x - 3)$

$y = 2x - 1$



b) $y - 5 = -\frac{1}{3}(x - 3)$

$y = -\frac{x}{3} + 6$



4235 En rät linje med riktningskoefficienten 3 går genom punkten med koordinaterna (−2, −4). Ange koordinaterna för linjens skärningspunkt med y-axeln.

4235.

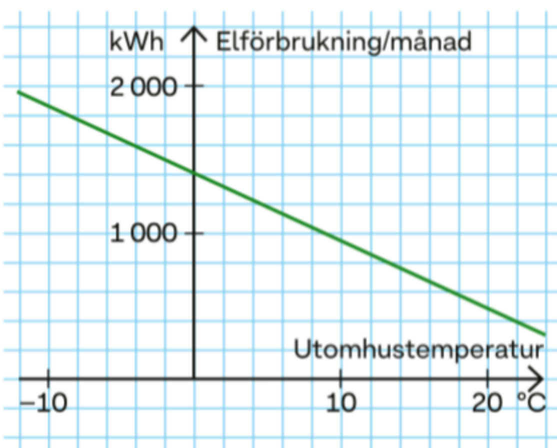
$$y - y_1 = k(x - x_1)$$

$$y + 4 = 3(x + 2)$$

$$y = 3x + 2$$

Skärning med y-axeln: (0,2)

4236 Figuren visar hur elförbrukningen i ett eluppvärmt hus beror av den genomsnittliga utomhustemperaturen.



a) Bestäm riktningskoefficienten k. Ange även riktningskoefficientens enhet.

b) Bestäm en ekvation $y = kx + m$ som beskriver hur elförbrukningen y kWh beror av utomhustemperaturen x °C.

c) Kommer ekvationen att gälla för alla utomhustemperaturer? Motivera ditt svar.

4236. a) $k = \dfrac{1400 - 400}{0 - 22} = -45,5$ kWh/°C

b) $y = -45,5x + 1400$

c) Nej, energiförbrukningen kommer inte att bli negativ vid höga temp.

4237 Beräkna arean av triangeln som bildas av linjen $y = 7 - 2x$ och de båda koordinataxlarna.

4237. $A = \dfrac{7 \cdot \frac{7}{2}}{2} = \dfrac{49}{4} = \underline{12{,}25 \text{ a.e.}}$

4238 Bestäm ekvationen till den räta linje som går genom punkterna med koordinaterna (0, 2) och (2, 0).

4238. $k = \dfrac{2-0}{0-2} = -1$

$(0,2) \Rightarrow m = 2$

$\underline{y = -x + 2}$

4239 Bestäm ekvationen till den räta linje som går genom punkterna med koordinaterna (2, 7) och (5, 6).

4239. $k = \dfrac{7-6}{2-5} = -\dfrac{1}{3}$

$y - y_1 = k(x - x_1)$

$y - 7 = -\frac{1}{3}(x - 2)$

$\underline{y = -\dfrac{x}{3} + \dfrac{23}{3}}$

4240 En amerikansk amatörbiolog har undersökt hur syrsors läten förändras med temperaturen. Hennes resultat kan beskrivas med sambandet

$L = 400(T_F - 40)$

där L är antalet ljudsvängningar på 15 sekunder och T_F är temperaturen i grader Fahrenheit. Sambandet mellan temperaturen i grader Fahrenheit T_F och temperaturen i grader Celsius T_C kan skrivas

$T_F = 1{,}8T_C + 32$

a) Beskriv med en ekvation hur antalet ljudsvängningar förändras med temperaturen mätt i grader Celsius.

b) Tolka innebörden i ekvationens riktningskoefficient.

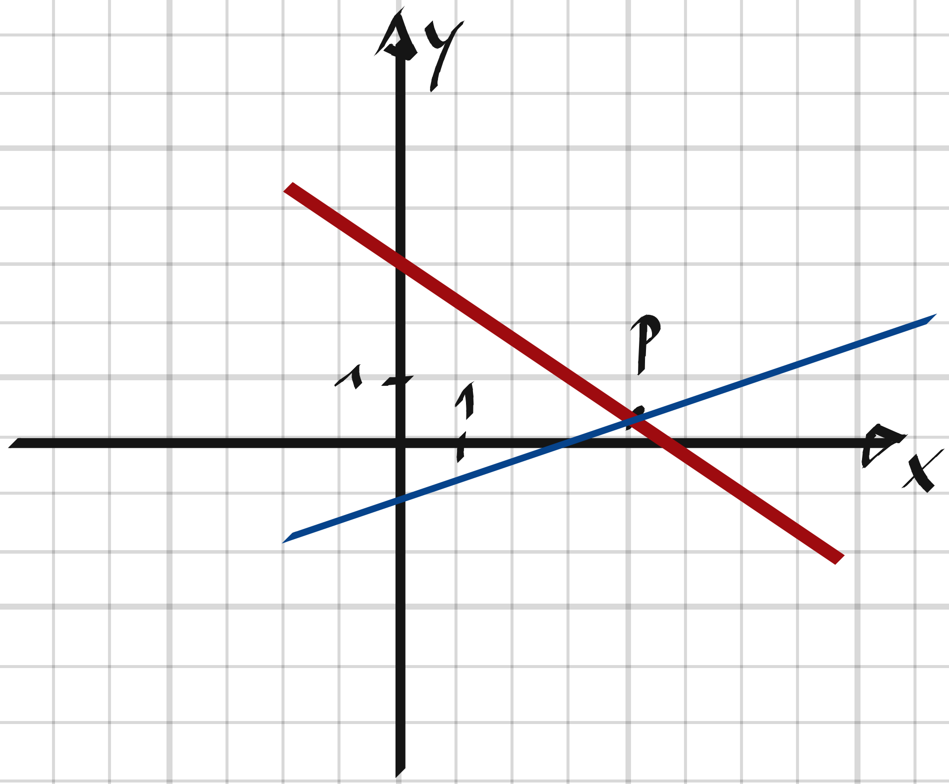
4240. a) $L = 400(1.8T_c + 32 - 40) = 400 \cdot (1.8T_c - 8)$

$\underline{L = 720(T_c - 3200)}$

b) Antalet svängningar per 15 sekunder ökar med 720 för varje grads ökning av temperuten i Celsius.

4241 Beräkna arean av den triangel som bildas av linjerna
$y = -\frac{2x}{3} + 3$, $y = \frac{2x}{3} - 1$ och y-axeln.

4241.



Skärningspunkt P:

$$-\frac{2x}{3} + 3 = \frac{2x}{3} - 1$$

$$\frac{4x}{3} = 4 \Rightarrow x = 3$$

$$A = \frac{4 \cdot 3}{2} = 6 \text{ a.e.}$$

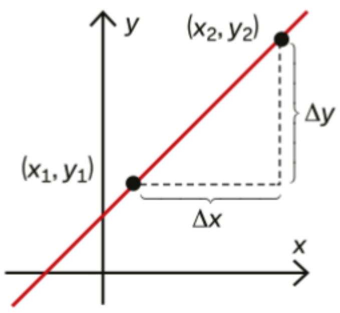
4242 En rät linje går genom punkterna (0, 0) och (a, b) där $a \neq 0$ och $b \neq 0$. För vilka värden på a och b har linjen ett negativt värde på riktningskoefficienten?

4242.

$$k = \frac{b}{a}$$

k negativ om a eller b är negativa

4243 Linjens riktningskoefficient är $k = \frac{\Delta y}{\Delta x}$,
där Δy är antalet steg i y-led och Δx är antalet steg i x-led man behöver ta för att komma från den ena punkten till den andra. Ange en formel för riktningskoefficienten k för en linje som går genom punkterna med koordinaterna (x_1, y_1) och (x_2, y_2).



4243.

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

4256 Bestäm ekvationen för den räta linje som går genom punkten (1, 4) och som skär x-axeln för $x = 3$.

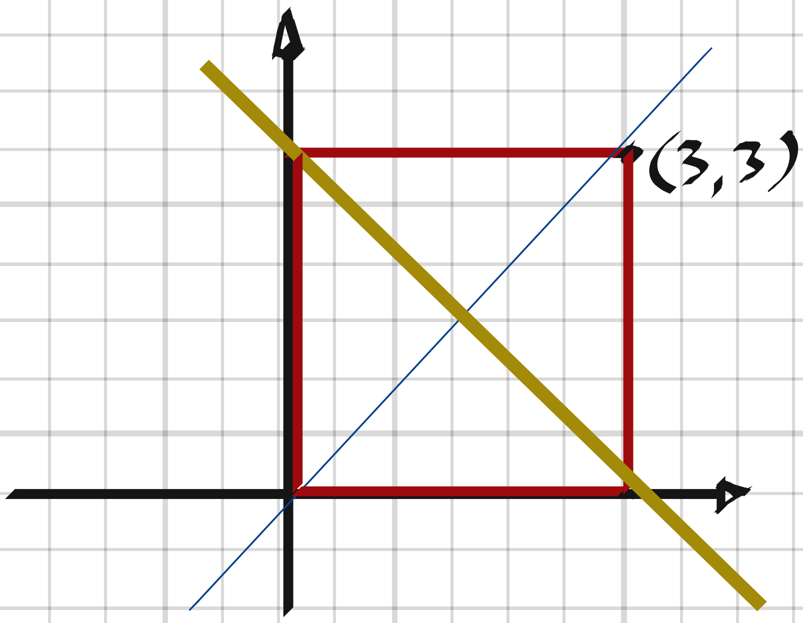
4256.

$$k = \frac{4-0}{1-3} = -2$$

$$y - 4 = -2(x-1)$$

$$y = -2x + 6$$

4257 En kvadrat har ett hörn i punkten (0, 0) och det motstående hörnet i punkten (3, 3). Sidorna i kvadraten är parallella med koordinataxlarna. Bestäm ekvationerna för de linjer som sammanfaller med kvadraternas diagonaler.



4257.

$k_1 = 1$, $m = 0$

$y_1 = x$

$k_2 = -1$, $m = 3$

$y_2 = -x + 3$

4258 Bestäm koordinaterna för ytterligare en punkt på den linje som går genom (−2, −1) och (−4, 3).

4258.

$$k = \frac{3-(-1)}{-4-(-2)} = \frac{4}{-2} = -2$$

$(-2,-1) \Rightarrow \quad y + 1 = -2(x+2)$

$$y = -2x - 5$$

Väljer $x = 1 \Rightarrow y = -2 \cdot 1 - 5 = -7$

(1, −7) ligger på linjen.

4259 Jennie hyr en elsparkcykel som kostar 35 kr att köra i 10 minuter och 45 kr att köra i 14 minuter. Bestäm en ekvation i formen
$y = kx + m$
som kan användas för att beräkna kostnaden för att hyra elsparkcykeln.

4259. $(10,35)$, $(14,45)$

$$k = \frac{45-35}{14-10} = \frac{10}{4} = 2.5$$

$(10,35) \Rightarrow \quad y - 35 = 2.5(x-10)$

$$\underline{y = 2.5x + 10}$$

4260 En rät linje som går genom punkterna $(1, a)$ och $(a, 4)$ har riktningskoefficienten 2. Bestäm värdet av a.

4260.

$$\frac{4-a}{a-1} = 2$$

$$4 - a = 2(a-1)$$

$$4 - a = 2a - 2$$

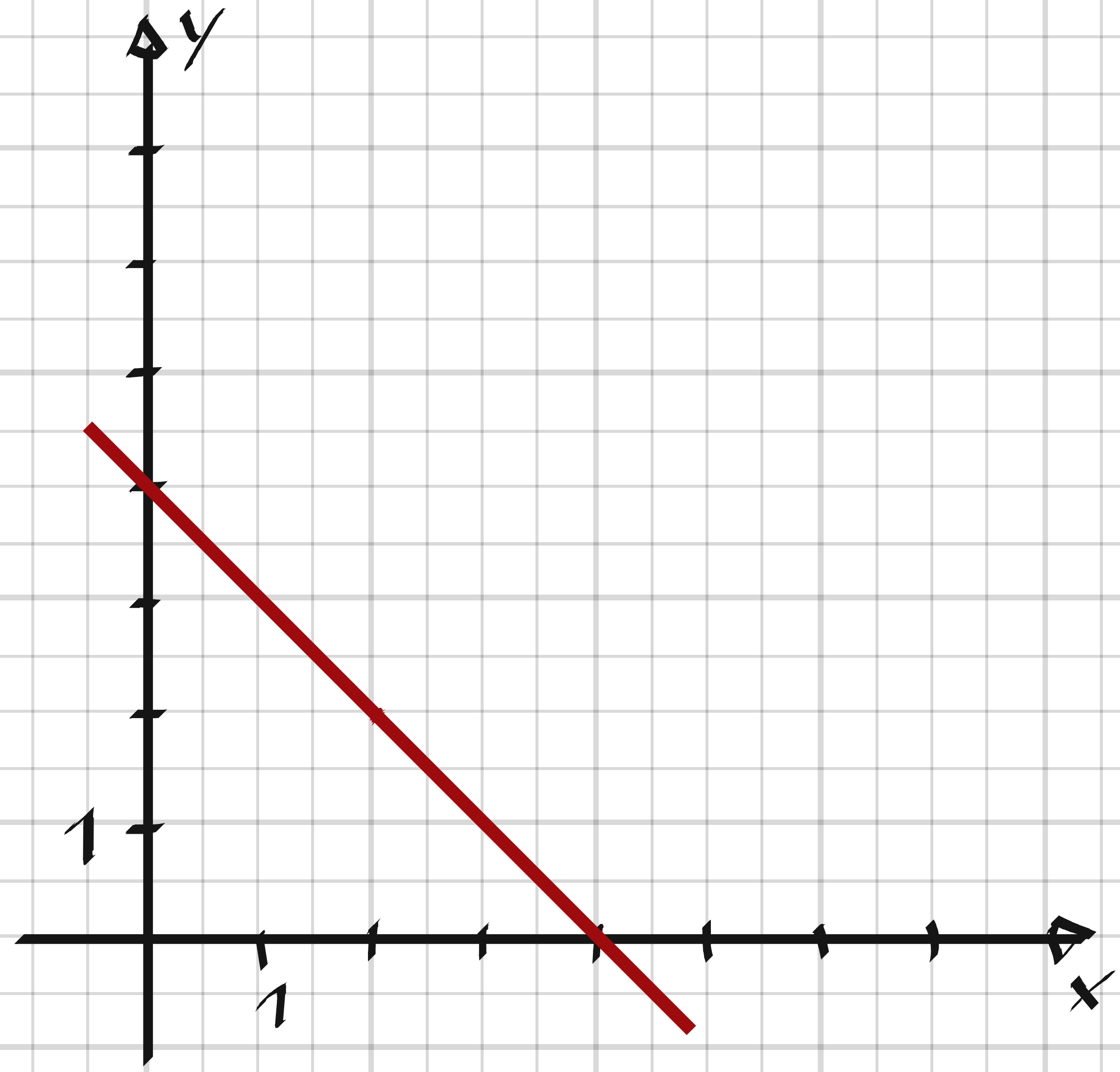
$$3a = 6$$

$$\underline{a = 2}$$

4261 En del av en rät linje som går genom (2, 2) bildar basen i en likbent triangel, där de båda lika vinkelbenen utgörs av den positiva x- och y-axeln. Vilken är linjens ekvation?

