

3121 Vid vissa experiment i ett laboratorium bildas den giftiga gasen ozon. Av säkerhetsskäl får luften inte innehålla mer än 0,10 ppm ozon. Hur många kubikcentimeter ozon får högst bildas i ett laboratorium med volymen $3\,100\text{ m}^3$?

3121, $0,10\text{ ppm} = 0,10 \cdot 10^{-6}$

$$0,10 \cdot 10^{-6} \cdot 3100\text{ m}^3\text{ ozon} = 0,10 \cdot 10^{-6} \cdot 3100 \cdot 10^6\text{ cm}^3 = \underline{310\text{ cm}^3}$$

3122 Dricksvatten som innehåller mer än 0,5 mg järn per liter bör renas. Hur många ppm järn motsvarar det? En liter vatten väger 1 kg.

3122, $\frac{0,5 \cdot 10^{-3}}{1000} = 0,5 \cdot 10^{-6} = \underline{0,5\text{ ppm järn}}$

3123 Sabine och hennes sambo Lars jobbar båda inom vården. Sabine tjänar 26 100 kr i månaden och Lars tjänar 24 600 kr i månaden. Ett år får Sabine en lönehöjning på 3,7 % och Lars en höjning på 2,9 %.

- Hur många procent högre blir Sabines lön än Lars lön efter löneförhöjningen?
- Hur många procent lägre blir Lars lön jämfört med Sabines?

3123, a) $\frac{26100 \cdot 1,037}{24600 \cdot 1,029} - 1 \approx 0,069 = \underline{6,9\%}$

b) $1 - \frac{24600 \cdot 1,029}{26100 \cdot 1,037} \approx 0,065 = \underline{6,5\%}$

3124 Ett par hörlurar kostar lika mycket i två olika varuhus. Under en rea ger det ena varuhuset 50 % rabatt på hörlurarna medan det andra varuhuset ger 30 % rabatt. Prisskillnaden under rean är 290 kronor.

- a) Hur mycket kostade hörlurarna före rean?
b) Ge förslag på hur mycket hörlurarna skulle ha kostat i de två varuhusen om de i stället kostade lika mycket på rean.



3124. a) $0,7x - 0,5x = 290$

$$x = \frac{290}{0,7 - 0,5} = 5 \cdot 290 = \underline{1450 \text{ kr}}$$

- b) Låt säga att reapriset = 1000 kr
I varuhuset med 50% rea har då varan kostat $\frac{1000}{0,5} = 2000 \text{ kr}$ och
i varuhuset med 30% rea har varan kostat $\frac{1000}{0,7} = 1429 \text{ kr}$.

3125 När man dricker alkohol tas den upp av kroppen. Alkoholhalten i kroppen kan uppskattas med följande formler:

$$\text{alkoholhalt (kvinnor)} = \frac{\text{vikt ren alkohol}}{\text{kroppsvikt} \cdot 0,55}$$

$$\text{alkoholhalt (män)} = \frac{\text{vikt ren alkohol}}{\text{kroppsvikt} \cdot 0,65}$$

1 ml alkohol väger 0,78 g

Uppskatta alkoholhalten i promille

- för en kvinna som väger 70 kg och dricker 0,5 l vin med 12 % alkoholhalt
- för en man som väger 70 kg och dricker 0,5 l vin med 12 % alkoholhalt
- för en man/kvinna som väger lika mycket som du och dricker tre folköl à 0,5 l med alkoholhalten 2,8 %

3125. a)
$$\frac{500 \cdot 0,78 \cdot 0,12}{70000 \cdot 0,55} = \underline{1,2 \text{ ‰}}$$

b)
$$\frac{500 \cdot 0,78 \cdot 0,12}{70000 \cdot 0,65} = \underline{1,0 \text{ ‰}}$$

c)
$$\frac{3 \cdot 500 \cdot 0,78 \cdot 0,028}{80000 \cdot 0,65} = \underline{0,63 \text{ ‰}}$$

3126 En kakaoplanta suger åt sig tungmetaller ur jorden. Därför kan choklad innehålla kadmium som kan ge skador på njurarna. Människor bör inte få i sig mer än sju mikrogram kadmium per kilo kroppsvikt under en vecka. En undersökning visade att en chokladkaka kan innehålla upp till 600 mikrogram kadmium per kilo choklad.

- Hur mycket kadmium kan det finnas som mest i en chokladkaka som väger 100 g?
- Hur stor andel kadmium kan choklad innehålla uttryckt i ppm?
- Lisa väger 48 kg. Hur många chokladkakor, som väger 100 g, kan hon äta som mest under en vecka utan att få i sig mer än det rekommenderade intaget av kadmium?

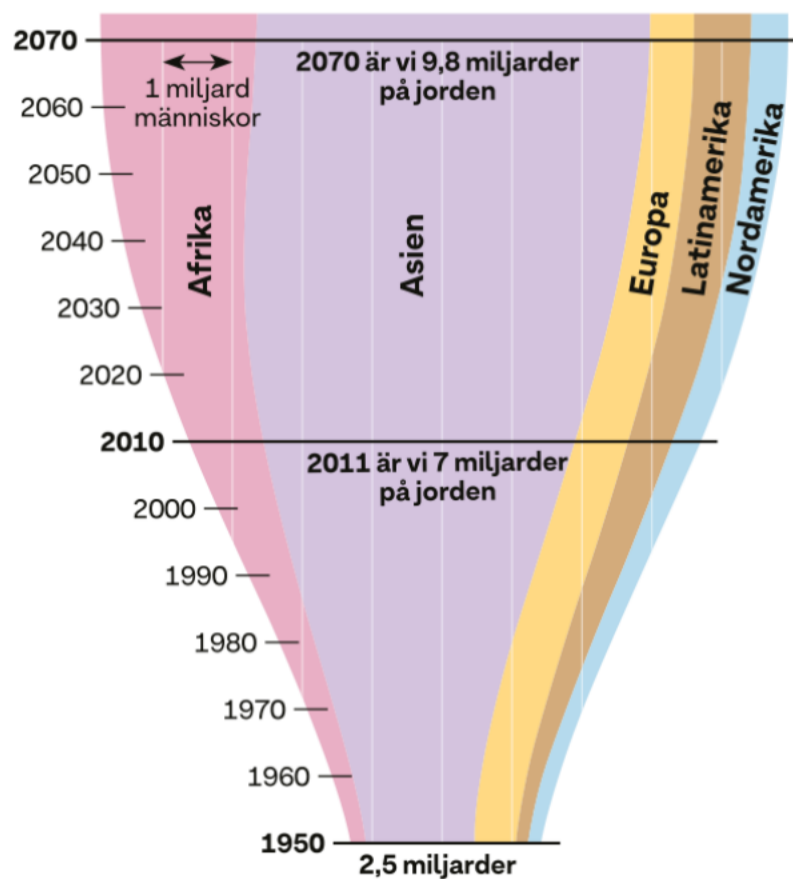
3126. a) $600 \cdot 0,1 = \underline{60 \mu\text{g}}$

