2113 Ett heltal betecknas med m. Ange ett uttryck för

a) heltalet närmast före m

b) heltalet närmast efter m

c) summan av m och de två talen i uppgift a) och b)

2113.

a) $m-1$

b) $m+1$

c) $m-1+m+m+1 = 3m$

2114 Heltalet x är ett udda tal. Teckna uttryck för de två närmast följande *jämna* heltalen.

2114. $x+1$ resp. $x+3$

2115 Siri och Fiona var på ett café och beställde var sin smörgås. Priset på Fionas smörgås var x kr och Siris smörgås var 6 kr dyrare. Siri köpte också en kopp te för y kr och Fiona köpte en kopp kaffe som var 10 kr dyrare är Siris te. De delade på notan och betalade lika mycket var. Teckna ett uttryck för hur mycket var och en fick betala.

2115.

$$\frac{x+x+6+y+y+10}{2} = x+y+8$$

2116 Beräkna värdet av följande uttryck för $a = 3$ och $b = -2$.

a) $a - b$

b) $ab + b^2$

c) $\frac{a}{b + ab^2}$

d) $b^3 + 4a$

2116.

a) $3-(-2) = \underline{5}$

b) $3\cdot(-2) + (-2)^2 = -6 + 4 = \underline{-2}$

c) $\frac{3}{-2+3\cdot(-2)^2} = \frac{3}{-2+12} = \underline{\frac{3}{10}}$

d) $(-2)^3 + 4\cdot 3 = -8 + 12 = \underline{4}$

2117 Vasa-Nisse åker Vasaloppet. När han har åkt i t timmar, har han $(90 - 11t)$ km kvar till målet i Mora.

a) Vad betyder i detta fall konstanttermen 90?

b) Vad betyder i detta fall koefficienten 11?

c) Hur långt har Vasa-Nisse kvar till målet när han har åkt i fem timmar?

2117.

a) Loppets kvarvarande längd från start

b) Den genomsnittliga hastigheten i km/h.

c) $90 - 11\cdot 5 = \underline{35 \text{ km}}$

2118 På landsväg förbrukar en medelstor bil 8,3 liter bensin per 100 km körsträcka. Bensintanken rymmer 62 liter. Teckna ett uttryck för hur mycket bensin som finns i tanken *s* mil efter att man har tankat fullt.

2118. $62 - 0{,}83s$

2119 Om talet *n* är ett heltal, vilken typ av heltal beskriver då uttrycket

a) $2n$

b) $2n + 1$

2119. a) Ett jämnt heltal

b) Ett udda heltal

2120 Du vet att $2x + 7 = 39$.

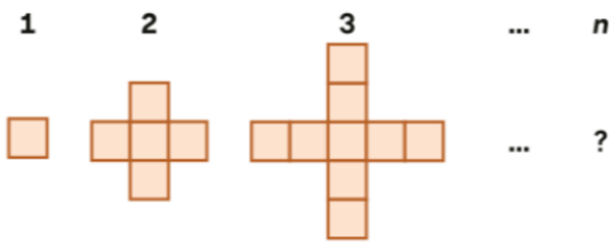
a) Vad är då värdet av $2x + 12$?

b) Vad är då värdet av $4x + 14$?

2120. a) $2x + 12 = 39 + (12 - 7) = 44$

b) $4x + 14 = 2 \cdot 39 = 78$

2121 Figurerna fortsätter enligt samma mönster. Teckna ett uttryck för antalet kvadrater i figur n.



2121.

n	a
1	1
2	5
3	9

$\Rightarrow$ $\underline{a = 4n - 3}$

2122 När familjen Hemmi har satt i gång sin bastu stiger temperaturen med 3,5 grader per minut.

a) Teckna ett uttryck för temperaturen i bastun t minuter efter att den satts i gång.

b) För vilka värden på t är det rimligt att uttrycket gäller?

2122.

a) $20 + 3.5t$ (förutsatt rumstemp = 20°C)

b) 90°C $\Rightarrow t = \frac{70}{3.5} = 20 \Rightarrow 0 \leq t \leq 20$ min

---

2123 Låt p vara ett primtal. Kan du med säkerhet påstå att $p + 1$ inte är ett primtal? Motivera ditt svar.

2123. Nej. 2 är ett primtal, liksom 3.

2124 Att hyra bil i Österrike kostar 55 euro för ett dygn. Då ingår 30 fria mil, men om man överskrider detta kostar varje extra mil 1,50 euro. Bensin ingår inte i hyran.

a) Vad blir hyrkostnaden om man kör s mil under ett dygn?

b) Bensinkostnaden är cirka 90 cent per mil. Vad blir den totala kostnaden om man kör s mil under ett dygn?

2124.

a) $55, \quad s \leq 30$

$55 + (s-30) \cdot 1.5, \quad s > 30$

b) $(55 + 0.9s)$ €, $\quad s \leq 30$

$(55 + (s-30) \cdot 1.5 + 0.9s)$ €, $\quad s > 30$

2125 Vad är värdet av x^2y^2, om $x = 2$ och $\frac{x}{y} = -8$?

2125. $x^2y^2 = x^2\left(-\frac{x}{8}\right)^2 = 2^2 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{4}{16} = \underline{\frac{1}{4}}$

2126 Talet n är det största heltal för vilket $4n$ är tresiffrigt och m är det minsta positiva heltal för vilket $4m$ är tresiffrigt. Bestäm $4n - 4m$.

(Kängurutävlingen 2013 – Junior)

2126. $4n = 996$

$4m = 100$

$4n - 4m = 996 - 100 = \underline{896}$

2142 a) Förenkla uttrycket så långt som möjligt.

$(7x + y - 2x^2) - (5 + 2y - x^2)$

b) Beräkna värdet av uttrycket för $x = 3$ och $y = -1$.

2142. a) $7x + y - 2x^2 - 5 - 2y + x^2 = \underline{-x^2 + 7x - y - 5}$

b) $-3^2 + 7 \cdot 3 - (-1) - 5 = -9 + 21 + 1 - 5 = \underline{8}$

2143 Beräkna värdet av uttrycket $\frac{1}{xy^2}$ för $x = 2$ och $y = -3$.

2143. $\frac{1}{xy^2} = \frac{1}{2\cdot(-3)^2} = \underline{\frac{1}{18}}$

2144 Förenkla uttrycken så långt som möjligt.

a) $-2a - a + b \cdot a - 0{,}1ab$

b) $2\sqrt{b} - \sqrt{b}$

2144. a) $\underline{-3a + 0{,}9ab}$

b) $\underline{\sqrt{b}}$

2145 Låt $a = p + q$ och $b = p - q$. Skriv ett uttryck för $a - b$ och förenkla det.

2145. $p + q - (p - q) = \underline{2q}$

2146 Ett 5-dagars liftkort i Alperna kostar *x* euro för barn 7–15 år, 58 euro mer för ungdomar 16–18 år och är ytterligare 26,50 euro dyrare för vuxna.

a) Teckna ett uttryck för hur mycket liftkorten kostar för en familj med två vuxna, en 17-åring och två 13-åriga tvillingar.

b) Hur mycket kostar ett liftkort för barn, om familjen fick betala totalt 684,50 euro?

2146. a) $2\cdot(x+58+26{,}50)+x+58+2x=$

$= \underline{5x+227}$

b) $5x+227=684.5$

$x = \dfrac{684.5-227}{5} = \underline{91.5\ €}$

2147 Konstruera en uppgift till en kompis, som handlar om att förenkla ett uttryck. I uttrycket ska variabeln *x* och koefficienterna 3, 5 och 8 ingå. När man förenklar uttrycket ska resultatet bli 10*x*.

2147. <u>Förenkla $8x-(3x-5x)$</u>

2148 Förenkla

a) $5ab + (3a^2b - 7ab) - (9a^2 - 3ab^2)$

b) $5x^2y - (3x^2 + 3y^2 - 5x^2y)$

2148. a) $5ab + 3a^2b - 7ab - 9a^2 + 3ab^2 =$

$= \underline{3a^2b + 3ab^2 - 9a^2 - 2ab}$

b) $5x^2y - 3x^2 - 3y^2 + 5x^2y =$

$= \underline{10x^2y - 3x^2 - 3y^2}$

2149 Rita av figuren och fyll i de tomma rutorna, så att summorna i kvadraten blir $3a + 9$ både lodrätt, vågrätt och diagonalt.

	$a + 3$	
$a + 1$		4

2149.

$2a+2$	2	$a+5$
6	$a + 3$	$2a$
$a + 1$	$2a+4$	4

2150 Förenkla

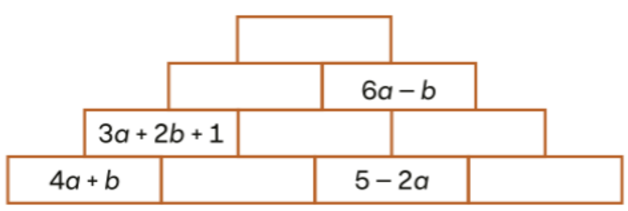
a) $\frac{x}{2}+\frac{y}{2}-\frac{x}{6}+\frac{3y}{6}$ b) $\frac{x}{2}+\frac{y}{2}-\frac{x-2}{6}+\frac{y}{6}$

2150.

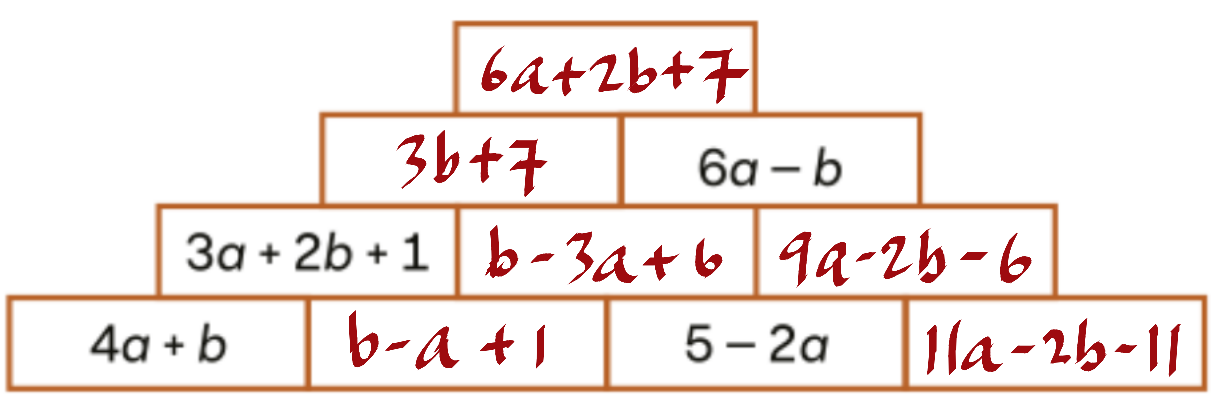
a) $$\frac{3x-x}{6}+\frac{3y+3y}{6}=\underline{\frac{x}{3}+y}$$

b) $$\frac{3x-x}{6}+\frac{3y+y}{6}+\frac{2}{6}=\underline{\frac{x}{3}+\frac{2y}{3}+\frac{1}{3}}$$

2151 Rita av figuren och fyll i de tomma fälten, så att uttrycket i varje fält blir summan av uttrycken i de två fält som det står på.



2151.



2152 Lisa ber Kajsa att tänka på ett tal. Sedan säger hon till Kajsa:

- *Halvera talet*
- *Lägg till 13*
- *Dra bort 5*
- *Multiplicera summan med två*
- *Dra bort det tal du tänkte på*

Förklara hur Lisa kan veta att talet Kajsa kommer fram till på slutet blir 16, trots att Lisa inte vet vilket tal Kajsa först tänkte på.

2152. $\left(\frac{x}{2}+13-5\right)\cdot 2 - x = x+26-10-x = 16$

2153 Förenkla

a) $\dfrac{3x^{\frac{1}{3}} + 2x^{\frac{1}{3}} + x^{\frac{1}{3}}}{3x^{\frac{1}{3}}}$ b) $\dfrac{\sqrt{a} + \sqrt{a\sqrt{a}}}{\sqrt{a}}$

2153. a) $\dfrac{x^{1/3}(3+2+1)}{3x^{1/3}} = \dfrac{6}{3} = \underline{2}$

b) $\dfrac{\sqrt{a}\,(1+a^{1/4})}{\sqrt{a}} = \underline{1+a^{1/4}}$

2154 Förenkla $\dfrac{\frac{1}{b} - \frac{1}{a}}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$

2154.

$$\frac{\frac{a-b}{ab}}{\frac{a+b}{ab}} = \underline{\frac{a-b}{a+b}}$$

2155 $A = \dfrac{B}{B+1}$ där B är ett positivt tal.

Blir A större eller mindre om B dubbleras? Motivera ditt svar.