4261.

$y = -x + 4$



4262 En ekvation i formen $y = kx + m$ har lösningarna $x = 2, y = 3$ och $x = -2, y = -3$.

a) Bestäm ekvationen.

b) Ange ytterligare en lösning till ekvationen.

4262. a) $(2,3)$, $(-2,-3)$

$$k = \frac{3-(-3)}{2-(-2)} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$$(2,3) \Rightarrow \quad y - 3 = \frac{3}{2}(x-2)$$

$$y = \frac{3}{2}x$$

b) Origo $(0,0)$

4263 Avgör om punkterna (4, 12), (5, 18) och (71, 412) ligger på samma linje. Motivera ditt svar.

4263.

$$k_1 = \frac{18-12}{5-4} = 6$$

$$k_2 = \frac{412-18}{71-5} = \frac{594}{66} = 9$$

$$k_3 = \frac{412-12}{71-4} = \frac{400}{67}$$

k-värden ej lika => punkterna ligger ej på samma linje.

4264 För att beräkna riktningskoefficienten till en linje kan man använda formeln

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Visa att man får samma resultat om man i stället byter plats på koordinaterna och använder formeln

$$k = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$$

4264.

$$\frac{(y_2 - y_1)\cdot(-1)}{(x_2 - x_1)\cdot(-1)} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$$

#

4265 En rät linje som går genom punkterna $(3, t)$ och $(t, -2)$ har riktningskoefficienten -4. Bestäm t.

4265.

$$\frac{t-(-2)}{3-t} = -4$$

$$t+2 = -4(3-t)$$

$$t+2 = -12+4t$$

$$3t = 14$$

$$t = \frac{14}{3}$$

4266 Bestäm talet a så att en linje genom punkterna med koordinaterna $(a + 3, a - 1)$ och $(3, -2)$ blir parallell med linjen $y = \frac{x}{2} - 9$.

4266. Parallell med $y = \frac{x}{2} - 9 \Rightarrow k = \frac{1}{2}$

$$\frac{a-1-(-2)}{a+3-3} = \frac{1}{2}$$

$$a+1 = \frac{a}{2} \Rightarrow$$

$$a = -2$$

4267 Bestäm ekvationen för den räta linje som går genom punkterna (1, 2) och $(a, 2a)$, där $a \neq 1$.

4267.

$$k = \frac{2a-2}{a-1} = \frac{2(a-1)}{a-1} = 2$$

$$(1,2) \Rightarrow \quad y-2 = 2(x-1)$$

$$\underline{y = 2x}$$

4268 Ange ekvationen för den räta linje där koordinaterna för alla punkter på linjen kan uttryckas $(x, -3x)$.

4268.

$$\underline{y = -3x}$$

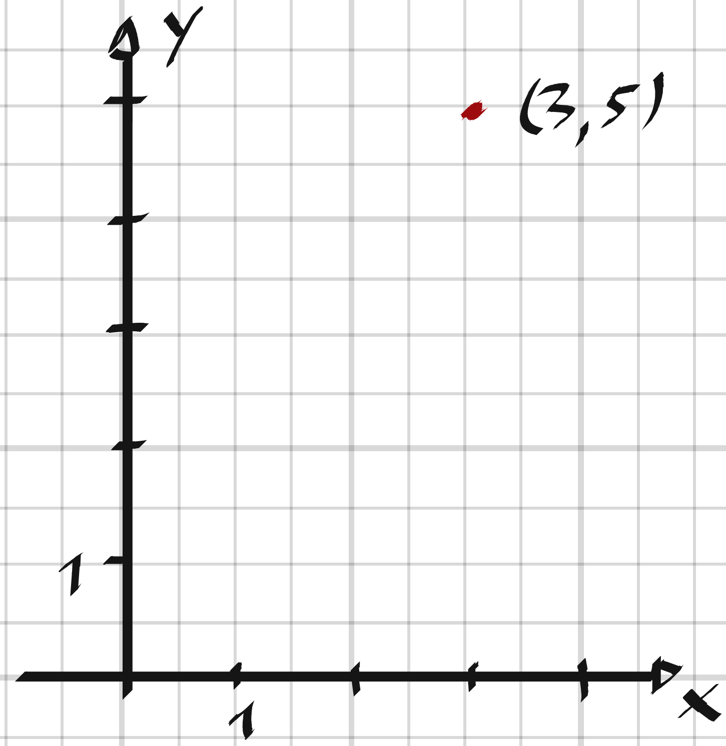
4269 För en rät linje gäller följande villkor:

- riktningskoefficienten $k > 0$
- linjen går genom punkten $P(3, 5)$

a) Undersök om linjen kan gå genom punkten (6, 4).

b) Det finns många punkter Q sådana att en linje genom P och Q får en positiv riktningskoefficient. Undersök vilka värden Q:s koordinater x och y ska ha för att villkoren ovan ska gälla.

(Np Ma2c ht 2013)



4269. a) $k = \frac{5-4}{3-6} = -\frac{1}{3} < 0 \Rightarrow$ Nej.

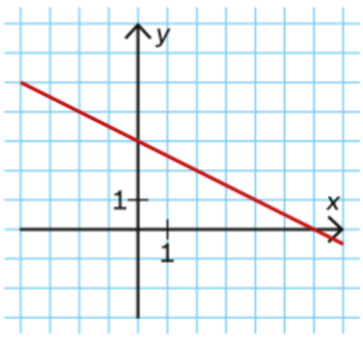
b) $y - 5 = k(x-3)$

$y = kx + 5 - 3k$

$x < 3\ ,\ y < 5$

$x > 3\ ,\ y > 5$

4283 Koordinatsystemet visar linjen $px - 2y + q = 0$. Bestäm konstanterna p och q.



4283. $y = \frac{p}{2}x + \frac{q}{2} \Rightarrow$

$\frac{p}{2} = -\frac{3}{6} \Rightarrow \underline{p = -1}$

$\frac{q}{2} = 3 \Rightarrow \underline{q = 6}$

4284 Bestäm linjernas skärningspunkter med koordinataxlarna.

a) $-3x + 2y - 2 = 0$

b) $3x + 5y + 5 = 0$

4284. a) $y = \frac{3}{2}x + 1$

$x = 0 \Rightarrow y = 1 \quad \underline{(0, 1)}$

$y = 0 \Rightarrow x = -\frac{2}{3} \quad \underline{(-\frac{2}{3}, 0)}$

b) $y = -\frac{3}{5}x - 1$

$x = 0 \Rightarrow y = -1 \quad \underline{(0, -1)}$

$y = 0 \Rightarrow x = -\frac{5}{3} \quad \underline{(-\frac{5}{3}, 0)}$

4285 Bestäm talet b så att linjerna med ekvationerna $2x - 4y + 3 = 0$ och $3x + by - 8 = 0$ blir

a) parallella med varandra

b) vinkelräta mot varandra

4285.

$$y = \frac{x}{2} + \frac{3}{4}$$

$$y = -\frac{3}{b}x + \frac{8}{b}$$

a) Parallella: $\frac{1}{2} = -\frac{3}{b} \Rightarrow \underline{b = -6}$

b) Vinkelräta: $\frac{1}{2} = \frac{b}{3} \Rightarrow \underline{b = \frac{3}{2}}$

4286 Ange ekvationen för den räta linje som sammanfaller med

a) x-axeln

b) y-axeln

4286.

a) $\underline{y = 0}$

b) $\underline{x = 0}$

4287 Den räta linjen $-6x + y + 2 = 0$ är parallell med en linje genom punkterna (2, 3) och (4, a). Bestäm a.

4287.

$$y = 6x - 2$$

Parallell $\Rightarrow k = 6$

$$\frac{a-3}{4-2} = 6$$

$$\underline{a = 15}$$

4288 En triangel har hörnen i punkterna med koordinaterna (2, 6), (8, 5) och (9, 10).

a) Bestäm riktningskoefficienterna k_1, k_2 och k_3 för de tre linjer som utgör triangelns sidor.

b) Avgör om triangeln är rätvinklig.

4288.

a)

$$k_1 = \frac{6-5}{2-8} = \underline{-\frac{1}{6}}$$

$$k_2 = \frac{10-6}{9-2} = \underline{\frac{4}{7}}$$

$$k_3 = \frac{10-5}{9-8} = \underline{5}$$

b) $k_1 \cdot k_2 \neq -1$, $k_1 \cdot k_3 \neq -1$, $k_2 \cdot k_3 \neq 1 \Rightarrow$

<u>ej rätvinklig</u>

4289 Två linjer som är vinkelräta mot varandra skär varandra i punkten med koordinaterna (–2, 4). Riktningskoefficienten för den ena linjen är 3. Bestäm ekvationen för den andra linjen.

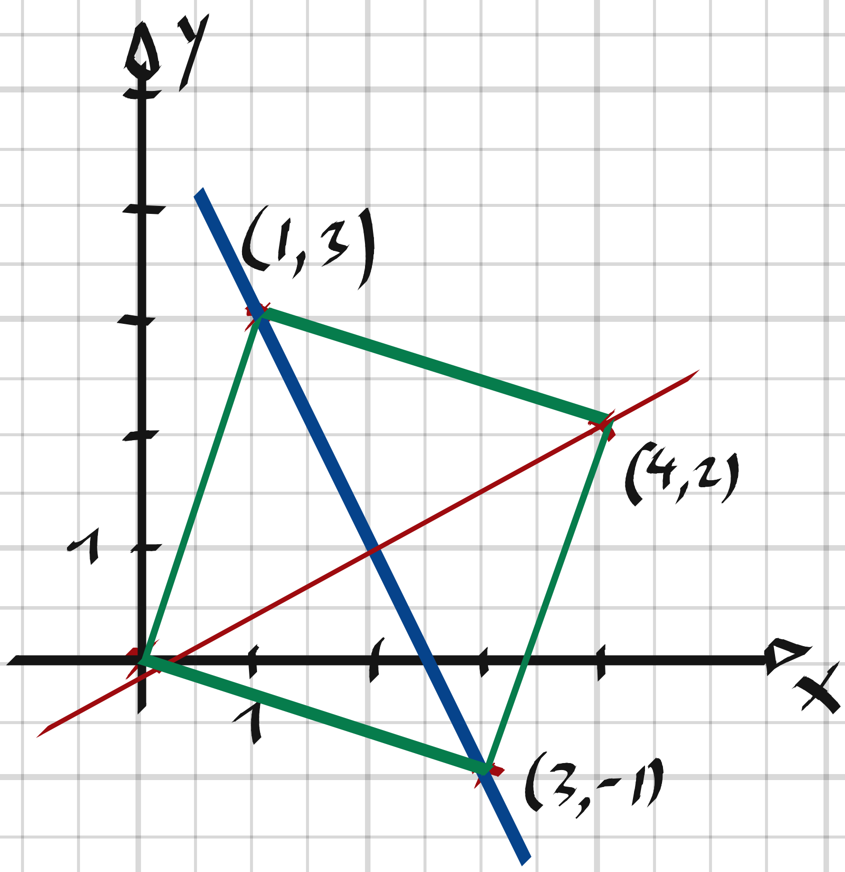
4289. Vinkelräta $\Rightarrow k = -\frac{1}{3}$

$(-2,4) \Rightarrow \quad y - 4 = -\frac{1}{3}(x+2)$

$$y = -\frac{x}{3} + \frac{10}{3}$$

4290 En kvadrat har hörnen i (0, 0), (3, –1), (4, 2) och (1, 3). Visa att kvadratens diagonaler är vinkelräta mot varandra.

4290.



$y_1: \quad k_1 = \frac{1}{2}$

$y_2: \quad k_2 = \frac{3-(-1)}{1-3} = -2$

$k_1 \cdot k_2 = -1$

$\Rightarrow$ vinkelräta #

4291 Den räta linjen $-4x + y + 5 = 0$ är vinkelrät mot en linje genom punkterna (4, 2) och (6, a). Bestäm a.

4291. $y = 4x - 5$

Vinkelrät $\Rightarrow k = -\frac{1}{4}$

$$\frac{a-2}{6-4} = -\frac{1}{4}$$

$$a - 2 = -\frac{1}{2}$$

$$\underline{a = \frac{3}{2}}$$

4292 Ange i k-form ekvationen för en rät linje som är parallell med linjen $ax + by + c = 0$.

4292. $y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$

Parallell: $\underline{y = -\frac{a}{b}x + q}$, q valfritt tal

---

4293 Ekvationen för den räta linjen L_1 kan på k-form skrivas $y = 4x + m$. Vilken eller vilka av informationspunkterna (1) och (2) behöver du för att kunna avgöra om linjen L_2 är vinkelrät mot L_1? Välj bland alternativen A–E.

(1) L_2 går genom punkten (1, 2).

(2) L_2 kan på allmän form skrivas
$x - 4y + 7 = 0$.

A (1) men inte (2)

B (2) men inte (1)

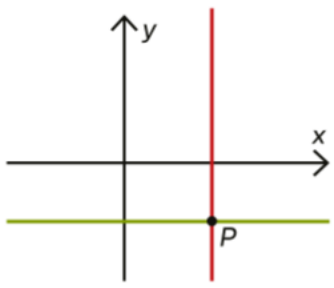
C Både (1) och (2) räcker var för sig

D (1) och (2) tillsammans

E (1) och (2) räcker inte för att lösa uppgiften

4293. B (den är ej vinkelrät)

4294 Figuren visar linjerna $x = a$ och $y = b$, där a och b är olika konstanter, $a \neq 0$ och $b \neq 0$. Linjerna skär varandra i punkten P i koordinatsystemets fjärde kvadrant.



Vilken eller vilka av nedanstående linjer A–D går genom punkten P?

A $ax + by = 0$

B $ax - by = 0$

C $ay + bx = 0$

D $ay - bx = 0$

(Np Ma2c vt 2014)

4294.