b) $\frac{600 \cdot 10^{-6}}{1000} = \underline{0,6 \text{ ppm}}$

c) $x \cdot 0,1 \cdot 600 \cdot 10^{-6} = 7 \cdot 10^{-6} \cdot 48$

$$x = \frac{7 \cdot 10^{-6} \cdot 48}{0,1 \cdot 600 \cdot 10^{-6}} = \underline{5,6 \text{ chokladkakor}}$$

3127 Den 30 november 2011 blev vi 7 miljarder människor på jorden. Diagrammet visar förändringen av antalet människor på jorden under en viss tidsperiod.



Bestäm förhållandet mellan den uppskattade procentuella befolkningsändringen mellan 2010 och 2070 och den procentuella befolkningsändringen mellan 1950 och 2010. Vad säger detta om befolkningsändringen?

(Np Ma1c ht 2013)

3127. 2010 - 2070 : $\frac{9,8}{7} = 1,4 \Rightarrow$ tillväxten $\approx 40\%$

1950 - 2010 : $\frac{7}{2,5} = 2,8 \Rightarrow$ tillväxten $\approx 180\%$

Befolkningsändringen var $\frac{180}{40} = 4,5$ ggr
högre under perioden 1950-2010 jämfört
med 2010-2070.

3128 På en plantage i Brasilien är $\frac{3}{8}$ av träden citronträd. Av de övriga träden är $\frac{8}{15}$ apelsinträd och $\frac{2}{5}$ palmer. Resten av träden är mangoträd. Hur många procent av träden är mangoträd?

3128, $x = \text{andel mangoträd}$

$$x = 1 - \frac{3}{8} - \left(\frac{8}{15} + \frac{2}{5}\right) \cdot \frac{5}{8} = 1 - \frac{3}{8} - \frac{14}{15} \cdot \frac{5}{8} = 1 - \frac{3}{8} - \frac{7}{12} =$$
$$= \frac{24 - 9 - 14}{24} = \frac{1}{24} \approx 0,042 = \underline{4,2\%}$$

3129 Talet b är 12 % större än talet a .
Talet c är 72 % mindre än talet a .
Hur många procent större är talet b jämfört med talet c ?

3129, $\frac{b-c}{c} = \frac{1,12a - 0,28a}{0,28a} = \frac{0,84}{0,28} = \underline{300\% \text{ större}}$

3130 En färsk gurka på 500 gram innehåller 96 % vatten. Om gurkan ligger framme och torkar innehåller den efter en tid 92 % vatten. Hur mycket väger den då?

3130, Gurkkött utan vatten = $0,04 \cdot 500 \text{ g}$

$x = \text{nya vikten}$

$$x \cdot 0,08 = 0,04 \cdot 500 \Rightarrow$$

$$x = \frac{0,04 \cdot 500}{0,08} = \underline{250 \text{ g.}}$$

3131 Medelåldern för deltagarna i en kör är 31 år. De kvinnliga deltagarnas medelålder är 25 år medan männens är 35 år. Hur många procent av deltagarna är män?

3131. $x \cdot 35 + y \cdot 25 = (x+y) \cdot 31$

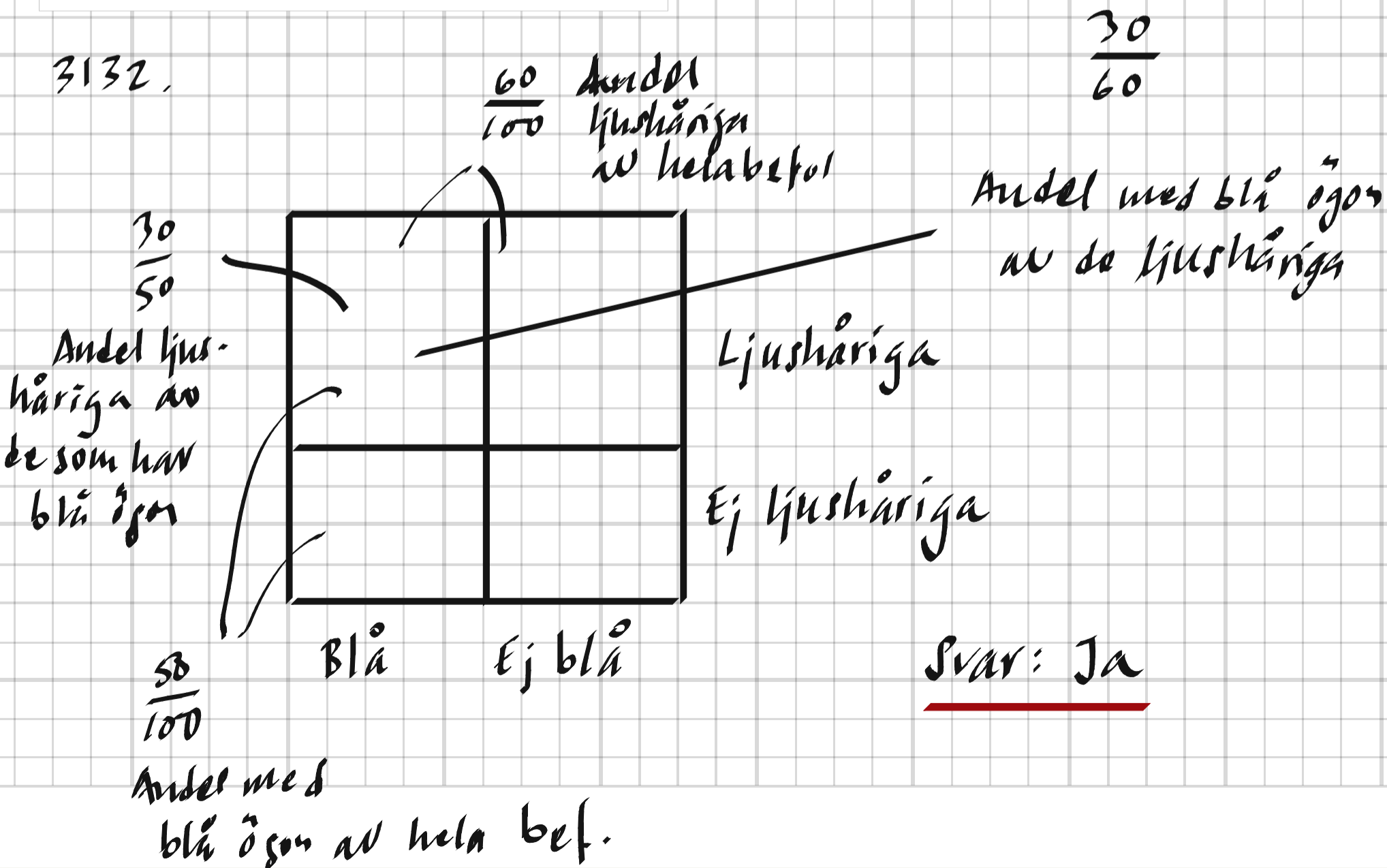
$$4x = 6y \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{x}{x+y} = \frac{1}{1 + \frac{y}{x}} = \frac{1}{1 + \frac{2}{3}} = \frac{3}{5} = 0.6 = \underline{60\%}$$