(Np Ma1c ht 2016)

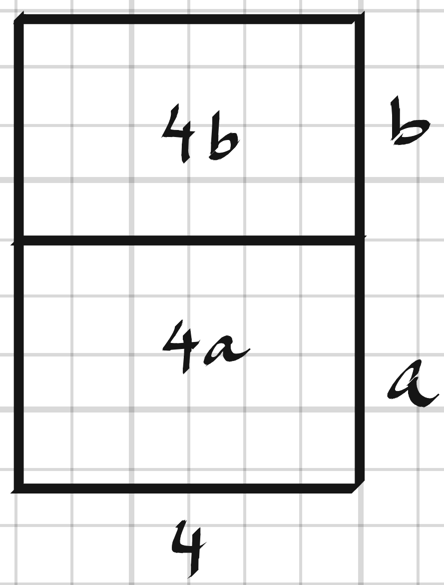
2155

$$\frac{2B}{2B+1} = \frac{2B}{2\left(B+\frac{1}{2}\right)} = \frac{B}{B+\frac{1}{2}} > \frac{B}{B+1} \Rightarrow$$

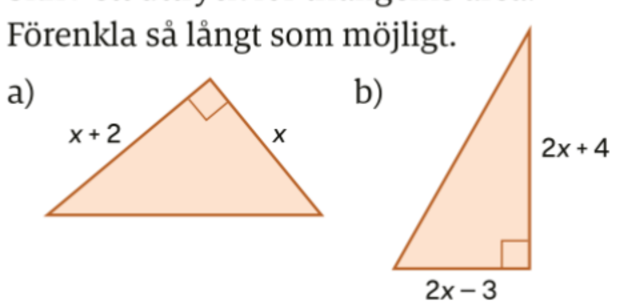
<u>A blir större!</u>

2170 Rita en figur som illustrerar sambandet
$4(a + b) = 4a + 4b$

2170.



2171 Skriv ett uttryck för triangelns area.
Förenkla så långt som möjligt.



2171.

a) $\frac{x(x+2)}{2} = \frac{x^2+2x}{2} = \underline{\frac{x^2}{2} + x}$

b) $\frac{(2x-3)(2x+4)}{2} = \frac{4x^2+8x-6x-12}{2} = \underline{2x^2+x-6}$

2172 Fyll i de tomma rutorna så att likheterna stämmer.

a) $(x + 3)(x + \square) = x^2 + 4x + 3$

b) $(x + 8)(x - \square) = x^2 - 2x - \square$

c) $(\square + \square)(2x - 3) = 6x^2 - 5x - 6$

2172. a) $(x+3)(x+1) = x^2+4x+3$

b) $(x+8)(x-10) = x^2-2x-80$

c) $(3x+2)(2x-3) = 6x^2-5x-6$

2173 Förenkla så långt som möjligt

a) $9x(3 - 5x) - 6x(4 - 8x)$

b) $7a(ab + b^2) + 5ab(2a + 3b)$

c) $x^3(x^2 + 5x) - x^2(3x + x^3)$

d) $\frac{x + y}{3} + \frac{2x}{6} - \frac{y - 4x}{12}$

2173. a) $27x - 45x^2 - 24x + 48x^2 = \underline{3x^2 + 3x}$

b) $7a^2b + 7ab^2 + 10a^2b + 15ab^2 = \underline{17a^2b + 22ab^2}$

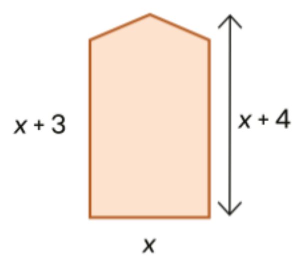
c) $x^5 + 5x^4 - 3x^3 - x^5 = \underline{5x^4 - 3x^3}$

d) $\frac{4x+4y+4x-y+4x}{12} = \underline{x + \frac{y}{4}}$

2174 Låt $2x + y = p$ och $x - y = q$. Skriv ett uttryck för $p - 2q$ och förenkla det.

2174. $2x + y - 2(x - y) = 2x + y - 2x + 2y = \underline{3y}$

2175 Ställ upp ett uttryck för figurens area och förenkla det så långt som möjligt.



2175. $A = x(x+3) + \frac{x \cdot 1}{2} = \underline{x^2 + \frac{7x}{2}}$

2176 Rita av figuren och fyll i de tomma fälten, så att uttrycket i varje fält blir summan av uttrycken i de två fält som det står på.

a)

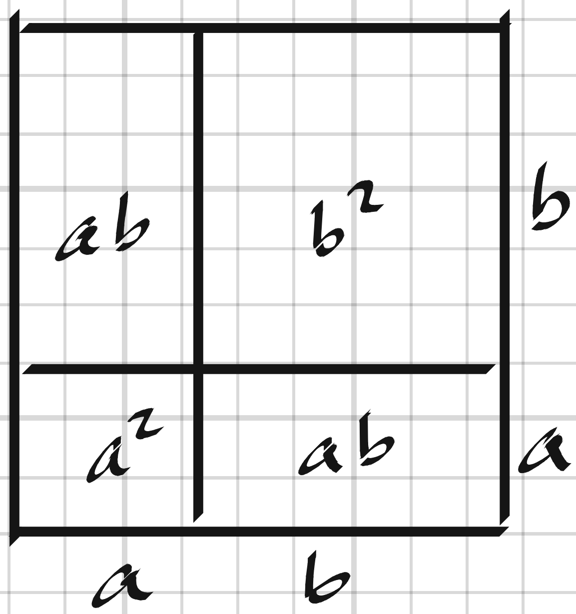
$3(a-b)$		
$2(a+b)$	$a-5b$	
$a+b$	$a+b$	$-6b$

b)

$19a-4$			
$10a-4$	$9a$		
$4(2a-1)$	$2a$	$7a$	
$8a$	-4	$2(a+2)$	$5a-4$

2177 Jimmy påstår att $(a + b)^2 = a^2 + b^2$. Har han rätt eller fel? Motivera ditt svar.

2177. Jimmy har fel. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$



2178 Multiplicera och förenkla sedan om möjligt uttrycken.

a) $(2x^2 - 3y^4)(y^2 + 5x^7)$

b) $\frac{1}{3}(27a^4 - 9b^3)(2a^{10} - b^5)$

c) $(4x + 3y)(5y + 2 - x)$

d) $\left(\frac{x}{2} + \frac{y}{3}\right)\left(\frac{x}{5} + \frac{y}{3}\right)$

2178. a) $2x^2y^2 + 10x^9 - 3y^6 - 15x^7y^4$

b) $\frac{1}{3}(54a^{14} - 27a^4b^5 - 18a^{10}b^3 + 9b^8) =$

$= 18a^{14} - 9a^4b^5 - 6a^{10}b^3 + 3b^8$

c) $20xy + 8x - 4x^2 + 15y^2 + 6y - 3xy =$

$= 15y^2 - 4x^2 + 17xy + 8x + 6y$

d) $\frac{x^2}{10} + \frac{xy}{6} + \frac{xy}{15} + \frac{y^2}{9} = \frac{x^2}{10} + \frac{y^2}{9} + \frac{7xy}{30}$

2179 Visa att $(n+m)(n+m)-(n-m)(n-m)=4mn$

2179. $VL = n^2+2mn+m^2-(n^2-2mn+m^2) =$

$= n^2+2mn+m^2-n^2+2mn-m^2 = 4mn = HL$ #

2180 Förenkla $a(ab-b)-(2ab+b^2)+b(3a^2+2a^2b)$

2180. $a^2b-ab-2ab-b^2+3a^2b+2a^2b^2 = \underline{4a^2b-3ab+2a^2b^2-b^2}$

2181 a) Beräkna summorna av datumen i kvadratens två diagonaler. Vilken iakttagelse kan du göra?

NOVEMBER						
29	30	31	1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	1	2

b) Pröva med att göra en likadan kvadrat på ett annat ställe i almanackan.

c) Förklara resultatet.

2181. a) $14+22=36$

$15+21=36$

b) $9+17=26$

$10+16=26$

c)
$$\begin{matrix} m & m+1 \\ m+7 & m+8 \end{matrix} \Rightarrow$$

$$\left.\begin{matrix} m+(m+8)=2m+8 \\ m+1+(m+7)=2m+8 \end{matrix}\right\}\ \text{alltid lika}$$ #

2191 Bryt ut b ur uttrycken.

a) $ab + 2b$ b) $bc - 0{,}1b$ c) $\frac{b + ab}{100}$

2191. a) $b(a+2)$

b) $b(c-0{,}1)$

c) $\frac{b(1+a)}{100}$

2192 Vilka olika faktorer är möjliga att bryta ut ur uttrycket $10a^2b + 30a - 20a^3$?

2192. $10a \Rightarrow 10a(ab+3-2a^2)$

2193 Bryt ut största möjliga faktor ur uttrycken.

a) $17ac + 15ac^2$ b) $24a^3b + 18a^2b^2$

2193. a) $ac(17+15c)$

b) $6a^2b(4a+3b)$

2194 Skriv om uttrycken så att termerna i parenteserna saknar gemensam faktor.

a) $5(4 + 2x)$

b) $2a(3a + 12a^2)$

c) $10a(6ab - 9b^2)$

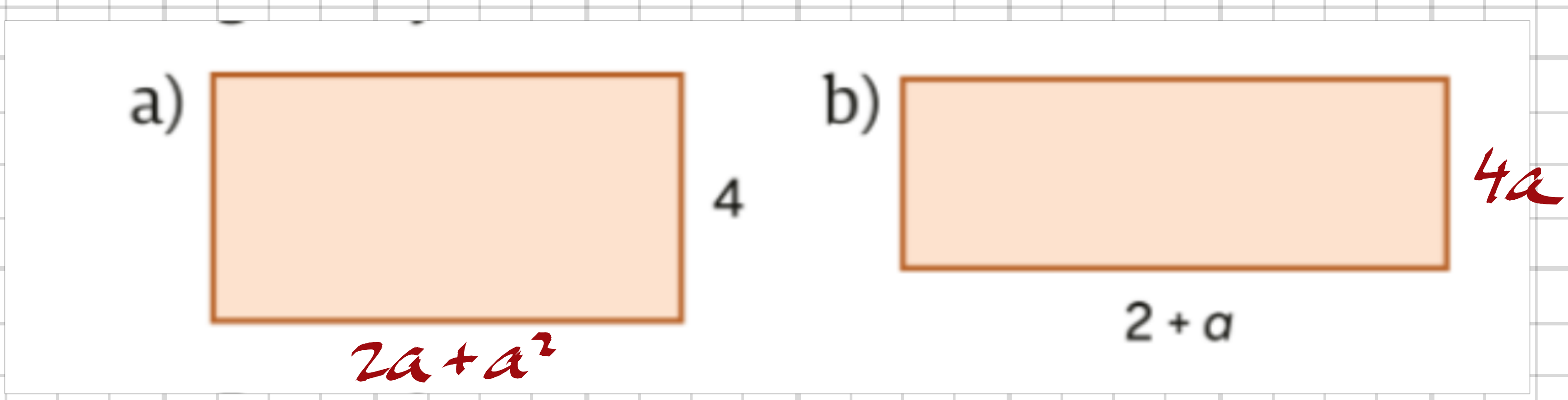
2194. a) $10(2+x)$

b) $6a^2(1+4a)$

c) $30ab(2a-3b)$

2195 Arean av var och en av rektanglarna här nedanför beskrivs av uttrycket $8a + 4a^2$. Ange uttryck för de okända sidorna.

2195.



2196 Förenkla uttrycken. Börja med att skriva täljare och nämnare som två faktorer där $2a$ är den ena faktorn.

a) $\frac{16a^3 + 8a^2}{6a}$ b) $\frac{20ab - 2ab^2}{10a^2}$

2196.

a) $\frac{2a(8a^2+4a)}{2a \cdot 3} = \underline{\frac{8a^2+4a}{3}}$

b) $\frac{2a(10b-b^2)}{2a \cdot 5a} = \underline{\frac{10b-b^2}{5a}}$

2197 Visa att

a) summan av tre på varandra följande heltal alltid är delbar med tre

b) summan av två udda tal är jämn

2197.

a) $m + (m+1) + (m+2) = 3m + 3 = 3(m+1)$ #

b) $(2m+1) + (2n+1) = 2m + 2n + 2 = 2(m+n+1)$ #

2198 Faktorisera uttrycken så långt som möjligt.

a) $4(x + 5) - x(x + 5)$

b) $(a - b)b + b^2(a - b)$

2198. a) $\underline{(4-x)(x+5)}$

b) $(b+b^2)(a-b) = \underline{b(1+b)(a-b)}$

2199 Visa att $3^n + 3^{n+1} + 3^{n+2} = 13 \cdot 3^n$

2199. $VL = 3^n(1+3^1+3^2) = 3^n(1+3+9) = 13 \cdot 3^n = HL$ #

2214 Uttrycket $55 - 0{,}78s$ beskriver antalet liter bensin i tanken på en bil, s mil efter att man har tankat fullt.

a) Tolka betydelsen av talen 55 och 0,78 i uttrycket.

b) Efter hur lång körsträcka är tanken halvfull?

