1 Om du drar 12 kort från en vanlig kortlek så måste minst 2 av korten ha samma valör.

Är detta sant?

1. Nej, en kortlek har 13 olika valörer.

---

2 Ange nästa tal i talföljden

a) 9, –3, 1, –1/3, …

b) 2, 5, 10, 17, 26, …

2. a) $a_{n+1} = a_n \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) \Rightarrow a_5 = -\frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{9}$

b)
$5 = 2 + 3$
$10 = 5 + 5$
$17 = 10 + 7$
$26 = 17 + 9$

Skillnaden mellan talen ökar med 2. $\Rightarrow$

$a_6 = 26 + 11 = 37$

---

3 Låt $A = \{1, 2, 3, 4\}$ $B = \{4, 5, 6\}$ och $C = \{5, 6, 7\}$

a) Bestäm $(A \cup B) \cap C$

b) Bestäm $(A \cap B) \cup C$

3. a) $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$(A \cup B) \cap C = \{5, 6\}$

b) $A \cap B = \{4\}$

$(A \cap B) \cup C = \{4, 5, 6, 7\}$

---

5 Bestäm den andra och den fjärde termen i utvecklingen av $(2a + 3b)^5$.

5. $\binom{5}{1} \cdot (2a)^4 \cdot (3b)^1 = 5 \cdot 16a^4 \cdot 3b = \underline{240\, a^4 b}$

$\binom{5}{3} \cdot (2a)^2 \cdot (3b)^3 = \frac{5!}{3! \cdot 2!} \cdot 4a^2 \cdot 27b^3 = 40a^2 \cdot 27b^3 = \underline{1080\, a^2 b^3}$

---

6 Beräkna

a) $\frac{8!}{6!}$ b) $\frac{201!}{199!}$

6. a) $\frac{8!}{6!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6!}{6!} = 8 \cdot 7 = \underline{56}$

b) $\frac{201!}{199!} = \frac{201 \cdot 200 \cdot 199!}{199!} = 201 \cdot 200 = \underline{40200}$

---

7 Visa att om både a och b är delbara med k, så är även $(xa + yb)$ delbart med k, då x och y är heltal.

7. $a = m \cdot k$, $b = n \cdot k$, $n \in \mathbb{Z} \Rightarrow$

$(xa + yb) = xmk + ynk = (xm + yn) \cdot k = q \cdot k$, $q \in \mathbb{Z}$

---

8 a) Rita ett Venndiagram med tre mängder A, B och C, där alla mängderna har några gemensamma element.

Följande gäller för mängderna:

