

35 Beskriv en verklig situation där något

- a) ökar exponentiellt
- b) minskar exponentiellt

a) Insatt kapital som växer med samma procentsats per år

b) En vara som sjunker i värde med samma procentsats per år.

36 En rät linje går genom punkten (1, 2) och genom en punkt som ligger i 2:a kvadranten.

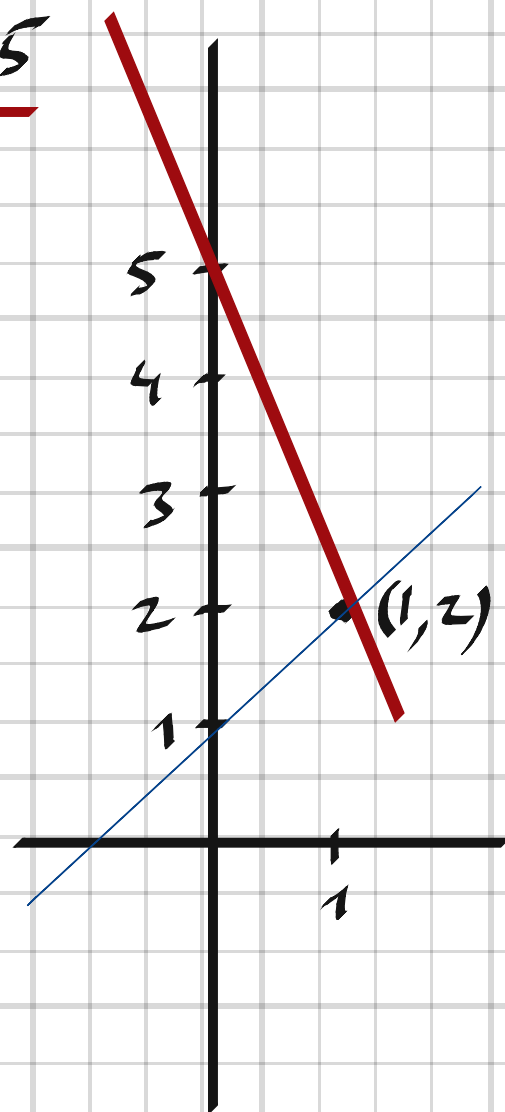
- a) Ge exempel på en ekvation med negativ riktningskoefficient som uppfyller villkoret.
- b) Ge exempel på en ekvation med positiv riktningskoefficient som uppfyller villkoret.

36. a) $y - 2 = k(x - 1)$, $k < 0$

ex. $k = -3 \Rightarrow y = -3(x - 1) + 2 = \underline{-3x + 5}$

b)

ex. $k = 1 \Rightarrow y = 1 \cdot (x - 1) + 2 = \underline{x + 1}$



37 Låt $f(x) = (x + a)(x + a)$ och $g(x) = x^2 + a^2$.
Teckna ett uttryck för $f(x) - g(x)$ och förenkla
det så långt som möjligt.

37.

$$f(x) - g(x) = (x+a)(x+a) - (x^2 + a^2) =$$
$$= x^2 + 2ax + a^2 - x^2 - a^2 = \underline{2ax}$$

38 Beräkna utan att använda räknare

a) $16^{\frac{3}{2}}$

b) $27^{\frac{4}{3}}$

38. a) $16^{\frac{3}{2}} = (16^{\frac{1}{2}})^3 = 4^3 = \underline{64}$

b) $27^{\frac{4}{3}} = (27^{\frac{1}{3}})^4 = 3^4 = \underline{81}$

39 James hittade ett lårben och ett fotavtryck i fossil från en dinosaurie. Längden på fotavtrycket var 40 cm och längden av lårbenet 100 cm. Tidigare hade man på den platsen hittat ben som visade att hela dinosaurien var 700 cm lång.



a) Bestäm förhållandet mellan längden på fotavtrycket och dinosauriens längd.

b) Sedan hittade James ett fotavtryck till som var 30 cm långt och som han trodde kom från samma art. Hur lång var dinosaurien som lämnat 30 cm-avtrycket, om förhållandet var detsamma?

c) På samma plats fann han också ett lårben som var 50 cm. Är det troligt att det kan vara från samma dinosaurie som lämnat 30 cm-fotavtrycket?

$$39. \quad a) \quad \frac{40}{700} = \frac{20}{350} = \frac{2}{35} \approx 0.057$$

$$b) \quad 700 \cdot \frac{30}{40} = \underline{525 \text{ cm}}$$

c) Nej, eftersom lårbenet "är hälften så stort så borde även fotavtrycket vara hälften så stort."

