

1 Anders har satt in pengar på ett konto. Kapitalet  $K$  kr på kontot efter  $t$  år beskrivs av  $K(t) = 8\,500 \cdot 1,019^t$ .

- Hur mycket pengar satte Anders in?
- Hur stor är räntesatsen på kontot? Svara i procent.
- Vilken typ av funktion är  $K$ ?

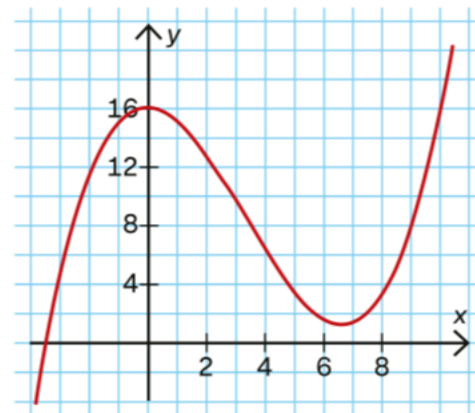
1. a) 8500 kr

b) 1.9%

c) Exponentialfunktion

2 Figuren visar grafen till funktionen  $f$ .

- Bestäm  $f(9)$ .
- Lös ekvationen  $f(x) = 16$ .



2. a)  $f(9) = 8$

b)  $x_1 = 0, x_2 = 10$

3 Låt  $f(x) = 2x - 7$ . Bestäm

- $f(3)$
- $x$  då  $f(x) = 12$
- $f(2a)$

3. a)  $f(3) = 2 \cdot 3 - 7 = -1$

b)  $2x - 7 = 12 \Rightarrow x = \frac{12+7}{2} = \frac{19}{2}$

c)  $f(2a) = 2 \cdot 2a - 7 = 4a - 7$

4 Ekvationen för en rät linje är  $y = 2x + 1$ . Bestäm ekvationen för en rät linje som är parallell med denna linje och som går genom punkten (4, 5).

4,  $y_2 = 2x + m$

$$2 \cdot 4 + m = 5 \quad \Rightarrow \quad m = -3$$

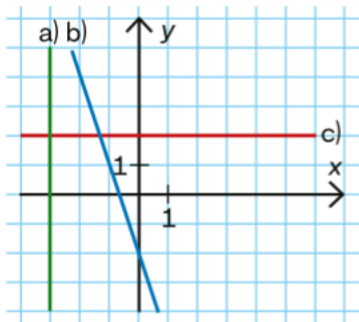
$$\underline{y_2 = 2x - 3}$$

5 En cykeltaxi tar betalt enligt  $p(x) = 20x + 30$  där  $p(x)$  är priset i kr och  $x$  är körsträckan i km. Maxlängden för resan är 4,5 km. Ange funktionens definitions- och värdemängd.

5, Definitionsmängd:  $0 \leq x \leq 4,5$  km

Värdemängd:  $30 \leq p \leq 120$  kr

6 Bestäm linjernas ekvationer.



6, a)  $x = -3$

b)  $y = -3x - 2$

c)  $y = 2$

7 Bestäm ekvationen för den räta linje som går genom punkterna (1, 4) och (3, 5).

$$7. \quad k = \frac{5-4}{3-1} = \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{1}{2}x + m$$

$$(1, 4) \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 1 + m = 4 \Rightarrow m = \frac{7}{2}$$

$$\underline{y = \frac{1}{2}x + \frac{7}{2}}$$

8 De funktioner  $f$  som definieras av  $f(x) = kx + m$ , där  $k$  och  $m$  är konstanter, kallas ibland linjära funktioner. Men för de flesta matematiker ska en linjär funktion  $p$  uppfylla följande villkor:

- ▶  $p(x + y) = p(x) + p(y)$  för alla  $x$  och  $y$
- ▶  $p(ax) = a \cdot p(x)$  för alla tal  $a$

- a) Visa att funktionen  $f$  enligt dessa villkor inte är en linjär funktion.  
b) Avgör om  $g(x) = kx$ , där  $k$  är en konstant, är en linjär funktion enligt villkoren.

