

28 Beräkna värdet av uttrycken för

$a = 3$ och $b = -2$.

a) $a^2 - 7a + b$

b) $ab + b^2$

28. a) $3^2 - 7 \cdot 3 - 2 = 9 - 21 - 2 = \underline{-14}$

b) $3 \cdot (-2) + (-2)^2 = -6 + 4 = \underline{-2}$

29 Sidan i en kvadrat är 7,5 cm längre än sidan i en annan kvadrat. Arean hos den större kvadraten är 131,25 cm². Hur långa är kvadraternas sidor?

29. $(x + 7,5)^2 = 131,25$

$$x = \sqrt{131,25} - 7,5 = 3,96 \approx \underline{4,0 \text{ cm}}$$

$$x + 7,5 = 11,46 \approx \underline{11,5 \text{ cm}}$$

30 Förenkla uttrycken så långt som möjligt.

a) $\frac{a}{2} - \frac{4b}{5} - \frac{a}{4} + \frac{2b}{5}$

b) $\frac{6a+2}{9} - \frac{7-2a}{6}$

30. a) $\frac{2a-a}{4} + \frac{2b-4b}{5} = \underline{\frac{a}{4} + \frac{2b}{5}}$

b) $\frac{6(6a+2) - 9(7-2a)}{54} = \frac{36a+12-63+18a}{54} =$
 $= \frac{54a-51}{54} = a - \frac{51}{54} = \underline{a - \frac{17}{18}}$

31 Ange två bråk vars summa är $\frac{7}{16}$. Båda bråken ska vara skrivna i enklaste form.

31. Ex. v $\frac{3}{8}$ och $\frac{1}{16}$

32 Höstens tröjor finns i fyra olika färger: lila, gul, blå och röd. En tredjedel av tröjorna är röda, en sjättedel är gula, två femtedelar är lila och resten är blå. Beräkna andelen blå tröjor.

32. $1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{6} - \frac{2}{5} = \frac{30 - 10 - 5 - 12}{30} = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$

33 Lös ekvationerna

a) $\frac{1}{2x} + \frac{2}{3} = \frac{13}{15}$

b) $\frac{5x}{6} - \frac{3}{8} = \frac{11}{24} + \frac{5x}{12}$

33. a) $\frac{1}{2x} = \frac{13}{15} - \frac{10}{15}$

$$\frac{1}{2x} = \frac{3}{15}$$

$$x = \frac{15}{3 \cdot 2} = \frac{5}{2}$$

b) $\frac{10x}{12} - \frac{5x}{12} = \frac{11}{24} + \frac{9}{24}$

$$\frac{5x}{12} = \frac{20}{24}$$

$$x = \frac{20 \cdot 12}{24 \cdot 5} = \underline{2}$$

34 Eva och Mari har var sin orm. Båda säger att deras orm är 14 dm lång.

- a) Betyder det att båda ormarna nödvändigtvis är precis lika långa?
b) Hur stor skillnad kan det högst vara mellan ormarnas längd?

34. a) Nej, det kan vara ett avrundat tal.

b) $14,499... - 13,5 = \underline{0,999...} (< 1 \text{ dm})$

35 Ange ett möjligt värde på x i decimalform då $\sqrt[3]{64} < x < \sqrt[3]{125}$

35. $4 < x < 5$

ex. v $x = 4,5$

36 Redaktören uppmanar Ellinor att skriva om några tal i artikeln så att den blir mera begriplig. Här är delar av artikeln. Kan du hjälpa Ellinor att klara uppgiften?

”Det känns underbart att bli utvald bland 1 000 000 000 människor till äventyret. Det tog 19 000 timmar att förbereda sig för den 385 000 000 m långa färden.”

”En kubikmeter väte innehåller 26 900 000 000 000 000 000 000 000 atomer och väger $0,9 \cdot 10^{-1}$ kg.”

”Kosttillskottet som man får innehåller 0,0025 kg vitamin B1, $4,5 \cdot 10^{-6}$ g vitamin B12 och $2,15 \cdot 10^{-4}$ kg magnesium.”

36.