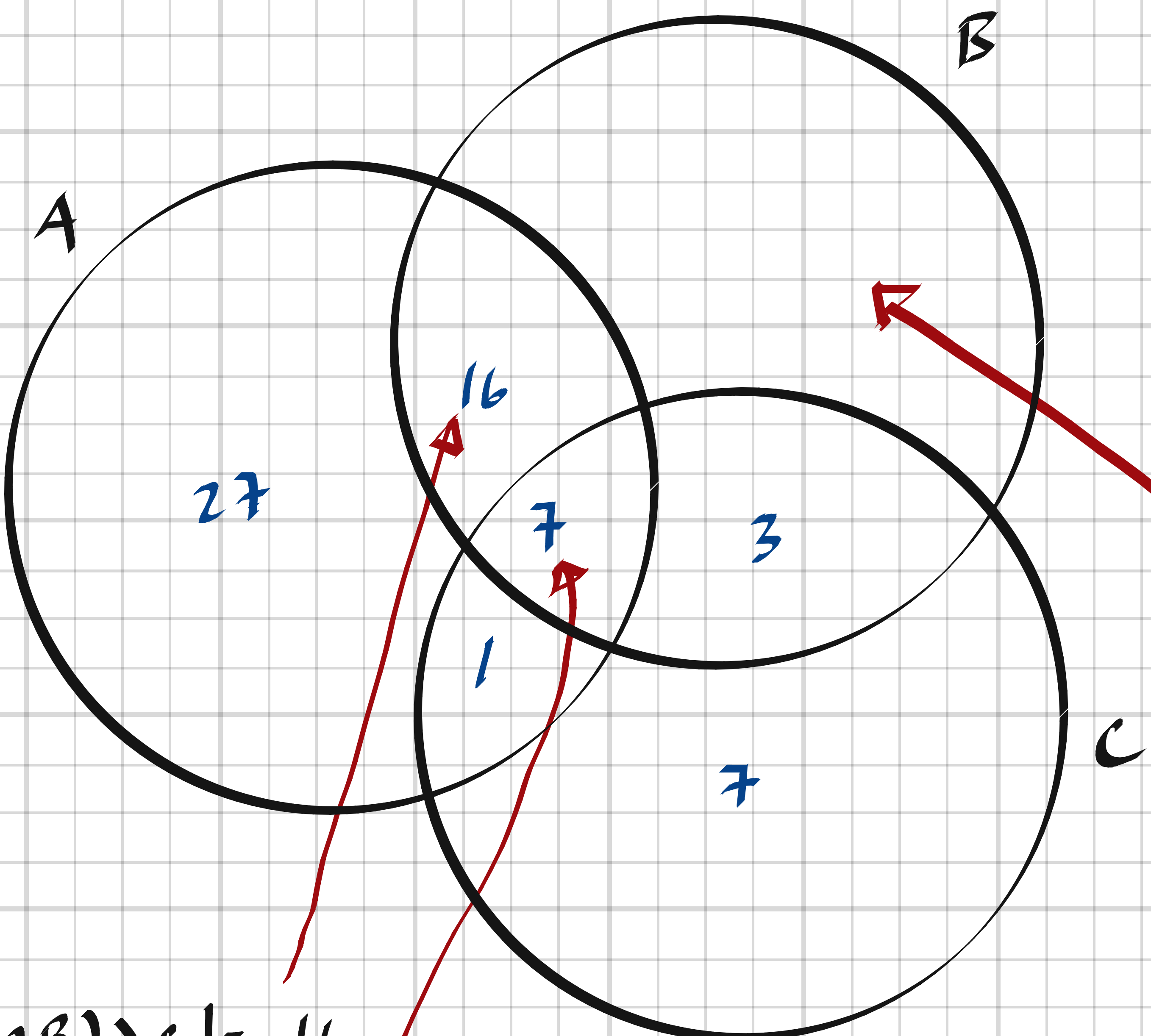
$\lvert A \cup C \rvert = 61$	$\lvert A \cap C \rvert = 8$
$\lvert (B \setminus A) \cap C \rvert = 3$	$\lvert (C \setminus B) \cap A \rvert = 1$
$\lvert A \cap B \rvert = 23$	$\lvert C \setminus A \rvert = 10$

b) Beräkna antalet element i delmängderna $(A \cap B)\setminus C$ respektive $A \cap B \cap C$.

c) Beskriv med symboler den delmängd där antalet element inte är känt.

8.

a)



b) $\lvert (A \cap B) \setminus C \rvert = 16$

$\lvert A \cap B \cap C \rvert = 7$

c) $B \setminus (A \cup C)$

9 Visa att om $a \equiv b \pmod 6$ och $c \equiv d \pmod 6$ så är

a) $a + c \equiv b + d \pmod 6$

b) $ac \equiv bd \pmod 6$

9.

$a \equiv b \pmod 6 \iff a - b = m \cdot 6$

$c \equiv d \pmod 6 \iff c - d = n \cdot 6$

a) $a + c \equiv b + d \pmod 6 \iff (a+c) - (b+d) =$

$= (a-b) + (c-d) = m \cdot 6 + n \cdot 6 = (m+n) \cdot 6 = q \cdot 6$ #

b) $ac \equiv bd \pmod 6 \iff ac - bd =$

$= ac - bc + bc - bd = c(a-b) + b(c-d) =$

$= c \cdot m \cdot 6 + b \cdot n \cdot 6 = (cm + bn) \cdot 6 = r \cdot 6$ #

10 Figuren visar en följd av cirklar och kvadrater (inskrivna i varandra). Den yttersta cirkeln har omkretsen $O_1 = 2\pi r$.