2214. a) <u>55 är antalet liter från start</u>

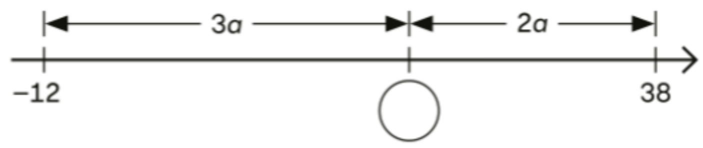
<u>0,78 är antalet liter per mil</u>

b) $55 - 0{,}78s = \frac{55}{2} \Rightarrow$

$0{,}78s = \frac{55}{2}$

$s = \frac{55}{2 \cdot 0{,}78} = \underline{35 \text{ mil}}$

2215 Vilket tal ska stå i cirkeln?



(Np Ma1c vt 2013)

2215. $5a = 38-(-12)$

$a = 10$

$-12+3\cdot 10 = \underline{18}$

2216 Vilka av alternativen här nedanför är lösningar till andragradsekvationen

$x^2 - 2x - 3 = 0$

A $x = -1$

B $x = 4$

C $x = -3$

D $x = 3$

2216. $\underline{A}$: $(-1)^2 - 2\cdot(-1) - 3 = 1+2-3 = 0$

$\underline{D}$: $3^2 - 2\cdot 3 - 3 = 9-6-3 = 0$

2217 Visa att $y = 9$ är en lösning till ekvationen

$$\frac{8+6y}{2} - y = \frac{7y}{3} + 1$$

2217. $VL = \dfrac{8+6\cdot 9}{2} - 9 = 31 - 9 = 22$

$HL = \dfrac{7\cdot 9}{3} + 1 = 21 + 1 = 22$

$VL = HL$ #

2218 Hedvig påstår att ekvationen $x = x + 3$ saknar lösning. Har Hedvig rätt? Motivera ditt svar.

2218. Ja, Hedvig har rätt.

x kan aldrig bli lika med x+3.

2219 Du vet att $3x + 13 = 25$. Vad är då $\frac{6x + 6}{3}$?

2219. $3x + 3 = 15$

$$\frac{6x+6}{3} = \frac{2 \cdot 15}{3} = 10$$

2220 Man kan ibland lösa ekvationer genom att pröva sig fram. Du har ekvationen

$$\frac{8x}{27} - 20 = 52$$

a) Börja med att sätta in $x = 100$ i ekvationen. Vilken slutsats kan du dra av detta?

b) Slutför lösningen av ekvationen genom att systematiskt pröva dig fram.

2220. a) $\frac{8 \cdot 100}{27} - 20 \approx 9{,}6 < 52$

b) Prövning ger $x = 243$

2221 Lös ekvationerna.

a) $\frac{5x + 12}{4} = 8$ b) $9 = \frac{72}{5 - 3x}$

c) $\frac{81}{3(x-2)} = 3$ d) $\frac{108}{9(5-x)} = 3$

2221. a) $\underline{x = 4}$ b) $\underline{x = -1}$

c) $\underline{x = 11}$ d) $\underline{x = 1}$

2222 Ekvationen $x + y = 10$ är en förstagrads-ekvation med två obekanta. Varje lösning till ekvationen är ett par av tal x och y.

a) Vilket värde på y ger en lösning till ekvationen om $x = 7$?

b) Ange en annan lösning, x och y, till ekvationen.

c) Hur många lösningar har ekvationen?

2222. a) $y = 10 - x = 10 - 7 = \underline{3}$

b) $\underline{x = 4 \Rightarrow y = 10 - 4 = 6}$

c) Oändligt många lösningar

2223 Ge exempel på en förstagradsekvation som

a) saknar rötter

b) har oändligt många rötter

2223. a) $x + 1 = x - 2$

b) $y + 1 = x - 2$

2224 Bestäm n om $2^{100} \cdot 3^{42} = 4^n \cdot 6^{42}$

2224.

$$2^{100} \cdot 3^{42} = 4^n \cdot (2 \cdot 3)^{42}$$

$$2^{100} \cdot \cancel{3^{42}} = 4^n \cdot 2^{42} \cdot \cancel{3^{42}}$$

$$4^n = 2^{100-42}$$

$$4^n = 2^{58}$$

$$4^n = (2^2)^{29}$$

$$4^n = 4^{29}$$

$$n = 29$$

2235 Lös ekvationerna

a) $90x - 10^3 = -10^2$

b) $8 \cdot 8^2 \cdot 8^{3x} = 8^7$

2235. a) $90x = 1000 - 100$

$$x = \frac{900}{90} = \underline{10}$$

b) $8^{1+2+3x} = 8^7$

$$3 + 3x = 7$$

$$x = \underline{\frac{4}{3}}$$

2236 Lös ekvationerna

a) $3x(2x + 4) = 6(x^2 + 1)$

b) $(3y - 1)(2 + y) = y(2 + 3y)$

2236. a) $6x^2 + 12x = 6x^2 + 6$

$$12x = 6$$

$$x = \underline{1/2}$$

b) $6y + 3y^2 - 2 - y = 2y + 3y^2$

$$3y = 2$$

$$y = \underline{2/3}$$

2237 Lös ekvationerna

a) $3x + 97 = 7(4x - 13) - 2(9x - 3)$

b) $17y - 9(12 + 2y) = 3(y + 22) + (45 - y)$

c) $35z + 4(7z - 42) = 18(2z - 3) - 3(z - 172)$

2237.

a) $3x + 97 = 28x - 91 - 18x + 6$

$7x = 182$

$\underline{x = 26}$

b) $17y - 108 - 18y = 3y + 66 + 45 - y$

$3y = -219$

$\underline{y = -73}$

c) $35z + 28z - 168 = 36z - 54 - 3z + 516$

$30z = 630$

$\underline{z = 21}$

2238 Anna har löst en ekvation och har nu fått till uppgift att muntligt förklara sin lösning för Malte. Ge förslag på hur Anna skulle kunna formulera förklaringen genom att skriva lämpliga kommentarer till varje numrerad rad.

Annas lösning:

1. $4(2x + 3) - (5 + x) = 3(9 + x)$
2. $8x + 12 - 5 - x = 27 + 3x$
3. $7x + 7 = 27 + 3x$
4. $4x + 7 = 27$
5. $4x = 20$
6. $x = 5$

2238.

1. Ställ upp ekvationen och lös ut paranteserna.
2. Summera x-termerna och konstant-termerna på varje sida.
3. Subtrahera bägge leden med $3x$.
4. Subtrahera bägge leden med 7.
5. Dividera bägge leden med 4.

2239 Hamid, Maria och Johanna har haft matteprov och jämför sina lösningar. De har försökt lösa ekvationen $5(4x + 3) - (2x + 7) = 10$.

Här nedanför ser du deras lösningar:

Hamid	$20x + 3 - 2x - 7 = 10$
	$18x - 4 = 10$
	$18x = 14$
	$x = \frac{7}{9}$
Maria	$20x + 15 - 2x - 7 = 10$
	$18x + 8 = 10$
	$18x = 2$
	$x = \frac{1}{9}$
Johanna	$20x + 15 - 2x + 7 = 10$
	$18x + 22 = 10$
	$18x = -12$
	$x = -\frac{2}{3}$

a) Vem har löst ekvationen korrekt?

b) Vilka fel har de andra gjort?

2239. a) Maria.

b) Hamid glömmer multiplicera in 5:an i parantesens bägge termer.

c) Johanna glömmer växla tecken på 7:an

2240 Lös ekvationerna

a) $\frac{x}{3} + \frac{1}{2} = \frac{x}{2} - 1$ b) $\frac{y}{3} + 2 = 2\left(\frac{y}{4} - 2\right)$

2240. a) $\frac{2x + 3 \cdot 1}{6} = \frac{3x - 6 \cdot 1}{6}$

$2x + 3 = 3x - 6$

$\underline{x = 9}$

b) $\frac{y}{3} + 2 = \frac{y}{2} - 4$

$\frac{2y + 2 \cdot 6}{6} = \frac{3y - 4 \cdot 6}{6}$

$2y + 12 = 3y - 24$

$\underline{y = 36}$

2241 I ekvationen $ax - b = x + 1$ är a och b konstanter och x är den obekanta.

a) Lös ekvationen.

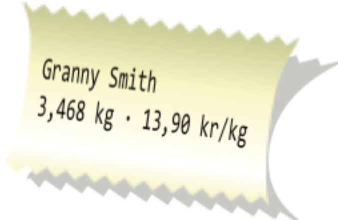
b) För vilka värden på a och b har ekvationen en lösning?

2241. a) $x(a-1) = b+1$

$\underline{x = \frac{b+1}{a-1}}$

b) <u>För alla b och för alla a utom $a = 1$</u>

2246 Isaac och Wilhelm köper äpplen som kostar 13,90 kr/kg. Medelvikten av äpplena är 0,193 kg.



a) Lös ekvationen $\frac{3{,}468}{a} = 0{,}193$

b) Vilken fråga kan du besvara med hjälp av lösningen till ekvationen?

2246. a) $a = \frac{3.468}{0.193} \approx 18$

b) ungefär hur många äpplen som motsvaras av vikten 3.468 kg

Lös följande ekvationer.

2247 a) $\frac{z}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$ b) $\frac{4x}{5} + \frac{3}{10} = \frac{1}{2}$

c) $\frac{7}{4} - \frac{5b}{3} = \frac{11}{6}$ d) $\frac{2x}{5} = \frac{4x}{3} - \frac{7}{15}$

2247. a) $\frac{3z+2}{6} = \frac{5}{6}$

$3z+2=5$

$\underline{z=1}$

b) $\frac{2 \cdot 4x+3}{10} = \frac{5}{10}$

$8x+3=5$

$\underline{x=\frac{1}{4}}$

c) $\frac{21-20b}{12} = \frac{22}{12}$

$21-20b=22$

$\underline{b=-\frac{1}{20}}$

d) $\frac{6x}{15} = \frac{20x-7}{15}$

$6x=20x-7$

$\underline{x=\frac{1}{2}}$

2248 a) $\frac{69}{z} + 4 = \frac{162}{2z}$ b) $\frac{17}{3a} - 10 = \frac{2}{3a}$

2248. a) $138 + 8z = 162$ b) $17 - 30a = 2$

$z = 3$ $a = \frac{1}{2}$

2249 Samira ska lösa ekvationen $\frac{10x}{x+1} = 10$.
Hon gör så här:

$$\frac{10x}{x+1} = 10$$

$$10x = 10(x+1)$$

$$10x = 10x + 10$$

$$0 = 10$$

Samira har inte gjort något fel i sin lösning.
Hur ska hon tolka resultatet?

2249. $10 \cdot \frac{x}{x+1} = 10 \Rightarrow \frac{x}{x+1} = 1 \Rightarrow x = x+1$

Ekvationen saknar lösning.

2250 Lös ekvationerna

a) $\frac{7x}{x-3} = 4$

b) $\frac{2x+1}{4} - \frac{x+3}{3} = 2$

c) $\frac{2x+1}{2} - \frac{2x+4}{3} = 4$

d) $\frac{4x+12}{x+3} = 5$

2250.

a) $7x = 4(x-3)$

$7x = 4x - 12$

$x = -\frac{12}{3} = \underline{-4}$

b) $3(2x+1) - 4(x+3) = 24$

$6x + 3 - 4x - 12 = 24$

$2x = 33$

$\underline{x = \frac{33}{2}}$

c) $3(2x+1) - 2(2x+4) = 24$

$6x + 3 - 4x - 8 = 24$

$2x = 29$

$\underline{x = \frac{29}{2}}$

d) $4x + 12 = 5(x+3)$

$4x + 12 = 5x + 15$

($x = -3$) Falsk lösning

<u>Ekv. saknar lösning</u>

2251 Lös ekvationerna

a) $\frac{1}{5} - \frac{1}{2x} = \frac{9}{10x}$ b) $\frac{1}{3} + \frac{2}{x} = \frac{2}{3}$

c) $\frac{4}{z} + \frac{3}{2z} = \frac{1}{3}$ d) $\frac{2}{3x} + \frac{1}{3} = \frac{1}{6x} + \frac{1}{2x}$

2251. a) $2x - 5 = 9$ b) $x + 6 = 2x$

$\underline{x = 7}$ $\underline{x = 6}$

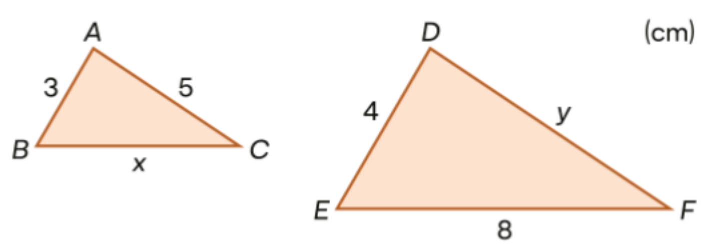
c) $24 + 9 = 2z$ d) $4 + 2x = 1 + 3$

$\underline{z = \frac{33}{2}}$ Saknar lösning (x=0 falsk lösning)

2252 I trianglarna *ABC* och *DEF* gäller att

$\frac{|AB|}{|DE|} = \frac{|BC|}{|EF|} = \frac{|AC|}{|DF|}$ |*AB*| betyder längden av *AB*

Det betyder att trianglarna är likformiga.