A: $y = -\frac{a}{b}x$

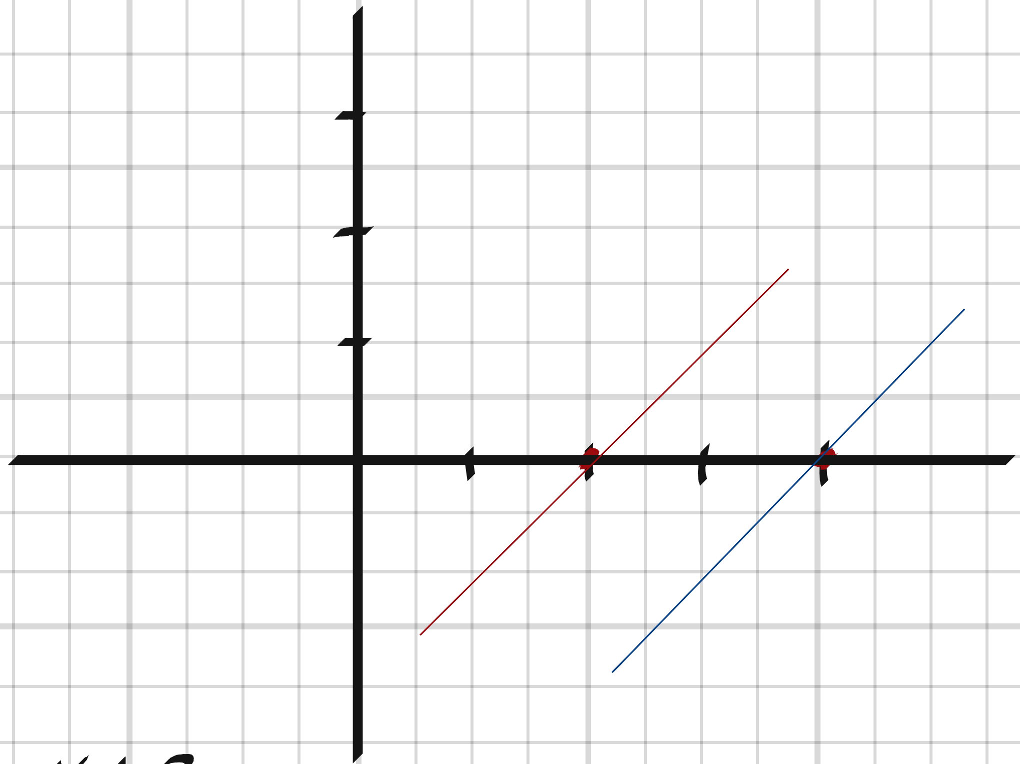
B: $y = \frac{a}{b}x$

C: $y = -\frac{b}{a}x$

D: $y = \frac{b}{a}x$

4295 En rät linje skär x-axeln i punkten (2, 0). Graderingen på x- och y-axeln är lika och vinkeln mellan x-axeln och linjen är 45°. Bestäm ekvationen för en annan linje, som går genom punkten (4, 0) och är parallell med den första linjen.

4295.



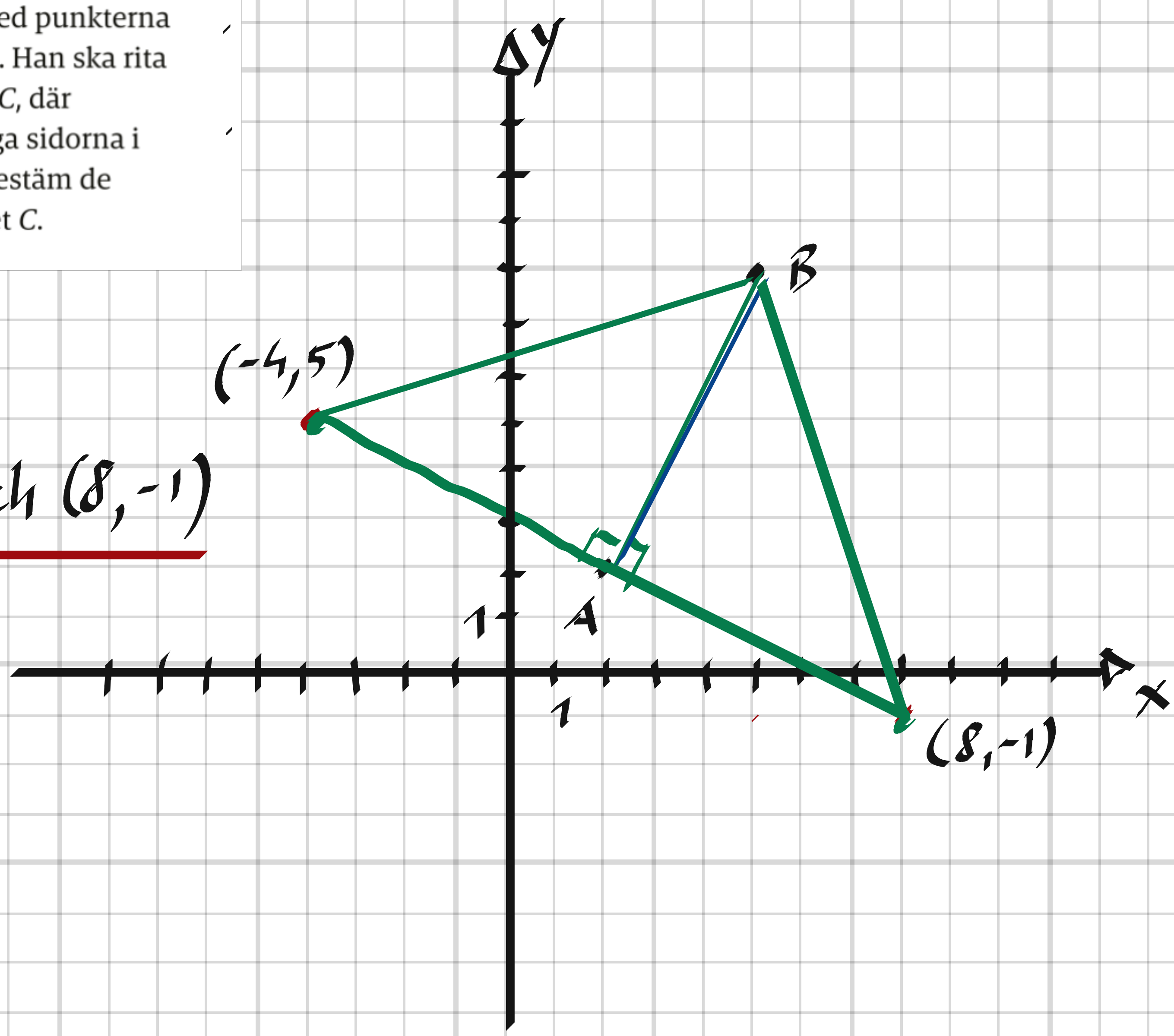
$y_1 = x - 2$ eller $y_1 = -x + 2$

$y_2 = x - 4$ eller $y_2 = -x + 4$

4296 Felix har ett koordinatsystem med punkterna $A = (2, 2)$ och $B = (5, 8)$ inritade. Han ska rita en rätvinklig likbent triangel ABC, där sträckan AB är en av de lika långa sidorna i triangeln och vinkeln A är rät. Bestäm de möjliga koordinaterna för hörnet C.

4296.

(−4,5) och (8,−1)



4297 De räta linjerna A–E avgränsar ett område. Beräkna områdets area.

A $x = -2,$

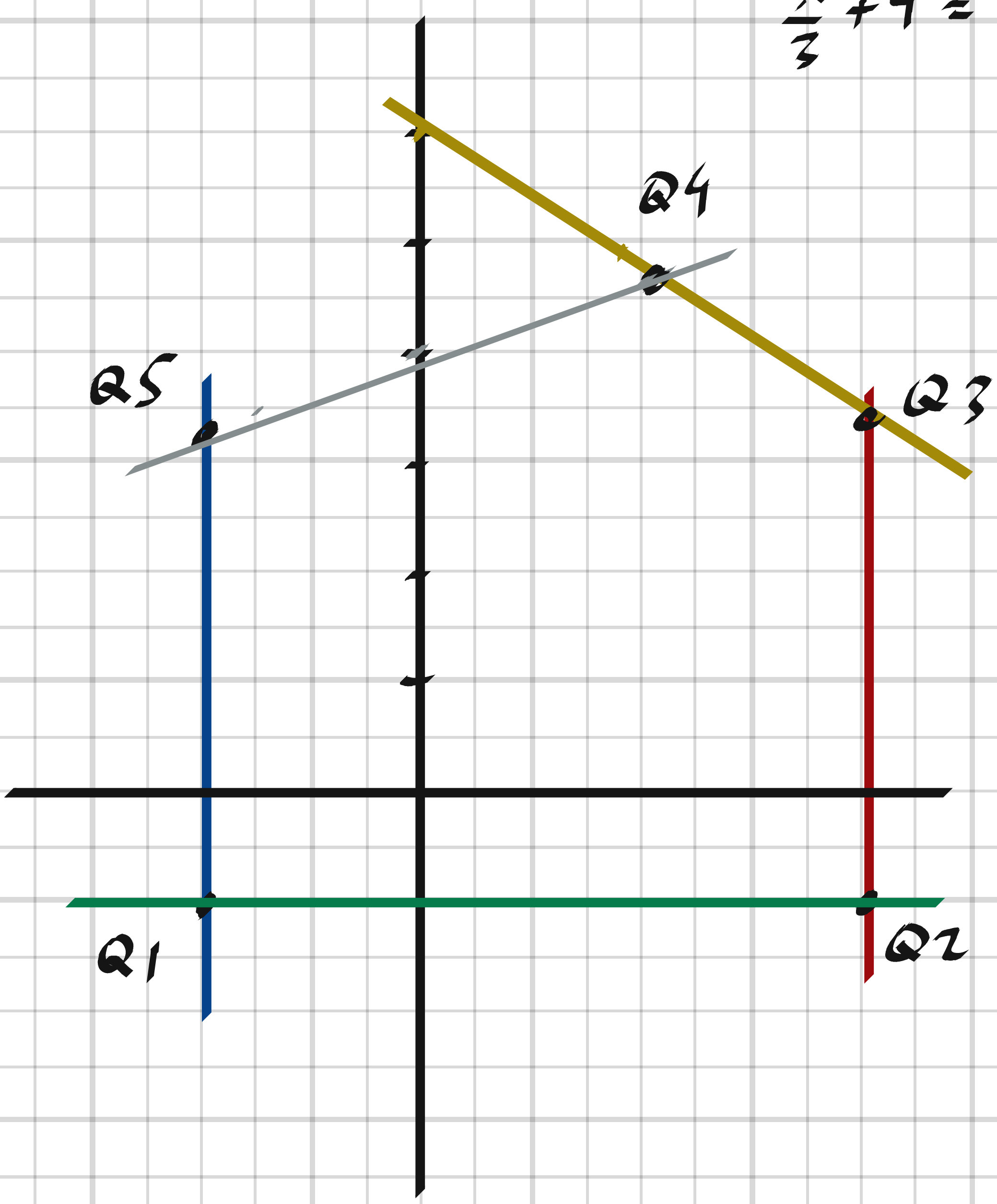
B $y = -1$

C $x = 4$

D $y = 6 - \frac{2x}{3}$

E $y = \frac{x}{3} + 4$

4297.



Q3

$$\left.\begin{aligned} y &= 6 - \frac{2x}{3} \\ x &= 4 \end{aligned}\right\} \quad y = 6 - \frac{8}{3} = \frac{10}{3}$$

Q4

$$\frac{x}{3} + 4 = 6 - \frac{2x}{3} \Rightarrow x = 2$$

$$y = \frac{2}{3} + 4 = \frac{14}{3}$$

Q5

$$\left.\begin{aligned} y &= \frac{x}{3} + 4 \\ x &= -2 \end{aligned}\right\} \quad y = -\frac{2}{3} + 4 = \frac{10}{4}$$

$Q1 = (-2, -1)$

$Q2 = (4, -1)$

$Q3 = (4, \frac{10}{3})$

$Q4 = (2, \frac{14}{3})$

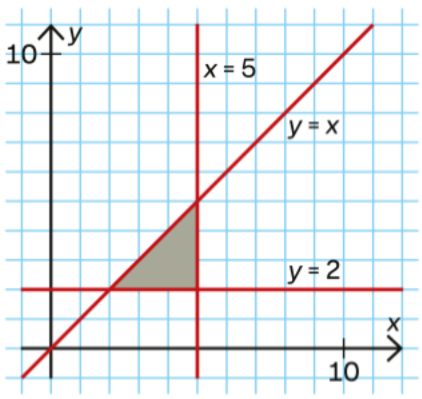
$Q5 = (-2, \frac{10}{4})$

$$A = (Q_{2x} - Q_{1x}) \cdot \left((Q_{3y} - Q_{2y}) + \frac{Q_{4y} - Q_{3y}}{2}\right) =$$

$$= (4+2) \cdot \left(\left(\frac{10}{3} + 1\right) + \frac{\frac{14}{3} - \frac{10}{3}}{2}\right) =$$

$$= 6\left(\frac{13}{3} + \frac{4}{6}\right) = 6 \cdot \frac{26+4}{6} = \underline{30 \text{ a.e}}$$

4298 Teckna olikheterna som tillsammans begränsar det skuggade området.



(Np Ma1c vt 2014)

4298.

$$\begin{cases} 2 \leq y \leq x \\ x \leq 5 \end{cases}$$

4314 Låt $g(x) = \sqrt{x}$ och beräkna

a) $g\left(\frac{4}{9}\right)$

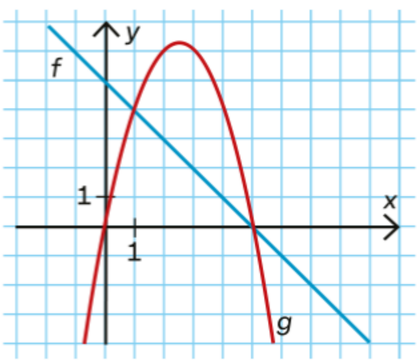
b) $g(-9)$

4314.

a) $g\left(\frac{4}{9}\right) = \sqrt{\frac{4}{9}} = \underline{\frac{2}{3}}$

b) $g(-9)$ ej definierad.

4315 I figuren är graferna $y = f(x)$ och $y = g(x)$ ritade.



a) Lös ekvationen $f(x) = 2$.

b) Lös ekvationen $f(x) = g(x)$.

c) För vilka värden på x gäller att $g(x) > 4$?

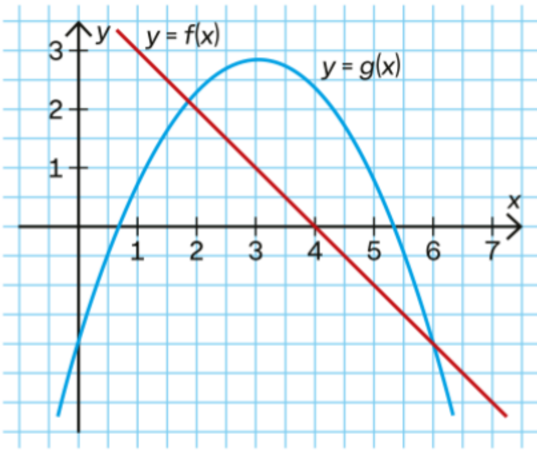
4315.

a) $\underline{x = 3}$

b) $\underline{x_1 = 1 \,,\ x_2 = 5}$

c) $\underline{1 < x < 4}$

4316 Figuren visar graferna till funktionerna f och g.



a) Bestäm $f(5)$.

b) Lös olikheten $f(x) \geq 1$.

c) Lös ekvationen $f(x) = g(x)$.

d) Lös olikheten $f(x) \leq g(x)$.