40 Alejandro har en termos med varmt vatten. Från början är temperaturen $90\text{ }^\circ\text{C}$. Han mäter temperaturen efter 5 timmar och då har den sjunkit till $79\text{ }^\circ\text{C}$. Beskriv temperaturen $y\text{ }^\circ\text{C}$ efter x timmar med en

- a) linjär modell
- b) exponentiell modell
- c) Alejandro vill beskriva temperaturen med en potensmodell $y = Cx^a$. Varför är inte det möjligt i detta fall?

40.

a) $y = -\frac{11}{5}x + 90$

b) $y = c \cdot a^x$

$$c = 90$$

$$a^5 = \frac{79}{90} \Rightarrow a = \left(\frac{79}{90}\right)^{1/5} = 0.974$$

$y = 90 \cdot 0.974^x$

c) $y = c \cdot x^a$

$$c = 90$$

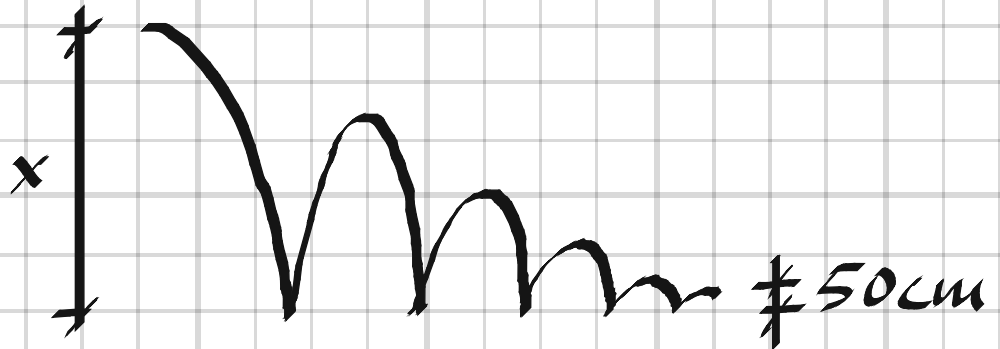
$y(0) = 90 \cdot 0 = 0$ vilket ju inte stämmer.

41 Förklara varför definitionsmängden till

$$f(x) = 4x + \frac{12}{3x-2} \text{ består av alla } x \neq \frac{2}{3}.$$

41. Funktionen är definierad för alla x utom $x = \frac{2}{3}$ då nämnaren blir noll.

42 En boll som släpps från en viss höjd och får studs mot ett golv studsar vid varje studs upp till 60 % av den föregående höjden. Efter fem studsar når bollen upp till höjden 50 cm. Från vilken höjd släpptes bollen ursprungligen?



42,

$$x \cdot 0,6^5 = 50$$

$$x = \frac{50}{0,6^5} = \underline{\underline{643 \text{ cm}}}$$

43 Grafen $y = f(x)$ till en funktion beskriver en rät linje i ett koordinatsystem. För funktionen gäller att $f(3) = -7$ och $f(9) = -28$. Bestäm funktionsuttrycket $f(x)$.

$$43, \quad k = \frac{-7 - (-28)}{3 - 9} = \frac{-21}{6} = -\frac{7}{2}$$

$$f(x) = -\frac{7}{2}x + m$$

$$(3, -7) \Rightarrow -\frac{7}{2} \cdot 3 + m = -7 \Rightarrow m = -7 + \frac{21}{2} = \frac{7}{2}$$

$$\underline{f(x) = -\frac{7}{2}x + \frac{7}{2}}$$

44 Lös ekvationerna

a) $10^{-3} \cdot x + 10^{-2} = 10^{-1}$

b) $1 + \frac{2}{3x} = \frac{4}{5x}$

$$44, \quad a) \quad 10^{-3}x = 0,1 - 0,01$$

$$x = \frac{0,09}{10^{-3}} = \underline{90}$$

$$b) \quad 15x + 10 = 12$$

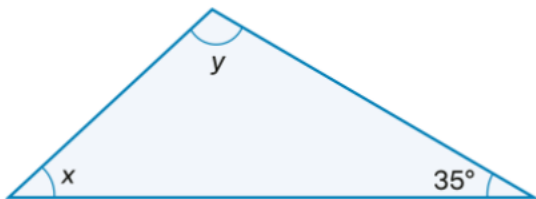
$$x = \frac{12 - 10}{15} = \underline{\frac{2}{15}}$$

45 En akties värde ökar procentuellt lika mycket varje dag, fem dagar i rad. Bestäm den dagliga ökningen i procent om den totala ökningen under femdagarsperioden var 50 %.

