

1 a) Förenkla uttrycket  $2x - 3y + 4x + 5y - 6$ .

b) Beräkna värdet av uttrycket om  $x = 2$  och  $y = 5$ .

1. a)  $6x + 2y - 6$

b)  $6 \cdot 2 + 2 \cdot 5 - 6 = 12 + 10 - 6 = \underline{16}$

---

2 Lös ekvationerna.

a)  $3x - 8 = 14,5$

b)  $4(2x - 1) = 3 - (2x + 2)$

c)  $x^5 = 32$

d)  $x^{\frac{1}{4}} = 3$

2. a)  $x = \frac{14,5 + 8}{3} = \underline{7,5}$

b)  $8x - 4 = 3 - 2x - 2$

$$6x = 5$$

$$x = \underline{\frac{5}{6}}$$

c)  $x = 32^{\frac{1}{5}} = \underline{2}$

d)  $x = 3^4 = \underline{81}$

---

3 Ingvild köper tomater som kostar 36,90 kr/kg och äpplen för 29,90 kr/kg. Uttrycket  $36,90x + 29,90y$  bestämmer hur mycket hon får betala. Vad betyder variablerna  $x$  och  $y$ ?

3.  $x = \text{antal kg tomater}$   
 $y = \text{antal kg "äpplen"}$

---

4 Lös ut  $a$  ur uttrycket  $3ab + c = d$ .

4.  $a = \frac{d-c}{3b}$

---

5 Beskriv med ett matematiskt uttryck:  
 $y$  är tre mindre än dubbelt så stort som  $x$

5.  $y = 2x - 3$

---

6 Förenkla så långt som möjligt.

a)  $(a + 1)(a - 2) - a^2$

b)  $(2x + 1)(3x + 2) - (6x^2 - 5)$

c)  $\frac{5x + 5}{x + 1}$

6. a)  $a^2 - a - 2 - a^2 = \underline{-a - 2}$

b)  $6x^2 + 7x + 2 - 6x^2 + 5 = \underline{7x + 7}$

c)  $\frac{5(x + 1)}{x + 1} = \underline{5}$

---

7 Lös olikheterna.

a)  $3x - 6 \leq -11$

b)  $86 - 6x < 4x + 6$

7. a)  $x \leq \frac{-11 + 6}{3}$

$x \leq \underline{-\frac{5}{3}}$

b)  $80 \leq 10x$

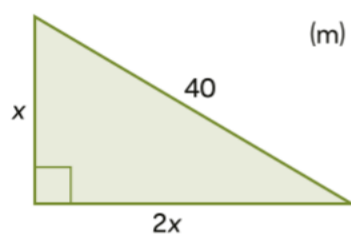
$x \geq \underline{8}$

---

8 Jamal tänker på ett tal. Han multiplicerar det med 5, adderar 7 till produkten och dividerar summan med 4. Kvoten blir 13. Vilket tal tänkte Jamal på?

$$8. \quad \frac{5 \cdot x + 7}{4} = 13$$
$$5x + 7 = 52$$
$$x = \frac{52 - 7}{5} = \underline{9}$$

9 Enligt Pythagoras sats gäller  $x^2 + (2x)^2 = 40^2$



Bestäm triangelns area.

$$9. \quad A = \frac{2x \cdot x}{2} = x^2$$
$$x^2 + 4x^2 = 40^2$$
$$5x^2 = 40^2$$
$$x^2 = \frac{40^2}{5} = \frac{1600}{5} = 320$$
$$\underline{\text{Area}} = \underline{320 \text{ m}^2}$$

**10** Formeln  $\Delta s = v \cdot \Delta t$  anger sambandet mellan sträcka, hastighet och tid. Bestäm medelhastigheten som Usain Bolt hade när han i Berlin år 2009 vann VM-guld på 100 meter med tiden 9,58 s, och samtidigt satte världsrekord.

10. 
$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{100}{9,58} \approx 10,4 \text{ m/s} \approx \underline{37,6 \text{ km/h}}$$

**11** Lös ekvationerna. Svara med tre värdesiffror.

a)  $5x^3 = 60$

b)  $3x^4 = 372$

c)  $3x^7 + 4 = -84$

11. a) 
$$x = \left(\frac{60}{5}\right)^{1/3} = \underline{2,29}$$

b) 
$$x = \left(\frac{372}{3}\right)^{1/4} = \underline{3,34}$$

c) 
$$x = \left(\frac{-84-4}{3}\right)^{1/7} = \underline{-1,62}$$

**12** För uttrycken  $A$  och  $B$  gäller att  $A = 2x^2 + 3x - 4$  och  $B = 3x + 2$ . Avgör om påståendet är sant eller falskt och motivera ditt svar.

a) Värdet av  $A$  är  $-4$  för  $x = -1$ .

b)  $A + 5B = 2x^2 + 18x - 2$

c) Det finns ett tal  $a$ , sådant att värdet av  $A$  och  $B$  är lika för  $x = a$ .