$$8. \quad a) \quad \underline{f(x+y) = f(x) + f(y)}$$

$$VL = k(x+y) + m = kx + ky + m$$

$$HL = kx + m + ky + m = kx + ky + 2m$$

$$\left. \begin{array}{l} VL = kx + ky + m \\ HL = kx + ky + 2m \end{array} \right\} VL \neq HL \quad \#$$

$$\underline{f(ax) = a \cdot f(x)}$$

$$VL = k \cdot ax + m$$

$$HL = a(kx + m) = kax + am$$

$$\left. \begin{array}{l} VL = k \cdot ax + m \\ HL = kax + am \end{array} \right\} VL \neq HL \quad \#$$

$$b) \quad g(x) = kx$$

$$\underline{g(x+y) = g(x) + g(y)}$$

$$\left. \begin{array}{l} VL = k(x+y) = kx + ky \\ HL = kx + ky \end{array} \right\} VL = HL \quad \#$$

$$\underline{g(ax) = a \cdot g(x)}$$

$$\left. \begin{array}{l} VL = k \cdot ax \\ HL = a \cdot kx \end{array} \right\} VL = HL \quad \#$$

9 Bamrah investerar 12 000 kr i en aktiefond. Han förväntar sig en årlig procentuell ökning på 4,4 %.

- a) Teckna en exponentialfunktion som beskriver värdet på kontot,  $V(t)$  kr, som funktion av tiden  $t$  år från den första insättningen.
- b) Lös ekvationen  $V(t) = 15 500$  och tolka vad det betyder i det här sammanhanget.

$$9. \quad a) \quad \underline{V(t) = 12000 \cdot 1,044^t}$$

$$b) \quad 12000 \cdot 1,044^t = 15500$$

$$\underline{\text{Geogebra ger } t = 5,94}$$

Det tar ca 6 år för kapitalet  
12000 kr att växa till 15500 kr.

**10** Priset på drivmedlet E85 är proportionellt mot volymen. 48,32 liter E85 kostar 509,29 kr.

- a) Ange en ekvation som visar priset  $y$  kr som en funktion av volymen  $x$  liter.  
b) Ange proportionalitetskonstanten och tolka vad den betyder i sammanhanget.

10. b)  $k = \frac{509,29}{48,32} = 10,54 \text{ kr/liter}$

$k = \text{literpriset}$

a)  $y = 10,54x$

**11** Ett budbolag delar upp priset i grundavgift, kilometeravgift och en timavgift.

**Grundavgift:** 45 kr

**Timavgift:** 395 kr/timme

**Kilometeravgift:** 10,90 kr/km

- a) Avståndet mellan Stockholm och Göteborg är 484 km. Vad kommer det att kosta att köra ett bud från Stockholm till Göteborg, om vi antar att de kör med den konstanta farten 100 km/h?  
b) Ange ett funktionsuttryck som beskriver priset  $p(x)$  kr som en funktion av den körda sträckan  $x$  km. (Vi antar att sträckan avverkas i den konstanta farten 100 km/h.)

11. a)  $p(x, t) = 10,90x + 395t + 45$

$t = \frac{s}{v} = \frac{484}{100} = 4,84 \text{ h}$

$p(484, 4,84) = 10,90 \cdot 484 + 395 \cdot 4,84 + 45 = \underline{7230 \text{ kr}}$

b)  $p(x) = 10,90x + 395 \cdot \frac{x}{100} + 45 \Rightarrow$

$p(x) = 14,85x + 45$

**12** Mellan år 2010 och 2020 minskade antalet invånare i Sorsele kommun med cirka 300 invånare. År 2020 var antalet invånare i kommunen 2 442.

- ▶ Hur många invånare per år tappade Sorsele i genomsnitt under perioden 2010 till 2020?
- ▶ Anta att antalet invånare i kommunen efter år 2020 kommer att fortsätta att minska med lika stort antal per år som det i genomsnitt gjorde under perioden 2010 till 2020. Beskriv antalet invånare efter år 2020 med en linjär modell.

På kommunkontoret i Sorsele vill man undersöka befolkningsutvecklingen i kommunen med en exponentiell modell. Man ställer därför upp ekvationen

$$2\,442 = 2\,742 \cdot x^{10}$$

- ▶ Vad står  $x$  i ekvationen för?
- ▶ Lös ekvationen och beskriv befolkningsutvecklingen från år 2020 med en exponentiell modell.
- ▶ Ange en rimlig definitionsmängd till de bägge modellerna. Motivera dina svar.

12. Minskning med  $300/10 = 30$  invånare per år

$$y_1 = -30t + 2442$$

$$\text{Förändringsfaktorn } x = \left(\frac{2442}{2742}\right)^{1/10} = 0,9885$$

Den genomsnittliga procentuella sänkningen

$$\text{blir } 1 - x = 0,0115 = 1,15\%$$

$$y_2 = 2442 \cdot 0,9885^t$$

$$\text{Definitionsmängd: } -10 \leq t \leq 81,4$$

10 år tillbaka i tiden är kända  $\Rightarrow t_{\min} = -10$

$y$  kan ej bli negativ  $\Rightarrow t_{\max} = 81,4$ .