Bestäm

a) O_3 b) O_n

10.

a) Kvadrat 1 har diagonalen $2r$ och sidan $\sqrt{2}r$ $\Rightarrow$

Cirkel 2 har diametern $\sqrt{2}r$ och $O_2 = \sqrt{2}\pi r$

Kvadrat 2 har diagonalen $\sqrt{2}r$ och sidan r $\Rightarrow$

Cirkel 3 har diametern r och $\underline{O_3 = \pi r}$

b)

$$\left.\begin{aligned} O_1 &= 2\pi r \\ O_2 &= \sqrt{2}\pi r \\ O_3 &= \pi r \end{aligned}\right\} \quad O_n = \frac{O_1}{(\sqrt{2})^{n-1}} = \underline{\frac{2\pi r}{(\sqrt{2})^{n-1}}}$$

11 Bevisa med ett induktionsbevis att formeln

$\sum_{k=1}^{n} 4 \cdot 5^{k-1} = 5^n - 1$

11. $n=1$: $VL = 4 \cdot 5^0 = 4$, $HL = 5^1 - 1 = 4$ ok för $n=1$

Antagande: Formeln $4 \cdot \sum_{k=1}^{n} 5^{k-1} = 5^n - 1$ gäller för $n=p$,

dvs $4 \cdot (5^0 + 5^1 + 5^2 + \ldots + 5^{p-1}) = 5^p - 1$

Påstående: Formeln gäller även för $n = p+1$,

dvs $HL = 5^{p+1} - 1$

Bevis:

$VL = 4 \cdot (5^0 + 5^1 + 5^2 + \ldots + 5^{p-1} + 5^p) = 5^p - 1 + 4 \cdot 5^p =$

$= 5 \cdot 5^p - 1 = 5^{p+1} - 1 = HL$ #

12 Visa att $\binom{n+1}{k} = \binom{n}{k-1} + \binom{n}{k}$ där $1 \le k \le n$.

$$n! = n(n-1)!$$
$$(n+1)! = (n+1)\cdot n!$$

12.

$$VL = \binom{n+1}{k} = \frac{(n+1)!}{k!\,(n+1-k)!}$$

$$HL = \binom{n}{k-1} + \binom{n}{k} = \frac{n!}{(k-1)!\,(n+1-k)!} + \frac{n!}{k!\,(n-k)!} =$$

$$= \frac{n!}{(k-1)!\,(n-k)!\,(n+1-k)} + \frac{n!}{k(k-1)!\,(n-k)!} =$$

$$= \frac{n!\cdot k + n!\,(n+1-k)}{k(k-1)!\,(n-k)!\,(n+1-k)} = \frac{n!\,(n+1)}{k!\,(n+1-k)!} =$$

$$= \frac{(n+1)!}{k(n+1-k)!} = VL \quad \#$$

13 Disa, som älskar att springa, ska välja några tävlingar att delta i. Hon väljer bland sju olika halvmaratonlopp och maraton i New York, London, Paris, Berlin eller Stockholm.
Inga av tävlingarna äger rum på samma dag.

På hur många sätt kan hon välja

a) 5 tävlingar att delta i

b) 2 maraton- och 3 halvmaratontävlingar att delta i?

13. a) $\binom{12}{5} = 792$ sätt

b) $\binom{5}{2} \cdot \binom{7}{3} = 10 \cdot 35 = 350$ sätt

---

14 Frank påstår att $\binom{500}{200} = \binom{500}{300}$

Stämmer det? Motivera.

14. $VL = \binom{500}{200} = \frac{500!}{200! \cdot 300!} = \frac{500!}{300! \cdot 200!} = \binom{500}{300} = HL$

Ja, det stämmer $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$

15 I en geometrisk talföljd är det andra talet $a_2 = 6$ och det femte talet $a_5 = 162$.

Beräkna summan av de tio första talen i talföljden.