1 miljard

385 000 km

$2,69 \cdot 10^{22}$ atomer

90 gram

2,5 g, 4,5 μ g, 215 mg

37 Förenkla

a) $(6x^2 - 2x)(3x - y)$

b) $3(x - y) - 2(x + y)(x - y)$

37. a) $18x^3 - 6x^2y - 6x^2 + 2xy$

b) $3x - 3y - 2x^2 + 2y^2$

38 Bestäm värdet av m .

$$\frac{3^4 \cdot 2^5 \cdot (3 \cdot 2)^{10}}{(3^2)^7 \cdot 2^0} = 2^m$$

38,

$$\frac{\cancel{3^4} \cdot 2^5 \cdot \cancel{3^{10}} \cdot 2^{10}}{\cancel{3^{14}} \cdot 1} = 2^m$$

$$2^{15} = 2^m$$

$$\underline{m = 15}$$

39 Förenkla så långt som möjligt.

a) $\frac{5x^2 + 5x}{x + 1}$

b) $\frac{ab^2 - 3ab}{b - 3}$

39, a) $\frac{5x(x+1)}{x+1} = \underline{5x}$

b) $\frac{ab(b-3)}{b-3} = \underline{ab}$

40 Givet att $p = a - b$ och $q = a + b$. Teckna ett uttryck för

a) $q - 3p$ och förenkla

b) $-4pq$ och förenkla

$$40. \quad a) \quad q - 3p = a + b - 3(a - b) = \underline{-2a + 4b}$$

$$b) \quad -4pq = -4(a - b)(a + b) = -4(a^2 - b^2) = \underline{-4a^2 + 4b^2}$$

41 Ron har fått nedanstående uppgift:

Albus är 3 år äldre än sin bror Severus.
Deras syster Minerva är dubbelt så
gammal som Albus. Tillsammans är de
29 år. Hur gammal är Albus?

Ron väljer att lösa uppgiften med hjälp av en ekvation och hans lösning ser ut så här:

$$x + (x - 3) + 2x = 29$$

$$x + x - 3 + 2x = 29$$

$$4x - 3 = 29$$

$$4x = 32$$

$$x = 8$$

Svar: $x = 8$

Ge Ron återkoppling på lösningen. Vad har han gjort som är bra? Vad kan förbättras?

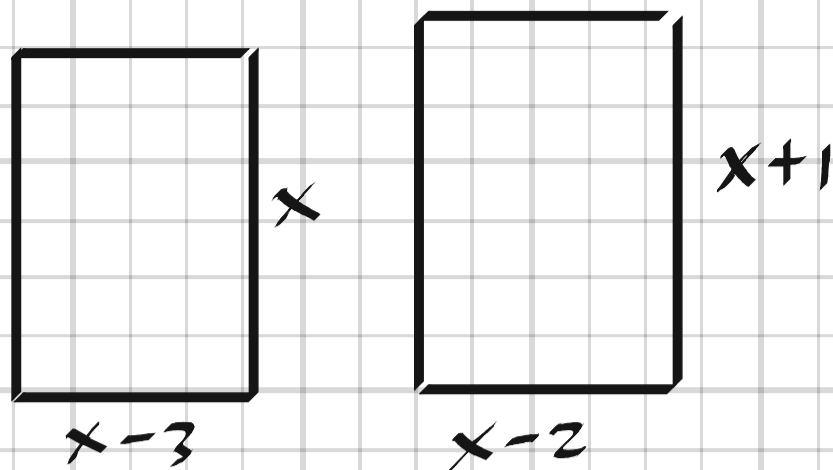
41. Bör tydliggöras att $x = \text{Albus} \text{ ålder}$.

Mkt bra och tydlig uppställning.

I svaret bör anges att det "är Albus som är 8 år"

42 En sida i en rektangel är 3 cm kortare än den andra sidan. Om varje sida görs 1 cm längre, så kommer arean att bli 18 cm^2 större. Hur långa är sidorna i den ursprungliga rektangeln?

42,



$$(x-2)(x+1) - (x-3)x = 18$$

$$x^2 - x - 2 - x^2 + 3x = 18$$

$$2x = 20$$

$$x = 10$$

Sidorna är 7 och 10 cm.