Bestäm längden av

a) sidan *BC* b) sidan *DF*

2252. a) $\frac{x}{8} = \frac{3}{4} \Rightarrow BC = x = \underline{6 \text{ cm}}$

b) $\frac{y}{5} = \frac{4}{3} \Rightarrow DF = y = \underline{\frac{20}{3} \text{ cm}}$

2253 Tillverkningskostnaden för ett matematikhäfte är $(1\,800 + 25{,}5n)$ kronor där n är antalet tryckta häften.

a) Teckna ett uttryck för häftenas genomsnittliga tillverkningskostnad, när man trycker n häften.

b) Hur många häften ska tryckas, för att tillverkningskostnaden ska understiga 100 kr per häfte?

c) Anta att försäljningspriset är 50 kr per häfte. Hur många häften måste man minst sälja för att gå med vinst, om man säljer lika många häften som man har tryckt?

d) Häftet har specialtillverkats för en grupp med 28 elever. Vilket pris ska man då sätta på häftet, för att tillverkningskostnaden och intäkterna ska gå jämnt upp?

d) $1800 + 25.5 \cdot 28 = x \cdot 28$

$$x = \frac{1800 + 25.5 \cdot 28}{28} \approx \underline{90 \text{ kr}}$$

2253. a) $$\underline{\frac{1800 + 25.5n}{n}}$$

b) $$\frac{1800 + 25.5n}{n} = 100$$

$$1800 + 25.5n = 100n$$

$$74.5n = 1800$$

$$n = \frac{1800}{74.5} \approx \underline{24.16, \text{ dvs minst } 25 \text{ st}}$$

c) $$1800 + 25.5n = 50n$$

$$24.4n = 1800$$

$$n = \frac{1800}{24.4} \approx \underline{74 \text{ st}}$$

2254 a) Varför "försvinner" alla nämnarna när man multiplicerar båda leden i ekvationen med minsta gemensamma nämnare?

b) Finns det något sätt att få bort nämnarna utan att finna MGN?
Motivera ditt svar.

2254. a) Samma nämnare på bägge sida likhetstecknet kan förkortas bort.

b) Det behöver inte tvunget vara minsta gemensamma nämnaren.

2255 Lös ekvationen

$$\frac{r}{2}\left(\frac{3}{4} - 4r\right) = \left(\frac{r}{4} - \frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2} - 8r\right)$$

2255.

$$\frac{3r}{8} - \cancel{2r^2} = \frac{r}{8} - \cancel{2r^2} - \frac{1}{4} + 4r$$

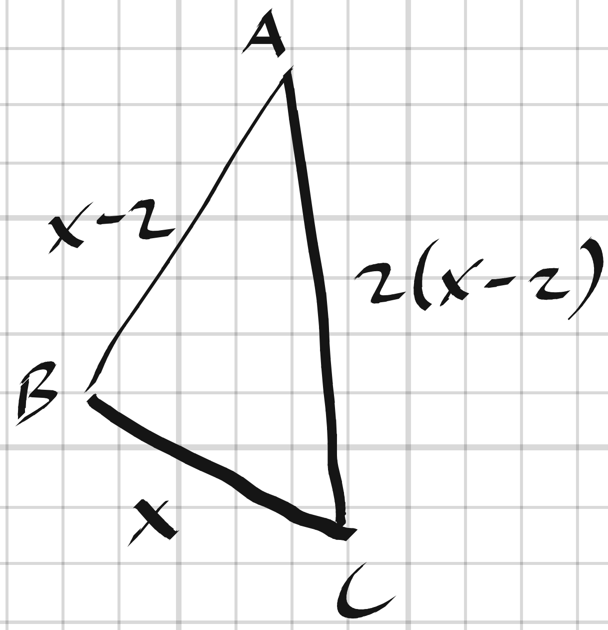
$$\frac{2r}{8} = -\frac{1}{4} + 4r$$

$$2r = -2 + 32r$$

$$30r = 2$$

$$\underline{r = \frac{1}{15}}$$

2268 I en triangel *ABC* med omkretsen 28 cm är sidan *AB* 2 cm kortare än sidan *BC*. Sidan *AC* är dubbelt så lång som *AB*. Bestäm längden av triangelns sidor.



2268.

$$x + x - 2 + 2(x-2) = 28$$

$$2x - 2 + 2x - 4 = 28$$

$$4x = 34$$

$$x = 8{,}5 \quad , \quad x - 2 = 6{,}5 \quad , \quad 2(x-2) = 2 \cdot 6{,}5 = 13$$

$$\underline{AB = 6{,}5 \text{ cm} \quad , \quad BC = 8{,}5 \text{ cm} \quad , \quad AC = 13 \text{ cm}}$$

2269 Skillnaden mellan en fjärdedel och en femtedel av ett tal är 3. Vilket är talet?

2269.

$$\frac{x}{4} - \frac{x}{5} = 3$$

$$5x - 4x = 60$$

$$\underline{x = 60}$$

2270 Emma och Hanna ska springa 7 km tillsammans. Hanna brukar springa 1 km på 5 minuter medan Emma behöver 6 minuter. De bestämmer att Hanna ska starta senare så att de kommer fram samtidigt. Hur länge ska Hanna vänta efter att Emma har startat?

2270.

$t_H = 7 \cdot 5 = 35$ min

$t_E = 7 \cdot 6 = 42$ min

Hanna ska vänta $42 - 35 = \underline{7 \text{ min}}$

2271 En buss har 52 passagerare ombord vid avgång. Vid första hållplatsen går *x* passagerare av och 4 kliver på. Vid nästa hållplats går en tredjedel av passagerarna av och 3 går på. Efter det finns det 25 passagerare kvar på bussen. Hur många passagerare gick av vid den första hållplatsen?

2271

$$52 - x + 4 - \frac{1}{3}(52 - x + 4) + 3 = 25$$

$$59 - x - \frac{56}{3} + \frac{x}{3} = 25$$

$$177 - 3x - 56 + x = 75$$

$$2x = 46$$

$$\underline{x = 23 \text{ st}}$$

2272 Tre guldklimpar vägs. Guldklimp A väger 32 g mer än dubbelt så mycket som guldklimp B. Guldklimp C väger exakt tre gånger så mycket som guldklimp A. Medelvärdet av klimparnas vikt är 108 g. Hur mycket väger den tyngsta klimpen?

2272.

$$\begin{cases} A = 32 + 2B \\ C = 3A \\ \dfrac{A+B+C}{3} = 108 \end{cases}$$

$$(32+2B) + B + 3(32+2B) = 3 \cdot 108$$

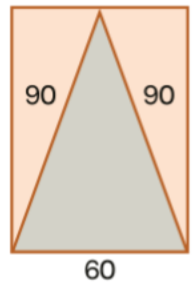
$$32 + 3B + 96 + 6B = 324$$

$$9B = 196$$

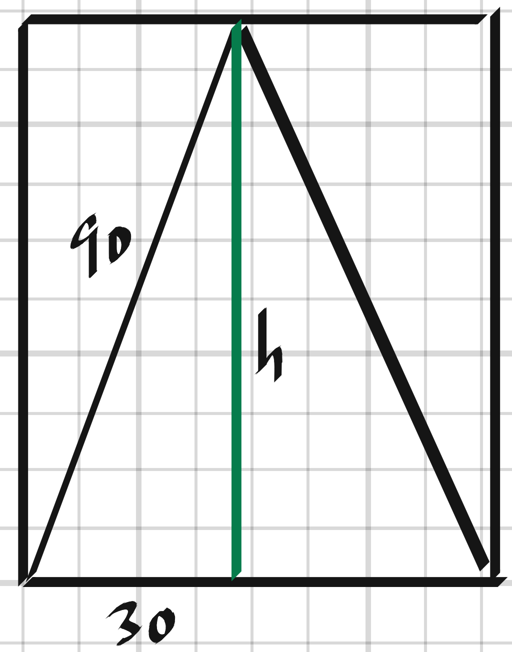
$B = 21{,}78$, $A = 32 + 2 \cdot 21{,}78 = 75{,}56$, $C = 3 \cdot 75{,}56 = 226{,}67$

Den tyngsta guldklimpen väger 227 g

2273 Pierre ska göra en spegel som har formen av en likbent triangel. Han skär ut spegeln från en rektangulär skiva som har bredden 60 cm. Han vill att de två andra sidorna ska ha längden 90 cm. För att kunna kapa den rektangulära skivan behöver han bestämma höjden som spegeln har. Bestäm spegelns höjd från basen till spetsen.



Tips! Använd Pythagoras sats



2273.

$$h^2 = 90^2 - 30^2$$

$$h = \sqrt{8100 - 900} \approx \underline{85 \text{ cm}}$$

2274 Summan av två tal är 80. Skillnaden mellan talen är dubbelt så stor som det minsta av talen. Vilka är talen?

2274.

$$\begin{cases} a + b = 80 \\ a - b = 2b \end{cases}, \quad b < a$$

$$a = 3b \Rightarrow 3b + b = 80 \Rightarrow b = 20 \Rightarrow a = 60$$

<u>Talen är 60 och 20</u>

2275 En cyklist cyklar upp för en backe och sedan tillbaka ner samma väg. Vad blir medelhastigheten om hastigheten uppför backen var 20 km/h och nedför backen 30 km/h?

2275. $t_1 = \frac{s}{20}$, $t_2 = \frac{s}{30}$

$$v_m = \frac{2s}{t_1 + t_2} = \frac{2s}{\frac{s}{20} + \frac{s}{30}} = \frac{2}{\frac{3+2}{60}} = \frac{120}{5} = \underline{24 \text{ km/h}}$$

2276 Nina är ute och joggar med sin hund Rudi. De springer fram och tillbaka till stranden. På vägen dit håller de en hastighet på 3 m/s, men på vägen tillbaka orkar de bara springa i 2,5 m/s. Sammanlagt är de borta i 15 minuter. Hur långt är det till stranden?

2276. $t_1 = \frac{s}{3}$, $t_2 = \frac{s}{2{,}5}$

$$t_1 + t_2 = 15 \quad \Rightarrow$$

$$\frac{s}{3} + \frac{s}{2{,}5} = 15 \cdot 60$$

$$\frac{2{,}5s + 3s}{7{,}5} = 15 \cdot 60$$

$$5{,}5s = 15 \cdot 60 \cdot 7{,}5$$

$$s = \frac{15 \cdot 60 \cdot 7{,}5}{5{,}5} = 1227 \text{ m} \approx \underline{1200 \text{ m}}$$

2277 Summan av tre tal är 98. Förhållandet mellan det första och det andra talet är 2:3 och förhållandet mellan det andra och det tredje talet är 5:8. Vilket är det andra talet?

2277.

$$\begin{cases} a+b+c=98 \\ 2b=3a \\ 5c=8b \end{cases}$$

$$\frac{2b}{3}+b+\frac{8b}{5}=98$$

$$10b+15b+24b=1470$$

$$49b=1470$$

$$\underline{b=30}$$

2313 Bestäm med en decimals noggrannhet omkretsen av en kvadrat med arean

a) 800 cm^2 b) 44 cm^2

2313.

a) $4\cdot\sqrt{800} = \underline{113{,}1 \text{ cm}}$

b) $4\cdot\sqrt{44} = \underline{26.5 \text{ cm}}$

2314 Lös ekvationen

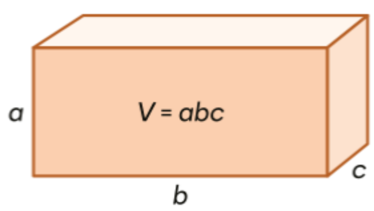
$1{,}32 - 9y^2 = -3{,}09$

2314.

$$y^2 = \frac{1{,}32 + 3{,}09}{9} = 0{,}49$$

$$y = \pm\sqrt{0{,}49} = \underline{\pm 0{,}7}$$

2315 I rätblocket här nedanför är förhållandet mellan sidorna 1:2:5. Rätblockets volym är 13 310 cm^3. Hur långa är de tre sidorna?



2315.

$$a \cdot 2a \cdot 5a = 13310$$

$$a^3 = \frac{13310}{10} = 1331$$

$$\underline{a = 1331^{1/3} = 11 \text{ cm}, \quad b = 2 \cdot 11 = 22 \text{ cm}, \quad c = 5 \cdot 11 = 55 \text{ cm}}$$

2316 Bestäm arean av den totala begränsningsytan för en kub med volymen 8 000 cm^3.

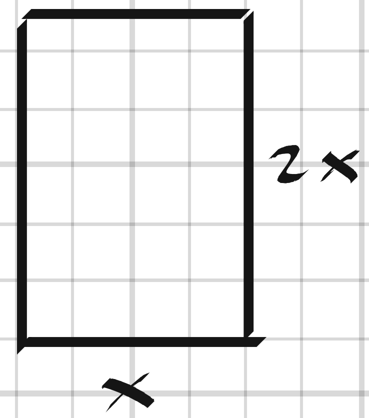
Arean av kubens begränsningsyta är den sammanlagda arean av kubens samtliga sidoytor.

2316.

x = kubens sida

$$6x^2 = 6 \cdot (8000^{\frac{1}{3}})^2 = 6 \cdot 8000^{2/3} = \underline{2400 \text{ cm}^2}$$

2317 I en rektangel är basen hälften så lång som höjden. Rektangelns omkrets är 48 cm och dess area är 128 cm^2. Bestäm rektangelns bas och höjd. Lös problemet på två olika sätt.



2317.