15. Geometrisk summa $= \dfrac{a_1(k^n - 1)}{k-1}$

$a_3 = k \cdot a_2$

$a_4 = k \cdot a_3 = k^2 \cdot a_2$

$a_5 = k \cdot a_4 = k^3 \cdot a_2 \Rightarrow k = \left(\dfrac{a_5}{a_2}\right)^{1/3} = \left(\dfrac{162}{6}\right)^{1/3} = 3$

Summan $= 2 \cdot \dfrac{3^{10} - 1}{3-1} = \underline{59048}$

---

16 En patient får, var sjätte timme, medicin i form av en tablett på 200 mg. När 6 timmar har gått återstår det 20 % av den tidigare medicinen i kroppen.

Hur stor mängd medicin har patienten i kroppen efter

a) 5 tabletter b) 50 tabletter?

16. $k = 0{,}2$, $a_1 = 200$ mg

a) $n = 5$

$S = a_1 \cdot \dfrac{k^n - 1}{k-1} = 200 \cdot \dfrac{0{,}2^5 - 1}{0{,}2 - 1} \approx \underline{250 \text{ mg}}$

b) $n = 50$

$S = 200 \cdot \dfrac{0{,}2^{50} - 1}{0{,}2 - 1} \approx \underline{250 \text{ mg}}$

17 Till en musikfestival kommer både tjejer och killar i olika åldrar.

Händelse A:
En slumpvis vald person är en tjej.

Händelse B:
En slumpvis vald person är under 30 år.

Beräkna och tolka

a) $P(A \cup B)$ om
$P(A) = 0{,}5 \quad P(B) = 0{,}8$ och $P(A \cap B) = 0{,}6$

b) $P(A \cap B)$ om
$P(A) = 0{,}6 \quad P(B) = 0{,}7$ och $P(A \cup B) = 0{,}9$

17. a) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.5 + 0.8 - 0.6 = \underline{0.7}$

70% sannolikhet att personen är en tjej och/eller en person under 30 år

b) $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0.6 + 0.7 - 0.9 = \underline{0.4}$

40% sannolikhet att personen är en tjej under 30 å.

---

18 Två lag, A och B, har vardera 11 spelare. Ett kombinerat lag på 11 spelare ska utses från dessa båda lag.

På hur många sätt kan detta ske om båda lagen ska vara representerade?

18. Antal sätt $= \binom{22}{11} - \binom{11}{11} - \binom{11}{11} = 705432 - 2 = 705430$

alla möjliga sätt

alla A-spelare

alla B-spelare

---

19 Alla kassorna i ett varuhus har lika många mynt av varje sort vid dagens början.

Totalt finns det då 220 enkronor, 165 femkronor och 253 tiokronor i kassorna.

a) Hur många kassor finns det i varuhuset?

b) Vilket belopp, i form av mynt, finns i varje kassa när varuhuset öppnar?

19. a) $SGF(165, 220, 253) = GCD(\{165, 220, 253\}) = \underline{11 \text{ kassor}}$

$11 \cdot 20 = 220$ enkronor

$11 \cdot 15 = 165$ femkronor

$11 \cdot 23 = 253$ tiokronor

b) $20 \cdot 1 + 15 \cdot 5 + 23 \cdot 10 = \underline{325 \text{ kr i varje kassa}}$.

20 När Robin fyller år bjuder han några av sina arbetskamrater. Vilka som kommer utgör en delmängd av vilka som är bjudna.

a) Han bjuder Alva (A), Bengt (B) och Carro (C). Skriv upp alla möjliga delmängder.

b) Hur många delmängder finns det om han bjuder fem personer.

c) Förklara varför antalet delmängder fördubblas om han bjuder sex i stället för fem personer.

d) Hur många personer måste han bjuda för att antalet delmängder ska överstiga 100 000?