3132 Man vet att andelen ljushåriga bland dem som har blå ögon är större än andelen ljushåriga av hela befolkningen. Måste då andelen med blå ögon av de ljushåriga vara större än andelen med blå ögon av hela befolkningen?

(Kval till Skolornas matematiktävling 1999)

3132.



3143 Momsen på livsmedel är 12 %. En matkasse kostar 398 kr med moms. Vad skulle matkassen ha kostat utan moms?

$$3143. \quad x \cdot 1.12 = 398 \Rightarrow$$

$$x = \frac{398}{1.12} = \underline{355 \text{ kr}}$$

3144 En moped säljs med 15 % rabatt för 7 225 kr. Vad kostade mopeden utan rabatt?

$$3144. \quad x \cdot 0.85 = 7225 \Rightarrow$$

$$x = \frac{7225}{0.85} = \underline{8500 \text{ kr}}$$

3145 Vilken blir den totala prisändringen i procent om man

- a) höjer priset med 10 % två gånger efter varandra
- b) först höjer priset med 5 % och sedan sänker det med 8 %
- c) sänker priset med 3 % två gånger efter varandra

$$3145. \quad a) \quad 1.10 \cdot 1.10 - 1 = 0.21 = \underline{21\% \text{ dyrare}}$$

$$b) \quad 1 - 1.05 \cdot 0.92 = 0.034 = \underline{3.4\% \text{ billigare}}$$

$$c) \quad 1 - 0.97 \cdot 0.97 = 0.0591 = \underline{5.91\% \text{ billigare}}$$

3146 Skriv en text till en uppgift som kan lösas med följande beräkning:

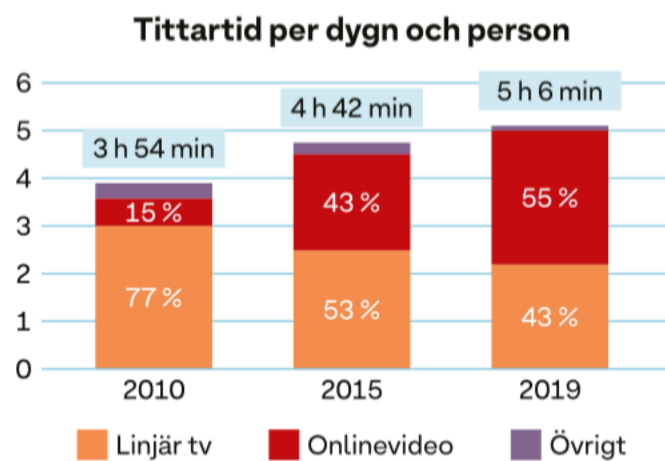
$$1\,700 \cdot 1,20 \cdot 0,70$$

3146. Priset på en vara är 1700 kr. Först höjs priset med 20% för att därefter sänkas med 30%. Beräkna det nya priset.

3147 Skriv en formel som uttrycker att a är 20% mer än b .

3147. $a = 1,20b$

3148 Diagrammet visar hur mycket personer i åldrarna 16–65 år tittar på rörlig bild.



- a) Hur mycket har tittartiden ökat i procent från år 2015 till 2019?
b) Med hur många procent har tittartiden på onlinevideo ökat mellan år 2015 och 2019?

3148. a)
$$\frac{5,1 - 4,7}{4,7} = 0,085 = \underline{8,5\%}$$

b)
$$\frac{0,55 \cdot 5,1 - 0,43 \cdot 4,7}{0,43 \cdot 4,7} = 0,39 = \underline{39\%}$$

3149 Värdet på Ainos aktier minskar med en fjärdedel under ett år. Året efter ökar värdet med en åttondel. Med hur många procent har värdet förändrats efter de två åren?

$$3149. \quad 1 - 0,75 \cdot 1,125 = 0,156 = \underline{15,6\%}$$

3150 En hyresrättsförening har valt att installera laddstolpar för elbilar. För att finansiera laddstolparna kommer hyran att höjas med 300 kr per månad. Året därpå tillkommer en hyreshöjning på 2,1 procent. Den nya hyran blir efter de bägge höjningarna 6 340 kr/mån. Hur stor var den ursprungliga hyran före höjningarna?