$6x = 48$

$x = 8$ cm

$2x = 16$ cm

2318 Lös ekvationerna

a) $(x + 2)^2 = 16$

b) $(7 - x)^2 = 25$

c) $(x - 3)^3 = 8$

2318. a) $x + 2 = \pm 4$

$x = -2 \pm 4$

$x_1 = -6, \quad x_2 = 2$

b) $7 - x = \pm 5$

$x = 7 \pm 5$

$x_1 = 2, \quad x_2 = 12$

c) $x - 3 = 2$

$x = 5$

2325 Omar tänker på ett tal. Han kvadrerar talet och upphöjer sedan resultatet till 3. Då får han 46 656. Vilket tal kan Omar ha tänkt på?

2325.

$$(x^2)^3 = 46656$$

$$x = \pm 46656^{1/6} = \underline{\pm 6}$$

2326 Lös ekvationerna utan att använda digitalt hjälpmedel.

a) $\sqrt{x} = 2$

b) $\sqrt[3]{x} = 5$

c) $5x^{\frac{1}{2}} + 4 = 24$

2326.

a) $x = 2^2 = \underline{4}$

b) $x = 5^3 = \underline{125}$

c) $x = \left(\frac{24-4}{5}\right)^2 = 4^2 = \underline{16}$

2327 Ge exempel på två olika potensekvationer som har lösningen $x = 3$.

$$x^3 = 27$$

$$x^5 = 243$$

2328 Lös ekvationerna utan att använda digitalt hjälpmedel.

a) $y^3 = -\frac{1}{8}$

b) $y^6 = 10^{12}$

2328. a) $y = -\frac{1}{8^{1/3}} = \underline{-\frac{1}{2}}$

b) $y = \pm(10^{12})^{1/6} = \pm 10^2 = \underline{\pm 100}$

2329 Mischa löser ekvationen $x^9 = 81x^5$ på följande sätt:

$x^9 = 81x^5$

$x^9 - 81x^5 = 0$

$x^5(x^4 - 81) = 0$

Alltså är $(x^4 - 81) = 0$

$x^4 = 81$

$x = \sqrt[4]{81}$

$x = \pm 3$

Melvin säger att det saknas en rot till ekvationen. Vilken rot har Mischa missat?

2329. $\underline{x = 0}$

2330 Lös ekvationen $x^{-3} = 8$ utan att använda digitalt hjälpmedel.

2330. $x = 8^{-\frac{1}{3}} = \underline{\frac{1}{2}}$

2331 Lös ekvationerna utan att använda digitalt hjälpmedel.

a) $x^{\frac{3}{2}} = 27$ b) $x^{\frac{5}{2}} = 32$ c) $x^{\frac{1}{2}} \cdot x = 8$

2331. a) $x = 27^{2/3} = (27^{\frac{1}{3}})^2 = 3^2 = \underline{9}$

b) $x = 32^{2/5} = (32^{\frac{1}{5}})^2 = 2^2 = \underline{4}$

c) $x = 8^{2/3} = (8^{\frac{1}{3}})^2 = 2^2 = \underline{4}$

2332 Lös ekvationerna.

a) $x^{2,7} = 3,57$ b) $x^{14} + 1\,024 = 0$

2332. a) $x = 3,57^{1/2,7} \approx \underline{1,60}$

b) <u>Ekvationen saknar reell lösning</u>

2333 Lös ekvationerna.

a) $\sqrt[5]{x} = -7$ b) $\sqrt[3]{x^2} = 4$ c) $x^{\frac{2}{5}} = 4$

2333. a) $x = (-7)^5 = \underline{-16807}$

b) $(x^2)^{\frac{1}{3}} = 4 \Rightarrow x^2 = 4^3 \Rightarrow x = \pm 4^{\frac{3}{2}} = \pm 2^3 = \underline{\pm 8}$

c) $(x^2)^{\frac{1}{5}} = 4 \Rightarrow x^2 = 4^5 \Rightarrow x = \pm 4^{\frac{5}{2}} = \pm 2^5 = \underline{\pm 32}$

2334 Enligt Keplers tredje lag är förhållandet mellan kvadraten av planeternas omloppstid runt solen (T år) och kuben på deras medelavstånd till solen (r km) konstant, dvs.

$$\frac{T^2}{r^3} = \text{konstant}$$

Enligt en formelsamling befinner sig jorden $1{,}496 \cdot 10^8$ km från solen. Saturnus omloppstid är 29,5 år. Hur många gånger längre är det från solen till Saturnus jämfört med avståndet från solen till jorden?

2334.

$$\frac{r_{ss}}{r_{sj}} = \left(\frac{T_{sj}}{T_{ss}}\right)^{2/3} = \left(\frac{29.5}{1}\right)^{2/3} = \underline{9{,}5 \text{ ggr}}$$

2335 Lös ekvationen

$$\frac{x^{\frac{5}{2}} + x^{\frac{5}{2}} + x^{\frac{5}{2}}}{\sqrt{x}} = 75$$

utan att använda digitalt hjälpmedel.

2335.

$$3 \cdot x^{5/2} = 75\, x^{1/2}$$

$$x^2 = 25$$

$$x = (\pm)5 = \underline{5}$$

($x = -5$ falsk lösning, då $\sqrt{-5}$ saknar reell lösning)

2336 Om ett lån på K kr är amorteringsfritt och växer med ränta på ränta i t år med räntesatsen p %, så anges den totala skulden av uttrycket

$$K \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^t$$

Låt 5 000 kr växa med ränta på ränta tills det totala lånebeloppet är 8 000 kr. Hur stor är räntesatsen om det sker när

a) $t = 14$ år b) $t = 7$ år

2336.

$$S = K \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^t$$

$$1 + \frac{p}{100} = \left(\frac{S}{K}\right)^{1/t}$$

$$p = \left(\left(\frac{S}{K}\right)^{1/t} - 1\right) \cdot 100$$

a) $p = \left(\left(\frac{8000}{5000}\right)^{1/14} - 1\right) \cdot 100 = \underline{3{,}41\%}$

b) $p = \left(\left(\frac{8000}{5000}\right)^{1/7} - 1\right) \cdot 100 = \underline{6{,}94\%}$

2346 Om n är personens ålder, teckna en olikhet med n som beskriver

a) när personen är myndig

b) när personen är pensionär

c) när personen är tonåring

2346. a) $n \geq 18$ år

b) $n \geq 65$ år

c) $13 \leq n < 20$ år alt. $13 \leq n \leq 19$ år

2347 Vilka värden på x uppfyller olikheterna

a) $4 \leq 2x$ och $2x \leq 8$

b) $3(x-2) < 9$ eller $3(x-2) > 15$

2347. a) $x \geq 2$, $x \leq 4$ => $2 \leq x \leq 4$

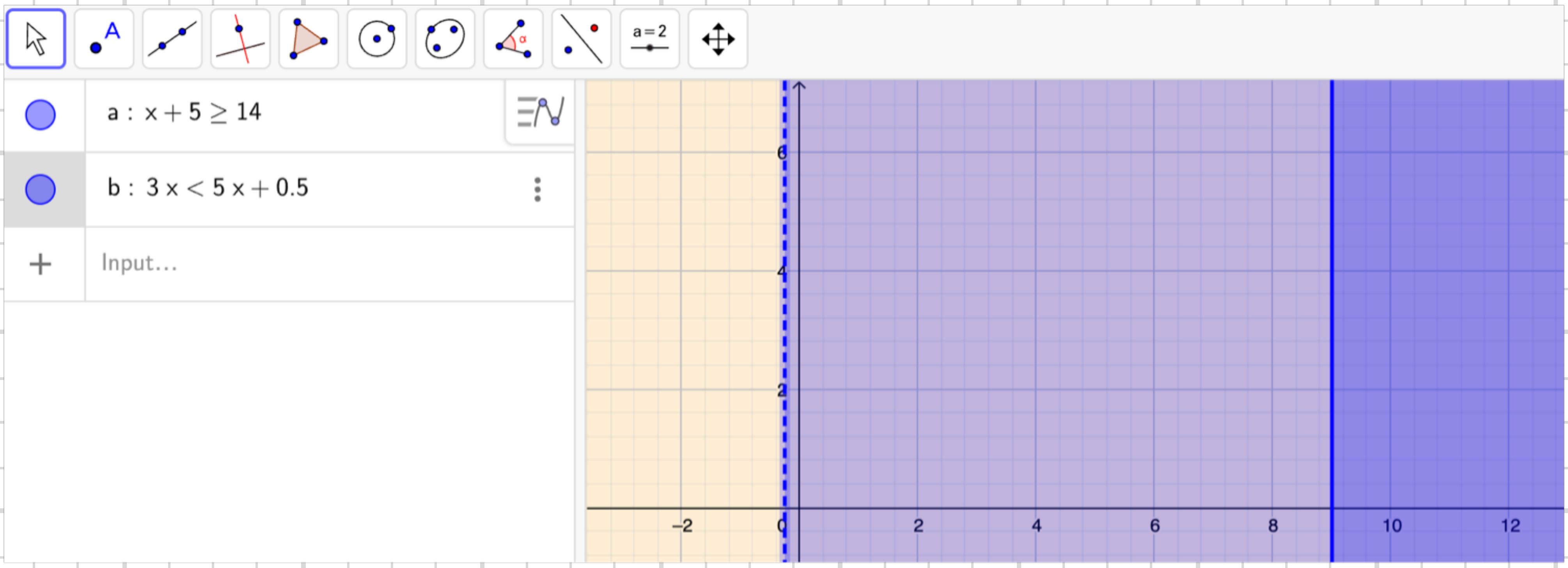
b) $3x - 6 < 9$ $3x - 6 > 15$

$3x < 15$ $3x > 21$

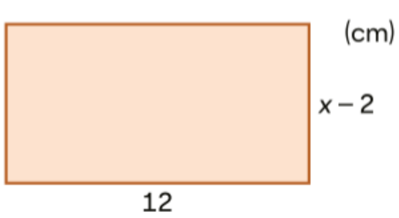
$x < 5$ eller $x > 7$

2348 Ge exempel på tal som löser *båda* olikheterna $x + 5 \geq 14$ och $3x < 5x + 0{,}5$.

2348. Alla tal $x \geq 9$



2349 Teckna en olikhet som beskriver att arean är mindre än 156 cm^2. Lös sedan olikheten.



2349.

$$12(x-2) < 156$$

$$12x - 24 < 156$$

$$12x < 180$$

$$x < 15 \text{ cm}$$

2350 Din klasskompis har löst olikheten $3x + 2 > 6x - 4$. Han har fått veta att han inte har gjort rätt, men han kan inte hitta felet i sin lösning.

$3x + 2 > 6x - 4$

$3x - 6x > -2 - 4$

$-3x > -6$

$x > 2$

Hjälp honom att ange var han har gjort fel och beskriv hur han kan rätta till felet.

(Np MaB ht 1998)

2350. Han har dividerat bägge leden med -2 utan att ändra till $x < 2$.

2351 Lös olikheterna

a) $0{,}2x \leq 1 + \frac{5x+1}{100}$ b) $-\frac{2x-1}{3} < \frac{x-2}{5} - 1$

2351. a) $20x \leq 100 + 5x + 1$

$15x \leq 101$

$x \leq \frac{101}{15}$

b) $-5(2x-1) < 3(x-2) - 15$

$-10x + 5 < 3x - 6 - 15$

$26 < 13x$

$x > 2$

2352 Lös dubbelolikheterna

a) $-14 < -11 + x \leq 12$

b) $x + 1 \leq 2x \leq x + 4$

2352. a) $-14 < -11 + x \leq 12$

$\underline{-3 < x \leq 23}$

b) $x + 1 \leq 2x \leq x + 4$

$\underline{1 \leq x \leq 4}$

2353 Lös olikheterna

a) $x^2 > 16$ b) $x^2 < 3$

2353. a) $\underline{x > 4 \text{ eller } x < -4}$

b) $\underline{-\sqrt{3} < x < \sqrt{3}}$

2354 Lös olikheten $-2x^2 - 2 > -20$

2354.

$$-2x^2 - 2 > -20$$

$$2x^2 < 18$$

$$x^2 < 9$$

$$-3 < x < 3$$

2355 Vilket uttryck har det största värdet av $2n + 3$ och $n + 10$?

2355.

$n = 7$ $\quad 2n + 3 = n + 10$

$n > 7$: $\quad 2n + 3 > n + 10$

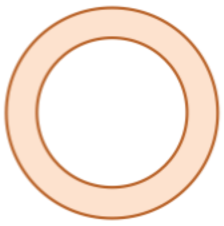
$n < 7$: $\quad 2n + 3 < n + 10$

2356 Om $x \geq 2$ och $y \geq -3$, vilket är då det minsta värde som uttrycket $2x + y^2$ kan ha?
(Np Ma1c vt 2012)

2356.

$$2 \cdot 2 + 0 = 4$$

2357 Den inre cirkelns radie är 3,0 cm. Vilka radier kan den yttre cirkeln ha om det färgade områdets area ska vara större än den inre cirkelns area? Svara exakt.



