

27 Ange ett bråk mellan

a) $\frac{5}{13}$ och $\frac{6}{13}$

b) $-\frac{1}{8}$ och $-\frac{1}{12}$

27. a) $\frac{5}{13} = \frac{10}{26}$, $\frac{6}{13} = \frac{12}{26} \Rightarrow \frac{5}{13} < \frac{11}{26} < \frac{6}{13}$

b) $-\frac{1}{8} = -\frac{6}{48}$, $-\frac{1}{12} = -\frac{4}{48} \Rightarrow -\frac{1}{8} < -\frac{5}{48} < -\frac{1}{12}$

28 Milan och Wilma ska köpa en ny soffa som kostar 28 000 kr. De erbjuds att handla på kredit. De ska då betala 20 % av soffans pris vid köpet och en uppläggningskostnad på 150 kr. Resten av priset delas upp på 12 månader. De behöver inte betala ränta men får betala 25 kr i avikostnad vid varje betalningstillfälle.

a) Hur mycket ska de betala vid köptillfället?

b) Hur stor är kreditkostnaden uttryckt i procent av soffans kostnad?

28. a) $0.2 \cdot 28000 + 150 = \underline{5750 \text{ kr}}$

b) $\frac{25 \cdot 12 + 150}{28000} \approx 0.016 = \underline{1.6\%}$

29 Bensinpriset höjdes tre gånger under en vecka. Först med 2,2 %, sedan med 3,1 % och slutligen med 2,8 %. Hur många procent steg priset sammanlagt under den veckan?

29. $1,022 \cdot 1,031 \cdot 1,028 - 1 \approx 0,083 = \underline{8,3\%}$

30 Förra året växte Evert med 8 % och Maja växte med 6 %. Nu är de lika långa.
a) Vem var längst förra året?
b) Ge ett förslag på hur långa de skulle kunna vara nu. Hur långa var de i så fall föregående år?

30.

a) Maja var längst.

b) Antag att de bägge blivit 160 cm långa

Då var Evert $\frac{160}{1,08} = 148$ cm

och Maja $\frac{160}{1,06} = 151$ cm föregående år.

31 Hur stort är avståndet på tallinjen mellan ett tal och dess dubbla motsatta tal?

$$31, \quad x - (-2x) = 3x$$

3 ggr så långt som talet

32 En burk starköl rymmer en halv liter och har alkoholhalten 5,2 volymprocent.

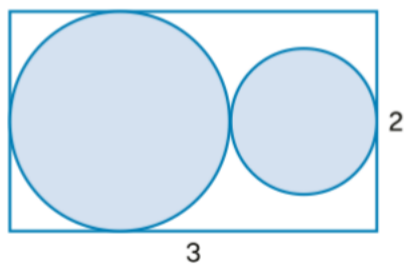
a) Hur många centiliter ren alkohol innehåller en starköl?

b) Hur många centiliter vodka med alkoholhalten 40 % motsvarar lika stor mängd alkohol som en starköl?

$$32, \quad a) \quad 0,052 \cdot 50 = \underline{2,6 \text{ cl}}$$

$$b) \quad x \cdot 0,40 = 2,6 \Rightarrow x = \frac{2,6}{0,40} = \underline{6,5 \text{ cl}}$$

33 Hur stor andel av området är skuggat?



$$33, \quad \frac{\pi \cdot 1^2 + \pi \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2}{3 \cdot 2} = \frac{\frac{5}{4} \pi}{6} = \frac{5\pi}{24} \approx \underline{65\%}$$

34 Antalet invånare i en kommun minskar procentuellt lika mycket varje år, 8 år i rad. Kommunen hade 32 000 invånare när åttaårsperioden började och vid åttaårsperiodens slut var antalet invånare 23 000. Bestäm den årliga minskningen av antalet invånare i procent.

$$34. \quad 32000 \cdot x^8 = 23000$$

$$x = \left(\frac{23}{32}\right)^{1/8} \approx 0,96$$

$$\text{Den årliga minskningen} = 1 - 0,96 = \underline{4\%}$$

35 Enligt en enkel modell minskar en ny bil i värde med 25 % per år. Efter fem år är Fredriks bil enligt denna modell värd 80 000 kr. Hur mycket kostade Fredriks bil när den var ny?

$$35. \quad x \cdot 0,75^5 = 80000$$

$$x = \frac{80000}{0,75^5} \approx \underline{337000 \text{ kr}}$$

36 Ange två bråk med olika nämnare, vars summa är $\frac{7}{16}$

$$36. \quad \text{ex. v.} \quad \underline{\frac{2}{32} \text{ och } \frac{3}{8}}$$