$$3150. \quad (x + 300) \cdot 1,021 = 6340 \quad \Rightarrow$$

$$x = \frac{6340}{1,021} - 300 = \underline{5910 \text{ kr}}$$

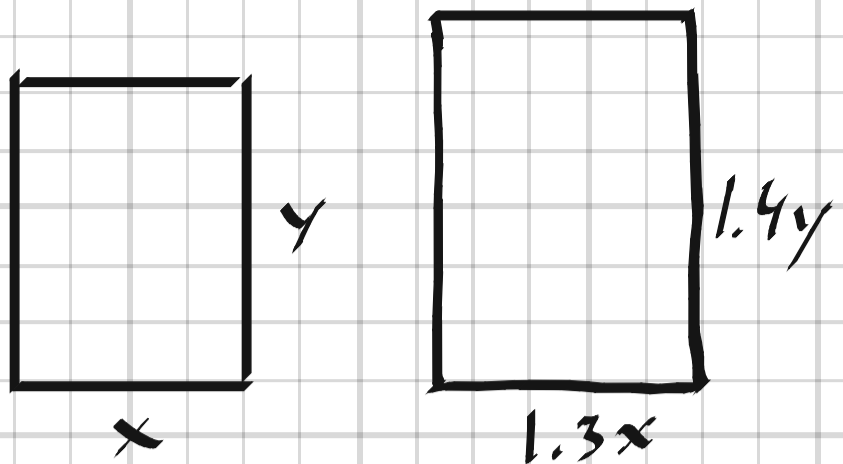
3151 Enligt en enkel modell minskar värdet av en ny bil med 20 % per år. Anton räknar ut att hans två år gamla bil är värd 236 800 kr enligt denna modell. Hur mycket kostade Antons bil när den var ny?

$$3151. \quad x \cdot 0,8^2 = 236800 \quad \Rightarrow$$

$$x = \frac{236800}{0,8^2} = \underline{370000 \text{ kr.}}$$

3152 I en rektangel ökar längden med 30 % och bredden med 40 %.

- Med hur många procent ökar rektangelns area?
- Med hur många procent skulle rektangelns area öka om i stället längden ökar med 40 % och bredden med 30 %?



$$3152. \quad a) \quad \frac{1.3x \cdot 1.4y}{x \cdot y} - 1 = 1.3 \cdot 1.4 - 1 = 0.82 = \underline{82\%}$$

b) Lika mycket.

3153 Antalet besökare på en hemsida ökar med lika många procent per år, två år i rad. Bestäm den årliga ökningen i procent om den totala ökningen var 40 % under tvåårsperioden.

$$3153. \quad (x+1)^2 = 1.40$$

$$x = \sqrt{1.40} - 1 = 0.183 = \underline{18.3\%}$$

3154, Omsättningen på den svenska spelmarknaden var år 2017 ca 17,2 miljarder kronor. År 2019 hade omsättningen ökat till ca 24,8 miljarder kronor. Hur många procent hade omsättningen ökat i genomsnitt per år mellan 2017 och 2019?

$$3154. \quad 17.2 \cdot (x+1)^2 = 24.8 \Rightarrow$$

$$x = \sqrt{\frac{24.8}{17.2}} - 1 = 0.20 = \underline{20\%}$$

3155 Världsmarknadspriset på råolja ökade under en tvådagarsperiod med sammanlagt 3%. Under den första dagen ökade priset med 5%. Hur ändrades priset under den andra dagen?

$$3155. \quad x \cdot 1.05 \cdot (1 - y) = x \cdot 1.03$$

$$1 - y = \frac{1.03}{1.05} \Rightarrow y = 1 - \frac{1.03}{1.05} = 0.019 = \underline{1.9\% \text{ minskning}}$$

3156 Med hur många procent måste man öka radien i en cirkel, för att cirkelns area ska öka med 50%?

$$3156. \quad \frac{\pi R^2}{\pi r^2} = 1.5 \Rightarrow \frac{R}{r} = \sqrt{1.5}$$

$$\frac{R - r}{r} = \frac{R}{r} - 1 = \sqrt{1.5} - 1 \approx 0.225 = \underline{22.5\%}$$

3157 Värdet på en tavla ökade under ett år med a procent. Året därpå minskade värdet med a procent.

a) Visa att förändringsfaktorn som beskriver den totala värdeförändringen kan skrivas

$$1 - \frac{a^2}{10\,000}$$

b) Bestäm a om tavlans värde efter dessa två år totalt minskat med 20 %.

3157.

$$a) \quad ff = \left(1 + \frac{a}{100}\right) \cdot \left(1 - \frac{a}{100}\right) = 1 - \frac{a^2}{10\,000} \quad \#$$

$$b) \quad 1 - \frac{a^2}{10\,000} = 0,8$$

$$a = \sqrt{(1 - 0,8) \cdot 10\,000} = \underline{44,7\%}$$

3164 Dorotea är en kommun i Västerbottens inland. Under år 2018 minskade kommunens befolkning med 2,9 %.

Vi antar att befolkningen fortsätter att minska med 2,9 % per år. Med hur många procent kommer befolkningen då totalt att minska på fem år?

$$3164. \quad 1 - 0,971^5 = 0,137 = \underline{13,7\%}$$

3165 Vilken sammantagen förändringsfaktor motsvarar

- a) fem ökningarna i rad med 6 % vardera
- b) sju minskningar i rad med 8 % vardera
- c) tre ökningarna i rad med 7 % vardera, följt av tre minskningar i rad med 7 % vardera

3165. a) $ff = 1.06^5 \approx \underline{1.34}$

b) $ff = 0.92^7 \approx \underline{0.558}$

c) $ff = 1.07^3 \cdot 0.93^3 \approx \underline{0.985}$

3166 Agnes har satt in 10 000 kr på ett sparkonto där räntesatsen är 2,5 %. Efter två år höjs räntesatsen med 0,5 procentenheter. Ett år senare tar Agnes ut pengarna. Med hur många procent har kapitalet ökat totalt under dessa tre år?

3166. $1.025^2 \cdot 1.03 - 1 = 0.082 \approx \underline{8.2\%}$

3167 En aktie har minskat i värde med 2 % per dag fem dagar i följd. Nu är aktien värd 340 kr. Vad var den värd för tre dagar sedan?

3167. $x =$ priset för 5 dagar sedan

$y =$ - " - 3 - " -

$$x \cdot 0.98^5 = 340 \Rightarrow x = \frac{340}{0.98^5} = 376,14 \text{ kr}$$

$$y = 376,14 \cdot 0.98^2 = \underline{361,24 \text{ kr}}$$

3168 Tabellen visar hur värdet på Stockholmsbörsen (OMX) har förändrats under en vecka i augusti.

måndag	tisdag	onsdag	torsdag	fredag
+2,8 %	-1,1 %	+0,5 %	+3,1 %	-1,8 %

Bestäm Stockholmsbörsens totala värdeförändring under veckan. Svara i procentform med en decimal.