2357.

$$\pi(R^2-r^2) > \pi r^2$$

$$R^2-r^2 > r^2$$

$$R^2 > 2r^2$$

$$R > \sqrt{2}r = \sqrt{2}\cdot 3 \text{ cm}$$

2407 Lufttrycket ändras med höjden över havet enligt formeln $p = 1\,013 \cdot 2{,}72^{-\frac{h}{8{,}6}}$ där p är lufttrycket i millibar och h är höjden över havet i kilometer. Bestäm lufttrycket på toppen av

a) Mont Blanc

b) Kebnekaise

c) Mount Everest

d) Hallandsåsen

Berg	m ö.h.
Europa	
Mont Blanc	4 809
Grossglockner	3 798
Kebnekaise	2 103
Nalovardo	762
Hallandsåsen	226
Amerika	
Aconcagua	6 959
Denali	6 190
Asien	
Mount Everest	8 848
K2	8 611
Afrika	
Kilimanjaro	5 895

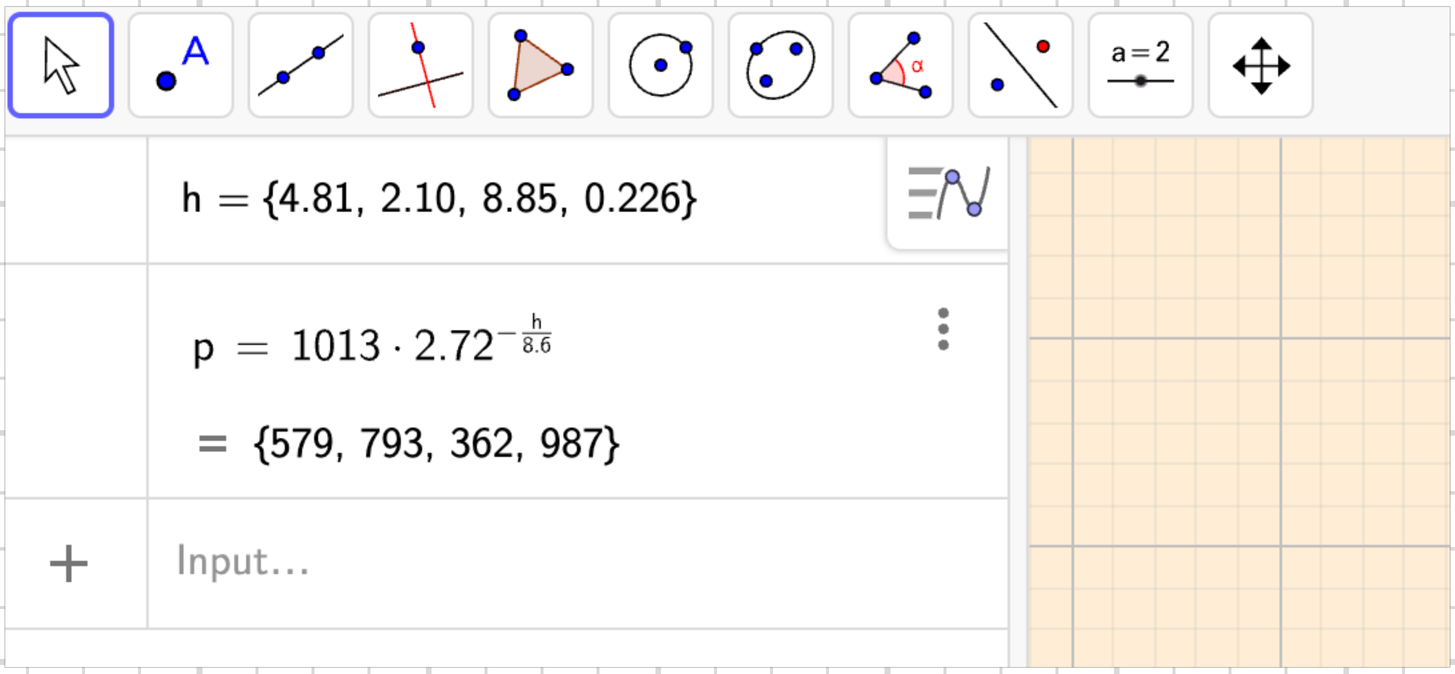
2407. Med 2 värdesiffror fås:

a) 580 mbar

c) 360 mbar

b) 790 mbar

d) 990 mbar



2408 Vattnets kokpunkt ändras med höjden över havet. Den kan uppskattas med formeln $t = 100 - 3{,}8h$ där t är temperaturen i grader Celsius och h är höjden över havet i kilometer. Äggvita stelnar vid temperaturen 68 grader.

a) Vilken är den högsta höjd över havet, som det är möjligt att koka ägg på så att äggvitan stelnar?

b) Är det möjligt att koka ägg, så att äggvitan stelnar, på toppen av Mount Everest?

c) Tolka vad konstanttermen 100 i formeln betyder i det här sammanhanget.

d) Tolka vad $-3{,}8h$ betyder i det här sammanhanget.

2408.

a) $68 = 100 - 3.8h \Rightarrow h = \dfrac{100-68}{3.8} = 8.4$ km

b) Nej, då Mount Everest är 8,8 km

c) Kokpunkten i markplan

d) Kokpunktssänkningen i °C per km

2409 Ersättningsresistansen R till två parallellkopplade resistorer kan beräknas med formeln $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$, där R_1 och R_2 är de två parallellkopplade resistorernas resistans. Beräkna ersättningsresistansen R till två parallellkopplade motstånd med resistanserna 100 ohm och 200 ohm

a) genom att först sätta in resistanserna i formeln och sedan lösa ut R

b) genom att först lösa ut R ur formeln och sedan sätta in resistanserna

2409.

a) $\dfrac{1}{R} = \dfrac{1}{100} + \dfrac{1}{200} = \dfrac{2+1}{200} = \dfrac{3}{200}$

$R = \dfrac{200}{3} = \underline{67\ \Omega}$

b) $\dfrac{1}{R} = \dfrac{R_2 + R_1}{R_1 \cdot R_2} \Rightarrow R = \dfrac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \dfrac{100 \cdot 200}{100+200} = \dfrac{20\,000}{300} = \underline{67\ \Omega}$

2410 De tre vanligaste temperaturskalorna är Celsius-, Fahrenheit- och Kelvinskalan. Celsiusskalan används till exempel i Europa och Australien, medan Fahrenheitskalan används bland annat i USA. Kelvinskalan används mest inom naturvetenskapen och är SI-enheten för temperatur. Om t_C betecknar temperaturen i Celsiusgrader, t_F temperaturen i Fahrenheitgrader och T temperaturen i kelvin, så ges ett samband mellan Celsiusgrader och Fahrenheitgrader av formeln

$$t_C = \frac{5(t_F - 32)}{9}$$

a) Lös ut t_F ur formeln.

b) Beräkna vattnets frys- och kokpunkt i Fahrenheitgrader.

Om temperaturen ändras 1 kelvin, så ändras den också 1 Celsiusgrad. Enheterna kelvin och Celsiusgrader är i den meningen lika stora, men det finns en förskjutning mellan skalorna så att 0 °C = 273 K.

c) Teckna ett uttryck som anger sambandet mellan t_C och T.

d) 0 K kallas "den absoluta nollpunkten" och är den lägsta möjliga temperaturen. Ange den absoluta nollpunkten i Celsiusgrader.

2410.

a) $\underline{t_F = \frac{9t_c}{5} + 32}$

b) Fryspunkt: $t_F = \frac{9 \cdot 0}{5} + 32 = \underline{32\ °F}$

Kokpunkt: $t_F = \frac{9 \cdot 100}{5} + 32 = \underline{212\ °F}$

c) $\underline{T = t_c + 273}$

d) $\underline{t_c = -273\ °C}$

2411 Vid vilken temperatur är Celsiusgrader och Farenheitgrader lika? Ta hjälp av formeln i föregående uppgift för att besvara frågan.

2411.

$$t_c = \frac{5(t_F - 32)}{9}$$

$$t_c = t_F \Rightarrow t_F = \frac{5(t_F - 32)}{9} \Rightarrow$$

$$9t_F = 5t_F - 160$$

$$t_F = -\frac{160}{4} = \underline{-40^\circ}$$

2412 Enligt linsformeln gäller följande förhållande för en samlingslins: $\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$, där a är avståndet mellan föremålet och linsen, f är linsens brännvidd och b är avståndet mellan bilden av föremålet och linsen. Ett föremål placeras 20 cm från en lins med brännvidden 12 cm. På vilket avstånd från linsen hamnar då bilden?

$f = 12$ cm

$a = 20$ cm

2412.

$$\frac{1}{b} = \frac{1}{f} - \frac{1}{a} = \frac{a-f}{a \cdot f}$$

$$b = \frac{a \cdot f}{a-f} = \frac{20 \cdot 12}{20-12} = \underline{30 \text{ cm}}$$

2413 Lös ut variabeln inom parentes

a) $m_1 u = m_1 v_1 + m_2 v_2$ (v_1)

b) $F - mg = \frac{mv^2}{r}$ (v)

c) $Pt = c_s m + c_v m \Delta T$ (ΔT)

2413.

a) $v_1 = \frac{m_1 \cdot u - m_2 v_2}{m_1}$

b) $v = \pm \sqrt{\frac{Fr - mgr}{m}}$

c) $\Delta T = \frac{Pt - c_s m}{c_v \cdot m}$

2414 Infusioner (eller dropp) används för att ge vätska och medicin till patienter. Sjuksköterskorna måste kunna beräkna dropphastigheten, D, i droppar per minut.
De använder formeln $D = \frac{d \cdot V}{60 \cdot n}$ där
d är droppfaktorn mätt i droppar per milliliter, V är infusionens volym i milliliter och n är antalet timmar som droppet måste sitta i.

a) En sjuksköterska vill fördubbla den tid droppet sitter i. Beskriv exakt hur D förändras om n fördubblas samtidigt som d och V inte förändras.

b) Sjuksköterskor måste också beräkna infusionens volym, V, från dropphastigheten, D. En infusion med en dropphastighet på 50 droppar per minut måste ges till en patient under 3 timmar. För den här infusionen är droppfaktorn 25 droppar per milliliter. Vad har infusionen för volym i milliliter (ml)?

(Np Ma1c vt 2014

2414. a) Dropphastigheten halveras

b) $V = \frac{60nD}{d} = \frac{60 \cdot 3 \cdot 50}{25} = \underline{360 \text{ ml}}$.

2415 Lös ut variabeln inom parentes

a) $T = ab + 2b$ (b)

b) $s = \frac{a}{1-k} - a$ (a)

2415.

a) $T = b(a+2) \Rightarrow$

$$b = \underline{\frac{T}{a+2}}$$

b) $s = a\left(\frac{1}{1-k} - 1\right) \Rightarrow$

$$a = \frac{s}{\frac{1}{1-k} - 1} = \frac{s(1-k)}{1-(1-k)} = \underline{\frac{s(1-k)}{k}}$$

2416 Det finns flera olika formler för att beräkna hur stor dos medicin ett barn behöver. Nedanstående formler utgår från barnets ålder.

Formel A	Formel B
$b = \dfrac{a \cdot v}{150}$	$b = \dfrac{c \cdot v}{c + 12}$

a är barnets ålder i månader
b är barnets medicindos i mg
c är barnets ålder i år
v är vuxendos i mg

a) Vuxendosen av en medicin är 100 mg. Hur stor dos ska ett barn som är ett och ett halvt år ha enligt formel A respektive formel B?

b) Vid vilken ålder får barnet en lika stor dos som en vuxen om man använder formel A? Motivera ditt svar.

c) Vid vilken ålder ger formel A och B lika stor dos?

(Np Ma1c exempelprov 2017)

2416. a) A: $b = \dfrac{18 \cdot 100}{150} = \underline{12 \text{ mg}}$

B: $b = \dfrac{1{,}5 \cdot 100}{1{,}5 + 12} = \underline{11{,}1 \text{ mg}}$

b) $100 = \dfrac{a \cdot 100}{150} \Rightarrow a = \dfrac{100 \cdot 150}{100} = 150$ månader

$= \dfrac{150}{12}$ år $= \underline{12{,}5 \text{ år}}$

c) $a = 12c$

$\dfrac{12c \cdot v}{150} = \dfrac{c \cdot v}{c + 12} \Rightarrow$

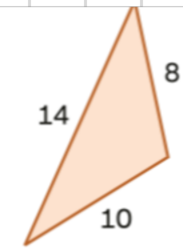
$c = \dfrac{150}{12} - 12$ år $= \underline{0{,}5 \text{ år} = 6 \text{ månader}}$

2417 Arean av en triangel kan bestämmas med formeln $A = \frac{bh}{2}$. Om man inte känner till höjden h utan bara längden av triangelns sidor, a, b och c, så kan man använda Herons formel för att beräkna triangelns area:

$A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

där $s = \frac{1}{2}(a+b+c)$

a) Använd Herons formel för att bestämma arean av triangeln här intill. Svara exakt.



b) Använd Herons formel för att bestämma arean av en liksidig triangel med sidan a.