- 43 a) Beräkna summan av de 10 första positiva heltalen.
b) Beräkna summan av de 100 första positiva heltalen.
c) Beräkna summan av de 1 000 första positiva heltalen.
d) Finn ett mönster i a)–c) och gissa summan av de 10 000 första positiva heltalen.
e) Beräkna summan i d).

$$43. \quad a) \quad s = \frac{10(10+1)}{2} = 5 \cdot 11 = \underline{55}$$

$$b) \quad s = \frac{100(100+1)}{2} = 5000 + 50 = \underline{5050}$$

$$c) \quad s = \frac{1000 \cdot (1000+1)}{2} = 500000 + 500 = \underline{500500}$$

$$d) \quad s = \underline{50005000}$$

$$e) \quad s = \frac{10000 \cdot (10000+1)}{2} = \underline{50005000}$$

44 Kerstin tycker om att vandra i bergen och är också intresserad av matematik. På en vandring noterar hon att det är 11 grader varmt i dalen på 1 587 meters höjd över havet. Vid hyttan på toppen 2 446 meter över havet visar termometern 4 °C. Kerstin bedömer att temperaturen sjunker med konstant hastighet beroende på höjden över havet. Hon vill skapa en formel som visar temperaturen T °C vid höjden h meter över havet. Hjälp Kerstin att konstruera formeln.

$$44. \quad T = - \frac{11 - 4}{2446 - 1587} \cdot h + m$$

$$T = - 0,0081 \cdot h + m$$

$$- 0,0081 \cdot 1587 + m = 11 \quad \Rightarrow \quad m = 23,9$$

$$\underline{T = - 0,0081 \cdot h + 24 \quad ^\circ\text{C}}$$

45 Förenkla

$$(3^x + 3^{-x})(3^x + 3^{-x}) + 9^x$$

$$45. \quad \underline{9^x + 2 + 9^{-x} + 9^x = 2 \cdot 9^x + 9^{-x} + 2}$$

46 För vilka positiva heltal på m och n gäller

$$\frac{m+1}{n+1} > \frac{m}{n}$$

$$46. \quad m+1 > \frac{m}{n} (n+1)$$

$$m+1 > m + \frac{m}{n}$$

$$\frac{m}{n} < 1$$

$$m < n$$

För alla positiva heltal där n "är större" än m .

47 På ett matematikprov ställdes frågan:

Hur många termer ska ingå i den aritmetiska summan $16 + 14 + 12 + \dots$ för att summan ska bli 60?

Både Gert och Adam har löst uppgiften, men kommit fram till olika svar. Ändå har båda gjort rätt. Hur kan det ha gått till?

$$47. a_n = -2n + 18$$

$$\frac{n \cdot (16 + a_n)}{2} = 60$$

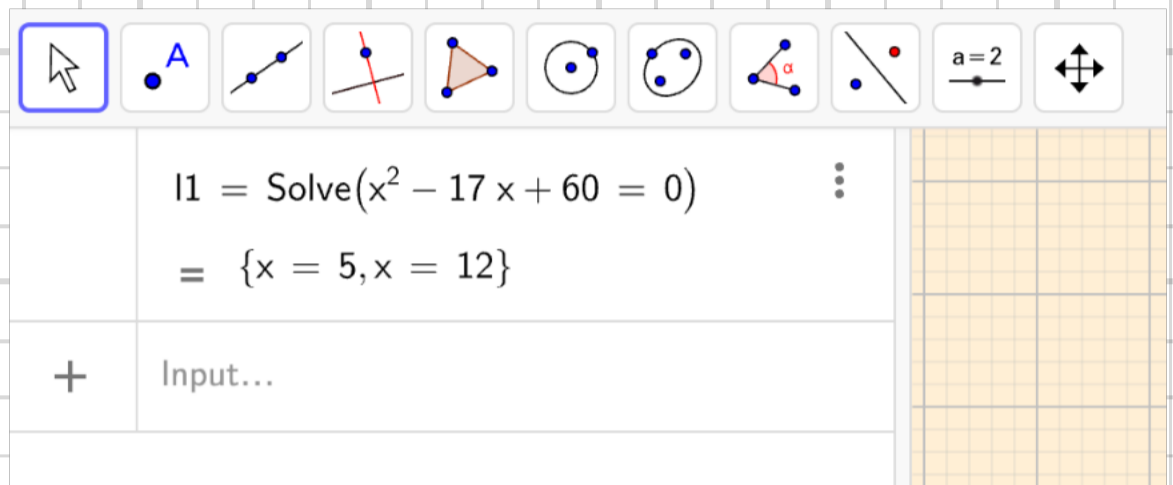
$$\frac{n \cdot (16 - 2n + 18)}{2} = 60$$

$$n^2 - 17n + 60 = 0$$

Geogebra ger $n_1 = 5, n_2 = 12$

$$n = 5: 16 + 14 + 12 + 10 + 8 = 60$$

$$n = 12: 16 + 14 + 12 + 10 + 8 + 6 + 4 + 2 + 0 - 2 - 4 - 6 = 60$$



The screenshot shows the Geogebra software interface. At the top, there is a toolbar with various icons for drawing and editing. Below the toolbar, the command input field contains the text: $I1 = \text{Solve}(x^2 - 17x + 60 = 0)$. The result of the command is displayed as $= \{x = 5, x = 12\}$. Below the command input field, there is a plus sign and the text "Input...".