20. a) $\{\emptyset\}, \{A\}, \{B\}, \{C\}, \{A,B\}, \{A,C\}, \{B,C\}, \{A,B,C\}$.

b) $2^5 = 32$ st

c) $2^6 = 2^5 \cdot 2$

d) $2^x > 100\,000 \Rightarrow x > \frac{\lg 100\,000}{\lg 2} = \frac{5}{\lg 2} = 16{,}6 \Rightarrow$

minst 17 personer

21 Antalet möjliga placeringslistor efter en tävling ökar med antalet deltagare. Vi förutsätter att det inte finns några delade placeringar.

a) Hur många olika placeringslistor kan bildas om antalet tävlande är 4 respektive 5?

b) Ange en rekursiv definition av antalet placeringslistor beroende på antalet deltagare a_n.

a) $\underline{4! = 24}$ resp. $\underline{5! = 120}$

b) $a_1 = 1$

$\underline{a_{n+1} = n \cdot a_n}$

---

22 I en skål ligger 17 hallonbåtar och 12 laktrisbåtar. Utan att titta tar du fyra godisbåtar. Hur stor är sannolikheten att du får

a) två av varje sort

b) åtminstone en lakritsbåt?

22.

a) $$\frac{\binom{17}{2} \cdot \binom{12}{2}}{\binom{29}{4}} \approx 0{,}38 = \underline{38\,\%}$$

b) $$\frac{\binom{29}{4} - \left(\binom{17}{4} \cdot \binom{12}{0}\right)}{\binom{29}{4}} \approx 0{,}90 = \underline{90\,\%}$$

---

23 Edvin kastar tre vanliga tärningar.

a) Hur många utfall finns det?

b) Hur många utfall ger summan 8?

23. a) $6^3 = \underline{216}$

b)

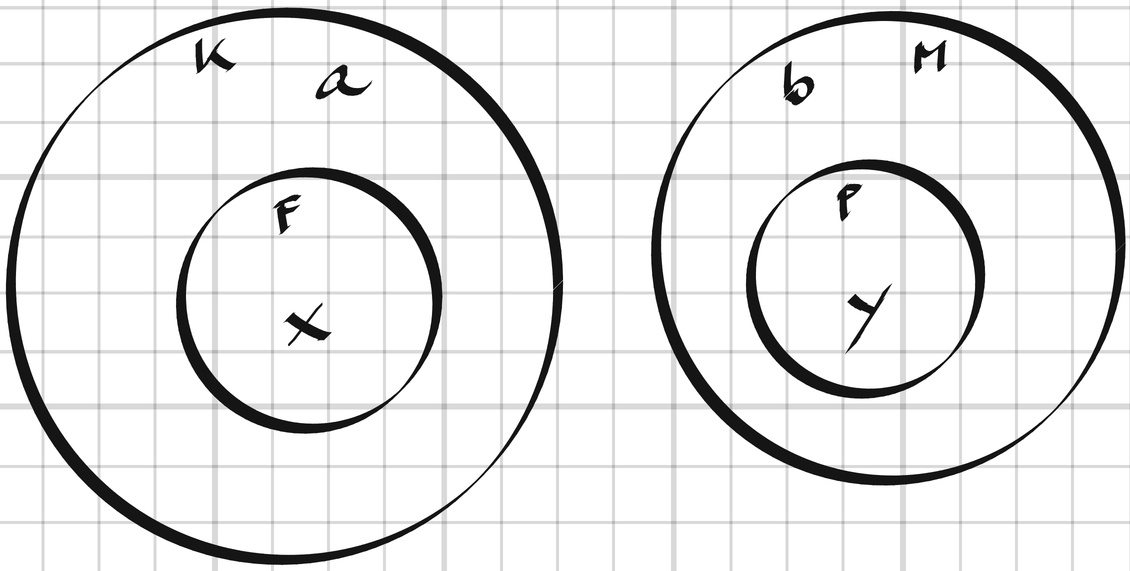
1	1	6		2	1	5		3	1	4
1	2	5		2	2	4		3	2	3
1	3	4		2	3	3		3	3	2
1	4	3		2	4	2		3	4	1
1	5	2		2	5	1				
1	6	1								

4	1	3		5	1	2		6	1	1
4	2	2		5	2	1				
4	3	1								

Antal utfall $= 6+5+4+3+2+1 = \frac{6(6+1)}{2} = \underline{21}$

24 I ett flyktingläger bor totalt 3 000 personer. Det är lika många personer av varje kön. Där bor 50 % fler vuxna än barn och 2/5 av barnen är flickor.