4316. a) $\underline{f(5) = -1}$ c) $\underline{x_1 \approx 1{,}8 \, , \, x_2 = 6}$

b) $\underline{x \leq 3}$ d) $\underline{1{,}8 \leq x \leq 6}$

4317 En istapp har volymen $V(t)$ cm^3, där t är tiden i minuter efter klockan 08.00. Klockan 09.00 har istappen volymen 21 cm^3. Använd funktionen $V(t)$ och skriv detta påstående med matematiska symboler.

(Np Ma1c ht 2016)

4317. $\underline{V(60) = 21}$

4318 För en funktion f gäller att $f(x) = kx + m$, där k och m är konstanter. Du får veta att $f(2) = 9$ och $f(25) = 101$. Bestäm $f(x)$.

4318.

$$k = \frac{101-9}{25-2} = \frac{92}{23} = 4$$

$$y - y_1 = k(x - x_1)$$

$$y - 9 = 4(x-2)$$

$$\underline{y = 4x + 1}$$

4319 Låt $f(x) = 4x^2 + 2x - 1$ och $g(x) = 2x^2 + 1$. Bestäm

a) $f(2) - g(3)$
b) $f(a) - g(a)$
c) $f(a) + g(2a)$
d) $2g(b) - f(2b)$

4319.

a) $f(2) - g(3) = 4 \cdot 2^2 + 2 \cdot 2 - 1 - 2 \cdot 3^2 - 1 = \underline{0}$

b) $f(a) - g(a) = 4a^2 + 2a - 1 - 2a^2 - 1 = \underline{2a^2 + 2a - 2}$

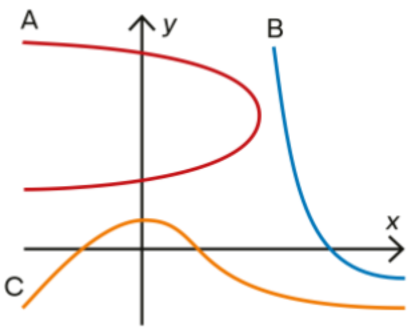
c) $f(a) + g(2a) = 4a^2 + 2a - 1 + 2 \cdot (2a)^2 + 1 =$

$= \underline{12a^2 + 2a}$

d) $2g(b) - f(2b) = 2 \cdot (2b^2 + 1) - 4(2b)^2 - 2 \cdot 2b + 1 =$

$= 4b^2 + 2 - 16b^2 - 4b + 1 = \underline{-12b^2 - 4b + 3}$

4320 Bestäm, med hjälp av definitionen av en funktion, vilka av graferna som visar ett funktionssamband där y är en funktion av x.



4320. B och C.

A är ej en funktion, då den har två funktionsvärden(y) för samma x.

4321 Vilken eller vilka av följande värdetabeller beskriver y som en funktion av x? Motivera ditt svar.

1

x	y
1	2
2	5
3	7
1	4

2

x	y
1	2
2	2
3	2
4	2

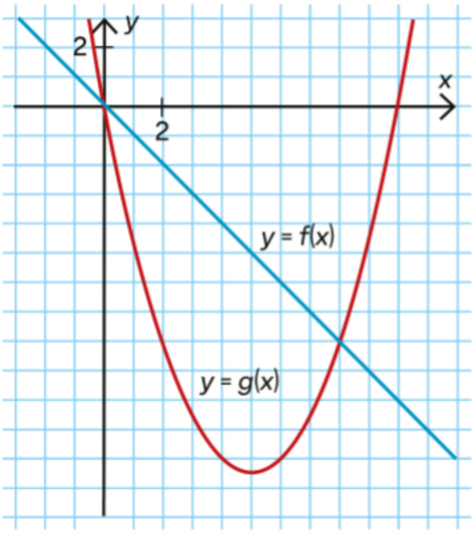
3

x	y
2	1
2	2
2	3
2	4

4321. Tabellen 2.

Både 1 och 3 har flera funktionsvärden för samma x.

4322 Figuren visar graferna till $y = f(x)$ och $y = g(x)$.



Lös ekvationen $f(x) - 6 = g(x)$

4322. För vilket x är $f(x) = g(x) + 6$ =>

$x_1 = 2$, $x_2 = 6$

4323 Bestäm x om $f(x) = 3x + 2$ och

a) $f(x + 1) = 11$ b) $f(2x) = 8$

4323. a) $3(x+1)+2 = 11$

$3x+3+2 = 11$

$3x = 6$

$x = 2$

b) $3 \cdot 2x + 2 = 8$

$6x = 6$

$x = 1$

4324 Låt $f(x) = 4x - 2$ och $g(x) = x - 1$.

a) Bestäm $f(g(2))$.

b) Bestäm x då $f(g(x)) = 42$.

4324. a) $g(2) = 2 - 1 = 1$

$f(g(2)) = f(1) = 4 \cdot 1 - 2 = \underline{2}$

b) $4(x-1) - 2 = 42$

$4x - 4 - 2 = 42$

$4x = 48$

$\underline{x = 12}$

4335 Låt $f(x) = 8 - 4x$ och $g(x) = -100 + x$.

Lös olikheten $f(x) > g(x)$.