37 Antalet dagliga besökare på en hemsida ökar med lika många procent varje år sju år i rad. Det första året hade hemsidan 2 200 besökare varje dag och sju år senare var det 7 000 besökare per dag. Med hur många procent ökade antalet besökare per dag varje år om vi antar att den årliga procentuella ökningen var lika stor hela tiden?

$$37, \quad 2200 \cdot x^7 = 7000$$

$$x = \left(\frac{70}{22}\right)^{1/7} \approx 1,18 \quad \Rightarrow \quad \underline{\text{Den årliga ökningen} = 18\%}$$

38 Den effekt som man kan få ut från ett vindkraftverk beskrivs av formeln $P = 0,5 \cdot \rho \cdot A \cdot v^3$, där P är effekten i W, ρ luftens densitet som kan sättas till $1,225 \text{ kg/m}^3$, A sveparean i m^2 som beror på vingarnas längd och v vindhastigheten i m/s.

- Hur stor effekt ger ett vindkraftverk med sveparean $2\,125 \text{ m}^2$ när vindhastigheten är 6 m/s ?
- Hur mycket ökar effekten om vindhastigheten ökar till 10 m/s ?
- Man ska bygga ett vindkraftverk som ska ge effekten $3,3 \text{ MW}$ när vindhastigheten är 12 m/s . Hur stor måste sveparean vara?
- Vilken vindhastighet krävs för att effekten ska bli $2,0 \text{ MW}$, om sveparean är $2\,500 \text{ m}^2$?

$$38. \quad a) \quad P = 0,5 \cdot 1,225 \cdot 2125 \cdot 6^3 = \underline{281 \text{ kW}}$$

$$b) \quad P_2 = 281 \cdot \left(\frac{10}{6}\right)^3 = 1301 \text{ kW}, \quad \text{ökningen} = \underline{1020 \text{ kW}}$$

$$c) \quad A = \frac{P}{0,5 \cdot \rho \cdot v^3} = \frac{3,3 \cdot 10^6}{0,5 \cdot 1,225 \cdot 12^3} \approx \underline{3100 \text{ m}^2}$$

$$d) \quad v = \sqrt[3]{\frac{P}{0,5 \rho A}} = \left(\frac{2 \cdot 10^6}{0,5 \cdot 1,225 \cdot 2500}\right)^{1/3} \approx \underline{11 \text{ m/s}}$$

39 Jorryt ska få 15 000 kr i studentpresent. Hennes föräldrar har hittat en räntefond med 4,7 % utlovad årlig tillväxt och tänker sätta in en summa när Jorryt går ut grundskolan. Hur mycket pengar ska föräldrarna sätta in för att värdet ska vara 15 000 kr tre år senare?

$$39. \quad x \cdot 1,047^3 = 15000$$

$$x = \frac{15000}{1,047^3} = \underline{13070 \text{ kr}}$$

40 Niclas är n cm lång och Alma är a cm lång.
Vad betyder
a) $n = 1,25 \cdot a$ i det här sammanhanget
b) $a = 0,8 \cdot n$ i det här sammanhanget

40. a) Niclas är 25% längre än Alma

b) Alma är 20% kortare än Niclas

Både a) och b) uttrycker samma sak på två olika sätt.

41 För att köpa en lägenhet eller ett hus behöver man ofta låna pengar. Du ska i ett kalkylblad räkna ut vad månadskostnaden blir för en bostadsrätt.

Månadskostnaden beror av aktuell ränta, amorteringstid, månadsavgiften till bostadsrättsföreningen samt av skattereduktionen man får på räntekostnaden. Så här kan kalkylbladet se ut om du lånar 995 000 kr med en räntesats på 2,3 % och köper en lägenhet med en månadsavgift på 3 807 kr.

	A	B	C
1	Lånebelopp:	995000 kr	
2	Räntesats:	2,30 %	
3	Amorteringstid i år	40	
4	Ränta i kronor per månad		
5	Skattereduktion		
6	Amortering per månad		
7	Månadskostnad		
8			
9	Lägenhet	Månadsavgift	
10	2 r.o.k.	3807 kr	

a) Skriv in formler i kalkylbladet för att beräkna räntan, skattereduktionen, amorteringen och månadskostnaden. Utnyttja att:

- ▶ Räntan i kr per månad: Räntesatsen multiplicerat med lånebeloppet dividerat med 12.
- ▶ Skattereduktionen: 30 procent av räntekostnaden per månad
- ▶ Amortering: Lånebeloppet dividerat med antalet månader som lånet ska betalas tillbaka på.
- ▶ Månadskostnad: Summan av månadsavgift, ränta och amortering per månad minus skattereduktionen.

b) Vad blir månadskostnaden den första månaden om du utgår från värdena i kalkylbladet?

c) Hur mycket ändras månadskostnaden i b) om räntesatsen ökar med 1,5 procentenheter?