$$45. \quad (x+1)^5 = 1.5$$

$$x = 1.5^{1/5} - 1 = 0.084 = \underline{8.4\%}$$

46 I en triangel är vinklarna angivna.



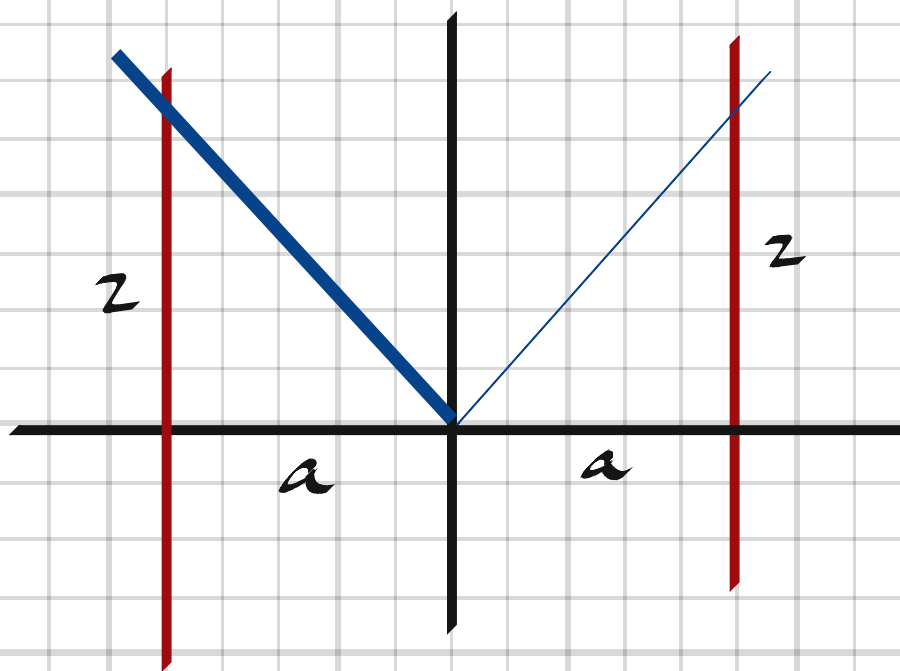
- a) Skriv y som en funktion av x .
b) Ange funktionens värdemängd.

(Np Ma1c vt 2012)

$$46. \quad a) \quad y(x) = 180^\circ - 35^\circ - x = \underline{145^\circ - x}$$

$$b) \quad \underline{0 < y < 145^\circ}$$

47 Linjerna $y = \frac{2x}{a}$ och $x = a$ avgränsar tillsammans med x -axeln ett område. Bestäm värdet på konstanten a så att områdets area blir 3 areaenheter.



47.

$$\frac{2a}{2} = 3$$

$$\underline{a = \pm 3 \text{ l.e.}}$$

48 Lös ekvationen

$$9^x + 9^x + 9^x = 3^{2023}$$

48.

$$3 \cdot 9^x = 3^{2023}$$

$$3 \cdot 3^{2x} = 3^{2023}$$

$$1 + 2x = 2023$$

$$\underline{x = 1011}$$

49 Värde på en motorbåt antas minska exponentiellt med tiden. Efter tre år är båten värd 120 000 kr och efter ytterligare två år har värdet minskat till 80 000 kr. Ställ upp ett funktionsuttryck $V(t)$ som visar båtens värde i kronor som funktion av tiden t år räknat från inköpstillfället.

49.

$$V(t) = C \cdot a^t$$

$$\begin{cases} C \cdot a^3 = 120\,000 \\ C \cdot a^5 = 80\,000 \end{cases}$$

$$\frac{a^5}{a^3} = \frac{8}{12}$$

$$a = \left(\frac{2}{3}\right)^{3/2}$$

$$C = \frac{120\,000}{a^3} = \frac{120\,000}{\left(\frac{2}{3}\right)^{3/2}} = \frac{120\,000}{\sqrt{\frac{8}{27}}} = \frac{120\,000 \cdot \sqrt{27}}{\sqrt{8}}$$

$$V(t) = \frac{120\,000 \cdot \sqrt{27}}{\sqrt{8}} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{t/2}$$

$$\underline{V(t) \approx 220\,000 \cdot 0.82^t}$$

50 Låt $f(x) = 3x - 4$ och $g(x) = 2 - 5x$.
Bestäm x då $f(g(x)) = -43$.

$$50. \quad f(g(x)) = 3(2 - 5x) - 4 = 2 - 15x$$

$$2 - 15x = -43$$

$$x = \frac{2 + 43}{15} = \underline{3}$$

51 För en funktion f där $f(x) = kx + m$ gäller att

► $f(x + 1) - f(x) = 4$

► $f(1) = 5$

Bestäm $f(x)$.

$$51. \quad k(x + 1) + m - kx - m = 4 \quad \Rightarrow \quad k = 4$$

$$f(x) = 4x + m$$

$$f(1) = 5 \quad \Rightarrow \quad 4 \cdot 1 + m = 5 \quad \Rightarrow \quad m = 1$$

$$\underline{f(x) = 4x + 1}$$