4335. $8 - 4x > -100 + x$

$8 + 100 > x + 4x$

$5x < 108$

$\underline{x < \frac{108}{5} = 21.6}$

4336 Lös olikheterna

a) $x + 1 > -1$

b) $2x - 1 < x + 1$

c) $t + 1 > -\frac{1}{4}t + 3$

4336. a) $x + 1 > -1$

$\underline{x > -2}$

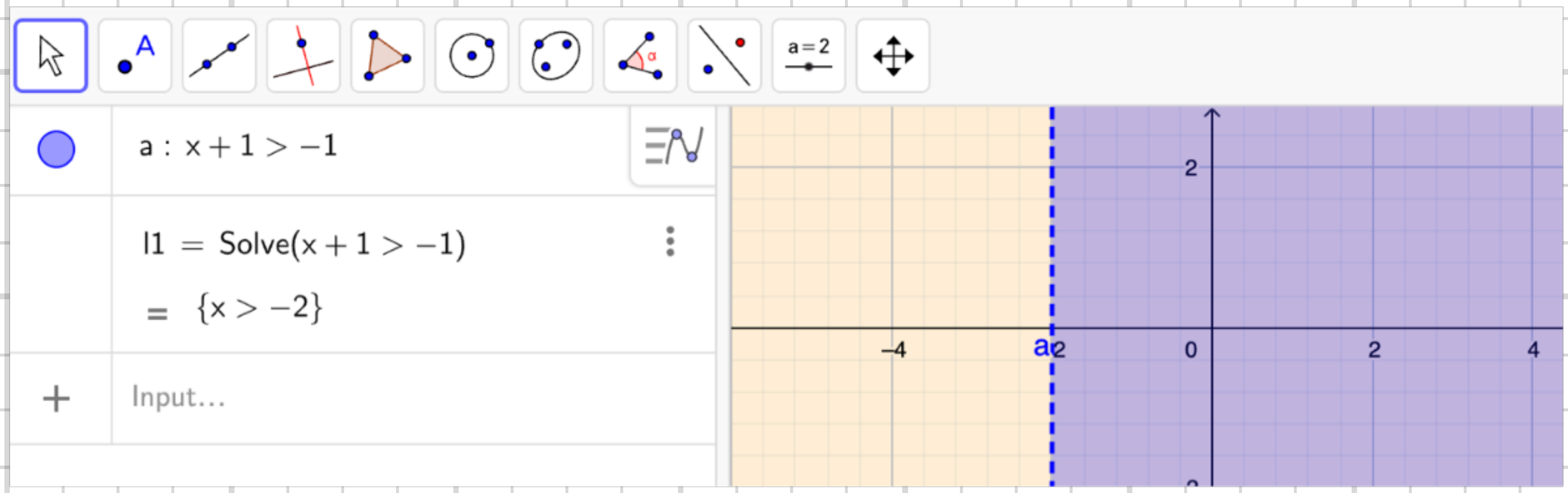
b) $2x - 1 < x + 1$

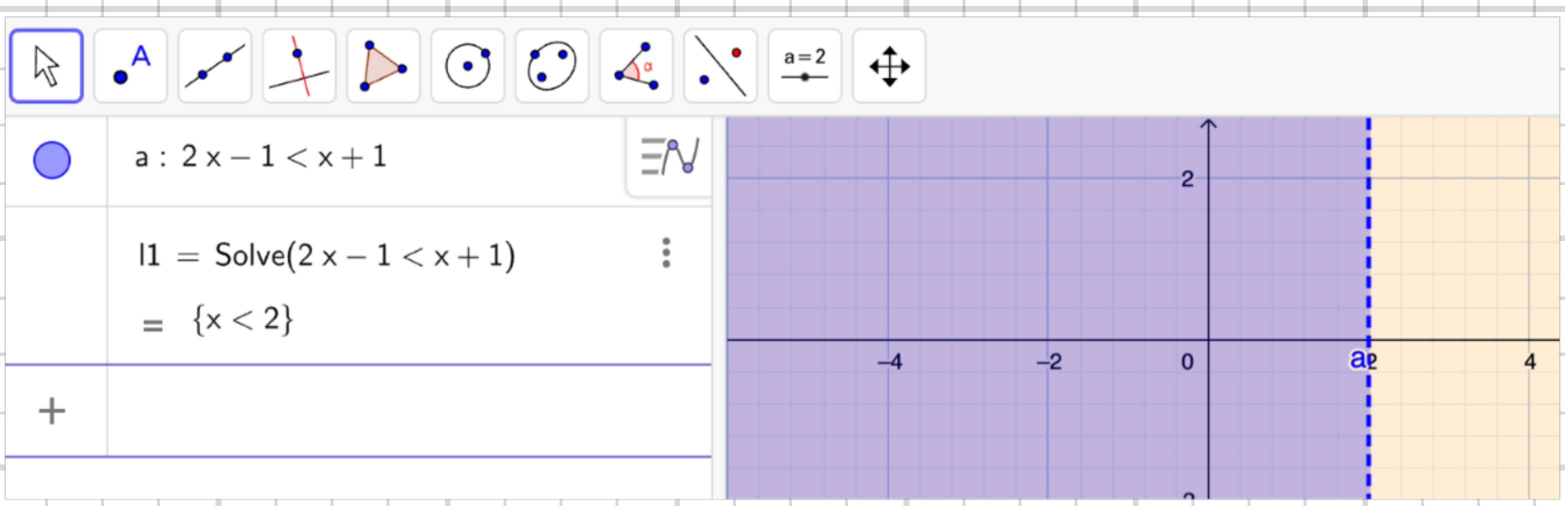
$\underline{x < 2}$

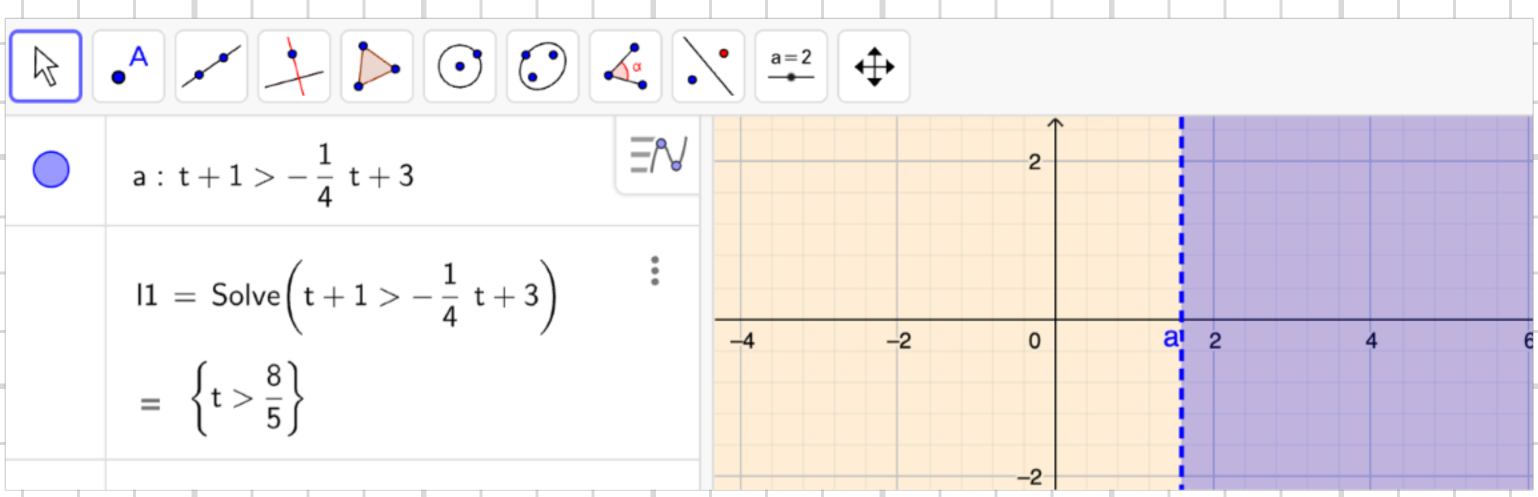
c) $t + 1 > -\frac{1}{4}t + 3$

$\frac{5}{4}t > 2$

$\underline{t > \frac{8}{5}}$





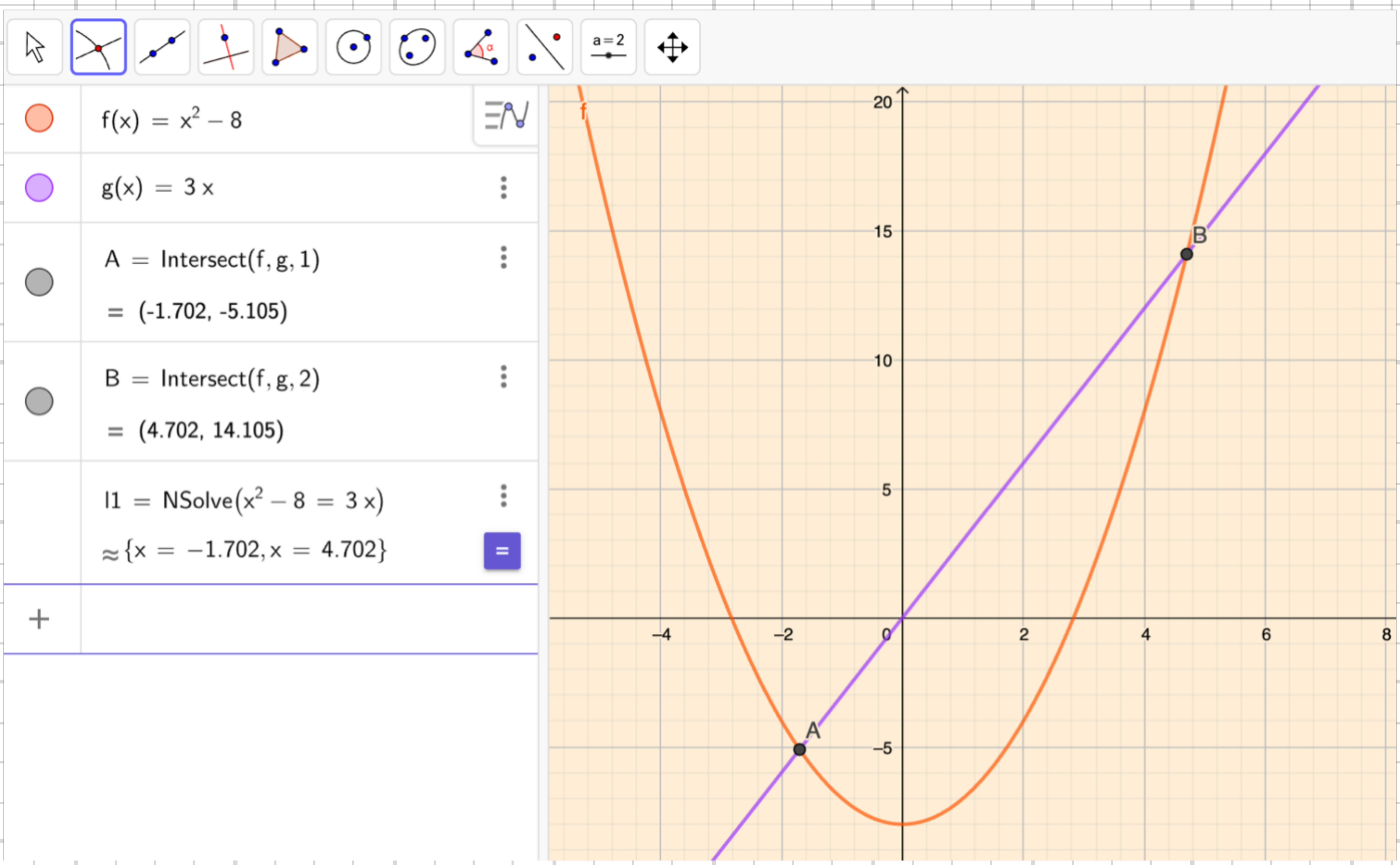


4337 Låt $f(x) = x^2 - 8$ och $g(x) = 3x$.
Lös ekvationen $f(x) = g(x)$
och svara med tre
decimalers noggrannhet.

Ekvationen har två lösningar

4337. $x^2 - 8 = 3x$

Geogebra ger $\underline{x_1 = -1{,}702 \; , \; x_2 = 4{,}702}$



4338 Följande ekvationer har två lösningar. Lös ekvationerna och svara med tre decimalers noggrannhet.

a) $x^2 - 6x + 3 = 0$

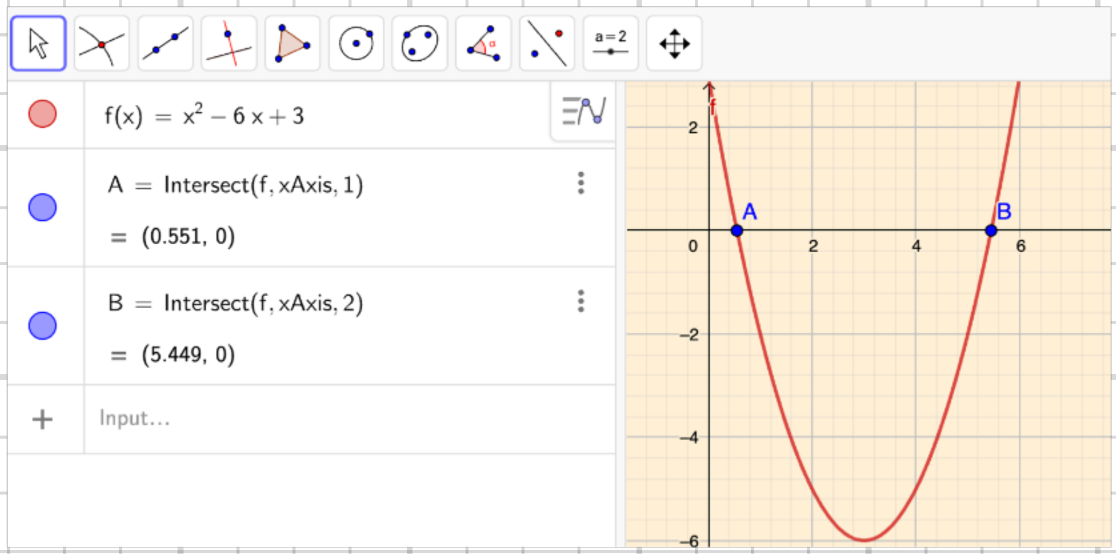
b) $4t^2 - 19t = 7$

c) $\sqrt{x-1} = 0{,}5x - 0{,}3$

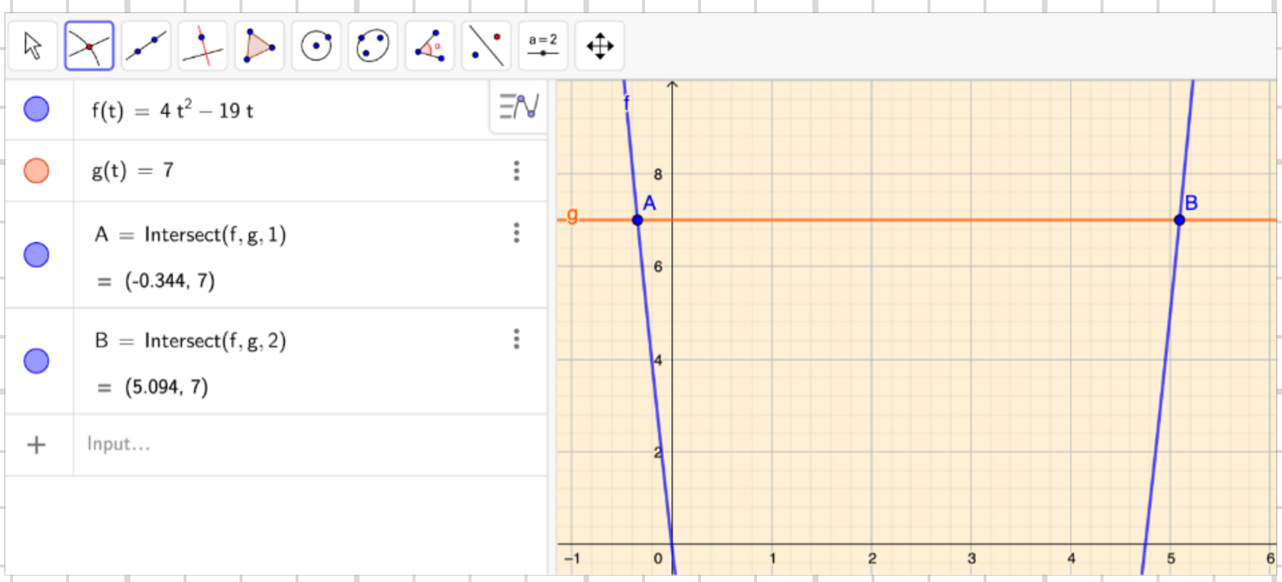
a) $x_1 = 0.551$, $x_2 = 5.449$

4338.

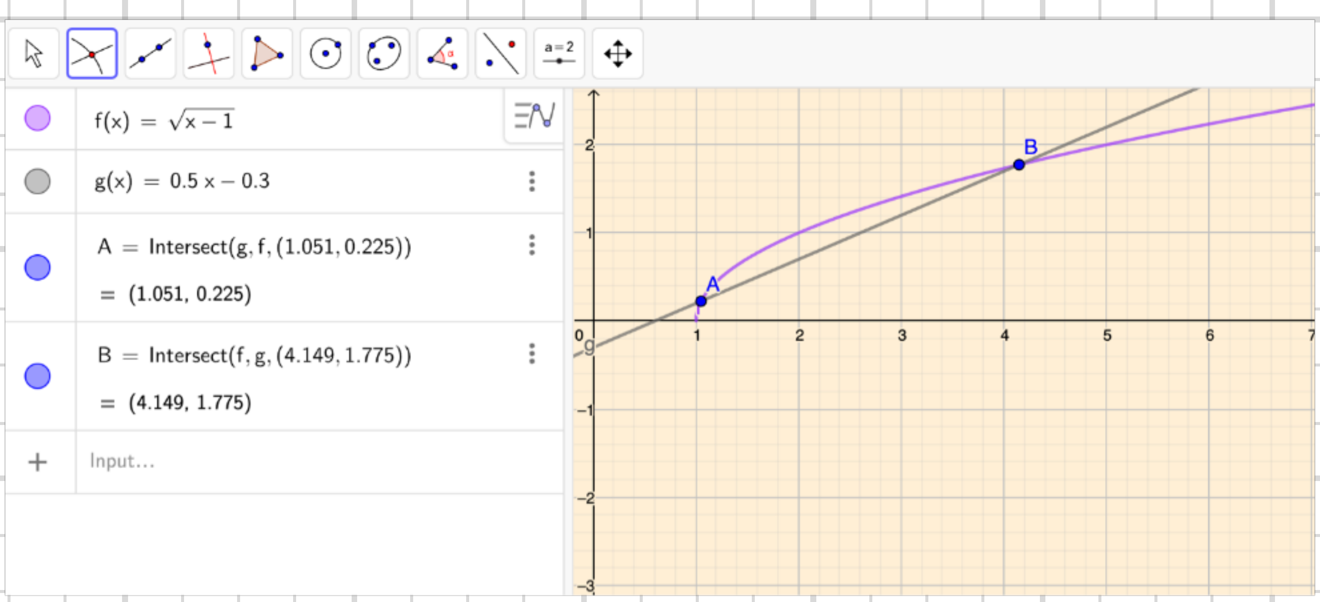
Geogebra ger:



b) $t_1 = -0{,}344$, $t_2 = 5{,}094$



c) $x_1 = 1{,}05$, $x_2 = 4{,}15$

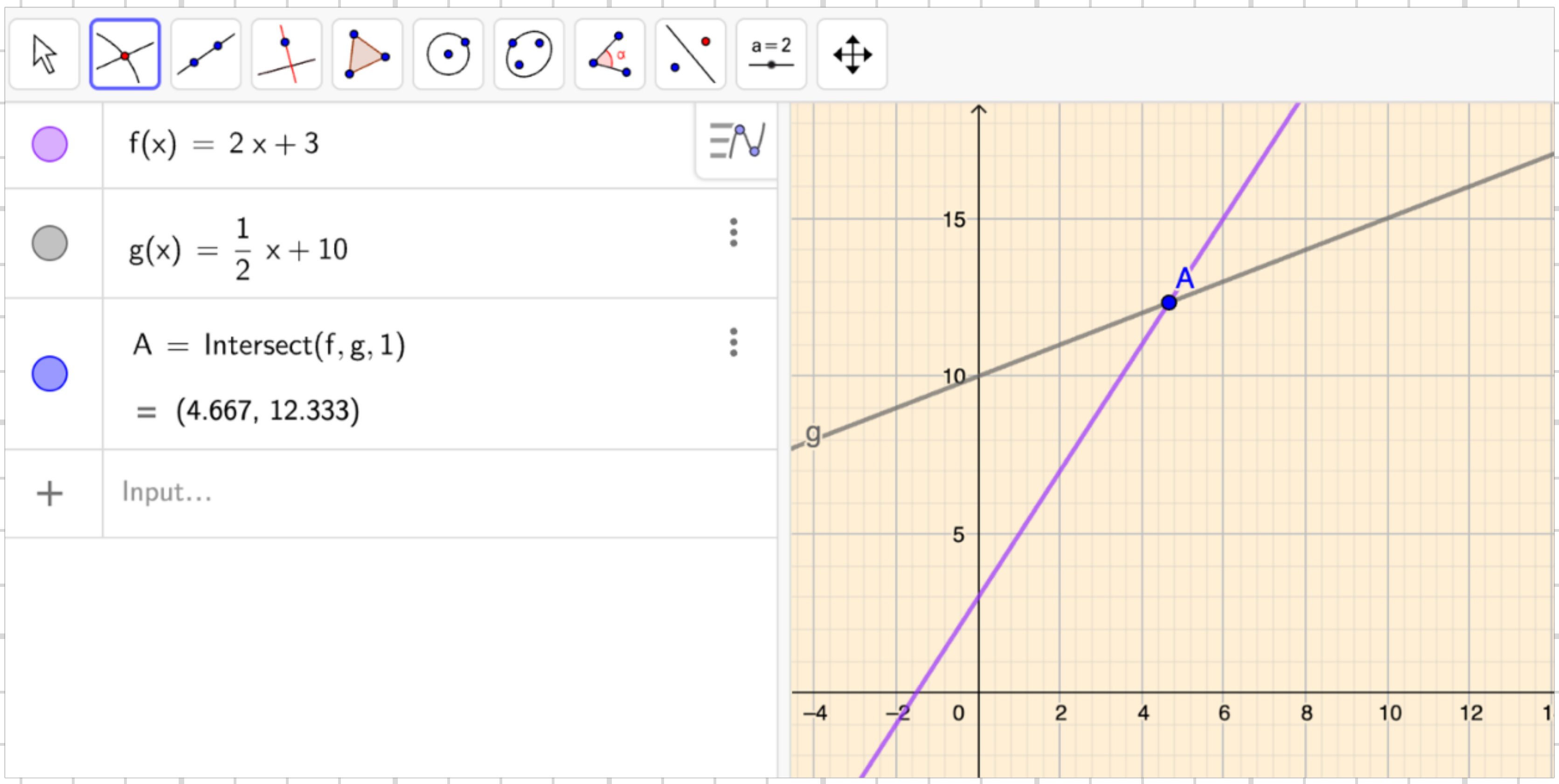


4339 Vilket uttryck är störst $2x + 3$ eller $\frac{1}{2}x + 10$?

4339.

$2x+3 > \frac{1}{2}x+10$ för $x > 4.67$

$\frac{1}{2}x+10 > 2x+3$ för $x < 4.67$



4340 En champagnekork flyger i väg uppåt vid Manuelas 25-årsfest. Korkens höjd $h(t)$ meter över marken beskrivs av sambandet

$h(t) = -5t^2 + 10t + 1{,}2$

där t är tiden i sekunder.

a) Efter hur lång tid slår korken i marken?