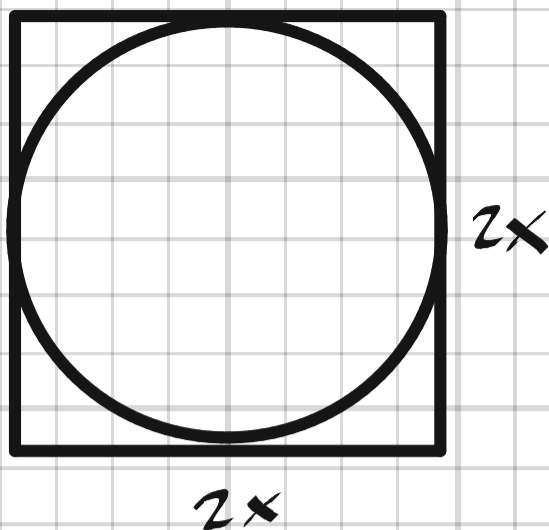
d) Hur förändras månadskostnaden i b) om du behöver låna dubbelt så mycket men köper en lägenhet som har hälften så hög månadsavgift? Räntesatsen är 2,3 %.

41. b) 7215 kr c) Den ökar med $(8086 - 7215) = 871$ kr

d) Den ökar med $(8719 - 7215) = 1504$ kr

	A	B	C	D	E
1		b)	c)	d)	
2	Lånebelopp:	995000	995000	1990000	
3	Räntesats:	2.30%	3.80%	2.30%	
4	Amorteringstid i år:	40	40	40	
5	Ränta i kr per månad:	1907	3151	3814	
6	Skattereduktion:	572	945	1144	
7	Amortering per månad:	2073	2073	4146	
8	Månadskostnad:	7215	8086	8719	
9					
10	Lägenhet	Månadsavgift	Månadsavgift	Månadsavgift	
11	2 r. o. k.	3807	3807	1903.5	
12					
13					

42 Ariel tycker om pizza och önskar att pizzorna var lika stora som den kvadratiske kartongen de packas i. Hur mycket mer pizza skulle hon få i så fall? Svara med ett bråk eller i procent.



42,

$$\frac{2x \cdot 2x}{\pi x^2} - 1 = \frac{4}{\pi} - 1 \approx 0.273 = \underline{27.3\% \text{ mer.}}$$

43 Vilket av följande alternativ är mest fördelaktigt för dig om du ska köpa en vara?

A En prishöjning på 5 % följt av en sänkning på 7 %

B En prissänkning på 7 % följt av en höjning på 5 %?

43,

$$\left. \begin{array}{l} A: 1.05 \cdot 0.93 = 0.9765 \\ B: 0.93 \cdot 1.05 = 0.9765 \end{array} \right\} \text{B\u00e4gge alternativen \u00e4r lika f\u00f6rdelaktiga.}$$

44 Ett hus \u00f6kar varje \u00e5r i v\u00e4rde till 12/11 av v\u00e4rdet j\u00e4mf\u00f6rt med \u00e5ret innan. I dag \u00e4r huset v\u00e4rt 1,2 miljoner kronor.

a) Hur mycket blir huset v\u00e4rt om tv\u00e5 \u00e5r?

b) Hur mycket var huset v\u00e4rt f\u00f6r tre \u00e5r sedan?



44,

a) $1.2 \cdot \left(\frac{12}{11}\right)^2 \approx \underline{1.43 \text{ milj.}}$

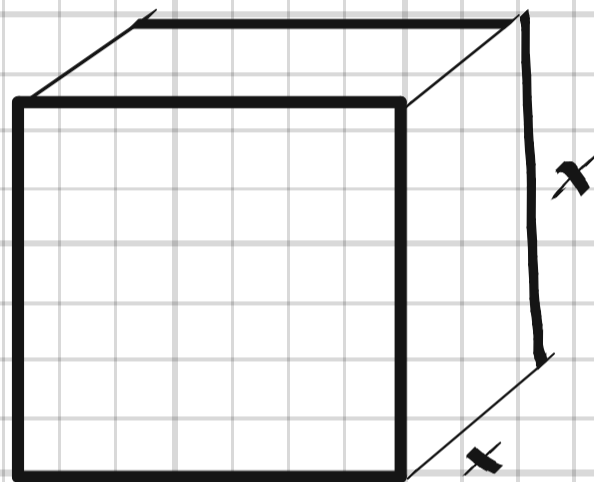
b) $\frac{1.2}{\left(\frac{12}{11}\right)^3} \approx \underline{0.924 \text{ milj.}}$

45 Priset på en resväska höjdes först med 25 % och sänktes sedan med 10 %. Om man i stället först höjer priset med 10 %, med hur många procent ska man sedan höja eller sänka priset om man vill ha samma slutpris?

$$45, \quad 1,25 \cdot 0,9 = 1,10 \cdot x \quad \Rightarrow \quad x = 1,023$$

Man ska höja med 2,3%

46 En kubformad låda med lock har volymen 60 dm^3 . Hur stor volym har en likadant formad låda utan lock, om man använder lika mycket material som till lådan med lock?