2417.

$$s = \frac{1}{2}(8+10+14) = 16$$

$$s-a = 16-8 = 8$$

$$s-b = 16-10 = 6$$

$$s-c = 16-14 = 2$$

a) $A = \sqrt{16 \cdot 8 \cdot 6 \cdot 2} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{4 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{16} \cdot \sqrt{6} = \underline{16\sqrt{6} \text{ a.e.}}$

b) Liksidig triangel $\Rightarrow a = b = c$

$$s = \frac{1}{2}(a+a+a) = \frac{3a}{2}$$

$$\left.\begin{aligned} s-a &= \frac{3a}{2} - a = \frac{a}{2} \\ s-b &= \frac{a}{2} \\ s-c &= \frac{a}{2} \end{aligned}\right\} (s-a)(s-b)(s-c) = \frac{a^3}{8}$$

$$A = \sqrt{\frac{3a}{2} \cdot \frac{a^3}{8}} = \sqrt{\frac{3a^4}{16}} = \underline{\frac{\sqrt{3}a^2}{4}}$$

2422 Företaget IceCold använder ett kalkylblad för att bokföra sina intäkter.

	A	B	C	D	E
1		Ingående lager	Inköpspris	Försäljningspris	Intäkt
2	Isbitar	1 200	95		
3	Krossad is	400	45		
4	Isblock	300	20		
5	Hink, 10 liter	40	120		
6	Hink, 20 liter	20	150		
7				Total intäkt:	
8	Marginal	37%			
9					

För att företaget ska göra vinst, ska försäljningspriset vara 37 % högre än inköpspriset. Man säger att vinstmarginalen är 37 %.

a) Beräkna priserna i kolumn D med hjälp av en formel.

b) Hur stor blir den totala intäkten om man lyckas sälja alla varor i ingående lager?

Tips! Hänvisa till vinstmarginalen i cell B8. Använd $-tecken.

c) Vad blir den totala intäkten om vinstmarginalen sjunker till 20 %?

2422. a-c) Se rödmarkerade värden nedan:

	A	B	C	D	E	F
1						
2	Företaget Icecold					
3						
4						
5		Ingående lager	Inköpspris	Försäljningspris	Intäkt	
6	Isbitar	1200	95	130.15	156180	
7	Krossad is	400	45	61.65	24660	
8	Isblock	300	20	27.40	8220	
9	Hink, 10 liter	40	120	164.40	6576	
10	Hink, 20 liter	20	150	205.50	4110	
11				Total intäkt:	199746	
12	Marginal	37%				
13						
14						
15						
16		Ingående lager	Inköpspris	Försäljningspris	Intäkt	
17	Isbitar	1200	95	114.00	136800	
18	Krossad is	400	45	54.00	21600	
19	Isblock	300	20	24.00	7200	
20	Hink, 10 liter	40	120	144.00	5760	
21	Hink, 20 liter	20	150	180.00	3600	
22				Total intäkt:	174960	
23	Marginal	20%				
24						

2423 Deni vill beräkna priset på olika musikutrustningar i valutan euro (€).

	A	B	C
1	Eurokurs	10,75	
2			
3	**Artikel**	**Pris (kr)**	**Pris (€)**
4	DJ Controller	1749	
5	DJ Mixer	2149	
6	Spelare	959	
7	Hörlurar	1299	
8	Groovebox	3399	

a) För in värdena i ett kalkylblad. Beräkna sedan priset i euro för alla artiklar med hjälp av en formel.

b) Vad blir priset i euro för en groovebox?

c) Vad blir priset i euro för en groovebox om eurokursen ändras till 10,30 kr?

2423. a-c) Se rödmarkerade värden nedan:

	A	B	C	D
3				
4	Eurokurs	10.75		
5				
6	**Artikel**	**Pris (kr)**	**Pris (€)**	
7	DJ Controller	1749	162.70	
8	Dj Mixer	2149	199.91	
9	Spelare	959	89.21	
10	Hörlurar	1299	120.84	
11	Groovebox	3399	316.19	
12				
13				
14	Eurokurs	10.30		
15				
16	**Artikel**	**Pris (kr)**	**Pris (€)**	
17	DJ Controller	1749	169.81	
18	Dj Mixer	2149	208.64	
19	Spelare	959	93.11	
20	Hörlurar	1299	126.12	
21	Groovebox	3399	330.00	
22				
23				

2424 Fibonaccis talföljd börjar med 1, 1, 2, 3, ... Varje tal i talföljden, förutom de två inledande ettorna, är summan av de två föregående talen. Till exempel får vi det tredje talet 2 genom att lägga ihop de två första talen, 1 + 1 = 2. På samma sätt får vi det fjärde talet 3 genom att addera 1 och 2.

Leon vill bestämma fortsättningen på talföljden. Han börjar med att skriva in följande i ett kalkylblad:

	A	B
1	n	a_n
2	1	1
3	2	1
4	3	
5	4	
6	5	
7	6	
8	7	
9	8	
10	9	
11	10	

a_n står för det *n*:te elementet i talföljden

a) Vilken formel ska Leon skriva i cell B4 för att beräkna det tredje talet i talföljden?

b) Vilket värde har det tjugonde talet i Fibonaccis talföljd?

c) Vilket är det första talet i talföljden som överstiger 1 000 000?

2424. a) = B2 + B3

b) 6765

c) 1346269 (n = 31)

	A	B	C
1	n	a_n	
2	1	1	
3	2	1	
4	3	2	
5	4	3	
6	5	5	
7	6	8	
8	7	13	
9	8	21	
10	9	34	
11	10	55	
12	11	89	
13	12	144	
14	13	233	
15	14	377	
16	15	610	
17	16	987	
18	17	1597	
19	18	2584	
20	19	4181	
21	20	6765	
22	21	10946	
23	22	17711	
24	23	28657	
25	24	46368	
26	25	75025	
27	26	121393	
28	27	196418	
29	28	317811	
30	29	514229	
31	30	832040	
32	31	1346269	
33			
34			

2425 Använd kalkylbladet som du skapade i föregående uppgift.

a) Bestäm i kolumn C kvoten av två på varandra följande tal i talföljden som du har beräknat i kolumn B. Vad händer med kvoten när n ökar?

b) Ändra de två första talen i talföljden till två valfria tal. Vad händer med kvoten då?

2425. a) Kvoten närmar sig det gyllene snittet 1,618...

b) Ingen skillnad.

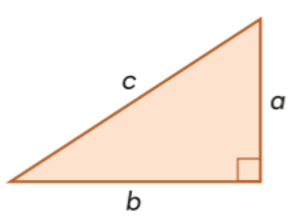
	A	B	C	D	E	F	G
1	n	a_n			a_n		
2	1	1			2		
3	2	1	1.000000		6	3.000000	
4	3	2	2.000000		8	1.333333	
5	4	3	1.500000		14	1.750000	
6	5	5	1.666667		22	1.571429	
7	6	8	1.600000		36	1.636364	
8	7	13	1.625000		58	1.611111	
9	8	21	1.615385		94	1.620690	
10	9	34	1.619048		152	1.617021	
11	10	55	1.617647		246	1.618421	
12	11	89	1.618182		398	1.617886	
13	12	144	1.617978		644	1.618090	
14	13	233	1.618056		1042	1.618012	
15	14	377	1.618026		1686	1.618042	
16	15	610	1.618037		2728	1.618031	
17	16	987	1.618033		4414	1.618035	
18	17	1597	1.618034		7142	1.618034	
19	18	2584	1.618034		11556	1.618034	
20	19	4181	1.618034		18698	1.618034	
21	20	6765	1.618034		30254	1.618034	
22	21	10946	1.618034		48952	1.618034	
23	22	17711	1.618034		79206	1.618034	
24	23	28657	1.618034		128158	1.618034	
25	24	46368	1.618034		207364	1.618034	
26	25	75025	1.618034		335522	1.618034	
27	26	121393	1.618034		542886	1.618034	
28	27	196418	1.618034		878408	1.618034	
29	28	317811	1.618034		1421294	1.618034	
30	29	514229	1.618034		2299702	1.618034	
31	30	832040	1.618034		3720996	1.618034	
32	31	1346269	1.618034		6020698	1.618034	
33							
34							

2426 Oscar gör en multiplikationstabell i ett kalkylblad. Han skriver in talen 1–12 på rad 1 och i kolumn A. Sedan skriver han in en formel i cell B2 som han kopierar till övriga celler. Vilken formel skrev Oscar in i cell B2?

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
3	2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
4	3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36
5	4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48
6	5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
7	6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72
8	7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84
9	8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96
10	9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108
11	10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
12	11	11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	132
13	12	12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144

2426. = \$A2 * B\$1

2427 Med hjälp av Pythagoras sats kan man bestämma längden av hypotenusan i en rätvinklig triangel, om man vet längden av de två kateterna.



Pythagoras sats:
$a^2 + b^2 = c^2$

Använd ett kalkylblad för att

a) beräkna längden av hypotenusan då de två andra sidorna är 3 cm respektive 4 cm

b) beräkna längden av hypotenusan (*c*) då de två kateterna är 5 cm respektive 6 cm

c) Om längden av alla tre sidorna är heltal har man hittat en Pythagoreisk trippel. Använd kalkylbladet för att hitta ytterligare en Pythagoreisk trippel.

2427.

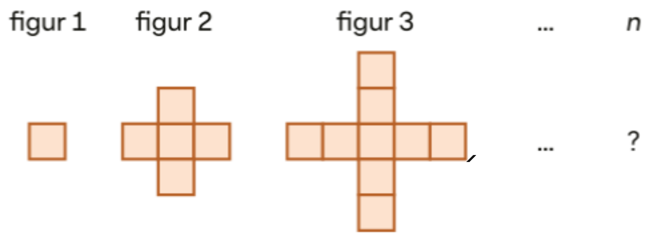
a) 5

b) 7.810

c) 6, 8, 10

	A	B	C	D
1	**a**	**b**	**c**	
2	3	4	5	
3	5	6	7.810	
4	6	7	9.220	
5	6	8	10	
6				

2437 Här ser du ett mönster med kvadrater.



a) Hur många kvadrater finns i den fjärde figuren?

b) Skriv en rekursiv formel, som anger antalet kvadrater i figur n.

c) Skriv en sluten formel, som anger antalet kvadrater i figur n.

d) Hur många kvadrater finns i figur 15?

n	a_n
1	1
2	5
3	9

2437.

a) 13 st

(diff. mellan två på varandra följande tal är konstant)

b) $a_1 = 1$

$a_n = a_{n-1} + 4 \quad , \quad n \geq 2$

c) $a_n = 4n - 3$

d) $a_{15} = 4 \cdot 15 - 3 = 57$ st

2438 En talföljd börjar med 1, 4, 9, 16, 25, ...

a) Ange det sjätte elementet i talföljden.

b) Ange en formel för det n:te elementet i talföljden.

2438.

a) 36

b) $a_n = n^2 \quad , \quad n \geq 1$

2439 Den så kallade Lucastalföljden är uppkallad efter den franska matematikern Éduard Lucas. Talföljden definieras med den rekursiva formeln

$L_n = L_{n-1} + L_{n-2}$ där $L_0 = 2$ och $L_1 = 1$

Bestäm de tre nästföljande talen i talföljden.

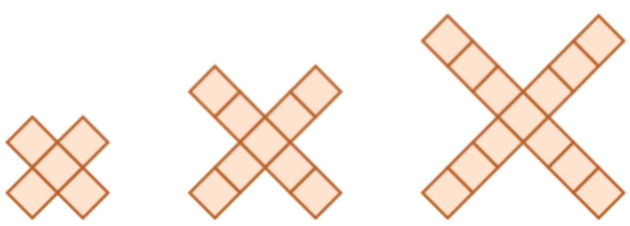
2439.

$L_2 = L_1 + L_0 = 1 + 2 = \underline{3}$

$L_3 = L_2 + L_1 = 3 + 1 = \underline{4}$

$L_4 = L_3 + L_2 = 4 + 3 = \underline{7}$

2440 Här ser du ett mönster med kvadrater.



figur 1 figur 2 figur 3

Asta, Joar, Åsa och Finn har skrivit var sin formel för hur många kvadrater som finns i figur *n*.

Asta $a_n = 4n + 1$

Joar $a_n = 4(n - 1) + 5$

Finn $a_n = 4n + 5$

Åsa $a_n = 2(1 + 2n) - 1$

a) Hur kan de ha tänkt?

b) Har någon av dem gjort rätt? Motivera ditt svar.

2440. a) Se facit.

b) Astas, Joars och Åsa formler beskriver samma vilket är rätt, förutsatt att n börjar på noll.

2441 Här ser du två mönster.

Mönster 1

Mönster 2

a) Vilka av följande rekursiva formler ($n \geq 1$) beskriver mönster 1 respektive 2?

R1 $a_1 = 5; a_{n+1} = a_n + 3$

R2 $a_1 = 4; a_{n+1} = a_n + 2$

R3 $a_1 = 5; a_{n+1} = a_n + 4$

R4 $a_1 = 4; a_{n+1} = a_n + 3$

b) Vilka av följande slutna formler ($n \geq 1$) beskriver mönster 1 respektive 2?

S1 $a_n = 1 + 4n$

S2 $a_n = 1 + 3n$

S3 $a_n = 5 + 3(n - 1)$

S4 $a_n = 2n + 2$

c) Rita de tre första figurerna i de mönster som kan beskrivas av de rekursiva och slutna formler som finns kvar.