12. a)  $A = 2 \cdot (-1)^2 + 3 \cdot (-1) - 4 = 2 - 3 - 4 = -5 \neq -4 \Rightarrow$  falskt

b) VL =  $2x^2 + 3x - 4 + 15x + 10 = 2x^2 + 18x + 6 \neq HL \Rightarrow$  falskt

c)  $2a^2 + 3a - 4 = 3a + 2$

$$2a^2 = 6$$

$$a = \pm\sqrt{3} \Rightarrow$$
 det finns två tal

**13** Kapitalet i en räntefond  $t$  år efter att pengarna sattes in i fonden är  $K$  kr och beskrivs av formeln  $K = K_0 \cdot p^t$  där  $K_0$  kr är det kapital som ursprungligen sattes in i fonden och  $p$  är den årliga förändringsfaktorn.

a) Bestäm  $p$ , om  $K_0 = 8\,500$  kr och  $K = 9\,103$  kr efter 3 år.

b) Tolka betydelsen av det du räknade ut i a).

13. a)  $p = \left(\frac{K}{K_0}\right)^{1/t} = \left(\frac{9103}{8500}\right)^{1/3} =$  1,023

b) Den genomsnittliga ökningstakten = 2,3% per år.

14 Summan av de  $n$  första positiva heltalen kan beräknas med formeln

$$\frac{n(n+1)}{2}$$

Till exempel har vi

| $n$ | Summans uttryck | $n$ insatt i formeln      | Summans värde |
|-----|-----------------|---------------------------|---------------|
| 1   | 1               | $\frac{1 \cdot (1+1)}{2}$ | 1             |
| 2   | 1+2             | $\frac{2 \cdot (2+1)}{2}$ | 3             |
| 3   | 1+2+3           | $\frac{3 \cdot (3+1)}{2}$ | 6             |

- Beräkna summan för  $n = 4$ ,  $n = 5$  och  $n = 6$ .
- Du ska nu undersöka vad som händer när man adderar summorna för två på varandra följande värden av  $n$ . Till exempel gäller att om man adderar summorna för  $n = 1$  och  $n = 2$ , så blir resultatet  $1 + 3 = 4$ . Utför den beskrivna additionen för  $n = 2$  och  $n = 3$ , för  $n = 3$  och  $n = 4$ , samt för  $n = 4$  och  $n = 5$ .
- Ser du något mönster? Ställ upp en hypotes över dina iakttagelser.
- Bevisa din hypotes, dvs. visa att din hypotes gäller oavsett vilka två värden på  $n$  som man väljer, så länge man tar två på varandra följande värden.

$$14. \quad n=4 : S = \frac{4(4+1)}{2} = \underline{10}$$

$$n=5 : S = \frac{5(5+1)}{2} = \underline{15}$$

$$n=6 : S = \frac{6(6+1)}{2} = \underline{21}$$

$$n_1=2, n_2=3 : S = \frac{2(2+1)}{2} + \frac{3(3+1)}{2} = 3 + 6 = \underline{9}$$

$$n_1=3, n_2=4 : S = \frac{3(3+1)}{2} + \frac{4(4+1)}{2} = 6 + 10 = \underline{16}$$

$$n_1=4, n_2=5 : S = \frac{4(4+1)}{2} + \frac{5(5+1)}{2} = 10 + 15 = \underline{25}$$

Hypotes: Summan blir det andra talet i kvadrat,  
dvs  $n_2^2 = (n_1+1)^2$

Bevis:

$$\begin{aligned} & \frac{n_1 \cdot (n_1+1)}{2} + \frac{(n_1+1) \cdot (n_1+2)}{2} = \\ & = \frac{n_1^2 + n_1 + n_1^2 + 3n_1 + 2}{2} = \frac{2(n_1^2 + 2n_1 + 1)}{2} = \\ & = (n_1+1)^2 \quad \# \end{aligned}$$