3168. $1.028 \cdot 0.989 \cdot 1.005 \cdot 1.031 \cdot 0.982 - 1 = 0.034 = \underline{3,4\%}$

3169 Petra tror att hennes lägenhet kommer att öka i värde med 10 % per år. Hon vill räkna ut hur lång tid det i så fall skulle ta innan värdet fördubblas. Så här tänker hon:

100 % = 10 · 10 %. Alltså tar det tio år för att värdet ska öka med 100 % och då blir det dubbelt så mycket.

Hennes vän Sandro säger att man ska räkna så här:

$1,1 \cdot 1,1 \cdot 1,1 \cdot 1,1 \cdot 1,1 \cdot 1,1 \cdot 1,1 \cdot 1,1 \approx 2,14$
Det tar åtta år.

Vem har rätt? Motivera ditt svar.

3169. Sandro har "rätt". En fördubbling innebär en förändringsfaktor = 2.0

En mer exakt lösning fås m h a logaritmer som lärs ut i M42.

$$x = \frac{\lg 2}{\lg 1.1} = 7.3 \text{ år}$$

3170 Priset på en bostadsrätt i Uppsala ökade under tioårsperioden från 2008 till 2018 med 103 %.

- Vilken förändringsfaktor motsvarar en ökning med 103 %?
- Beräkna den årliga procentuella ökningen om vi antar att priset har ökat med lika många procent varje år.

3170. a) $f = \underline{2,03}$

b) $(x+1)^{10} = 2,03$

$$x = 2,03^{1/10} - 1 \approx 0,073 = \underline{7,3\%}$$

3171 Karlstads kommun hade 92 497 invånare den första januari år 2019. Enligt en prognos kommer antalet invånare att öka till 100 000 till den första januari år 2026.

- Vilken blir förändringsfaktorn för hela sjuårsperioden?
- Hur många procent har antalet invånare ökat med under hela sjuårsperioden?
- Med hur många procent ökade folkmängden varje år, om vi antar att antalet invånare ökade med lika många procent varje år?

3171. a) $f = \frac{100\,000}{92\,497} = \underline{1,081}$

b) $\underline{8,1\%}$

c) $(x+1)^7 = 1,081$

$$x = 1,081^{1/7} - 1 = 0,011 = \underline{1,1\%}$$

3172 Före coronapandemin räknade konjunkturstitutet med att BNP per invånare i Sverige skulle öka från 487 626 kr år 2019 till 655 757 kr år 2029. Vilken årlig genomsnittlig ökning i procent motsvarar det?

3172, $(1+x)^{10} = \frac{655757}{487626} \Rightarrow$

$$x = \left(\frac{655757}{487626} \right)^{1/10} - 1 \approx 0,03 = \underline{3\%}$$

3173 Ibens föräldrar satte in 10 000 kr på ett konto, när Iben föddes. Räntesatsen på kontot är 3,5 %.

- Visa att kapitalet har fördubblats när Iben fyller 21 år om räntesatsen inte ändras.
- Kommer det insatta kapitalet att fördubblas under perioden oberoende av kapitalets storlek? Motivera ditt svar.

3173, a) $\underline{1,035^{21} = 2,06 \quad \#}$

b) Ja, uttrycket i a) är oberoende av kapitalet

3174 År 1750 var världens befolkning 750 miljoner. År 1870 var världens befolkning dubbelt så stor. Med hur många procent ökade befolkningen i genomsnitt per år?

(Np Ma1c ht 2016)

3174, $(x+1)^{120} = 2$

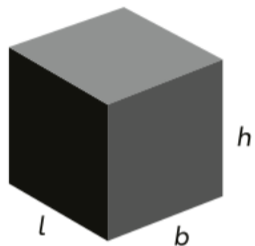
$$x = 2^{1/120} - 1 = 0,0058 = \underline{0,58\%}$$

3175 Antalet besökare på en hemsida minskar procentuellt lika mycket varje år, fem år i rad. Bestäm den årliga minskningen i procent om den totala minskningen är 57 % under femårsperioden.

$$3175. \quad (1-x)^5 = 0.43$$

$$x = 1 - 0.43^{1/5} \approx 0.155 = \underline{15.5\%}$$

3176 Ett företag tillverkar förpackningar i formen av rätblock.



De bestämmer sig för att förlänga förpackningens längd med 25 % och förpackningens höjd med 30 % samtidigt som de förkortar bredden med 20 %. Bestäm förpackningens volymförändring i procent.

$$3176. \quad 1.25 \cdot 1.30 \cdot 0.80 - 1 = 0.3 = \underline{30\% \text{ ökning}}$$

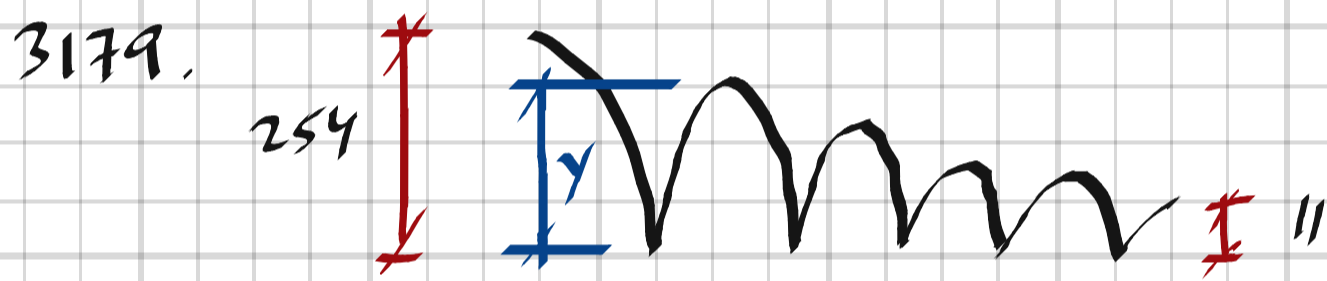
3177 Formulera en egen uppgift som innehåller upprepade procentuella förändringar. Andelarna 1,5 %, 3,1 % och 1,2 % ska finnas med i uppgiften och svaret ska bli ungefär 1 200 liter.