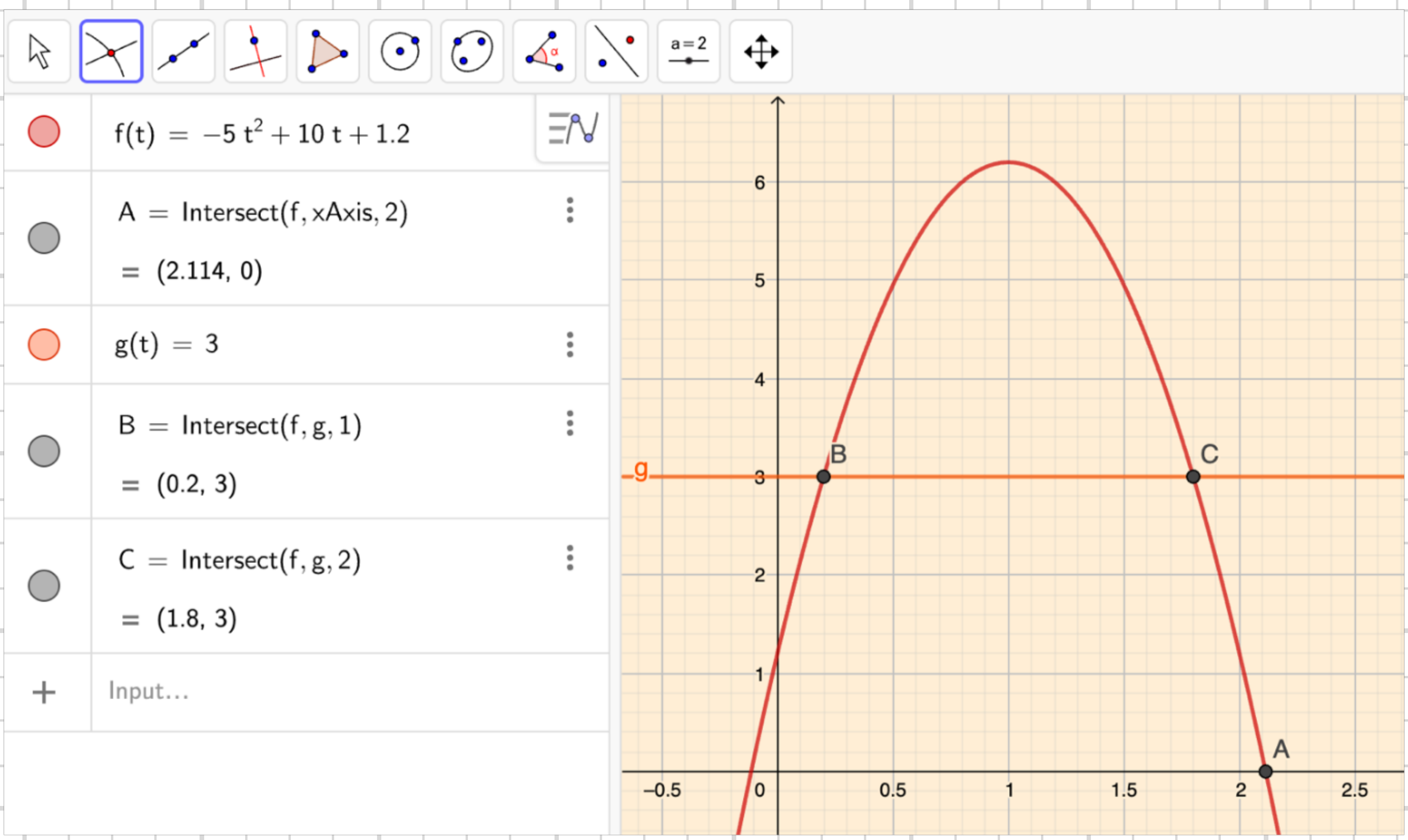
b) Vid vilka tidpunkter befinner sig korken 3 meter över marken?

c) Vad betyder konstanten 1,2 i sambandet?

4340. a) Efter $t = 2{,}1$ s (A)

b) Vid $t_1 = 0{,}2$ s och $t_2 = 1{,}8$ s (B) och (C)

c) Att korkens höjd = 1.2 från start.



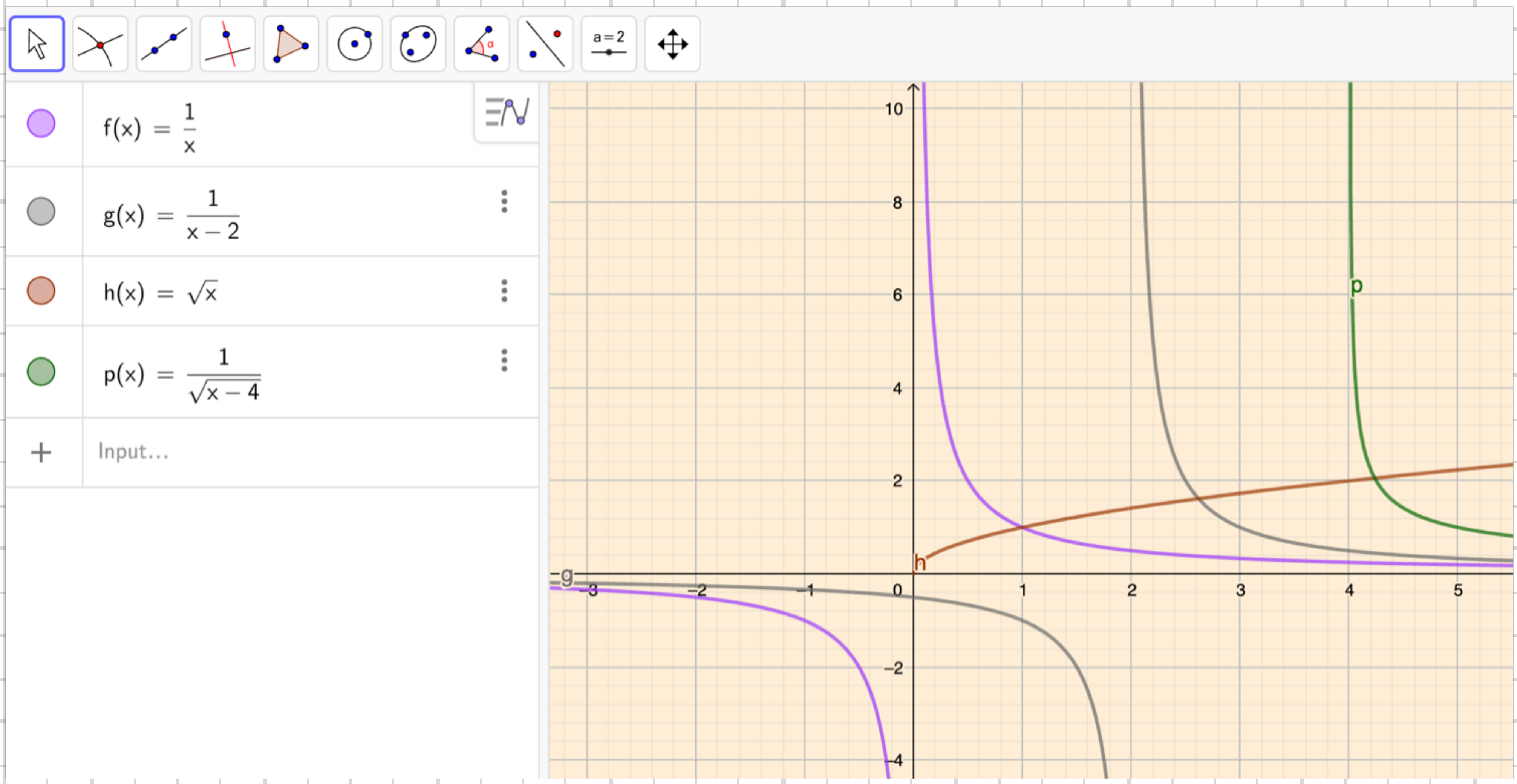
4348 Ange definitionsmängden till funktionerna.

a) $y = \frac{1}{x}$ b) $y = \frac{1}{x-2}$

c) $y = \sqrt{x}$ d) $y = \frac{1}{\sqrt{x-4}}$

4348. a) Alla $x \neq 0$ c) Alla $x \geq 0$

b) Alla $x \neq 2$ d) Alla $x > 4$



4349 En cylindrisk regnvattentunna har en bottenarea som är 0,30 m^2.

a) Ange vattenvolymen, V m^3, som funktion av hur högt vattnet står i tunnan, x m.

b) Tunnan rymmer maximalt 0,36 m^3. Ange funktionens definitions- och värdemängd.

4349. a) $V(x) = 0.3x$

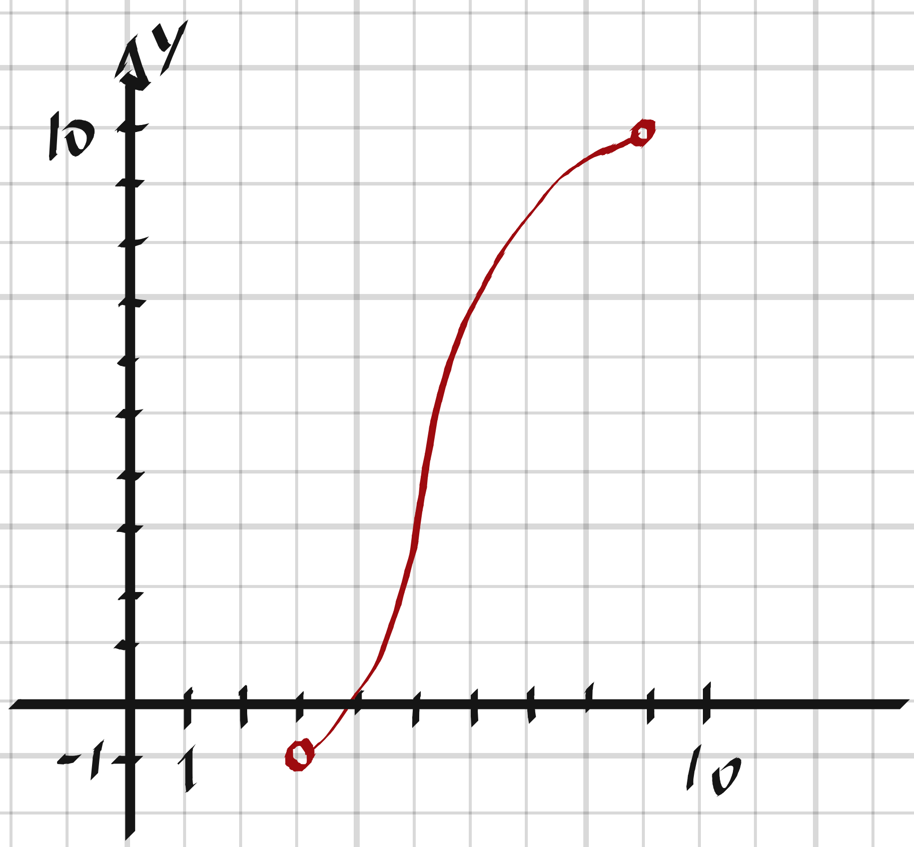
b) $0.3x = 0.36 \Rightarrow x = 1.2$

Def.mängd: $0 < x \leq 1.2$ m

Värdemängd: $0 < V \leq 0.36$ m^3

4350 Rita grafen till en funktion f med definitionsmängden $3 < x < 9$ och värdemängden $-1 \leq f(x) \leq 10$.

4350. ex.v:



4351 Amandas klass arrangerar en konsert. De får hyra kommunens teaterlokal för 1 400 kr. Biljetterna säljer de för 60 kr/st.

a) Hur stor vinst gör klassen om de lyckas sälja 50 biljetter?

b) Ange en funktion $V(x)$ som visar klassens vinst/förlust vid x antal sålda biljetter.

c) Lokalen rymmer max 150 besökare. Bestäm funktionens värdemängd.

4351. b) $V(x) = 60x - 1400$

a) $V(50) = 60 \cdot 50 - 1400 = 1600$ kr

c) $V(150) = 60 \cdot 150 - 1400 = 7600$ kr

Värdemängd: $-1400 \leq V \leq 7600$

4352 Enligt en enkel modell avtar en människas maxpuls, $p(x)$ slag/minut, linjärt med personens ålder, x år. Enligt modellen har en 30-åring maxpulsen 190 slag/minut och en 60-åring maxpulsen 160 slag/minut. Modellen är rimlig för maxpulser i intervallet $140 \leq p(x) \leq 200$.

a) Bestäm funktionsuttrycket $p(x)$.

b) Bestäm funktionens definitionsmängd.

4352. a) $k = \dfrac{190 - 160}{30 - 60} = -1$

$p - 160 = -1 \cdot (x - 60)$

$p(x) = 220 - x$

b) $20 \leq x \leq 80$

4353 En hyrbil kostar 375 kr att hyra per dygn. För det priset får du köra 100 km. Om du kör en längre sträcka, tillkommer en kostnad på 2,50 kr per km.

a) Vilken eller vilka av nedanstående formler kan beskriva hur kostnaden K kr beror av körsträckan x km?

$K = 375$

$K = 375 + 2{,}50x$

$K = 375 + 2{,}50x + 100$

$K = 375 + 2{,}50(x - 100)$

$K = 475 + 2{,}50x$

b) Ange definitionsmängd för ditt/dina formelval.

(Np Ma1c vt 2013)

4353. a) $K = 375 \quad , \; x \leq 100$

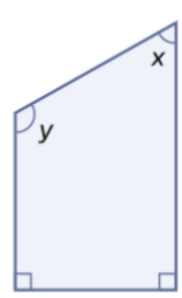
$K = 375 + 2{,}5(x - 100) \quad , \; x > 100$

b) $0 \leq x \leq 100$ resp. $x > 100$

4354 I fyrhörningen är två vinklar räta. Storleken av de andra två vinklarna kan variera.

a) Skriv y som en funktion av x.

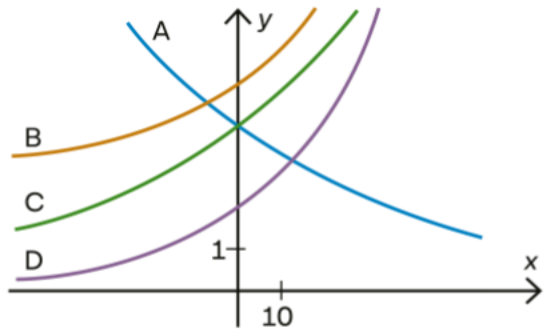
b) Ange funktionens värdemängd.



4354. a) $y = 180^\circ - x$

b) $0^\circ < y < 180^\circ$

4366 Vilken graf hör ihop med vilken funktion?



$f(x) = 4 \cdot 1{,}02^x$ $\quad g(x) = 4 \cdot 0{,}98^x$

$h(x) = 2 \cdot 1{,}04^x$ $\quad p(x) = 2 \cdot 1{,}04^x + 3$

4366. A: g , B: p , C: f , D: h

4367 Temperaturen T °C på chokladen i Sixtens termos kan enligt en enkel modell beskrivas med $T(t) = 92 \cdot 0{,}94^t$, t timmar efter att termosen fyllts.

a) Sixten tycker inte att det är gott att dricka choklad som är kallare än 60 °C. Hur länge duger chokladen i termosen åt Sixten?

b) Vi antar att modellen gäller tills chokladen är lika varm som omgivningen. Sixten förvarar termosen i rumstemperatur, ca 20 °C. Vilken definitionsmängd och värdemängd har funktionen T?