Hur många kvinnor och barn bor det sammanlagt i lägret?



24.

$$\begin{cases} a + x = 1500 & (1) \\ b + y = 1500 & (2) \\ a + b = 1{,}5(x+y) & (3) \\ \frac{2}{5}(x+y) = x & (4) \end{cases}$$

$(1+2)$: $a + b = 3000 - (x+y)$

(3): $3000 - (x+y) = 1{,}5(x+y)$

$x + y = 3000 \cdot \frac{2}{5} = 1200$

(4): $x = \frac{2}{5} \cdot 1200 = 480$

(3): $y = 1200 - 480 = 720$

(1): $a = 1500 - 480 = 1020$

(2): $b = 1500 - 720 = 780$

Antal kvinnor och barn $= a + x + y = 1020 + 480 + 720 = \underline{2220}$

25 Bestäm heltalet x om

a) $x \equiv 2 \pmod 3$ $\quad x \equiv 4 \pmod 5$
och $0 \le x < 15$

b) $x \equiv 14 \pmod{15}$ $\quad x \equiv 5 \pmod 8$
och $0 \le x < 120$.

25. a) $x \equiv 2 \pmod 3 \Rightarrow$

$x = 2, 5, 8, 11$ eller $\underline{14}$

$x \equiv 4 \pmod 5 \Rightarrow$

$x = 9$ eller $\underline{14}$

$\Rightarrow \underline{x = 14}$

b) $x \equiv 14 \pmod{15}$

$x = \underline{29}, 44, 59, 74, 89, 104$ eller 119

$x \equiv 5 \pmod 8$

$x = 13, 21, \underline{29}, 37, 45, 53, 61, 69,$
$77, 85, 93, 101, 109$ eller 117

$\Rightarrow \underline{x = 29}$

27 Tre pojkar och fyra flickor ska sitta på sju numrerade platser på en biograf.

På hur många sätt kan detta ske om

a) de får sitta hur de vill

b) flickorna ska sitta till höger och pojkarna till vänster

c) de ska sitta flicka – pojke – flicka osv

d) den längste pojken ska sitta i mitten

e) två av flickorna tvunget ska sitta bredvid varandra?

27.

a) $P(7,7) = 7! = \underline{5040 \text{ sätt}}$.

7 besökare kan fördelas på 7 platser.

b) $P(4,4) \cdot P(3,3) = 4! \cdot 3! = 24 \cdot 6 = \underline{144 \text{ sätt}}$

4 flickor kan fördelas på 4 platser.

3 pojkar —"— 3 -"-

c) $4 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 = \underline{144 \text{ sätt}}$

$P(4,1) \cdot P(3,1) \cdot P(3,1) \cdot P(2,1) \cdot P(2,1) \cdot P(1,1) \cdot P(1,1) =$

$4 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 = 144 \text{ sätt}$

4 flickor kan fördelas på första platsen,

3 pojkar —"— andra platsen o.s.v.

d) $P(6,3) \cdot 1 \cdot P(3,3) = \frac{6!}{3!} \cdot 1 \cdot 3! = \underline{720 \text{ sätt}}$

6 besökare kan fördelas på 3 platser

1 —"— 1 plats

3 —"— 3 platser

e) $P(2,2) \cdot P(5,5) \cdot 6 = 2! \cdot 5! \cdot 6 = 2 \cdot 120 \cdot 6 = \underline{1440 \text{ sätt}}$

$\underline{\times}\ \underline{\times}\ \_\ \_\ \_\ \_\ \_ \qquad P(2,2) \cdot P(5,5)$

$\_\ \underline{\times}\ \underline{\times}\ \_\ \_\ \_\ \_ \qquad P(2,2) \cdot P(5,5)$

$\_\ \_\ \underline{\times}\ \underline{\times}\ \_\ \_\ \_ \qquad P(2,2) \cdot P(5,5)$