48 En familj vill hyra bil en dag för att göra en rundresa i Småland. Hos Småbil kostar hyrbilen 456 kr per dag inklusive 100 km och därefter 2,30 kr för varje extra km. Den andra firman, Miljöfordon, tar 345 kr per dag för hyrbilen och 1,50 kr för varje körd km.

a) Efter hur många körda km blir bilen billigare att hyra hos Småbil?

b) För vilka körsträckor är bilen billigare att hyra hos Småbil?

48. $a = \text{antal dagar}, b = \text{antal km}$

$$\text{Småbil: } \begin{cases} y = 456a, & b \leq 100 \\ y = 456a + 2,30 \cdot (b - 100), & b > 100 \end{cases}$$

$$\text{Miljöfordon: } y = 345a + 1,5b$$

1 dag:

$$b \leq 100 \quad 456 < 345 + 1,5b \Rightarrow b > 74$$

$$b > 100 \quad 456 + 2,30 \cdot (b - 100) < 345 + 1,5b \Rightarrow$$

$$0,8b < 345 - 456 + 230$$

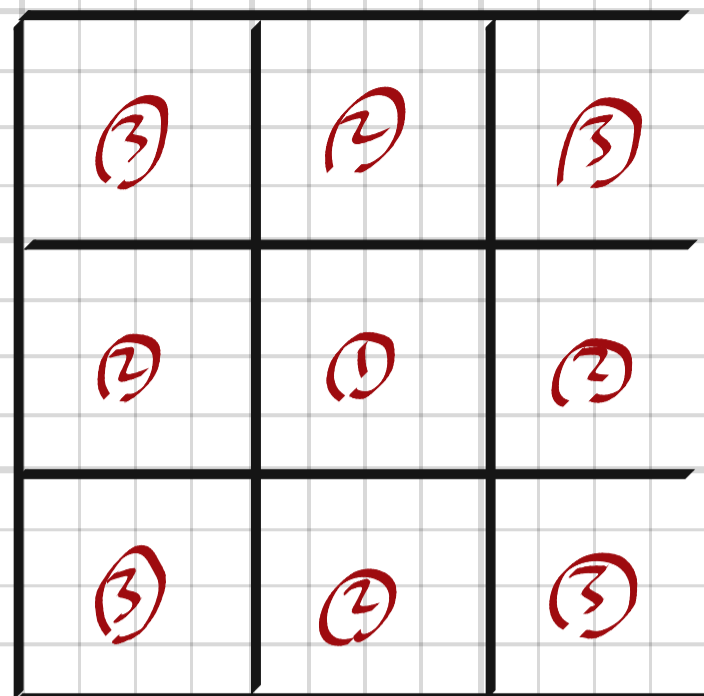
$$b < 148,75$$

a) Efter 74 km

b) Mellan 74 km och 149 km

49 Rubiks kub är ett mekaniskt spel i form av en kub. Varje sida av kuben är indelad i 3×3 små kvadrater.

- Tänk dig att Rubiks kub är uppbyggd av små kuber, även inuti. Hur många små kuber består den stora kuben av?
- Hur många små kuber kommer att ha 1, 2 respektive 3 färgade sidor?
- Visa att en kub som består av $k \times k \times k$ små kuber kommer att ha $6(k-2)^2$ små kuber med färg på endast en sida.



49. a) $3^3 = \underline{27 \text{ st}}$

b) 1 sida: $6 \cdot 1 = \underline{6 \text{ st}}$

2 sidor: $4 \cdot 2 + 4 = \underline{12 \text{ st}}$

3 sidor: $4 \cdot 2 = \underline{8 \text{ st}}$

c) Antal småkuber med 1 färgad sida

per sida av den stora kuben = $(k-2)^2$

Med 6 sidor blir det $6 \cdot (k-2)^2$. #