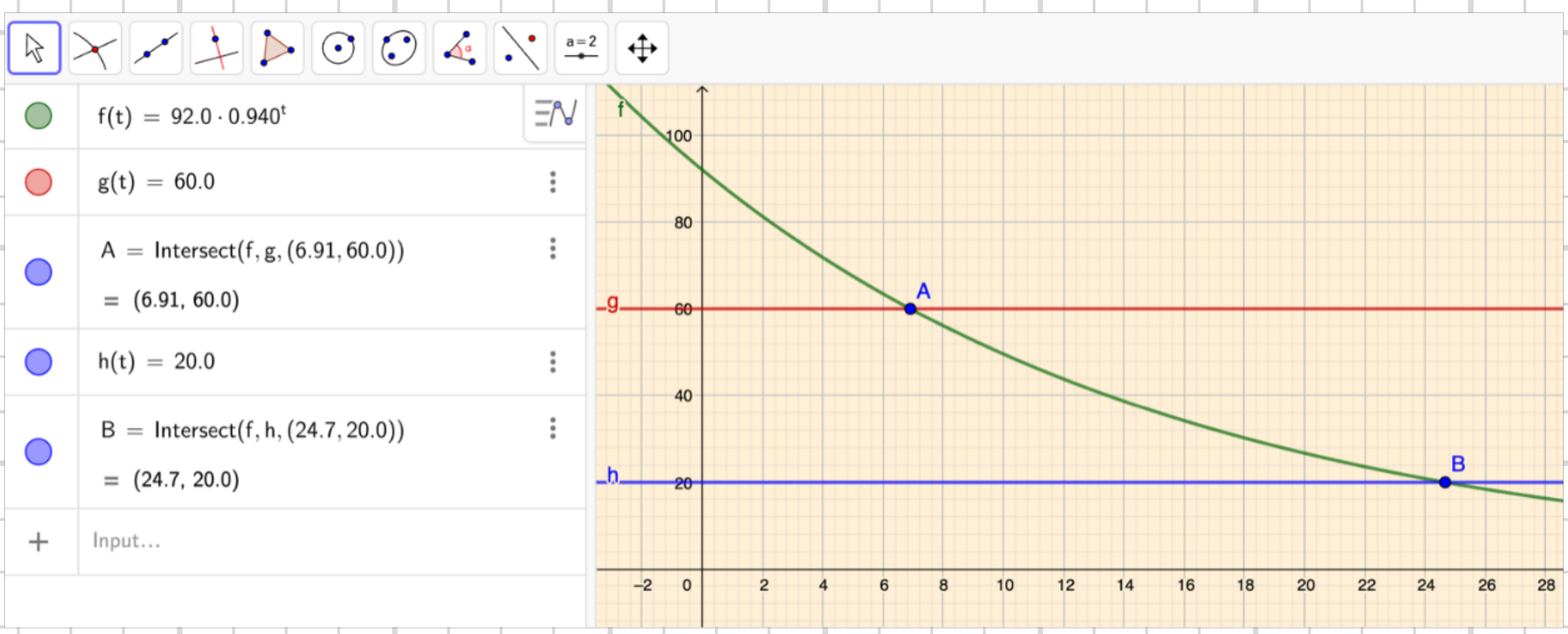
4367.

a) $92 \cdot 0{,}94^t = 60$

Geogebra ger $t = 6{,}9$ h

b) Värdemängd: $20°C \le T \le 92°C$

Definitionsmängd: $0 \le t \le 25$ h



4368 Therese matar in funktionerna $y = 2^x$, $y = 2^{2x}$, $y = 3^x$ och $y = 4^x$ i sitt grafritande hjälpmedel. När hon ritar graferna, så ser hon bara tre grafer i stället för fyra. Förklara varför.

4368. Eftersom $2^{2x} = 4^x$ så ligger dessa två kurvor över varandra.

4369 Astor har fått ett meddelande, ett så kallat kedjebrev, som han uppmanas att skicka vidare till tre kompisar nästa dag. Anta att ingen bryter kedjan och att den når nya mottagare hela tiden.

a) Hur många meddelanden skickas den tredje dagen efter att Astor fick meddelandet?

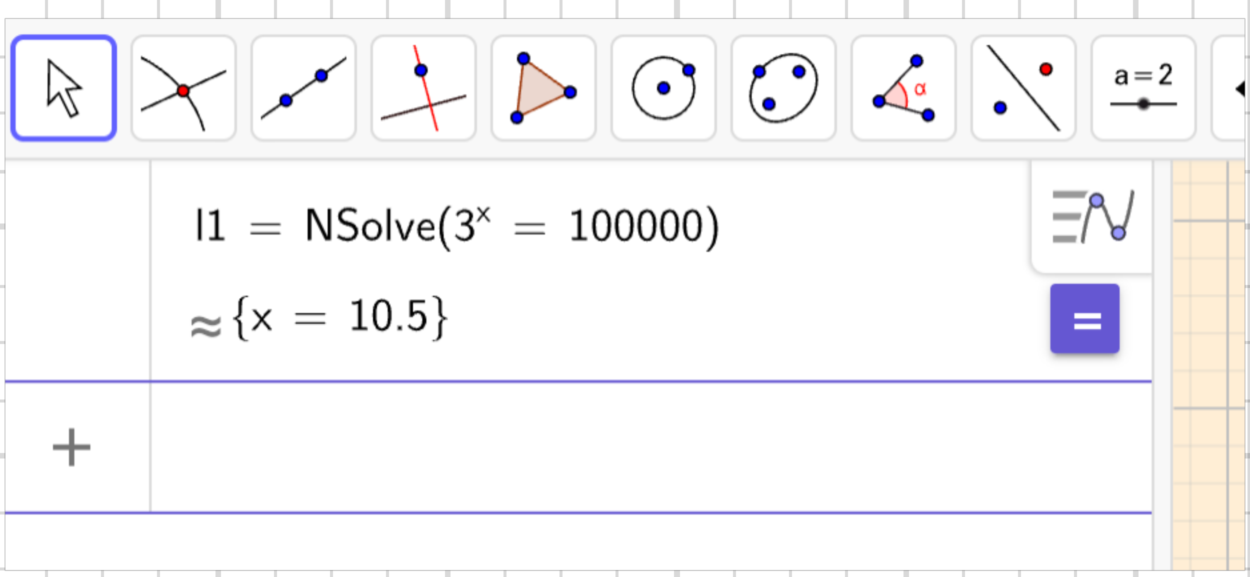
b) Teckna ett samband $A(n)$ som beskriver hur många meddelanden som skickas dag n.

c) Efter hur många dagar skickas det fler än 100 000 meddelanden per dag?

4369. a) $3^3 = 27$ st

b) $A(n) = 3^n$

c) $3^n = 100000 \Rightarrow t = 10{,}5$ (efter 11 dgr)



4370 Lena har 22 000 kr i månadslön. Hon kommer att få en löneförhöjning varje år och får välja mellan två alternativ.

Alternativ 1: Höjning av månadslönen med 1 000 kr

Alternativ 2: Höjning av månadslönen med 4 %

Skriv ett funktionsuttryck som visar Lenas månadslön $L(t)$ kr efter t år enligt

a) alternativ 1

b) alternativ 2

c) Undersök för vilka värden på t som månadslönen är högst med alternativ 1 respektive alternativ 2.

4370.

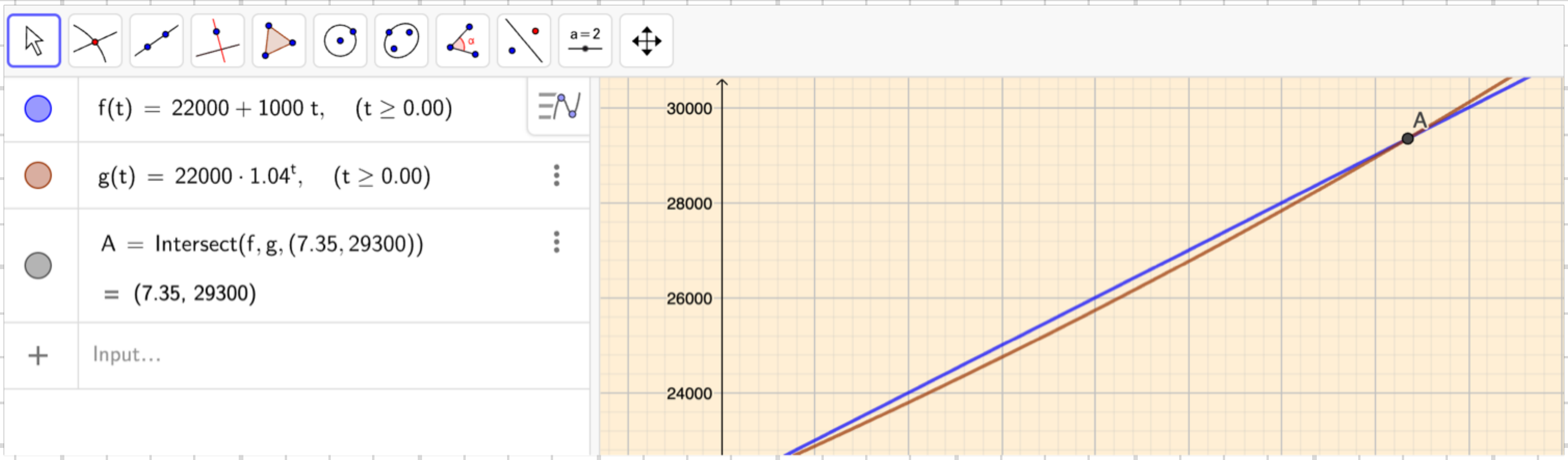
a) $L(t) = 22000 + 1000t$

b) $L(t) = 22000 \cdot 1{,}04^t$

c) $22000 + 1000t = 22000 \cdot 1{,}04^t$

Geogebra ger: Alt 1 bättre $t \leq 7$ år

Alt 2 bättre $t > 7$ år.



4371 Ett av Sveriges miljömål är att minska koldioxidutsläppet. År 1990 var koldioxidutsläppet $7{,}29 \cdot 10^7$ ton. År 2011 hade utsläppet minskat till $6{,}63 \cdot 10^7$ ton. Anta att koldioxidutsläppet har minskat enligt det exponentiella sambandet

$y = C \cdot a^x$

där y motsvarar koldioxidutsläppet i ton och x motsvarar antalet år efter 1990.

a) Bestäm konstanten C i sambandet ovan.

b) Beräkna den årliga procentuella minskningen mellan år 1990 och år 2011.

Målet är att minska koldioxidutsläppet med 40 % från år 1990 till år 2020.

c) Anta att den årliga procentuella minskningen är 1 % från och med år 2011 då utsläppet var $6{,}63 \cdot 10^7$ ton. Hur många år kommer det att ta, räknat från år 2011, innan koldioxidutsläppet är 40 % lägre än år 1990?

(Np Ma2c vt 2013)

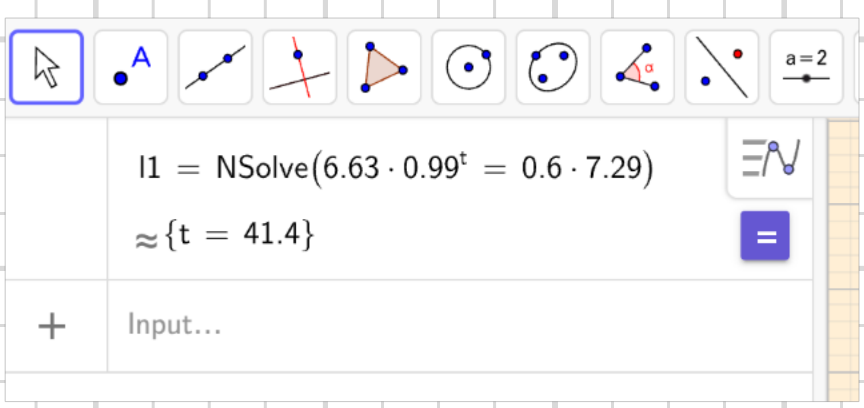
4371. a) $C = 7{,}29 \cdot 10^7$ ton (startvärdet)

b) $7{,}29 \cdot 10^7 \cdot a^{21} = 6{,}63 \cdot 10^7$

$a = \left(\frac{6{,}63}{7{,}29}\right)^{\frac{1}{21}} = 0{,}9955 \Rightarrow$

Årliga procentuella minskningen $= (1 - 0{,}9955) \cdot 100 = 0{,}45\%$

c) $6{,}63 \cdot 0{,}99^t = 0{,}6 \cdot 7{,}29 \Rightarrow$ Geogebra ger $t = 41$ år



4372 Växter och djur får under sin livstid i sig ämnet kol-14. Eftersom kol-14 är instabilt sönderfaller det. Därför minskar andelen kol-14 i växter och djur efter döden. Det kan man utnyttja för att göra åldersbestämningar av material som en gång har varit levande. Kol-14 sönderfaller enligt

$N(t) = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$

där $N(t)$ är antalet radioaktiva kärnor efter tiden t år, N_0 är antalet radioaktiva kärnor vid $t = 0$ år och T är halveringstiden, dvs. den tid som det tar för antalet kärnor att halveras. Halveringstiden för kol-14 är 5 730 år.