3177. Priset på en vara som ökat i tre steg om 1,5%, 3,1% och 1,2% = 1271 kr. Vad var priset innan höjningarna?

3178 Enligt en enkel modell minskar värdet av en mobiltelefon med p % varje år under en femårsperiod. Teckna ett uttryck för den totala förändringsfaktorn under denna period.

3178. $ff = \left(1 - \frac{p}{100}\right)^5$

3179 En tennisboll släpps från en höjd av 254 cm ovanför ett betonggolv. Efter den femte studsens mot betonggolvet når tennisbollen höjden 11 cm. Hur högt studsade bollen efter den första studsens? Vi antar att bollen förlorar samma andel av sin studshöjd i varje studs.



$$254 \cdot x^5 = 11$$

$$x = \left(\frac{11}{254}\right)^{1/5} = 0.534$$

$$y = x \cdot 254 = 0.534 \cdot 254 = \underline{136 \text{ cm}}$$

3180 Ett piano kan stämmas på olika sätt. I en så kallad liksvävande stämning delas en oktav upp i tolv halvtonsteg. Det innebär att tonernas frekvens ska öka med samma faktor i tolv steg så att frekvensen till slut blir dubbelt så stor som den var för den första tonen.

- a) Med vilken faktor ska frekvensen öka för varje halvtonsteg?
 b) Tonen a_1 har frekvensen 440 Hz. Vilken frekvens har de övriga tonerna?

Ton	Frekvens (Hz)
c_1	
$c_1\#$	
d_1	
$d_1\#$	
e_1	
f_1	
$f_1\#$	
g_1	
$g_1\#$	
a_1	440
$a_1\#$	
b_1	
c_2	



3180. a) $x^{12} = 2 \Rightarrow x = 2^{1/12} = \underline{1.0595}$

b) $c_1 = 440 \cdot 1.0595^{-9} = 262$

$c_1\# = 440 \cdot 1.0595^{-8}$

$d_1 = 440 \cdot 1.0595^{-7}$

$d_1\# = 440 \cdot 1.0595^{-6}$

$e_1 = 440 \cdot 1.0595^{-5}$

$f_1 = 440 \cdot 1.0595^{-4}$

$f_1\# = 440 \cdot 1.0595^{-3}$

$g_1 = 440 \cdot 1.0595^{-2}$

$g_1\# = 440 \cdot 1.0595^{-1}$

$a_1\# = 440 \cdot 1.0595$

$b_1 = 440 \cdot 1.0595^2$

$c_2 = 440 \cdot 1.0595^3 = 523$

3204 Rubens föräldrar sätter i början av varje år in 1 200 kr på ett sparkonto med den årlig räntesatsen 3 %. Föräldrarna vill att Ruben ska få tillgång till pengarna när han fyller 18 år. Använd ett kalkylprogram för att beräkna behållningen på kontot precis efter den artonde insättningen.

3204. Excel ger summan 28097 kr.

	A	B
1		
2	Belopp:	1200
3	Räntesats:	3%
4		
5		
6	År 1	1200
7	År 2	2436
8	År 3	3709
9	År 4	5020
10	År 5	6371
11	År 6	7762
12	År 7	9195
13	År 8	10671
14	År 9	12191
15	År 10	13757
16	År 11	15369
17	År 12	17030
18	År 13	18741
19	År 14	20504
20	År 15	22319
21	År 16	24188
22	År 17	26114
23	År 18	28097
24		
25		

B7 fx =B6*(1+B\$3)+B\$2

	A	B	C
1			
2	Belopp:	1200	
3	Räntesats:	3%	
4			
5			
6	År 1	1200	
7	År 2	2436	
8	År 3	3709	

Behandlas i senare
mattekurs:

Summan kan beräknas
analytiskt med formeln
för geometrisk summa:

$$1200 \cdot \frac{1,03^{18} - 1}{1,03 - 1} = 28097$$

3205 För att ha råd med kontantinsatsen till en lägenhet behöver Sandra spara ihop 125 000 kr. Hon sparar 2 000 kr av sin månadslön och sätter in pengarna på ett sparkonto där hon får ränta varje månad. Hur länge behöver hon spara för att få ihop till kontantinsatsen om månadsräntan är

- a) 0,2 %
- b) 0,3 %

3205,

Excel ger sparlängderna
59 resp 58 månader.

	A	B	C	D
1		a)	b)	
2	Belopp:	2000	2000	
3	Räntesats:	0.2%	0.3%	
4				
5				
6	Månad 1	2000	2000	
7	Månad 2	4004	4006	
8	Månad 3	6012	6018	
9	Månad 4	8024	8036	
10	Månad 5	10040	10060	
11	Månad 6	12060	12090	
12	Månad 7	14084	14127	
13	Månad 8	16112	16169	
14	Månad 9	18145	18218	
15	Månad 10	20181	20272	
16	Månad 11	22221	22333	
17	Månad 12	24266	24400	
18	Månad 13	26314	26473	
19	Månad 14	28367	28553	
20	Månad 15	30424	30638	
21	Månad 16	32485	32730	
22	Månad 17	34549	34828	
23	Månad 18	36619	36933	
24	Månad 19	38692	39044	
25	Månad 20	40769	41161	
26	Månad 21	42851	43284	
27	Månad 22	44936	45414	
28	Månad 23	47026	47550	
29	Månad 24	49120	49693	
30	Månad 25	51219	51842	
31	Månad 26	53321	53998	
32	Månad 27	55428	56160	
33	Månad 28	57539	58328	
34	Månad 29	59654	60503	
35	Månad 30	61773	62685	
36	Månad 31	63896	64873	
37	Månad 32	66024	67067	
38	Månad 33	68156	69268	
39	Månad 34	70293	71476	
40	Månad 35	72433	73691	
41	Månad 36	74578	75912	
42	Månad 37	76727	78139	
43	Månad 38	78881	80374	
44	Månad 39	81038	82615	
45	Månad 40	83201	84863	
46	Månad 41	85367	87117	
47	Månad 42	87538	89379	
48	Månad 43	89713	91647	
49	Månad 44	91892	93922	
50	Månad 45	94076	96204	
51	Månad 46	96264	98492	
52	Månad 47	98457	100788	
53	Månad 48	100654	103090	
54	Månad 49	102855	105399	
55	Månad 50	105061	107716	
56	Månad 51	107271	110039	
57	Månad 52	109485	112369	
58	Månad 53	111704	114706	
59	Månad 54	113928	117050	
60	Månad 55	116155	119401	
61	Månad 56	118388	121759	
62	Månad 57	120625	124125	
63	Månad 58	122866	126497	
64	Månad 59	125112	128877	
65				
66				