2441. a) Mönster 1: R4

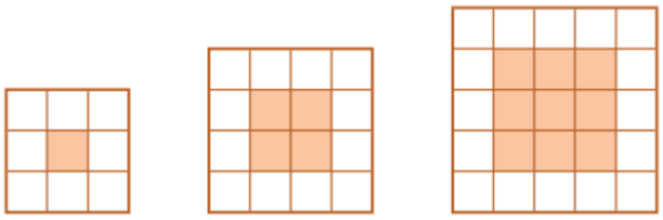
Mönster 2: R1

b) Mönster 1: S2

Mönster 2: S1

c) Se facit.

2442 Här ser du ett mönster med rutor.



figur 1 figur 2 figur 3

Skriv en sluten formel som beskriver

a) antalet färgade rutor i figur n

b) det totala antalet rutor, färgade och vita, i figur n

c) antalet vita rutor i figur n

2442.

a) $1, 4, 9 \Rightarrow \underline{a_n = n^2 \quad , n \geq 1}$

b) $9, 16, 25 \Rightarrow \underline{a_n = (n+2)^2 \quad , n \geq 1}$

c) $a_n = (n+2)^2 - n^2 = \underline{4 + 4n \quad , n \geq 1}$

2443 Beskriv talföljden 1, −2, 4, −8, 16, −32, ... med en

a) rekursiv formel

b) sluten formel

$1 - 3 = -2$

$-2 + 6 = 4$

$4 - 12 = -8$

$-8 + 24 = 16$

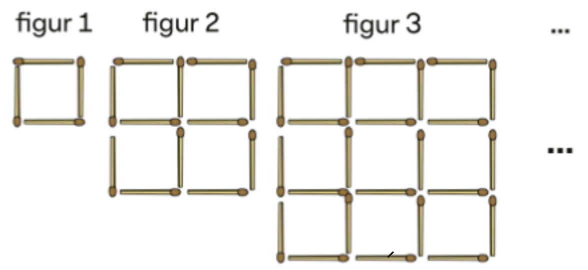
2443.

a) $a_1 = 1$

$\underline{a_{n+1} = a_n - 3 \cdot (-2)^{n-1}}$

b) $\underline{a_n = (-2)^{n-1}}$

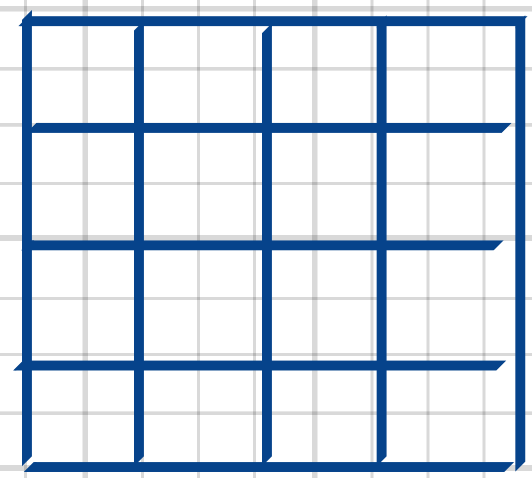
2444



a) Hur många tändstickor innehåller den fjärde figuren?

b) Finn en formel som beskriver antalet tändstickor i figur n.

figur 4



2444. $a_n = 4, 12, 24, \ldots$

a) $\underline{40 \text{ st}}$

b) $\underline{a_n = 2n(n+1)}$

Alla tal delbara med n => en faktor $= n$

Prövning ger:

n	$2n \cdot 2$	$2n \cdot (n+1)$
1	$2 \cdot 1 \cdot 2 = 4$	$2 \cdot 1 \cdot 2 = 4$
2	$2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$	$2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$
3	$2 \cdot 3 \cdot 2 = 12$	$2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$

2445 De så kallade rektangeltalen kan beskrivas med den rekursiva formeln

$$\begin{cases} r_1 = 2 \\ r_n = r_{n-1} + 2n \text{ för } n \geq 2 \end{cases}$$

Ange en sluten formel för r_n.

n	r_n
1	2
2	$2+2\cdot 2=6$
3	$6+2\cdot 3=12$
4	$12+2\cdot 4=20$
5	$20+2\cdot 5=30$

2445. $r_n = 2, 6, 12, 20$

$a_n = n(n+1)$, $n \geq 1$

Alla tal delbara med n => en faktor $= n$

Prövning ger:

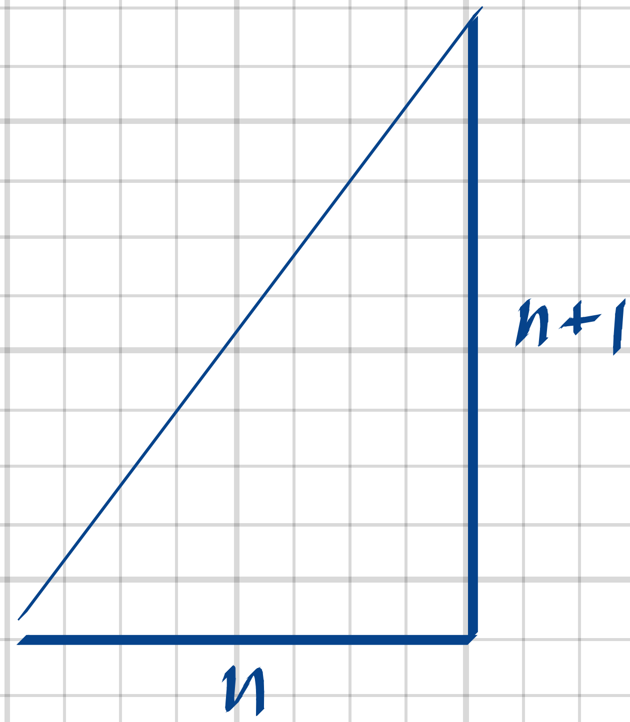
n	$n(n+1)$
1	$1\cdot(1+1)=2$
2	$2\cdot(2+1)=6$
3	$3\cdot(3+1)=12$
4	$4\cdot(4+1)=20$

2446 Här ser du ett mönster med rutor.

figur 1 figur 2 figur 3 figur 4

a) Hur många rutor innehåller figur 5?

b) Ange en sluten formel som beskriver antalet rutor i figur n.



2446.

a) 15 st

b) $a_n = \dfrac{n \cdot (n+1)}{2} \quad , \quad n \geq 1$

2455 Var i den aritmetiska talföljden 82; 80,5; 79, ... hittar du talet 65,5? Motivera ditt svar.

2455. $82 - 1.5 \cdot k = 65.5 \Rightarrow k = \dfrac{82 - 65.5}{1.5} = 11$

11 steg under talet 82.

2456 I en aritmetisk talföljd är $a_5 = 17$ och $d = 2,1$.

a) Bestäm de tre första elementen.

b) Beskriv talföljden med en formel.

c) Beräkna summan av de 20 första elementen.

2456. $2.1 \cdot 5 + m = 17 \Rightarrow$

$m = 6.5$

b) $a_n = 2.1n + 6.5$

a) $a_1 = 2.1 \cdot 1 + 6.5 = \underline{8.6}$

$a_2 = 2.1 \cdot 2 + 6.5 = \underline{10.7}$

$a_3 = 2.1 \cdot 3 + 6.5 = \underline{12.8}$

c) $a_{20} = 2.1 \cdot 20 + 6.5 = 48.5$

$S = \dfrac{n \cdot (a_1 + a_n)}{2} = \dfrac{20 \cdot (8.6 + 48.5)}{2} = \underline{571}$

2457 Undersök om följande talföljder är aritmetiska.

a) $a_n = 2 - 4n$ för $n \geq 1$

b) $b_n = 2 \cdot 4n$ för $n \geq 1$

2457.

a)

n	a_n
1	$2-4\cdot1=-2$
2	$2-4\cdot2=-6$
3	$2-4\cdot3=-10$

konstant diff = 4 => aritmetisk talföljd.

b)

n	b_n
1	$2\cdot4\cdot1=8$
2	$2\cdot4\cdot2=16$
3	$2\cdot4\cdot3=24$

konstant diff = 8 => aritmetisk talföljd.

2458 Torvald säger att om man vet att summan i en aritmetisk talföljd är 214 och att det första elementet är 7, så kan man beräkna differensen. Har Torvald rätt? Motivera ditt svar.

2458

$$\frac{n}{2}(7+a_n) = 214$$

2 obekanta / 1 ekvation => Torvald har fel.

2459 Förklara med hjälp av uttrycket för en aritmetisk summa varför summan av de n första positiva heltalen kan beräknas med uttrycket $\frac{n(n+1)}{2}$

2459.

$$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$$

$$a_1 = 1 \,,\; a_n = n \quad \Rightarrow \quad S_n = \frac{n(n+1)}{2} \quad \#$$

2460 Clara stickar en halsduk. Den första dagen stickar hon 18 cm av halsduken och senare stickar hon varje dag 4 cm mer än dagen före. Hur många dagar tar det för henne att sticka en halsduk som är 2 meter lång?

2460.

$$a_n = 4 \cdot n + 14$$

$$\frac{n \cdot (18 + 4n + 14)}{2} = 200$$

$$32n + 4n^2 = 400$$

$$8n + n^2 = 100$$

Utan kunskap om allmänna andragradsekv. återstår prövning:

n	4	5	6	7
$8n+n^2$	32	65	84	105

$\Rightarrow$ knappt 7 dagar

2461 Beräkna summan av alla tvåsiffriga tal.

2461.

$$S_{99} = \frac{99(1+99)}{2} = \underline{4950}$$

2462 I en konsertlokal finns det 30 rader med sittplatser. På varje rad finns det två platser fler än på raden innan. På rad 15 finns det 50 sittplatser. Hur många sittplatser finns det totalt i konsertlokalen?

2462.

$$2 \cdot 15 + m = 50 \Rightarrow m = 20$$

$$a_n = 2n + 20$$

$$a_{30} = 2 \cdot 30 + 20 = 80$$

$$a_1 = 2 \cdot 1 + 20 = 22$$

$$S_{30} = \frac{30 \cdot (80+22)}{2} = \underline{1530 \text{ st}}$$

2463 Det första elementet i en aritmetisk talföljd är 2 och summan av de 20 första elementen är 268. Beskriv talföljden med en formel.

2463.

$$\frac{20(2+a_{20})}{2} = 268$$

$$a_{20} = \frac{268 \cdot 2}{20} - 2 = 24{,}8$$

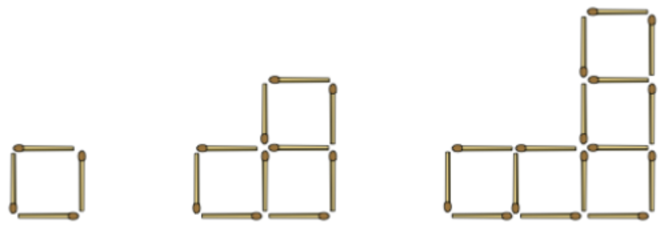
$$-\begin{cases} d \cdot 20 + m = 24{,}8 \\ d \cdot 1 + m = 2 \end{cases}$$

$$19d = 22{,}8$$

$$d = 1{,}2 \quad , \quad m = 2 - 1{,}2 \cdot 1 = 0{,}8$$

$$a_n = 1{,}2n + 0{,}8$$

2464 Gabriel bygger figurer med tändstickor.



figur 1 figur 2 figur 3

a) Hur många tändstickor behöver han totalt om han ska bygga 100 figurer?

b) Hur många tändstickor behöver han totalt om han ska bygga p stycken figurer?

2464.

$$a_n = 6n - 2$$

a)

$$a_{100} = 6 \cdot 100 - 2 = 598$$

$$S_{100} = \frac{100 \cdot (4 + 598)}{2} = \underline{30100 \text{ st}}$$

b)

$$a_p = 6p - 2$$

$$S_p = \frac{p(4 + 6p - 2)}{2} = \underline{p + 3p^2}$$

2465 Visa att $a_1 + a_n = a_2 + a_{n-1}$ för varje $n \geq 2$ i en aritmetisk talföljd $a_1, a_2, a_3, \ldots$

2465.

$$a_n = d \cdot n + m$$

$$a_{n-1} = d \cdot (n-1) + m$$

$$VL = a_1 + a_n = a_1 + d \cdot n + m$$

$$HL = a_2 + a_{n-1} = a_1 + d + d \cdot (n-1) + m = a_1 + d \cdot n + m = VL \quad \#$$

2466 Visa att summan av de n första termerna i en aritmetisk talföljd ges av formeln

$$s_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$$

2466.

$$S_4 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4$$

$$2S_4 = 2a_1 + 2a_2 + 2a_3 + 2a_4$$

$$2S_4 = 2a_1 + 2(a_1 + d) + 2(a_1 + 2d) + 2(a_1 + 3d)$$

$$2S_4 = 4a_1 + 4a_1 + 12d$$

$$2S_4 = 4a_1 + 4(a_1 + 3d)$$

$$2S_4 = 4a_1 + 4a_4$$

$$S_4 = \frac{4}{2}(a_1 + a_4) \qquad 4 \to n \Rightarrow S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

$\#$

2467 Bestäm värdet av $x - y$ om

$x = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \ldots + 1\,000^2$

och

$y = 1 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 5 + 4 \cdot 6 + \ldots + 999 \cdot 1\,001$

2467.

$x_n = n^2 \quad , \ n \leq 1000$

$y_n = n(n+2) \quad , \ n \leq 999$

Geogebra ger $x - y = \underline{1000}$