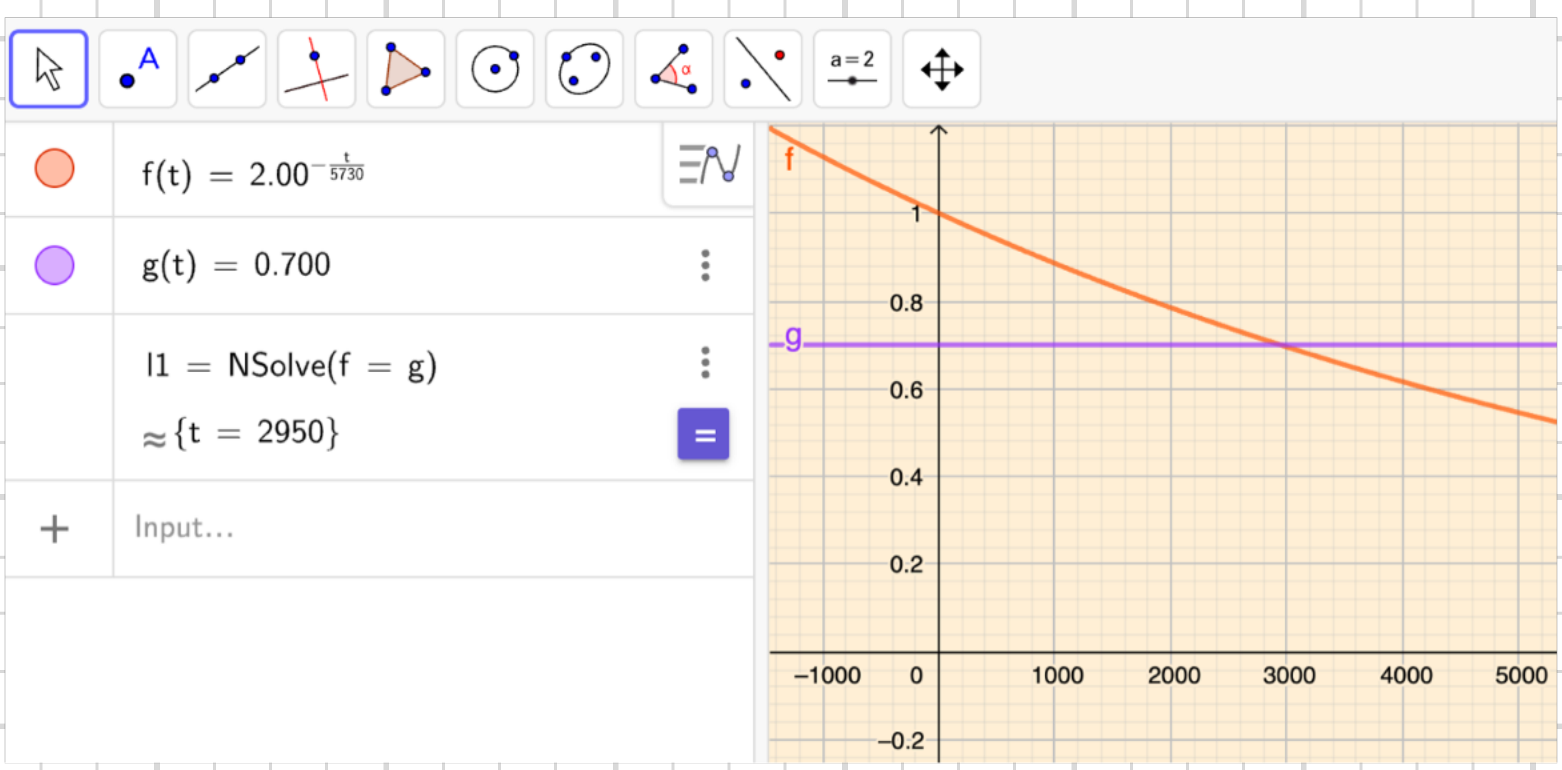
a) Hur stor andel av den ursprungliga kol-14 mängden återstår i ett mänskligt skelett efter 1 000 år?

b) I ett fynd återstod 70 % av den ursprungliga mängden kol-14. Hur gammalt var fyndet enligt modellen?

4372. a) Andelen $= \frac{N}{N_0} = 2^{-\frac{1000}{5730}} = 0{,}886 \approx \underline{89\%}$

b) $2^{-\frac{t}{5730}} = 0{,}7$

Geogebra ger $\underline{t = 2950 \text{ år}}$



4373 Funktionen N där $N(t) = 2\,300 \cdot 0{,}95^t$ är definierad för alla $t \ge 0$. Bestäm funktionens värdemängd.

4373. $0 < N(t) \le 2300$

4374 Värdet av en dator kan beskrivas med

$V(t) = 18\,000 \cdot 0{,}7^t$

där $V(t)$ kr är datorns värde och t är tiden i år efter inköpet. Teckna en ny funktion som anger datorns värde $V(t)$ kr som funktion av tiden t, där tiden i stället räknas i *månader* efter inköpet.

4374. $V(t) = 18000 \cdot 0{,}7^{\frac{t}{12}} = 18000 \cdot 0{,}971^t$

4375 Mattias inventerar ett område för att bestämma hur vanlig en viss växt är. Han lägger ut en provruta och räknar alla plantor av den växten i det området. Han hittar 22 exemplar. Efter 2 år gör han om inventeringen och finner då 26 exemplar i samma ruta. Hur många exemplar borde han finna efter ytterligare 8 år om förändringen sker

a) linjärt

b) exponentiellt

4375. a) $k = \frac{26-22}{2-0} = 2 \Rightarrow N(t) = 2t + 22$,

$N(8) = 2 \cdot 10 + 22 = 42$ st

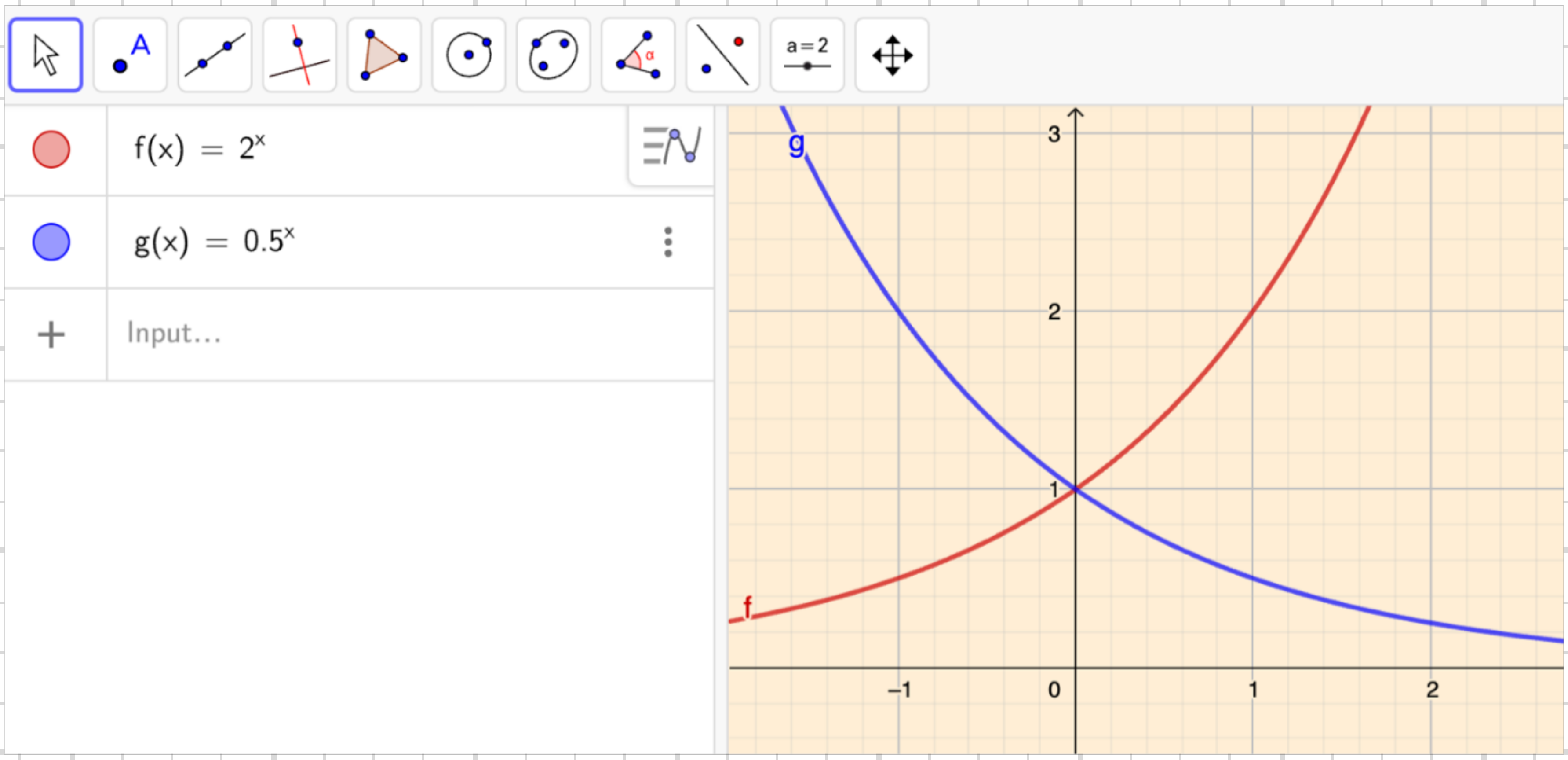
b) $N(t) = 22 \cdot a^t$

$22 \cdot a^2 = 26 \Rightarrow a = \pm\left(\frac{26}{22}\right)^{1/2} = 1{,}0871$

$N(t) = 22 \cdot 1{,}0871^t$, $N(8) = 22 \cdot 1{,}0871^{10} = 51$ st

4376 Rita graferna till $f(x) = 2^x$ och $g(x) = 0{,}5^x$ i samma koordinatsystem. Graferna är varandras spegelbild i y-axeln. Förklara varför.

4376. $0.5^x = \left(\frac{1}{2}\right)^x = 2^{-x} \Rightarrow f(-x) = g(x)$



4388 Låt $f(x) = x^3$. Ange ett annat funktionsuttryck $g(x)$, så att $f(-2) = g(-2)$.

4388. ex.v $g(x) = -x - 10$

4389 Avståndet $A(h)$ km till horisonten ökar med höjden h meter ovanför marken.
Följande tabell visar några exempel:

Höjd (m)	Avstånd till horisonten (km)
25	18
100	36

Sambandet kan beskrivas med funktionen $A(h) = C \cdot \sqrt{h}$.

a) Bestäm konstanten C med hjälp av värdena i tabellen.

b) Beräkna och tolka $A(500)$ med hjälp av modellen.

4389.

a) $C = \frac{A}{\sqrt{h}} = \frac{18000}{\sqrt{25}} = 3600 \ m^{\frac{1}{2}}$

b) $A(500) = 3600 \cdot \sqrt{500} = 80500 \ m$

Vid höjden 500 m är avståndet 81 km

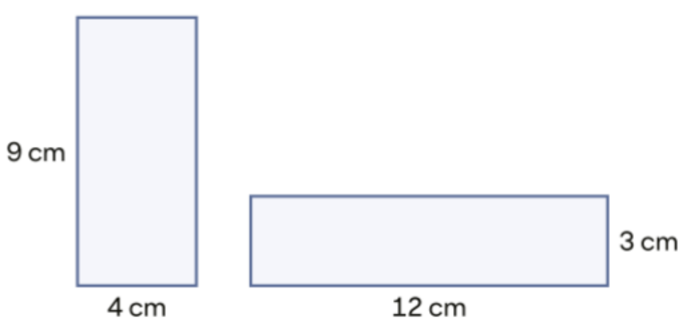
4390 För en potensfunktion f i formen $f(x) = Cx^a$ gäller att $f(1) = 4\,000$ och $f(2) = 16\,000$. Bestäm konstanterna C och a i funktionsuttrycket.

4390.

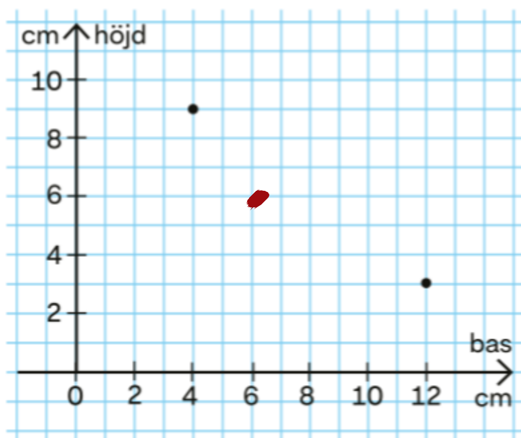
$C \cdot 1^a = 4000 \Rightarrow \underline{C = 4000}$

$4000 \cdot 2^a = 16000 \Rightarrow \underline{a = 2}$

4391 En rektangel med arean 36 cm² kan ha olika bas och höjd, exempelvis 4 cm och 9 cm eller 12 cm och 3 cm.



Vi har prickat in värdena för några sådana rektanglar i koordinatsystemet här nedanför.



a) Bestäm koordinaterna för ytterligare en punkt som ger arean 36 cm².

b) Bestäm en potensfunktion h som beskriver hur rektangelns höjd $h(b)$ beror av bredden b om arean är 36 cm².

4391.

a) $\underline{(6,6)}$

b) $h(b) = \frac{36}{b} = \underline{36 \cdot b^{-1}}$

4392 Funktionerna f och g bestäms av uttrycken $f(x) = x^3$ och $g(x) = x^2$. Bestäm $f(g(2))$.

4392.

$g(2) = 2^2 = 4$

$f(g(2)) = f(4) = 4^3 = \underline{64}$

4393 För vilken av funktionerna f och g, där $f(x) = x^{\frac{2}{3}}$ och $g(x) = x^{\frac{3}{2}}$, är definitionsmängden alla värden på x? Motivera ditt svar.

4393.

$g(x) = x^{3/2}$ är definierad för alla x.

$f(x) = x^{\frac{2}{3}}$ kan skrivas $(x^{\frac{1}{3}})^2$ vilken inte är definierad för negativa x.

4394 För en potensfunktion $f(x) = Cx^a$ gäller att $f(1) = 2$ och $f(4) = 1$.
Bestäm konstanterna C och a i funktionsuttrycket.

4394.

$C \cdot 1^a = 2 \Rightarrow \underline{C = 2}$

$2 \cdot 4^a = 1 \Rightarrow 4^a = \frac{1}{2} \Rightarrow \underline{a = -\frac{1}{2}}$

4395 En pizza med diametern 26 cm räcker till en person.

a) Vilken diameter har en pizza som räcker till två personer?

b) Bestäm en funktion som visar hur pizzans diameter *d* beror av antalet personer den ska räcka till.

4395.

a) $A_1 = \frac{\pi d_1^2}{4} = \frac{\pi \cdot 26^2}{4}$

$A_2 = \frac{\pi d_2^2}{4}$

$A_2 = 2A_1 \Rightarrow \frac{\pi d_2^2}{4} = \frac{\pi \cdot 26^2}{2} \Rightarrow d_2 = \sqrt{2 \cdot 26^2} = \sqrt{2} \cdot 26 = \underline{37 \text{ cm}}$

b) x = antal personer $\Rightarrow$

$\underline{d(x) = \sqrt{x} \cdot 26 \quad \text{cm}}$

4396 Vilken definitionsmängd har $y = Cx^a$ om a är ett negativt heltal. Motivera ditt svar.

4396. $x^a, a<0 = \left(\frac{1}{x}\right)^a, a>0$

$x \neq 0$

4397 Tabellen visar solsystemets planeter, deras avstånd till solen och deras omloppstid kring solen.

Planet	Medelavstånd från solen R (miljoner km)	Omloppstid T (år)
Merkurius	57,91	0,24
Venus	108,2	0,64
Jorden	149,6	1
Mars	227,9	1,88
Jupiter	778,5	11,86
Saturnus	1 434	29,46
Uranus	2 871	84,02
Neptunus	4 495	164,79

Johannes Kepler (1571–1630) fann ett samband i formen $T = C \cdot R^a$ mellan en planets omloppstid T år och dess medelavstånd från solen R miljoner km.

a) Bestäm konstanten a om $C = 0{,}00055$.

b) Asteroidbältet ligger i en omloppsbana kring solen mellan planeterna Mars och Jupiter. Om en planet hade funnits där, vilken omloppstid hade den i så fall haft enligt Keplers samband?

4397. a) $0.00055 \cdot 149.6^a = 1 \Rightarrow a = 1.50$

b) $R = \frac{227.9 + 778.5}{2} = 503.2$ milj. km

$T = 0.00055 \cdot 503.2^{1.50} = 6.1$ år