C7 $=C6*(1+C\$3)+C\2

	A	B	C	D
1		a)	b)	
2	Belopp:	2000	2000	
3	Räntesats:	0.2%	0.3%	
4				
5				
6	Månad 1	2000	2000	
7	Månad 2	4004	4006	
8	Månad 3	6012	6018	

Behandlas i senare mattekurs:

Den erforderliga sparlängden kan beräknas med formeln för geometrisk summa:

$$2000 \cdot \frac{1,002^x - 1}{1,002 - 1} = 125000$$

$$x = \frac{\lg \left(1 + \frac{125000 \cdot 0,002}{2000} \right)}{\lg 1,002} = 59 \text{ mån}$$

3206 Alexander sparar pengar på ett konto med årsräntan 4 %. Hur mycket ska Alexander spara per år om han vill att behållningen på kontot ska vara 8 000 kr efter den tionde insättningen?

3206, Excel ger sparbeloppet 666 kr.

	A	B	C	D	E
1					
2					
3	Räntesats:	4%			
4					
5	Belopp:	500	600	700	666.3
6	År 1	500	600	700	666
7	År 2	1020	1224	1428	1359
8	År 3	1561	1873	2185	2080
9	År 4	2123	2548	2973	2829
10	År 5	2708	3250	3791	3609
11	År 6	3316	3980	4643	4420
12	År 7	3949	4739	5529	5263
13	År 8	4607	5529	6450	6139
14	År 9	5291	6350	7408	7051
15	År 10	6003	7204	8404	8000
16					

Behandlas i senare mattekurs:

Det erforderliga sparbeloppet kan beräknas analytiskt med formeln för geometrisk summa:

$$x \cdot \frac{1.04^{10} - 1}{1.04 - 1} = 8000$$

$$x = \frac{8000 \cdot 0.04}{1.04^{10} - 1} = 666 \text{ kr}$$

3207 Om räntan är 2 %, så kommer 70 000 kronor att växa till $70\,000 \cdot 1,02^5 \approx 77\,286$ kr efter fem år. Man säger att 70 000 kronor är *nuvärdet* av 77 286 kronor. Nuvärdet är alltså det belopp som, med ränta på ränta under ett visst antal år, kommer att växa till ett framtida belopp.

- a) Max är 10 år och hans föräldrar har bestämt att ge honom 25 000 kr när han fyller 18 år. Använd ett kalkylprogram för att beräkna hur mycket nuvärdet av 25 000 kr är om årsräntan är 2,3 %.
- b) Alma har vunnit 25 000 kr om året i 25 år på ett lotteri. Hon vill dock plocka ut hela vinsten på en gång. Använd ett kalkylprogram för att bestämma nuvärdet av vinsten. Räkna med en årsränta på 2,0 %.

3207. a) $x \cdot 1,023^8 = 25000 \Rightarrow x = \underline{20842 \text{ kr}}$

	A	B	C
1			
2	Belopp:	25000	
3	Räntesats:	2.30%	
4			
5			
6	År 8	25000	
7	År 7	24438	
8	År 6	23888	
9	År 5	23351	
10	År 4	22826	
11	År 3	22313	
12	År 2	21812	
13	År 1	21321	
14	Nuvärde:	20842	
15			
16			

B7 \times \checkmark fx =B6/(1+B\$3)

	A	B	C
1			
2	Belopp:	25000	
3	Räntesats:	2.30%	
4			
5			
6	År 8	25000	
7	År 7	24438	
8	År 6	23888	

b) Excel ger nuvärdet 497848 kr

800757 kr "är värdet av vinsten om man inte förbrukar den under de 25 åren. Nuvärdet skall således beräknas baserat på denna summa,

	A	B	C	D
1				
2	Belopp per år:	25000		
3	Antal år:	25		
4	Räntesats:	2.0%		
5				
6				
7				
8	År 1	25000	497848	
9	År 2	50500	507805	
10	År 3	76510	517961	
11	År 4	103040	528320	
12	År 5	130101	538887	
13	År 6	157703	549665	
14	År 7	185857	560658	
15	År 8	214574	571871	
16	År 9	243866	583308	
17	År 10	273743	594975	
18	År 11	304218	606874	
19	År 12	335302	619012	
20	År 13	367008	631392	
21	År 14	399348	644020	
22	År 15	432335	656900	
23	År 16	465982	670038	
24	År 17	500302	683439	
25	År 18	535308	697108	
26	År 19	571014	711050	
27	År 20	607434	725271	
28	År 21	644583	739776	
29	År 22	682475	754572	
30	År 23	721124	769663	
31	År 24	760547	785056	
32	År 25	800757	800757	

B9 \updownarrow \times \checkmark fx $=B8*(1+B\$4)+B\2

	A	B	C
1			
2	Belopp per år:	25000	
3	Antal år:	25	
4	Räntesats:	2.0%	
5			
6			
7			
8	År 1	25000	497848
9	År 2	50500	507805
10	År 3	76510	517961
11	År 4	103040	528320
12	År 5	130101	538887

C31 \updownarrow \times \checkmark fx $=C32/(1+B\$4)$

	A	B	C	D
1				
2	Belopp per år:	25000		
3	Antal år:	25		
4	Räntesats:	2.0%		
5				
6				
7				
8	År 1	25000	497848	
9	År 2	50500	507805	
10	År 3	76510	517961	
11	År 4	103040	528320	
12	År 5	130101	538887	
13	År 6	157703	549665	
14	År 7	185857	560658	
15	År 8	214574	571871	
16	År 9	243866	583308	
17	År 10	273743	594975	
18	År 11	304218	606874	
19	År 12	335302	619012	
20	År 13	367008	631392	
21	År 14	399348	644020	
22	År 15	432335	656900	
23	År 16	465982	670038	
24	År 17	500302	683439	
25	År 18	535308	697108	
26	År 19	571014	711050	
27	År 20	607434	725271	
28	År 21	644583	739776	
29	År 22	682475	754572	
30	År 23	721124	769663	
31	År 24	760547	785056	
32	År 25	800757	800757	