$\_\ \_\ \_\ \underline{\times}\ \underline{\times}\ \_\ \_ \qquad P(2,2) \cdot P(5,5)$

$\_\ \_\ \_\ \_\ \underline{\times}\ \underline{\times}\ \_ \qquad P(2,2) \cdot P(5,5)$

$\_\ \_\ \_\ \_\ \_\ \underline{\times}\ \underline{\times} \qquad P(2,2) \cdot P(5,5)$

$P(2,2) \cdot P(5,5) \cdot 6 = 2! \cdot 5! \cdot 6$

28 En konstnärinna har sju olika färger på sin palett. Hon ska måla en tavla med ett geometriskt mönster och funderar på hur många av sina sju färger hon ska använda.

På hur många sätt kan hon välja färg till tavlan?

28. $C(7,7)+C(7,6)+C(7,5)+C(7,4)+C(7,3)+C(7,2)+C(7,1)=$

$= 1+7+21+35+35+21+7 = \underline{127 \text{ sätt}}$.

29 Visa med ett induktionsbevis att $n(n^2+2)$ är delbart med 3.

29.

Test: $n=1$

$1\cdot(1^2+2) = 1\cdot 3$ ok!

Antagande: Sambandet gäller för $n=p \Rightarrow$

$p(p^2+2) = k\cdot 3$

Påstående: Sambandet gäller även för $n=p+1 \Rightarrow$

$(p+1)((p+1)^2+2) = m\cdot 3$

Bevis:

$(p+1)((p+1)^2+2) = (p+1)(p^2+2p+3) =$

$= p^3+3p^2+5p+3 = p(p^2+2)+3p^2+3p+3 =$

$= k\cdot 3 + (p^2+p+3)\cdot 3 = (k+l)\cdot 3 = m\cdot 3$ #

30 Talet $1/x$ där $x \neq 0$ kallas det inverterade talet till x.

Talen i den geometriska talföljden 8, 12, 18, 27, ... och i den aritmetiska talföljden 8, 12, 16, 20, ... inverteras.

a) Undersök om den inverterade talföljden fortfarande är geometrisk respektive aritmetisk.

b) Välj en egen geometrisk och en aritmetisk talföljd, som du inverterar. Vad upptäcker du?

c) Visa vad som gäller om man inverterar en godtycklig geometrisk respektive aritmetisk talföljd.

30. a) $\frac{1}{8}, \frac{1}{12}, \frac{1}{18}, \frac{1}{27}, \ldots$

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{12} - \frac{1}{8} &= \frac{8-12}{96} = -\frac{4}{96} \\ \frac{1}{18} - \frac{1}{12} &= \frac{12-18}{216} = -\frac{4}{216} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \text{ej aritmetisk}$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{12} / \frac{1}{8} &= \frac{2}{3} \\ \frac{1}{18} / \frac{1}{12} &= \frac{2}{3} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \text{geometrisk}$$

c) $a, k \cdot a, k^2 a, k^3 a$

$\frac{1}{a}, \frac{1}{ka}, \frac{1}{k^2 a}, \frac{1}{k^3 a}$

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{ka} / \frac{1}{a} &= \frac{1}{k} \\ \frac{1}{k^2 a} / \frac{1}{ka} &= \frac{1}{k} \end{aligned}\right\}$$

En geometrisk talföljd som inverteras förblir geometrisk med inverterad faktor.

31 Förhållandet mellan sidornas längder, a och b, för ett rektangulärt pappersark i A-serien är $1:\sqrt{2}$.

- Formatet A0, som är det största formatet, har arean 1 m².
- A1-formatets långsida är lika lång som A0-formatets kortsida.
- A2-formatets långsida är lika lång som A1-formatets kortsida osv.

a) Beräkna sidornas längder för formaten A0, A1, A2, A3 och A4.

b) Utgå från A0-formatet och formulera en rekursiv definition av sidornas längder, a och b för A_n-formatet.