46,

$$\text{Sidans } x = 60^{1/3} \text{ dm}$$

$$\text{Total yta } S = 6 \cdot x^2 = 6 \cdot (60^{1/3})^2 = 6 \cdot 60^{2/3}$$

Om ytan fördelas på 5 sidor med kantlängden y

$$\Rightarrow \quad y^2 = \frac{S}{5} = \frac{6 \cdot 60^{2/3}}{5}$$

$$\text{Volymen} = y^3 = (y^2)^{3/2} = \left(\frac{6 \cdot 60^{2/3}}{5}\right)^{3/2} \approx \underline{78,9 \text{ dm}^3}$$

47 Isak har ett lån där årsräntan tidigare var 7 500 kr. När räntesatsen sedan höjdes med 1,5 procentenheter ökade hans räntekostnad till 9 000 kr. Hur stort är lånet och vilken är den nya räntesatsen?

$$47. \quad \begin{cases} x \cdot r = 7500 \\ x \cdot (r + 0,015) = 9000 \end{cases}$$

$$x \cdot r + 0,015x = 9000$$

$$7500 + 0,015x = 9000$$

$$x = \frac{9000 - 7500}{0,015} = 100000$$

$$r + 0,015 = \frac{7500}{100000} + 0,015 = 0,09$$

Lånet "är 100.000 kr och den nya räntesatsen "är 9%

48 Lös ekvationen exakt

a) $(x - 20)^2 = 81$

b) $3(7y - 6)^2 - 166 = 26$

c) $\frac{4}{x} = \sqrt[3]{x}$

d) $\sqrt{\sqrt{x}} = 27x$

48. a) $x = \pm 9 + 20$

$x_1 = 11, x_2 = 29$

b) $(7y - 6)^2 = 64$

$y = \frac{\pm 8 + 6}{7}$

$y_1 = -\frac{2}{7}, y_2 = 2$

c) $4 = x^{1/3} \cdot x$

$x^{4/3} = 4$

$x^4 = 4^3$

$x = \pm 4^{3/4}$

d) $(x^{1/2})^{1/2} = 27x$

$x^{1/4} = 27x$

$x = 27^4 x^4$

$x^3 = 27^{-4}$

$x = 27^{-4/3} = \frac{1}{27^{4/3}} = \frac{1}{81}$

50 Ett år hade företaget BOX AB en omsättning på 3,5 miljoner kronor. Det var en ökning med totalt a % på tre år. Företagsledningen spår att omsättningen kommer att fortsätta att öka i samma takt. Skriv en formel som visar företags omsättning V kr om x år.

50. Förändringsfaktorn = $(1 + \frac{a}{100})^{1/3} \Rightarrow$

$V = 3,5 \cdot Ff^x = 3,5 \cdot (1 + \frac{a}{100})^{\frac{x}{3}}$

Käre Emrik!

Ack ja, tiden går och jag knallar på uppåt i ålder (jag känner mig fortfarande frisk och pigg, men jag har ändå just fyllt 75, som Du vet). Jag har tänkt ge Dig en del av mina besparingar. Jag sätter undan en summa till Dig varje år och startar med detta i nu i januari. Du får välja vilket av följande alternativ Du vill att jag skall använda.

A 550 kr nu i januari och därefter 550 kr i januari varje år osv.

B 1 000 kr nu i januari, 900 kr i januari nästkommande år, 800 kr i januari året därefter osv.

C Ett engångsbelopp på 2 000 kr. Du får 11 procent årlig ränta från och med nu i januari.

Naturligtvis gäller detta bara medan jag lever. Pengarna betalas ut vid min bortgång. Jag ser fram mot att få höra vilket av dessa alternativ du väljer, och varför.

Kära hälsningar

Tant Hulda

Hjälp Emrik att jämföra de olika alternativen med hjälp av ett kalkylblad.

(Inspirerad av Np MaA vt 1999)

51.

Vilket alternativ som är bäst beror på hur länge Hulda lever.

	A	B	C	D
1				
2				
3	År	A	B	C
4	1	550	1000	2000
5	2	1050	1900	2220
6	3	1550	2700	2464
7	4	2050	3400	2735
8	5	2550	4000	3036
9	6	3050	4500	3370
10	7	3550	4900	3741
11	8	4050	5200	4152
12	9	4550	5400	4609
13	10	5050	5500	5116
14	11	5550	5500	5679
15				
16				