Behandlas i senare mattekurs:

Nuvärdet kan beräknas med ekvationen:

$$25000 \cdot \frac{1,02^{25} - 1}{1,02 - 1} = X \cdot 1,02^{24}$$

3212 Kalkylbladet här nedanför kan användas för att beräkna den totala månadskostnaden för ett bolån den första månaden.

	A	B	C
1	Bolånekalkyl		
2	Köpeskilling:	1675000 kr	
3	Kontantinsats (15 %)	251250 kr	
4			
5	Lånebelopp:	1423750 kr	
6	Räntesats:	4%	
7			
8	Inkomster per månad:	25000 kr	
9			
10	Utgifter per månad		
11	Ränta	4746 kr	
12	Amortering	2966 kr	
13	Avgift till föreningen	2300 kr	
14	Summa utgifter:	10012 kr	
15			
16	Behållning/månad	14988 kr	

Skapa ett kalkylblad enligt mallen här ovanför. Celler som är markerade med grå färg ska kunna ändras, medan övriga celler ska beräknas automatiskt med hjälp av formler.

3212.

$$B3 = B2 * 0,15$$
$$B5 = B2 - B3$$
$$B11 = B5 * B6 / 12$$
$$B14 = \text{Summa}(B11 : B13)$$
$$B16 = B8 - B14$$

3213 Använd kalkylbladet i föregående uppgift för att besvara följande frågor.

- För en viss lägenhet är köpeskillingen 1 675 000 kr och avgiften till föreningen 3 807 kr. Räntesatsen för lånet är 2,3 %. Hur stor blir den totala kostnaden för lägenheten den första månaden?
- Hur förändras kostnaden i uppgift a) om räntesatsen sänks med 0,5 procentenheter?
- Hur förändras kostnaden i uppgift a) om räntesatsen ökar med 1,5 procentenheter?
- Hur förändras kostnaden i uppgift a) om du köper en lägenhet som är dubbelt så dyr, men med en hälften så hög avgift till föreningen? Räntesatsen är 2,3 % och amorteringstiden är 40 år.

3213. a) 9502 kr

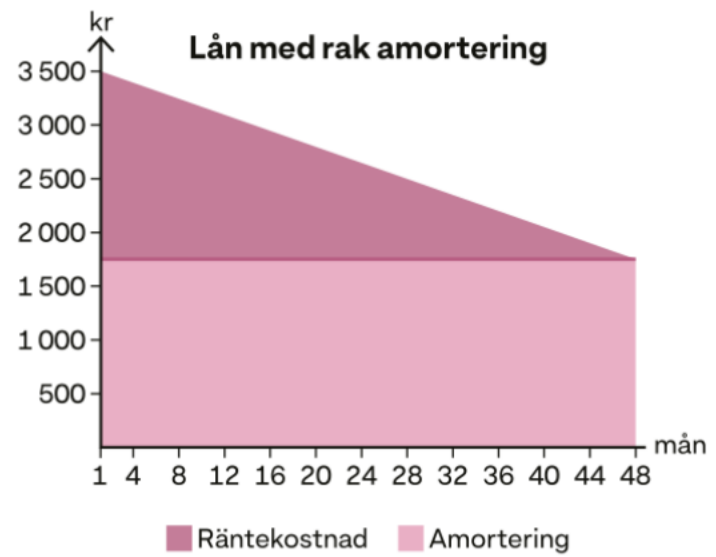
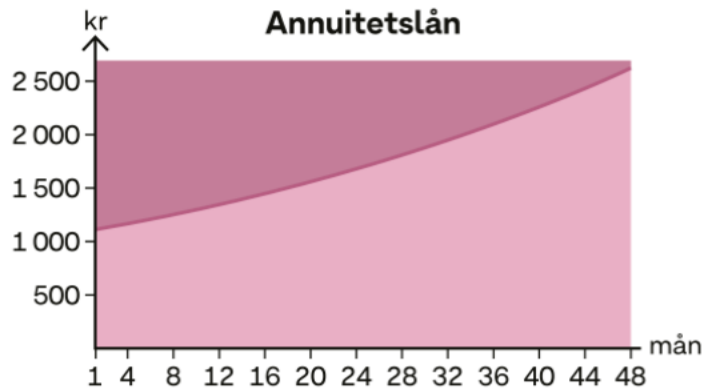
c) ökar till 11282 kr

b) Minskar till 8909 kr

d) ökar till 13294 kr

	A	B	C	D	E	F	G
1	Bolånekalkyl		a)	b)	c)	d)	
2	Köpeskillning:	1675000	1675000	1675001	1675002	3350000	
3	Kontantinsats (15%)	251250	251250	251250	251250	502500	
4							
5	Lånebelopp:	1423750	1423750	1423751	1423752	2847500	
6	Räntesats:	4%	2.30%	1.80%	3.80%	2.30%	
7							
8	Inkomster per månad:	25000	25000	25000	25000	25000	
9							
10	Utgifter per månad						
11	Ränta	4746	2729	2136	4509	5458	
12	Amortering	2966	2966	2966	2966	5932	
13	Avgift till föreningen	2300	3807	3807	3807	1904	
14	Summa utgifter:	10012	9502	8909	11282	13294	
15							
16	Behållning/månad:	14988	15498	16091	13718	11707	
17							
18							

3216 Två lån är beskrivna i nedanstående diagram, ett annuitetslån och ett lån med rak amortering. Betalningen (räntekostnad och amortering) sker varje månad under 4 år. I varje diagram presenteras varje månads amorterings- och räntekostnad. Lånebeloppen är 84 000 kr och räntesatserna är lika för de båda lånen.



- a) Trots att räntesats och lånebelopp är lika för de båda lånen, är räntekostnaden för lånen olika. Bestäm räntekostnaden för varje lån.
- b) Räntekostnaden är olika för de två lånen trots att räntesatsen och lånebeloppen är lika. Förklara varför.

(Np Ma1c ht 2012, omarbetad)

3216. b) I lånet med rak amortering sjunker räntekostnaden i takt med att skulden sjunker. I annuitetslånet beräknas i stället fördelningen mellan räntekostnad och amortering på ett sådant sätt att totala kostnaden blir lika stor under hela löptiden.