31.

a) A0: $a \times b = q \cdot q\sqrt{2} = 1\ m^2 \Rightarrow a = q = 2^{-\frac{1}{4}}\ m\ ,\ b = 2^{\frac{1}{4}}\ m$

A1: $a \times b = \frac{q\sqrt{2}}{2} \cdot q = 0.5\ m^2 \Rightarrow a = q \cdot 2^{-\frac{1}{2}} = 2^{-\frac{3}{4}}\ m\ ,\ b = q = 2^{\frac{1}{4}}\ m$

A2: $a \times b = \frac{q}{2} \cdot \frac{q\sqrt{2}}{2} = 0.25\ m^2 \Rightarrow a = q \cdot 2^{-1} = 2^{-\frac{7}{4}}\ m\ ,\ b = 2^{-\frac{3}{4}}\ m$

A3: $a \times b = \frac{q}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{q}{2} = 0.125\ m^2 \Rightarrow a = 2^{-\frac{11}{4}}\ m\ ,\ b = 2^{-\frac{7}{4}}\ m$

A4: $a \times b = \frac{q}{4} \cdot \frac{q}{2\sqrt{2}} = 0.0625\ m^2 \Rightarrow a = 2^{-\frac{19}{4}}\ m\ ,\ b = 2^{-\frac{11}{4}}\ m$

b)

$$\begin{cases} a_0 = 2^{-\frac{1}{4}}\ ,\ b_0 = 2^{\frac{1}{4}} \\ a_{n+1} = b_n/2 \\ b_{n+1} = a_n \end{cases}$$

$A0 = a_0 \times b_0$

$A1 = a_1 \times b_1$

$A2 = a_2 \times b_2$

$A3 = a_3 \times b_3$

$A4 = a_4 \times b_4$

32 Beräkna C_5 om

$(n+2)C_{n+1} = (4n+2)C_n \qquad C_0 = 1$

32.

$$C_{n+1} = \frac{(4n+2)\cdot C_n}{n+2}$$

$$C_1 = \frac{(0+2)\cdot 1}{0+2} = 1$$

$$C_2 = \frac{(4+2)\cdot 1}{1+2} = 2$$

$$C_3 = \frac{(8+2)\cdot 2}{2+2} = 5$$

$$C_4 = \frac{(12+2)\cdot 5}{3+2} = 14$$

$$C_5 = \frac{(16+2)\cdot 14}{4+2} = \underline{42}$$

33 Två olika talföljder innehåller båda talen a och b.

Talföljden …, –1, a , b, x, … är aritmetisk.

Talföljden …, y, a , b; 12,5; … är geometrisk.

Bestäm talen x och y.

33. $x-b=b-a=a-(-1) \Rightarrow$

$$\begin{cases} x = a+b+1 \\ x = 2b-a \end{cases}$$

$a+b+1 = 2b-a \Rightarrow a = \dfrac{b-1}{2}$

$\dfrac{a}{y} = \dfrac{b}{a} = \dfrac{12,5}{b} \Rightarrow$

$$\begin{cases} y = \dfrac{ab}{12,5} \\ y = \dfrac{a^2}{b} \end{cases}$$

$\dfrac{ab}{12,5} = \dfrac{a^2}{b} \Rightarrow a = \dfrac{b^2}{12,5}$

$\dfrac{b^2}{12,5} = \dfrac{b}{2} - \dfrac{1}{2}$

$b^2 - \dfrac{25}{4}b + \dfrac{25}{4} = 0$

$$b = \frac{25}{8} \pm \sqrt{\frac{25^2}{64} - \frac{25 \cdot 16}{64}} = \frac{25}{8} \pm \frac{15}{8}$$

$$\begin{cases} b_1 = \frac{5}{4} = 1{,}25 \implies a_1 = 0{,}125 \\ b_2 = 5 \implies a_2 = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = 0.125 + 1{,}25 + 1 = \underline{2.375} \\ y_1 = \frac{0.125^2}{1{,}25} = \underline{0{,}0125} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_2 = 2 + 5 + 1 = \underline{8} \\ y_2 = \frac{2^2}{5} = \underline{0.8} \end{cases}$$