

8 Lös ekvationen

$$\frac{(a^2)^3}{a^5 \cdot a^{-1}} = 10000$$

$$8. \quad a^6 \cdot a^{-5} \cdot a^1 = 10000 \Rightarrow$$

$$a^2 = 10000$$

$$\underline{a = \pm 100}$$

9 A $\frac{1}{x} + \frac{1}{2}$ C $\frac{2x}{x+2}$

B $\frac{2}{x+2}$ D $\frac{2+x}{2x}$

a) Beräkna uttryckens värde om $x = 10$.

b) Visa att de uttryck som har samma värde i uppgift a) är lika.

$$9. \quad a) \quad A: \quad \frac{1}{10} + \frac{1}{2} = \frac{1+5}{10} = \frac{6}{10} = \underline{\frac{3}{5}}$$

$$B: \quad \frac{2}{10+2} = \frac{2}{12} = \underline{\frac{1}{6}}$$

$$C: \quad \frac{2 \cdot 10}{10+2} = \frac{20}{12} = \underline{\frac{5}{3}}$$

$$D: \quad \frac{2+10}{2 \cdot 10} = \frac{12}{20} = \underline{\frac{3}{5}}$$

$$b) \quad A \text{ och } D \text{ lika: } VL = \frac{1}{x} + \frac{1}{2} = \frac{2+x}{2x} = HL \quad \#$$

10 a) Vilket värde har uttrycket

$12x - 3(4 - 2y)$ om

$x = -3$ och $y = 1$?

b) Kan x vara 2 då uttrycket $12x - 3(4 - 2y)$ antar värdet 12?

10. a) $12 \cdot (-3) - 3(4 - 2 \cdot 1) = -36 - 12 + 6 = \underline{-42}$

b) $12x - 3(4 - 2y) = 12$

$$12x = 12 + 12 - 6y$$

$$x = 2 - \frac{y}{2}$$

Ja, om $y = 0$ så är $x = 2$

11 Ge exempel på

a) ett uttryck med fem termer som kan förenklas till $8 - 2x$

b) en funktion sådan att $f(3) = -5$

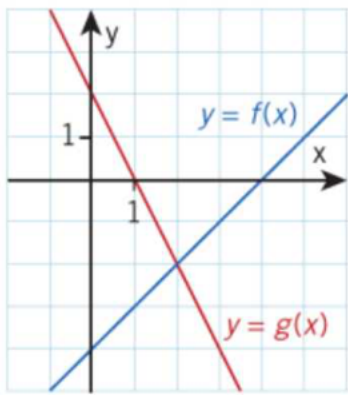
c) en ekvation, med algebraiska uttryck i båda leden, med lösningen $x = -5$.

11. a) $5x + 3 + 3x + 5 - 10x$

b) $f = 3x - 14$

c) $2x + 6 = x + 1$

12



Bestäm lösningen till olikheterna med hjälp av figuren.

- a) $f(x) > 0$
- b) $g(x) > 0$
- c) $f(x) > g(x)$
- d) $g(x) + 2 < 0$

12. a) $x > 4$
 b) $x < 1$
 c) $x > 2$
 d) $x > 2$

13 Undersök om uttrycket $\frac{x}{3} - \frac{x}{4} - 1$ kan skrivas $\frac{x-a}{a}$ där a är ett heltal.

$$13. \quad \frac{x}{3} - \frac{x}{4} - 1 = \frac{4x - 3x - 12}{12} = \frac{x-12}{12} \Rightarrow \underline{a=12}$$

14 Vilket av tecknen $>$, $<$, $=$ ska stå i rutan?
Motivera ditt svar.

a) $\sqrt{\frac{200}{50}}$ $\sqrt[3]{\frac{200}{25}}$

b) $\sqrt{40}$ $\sqrt[3]{120}$

14. a) $\sqrt{\frac{200}{50}} = \sqrt{4} = 2$
 $\sqrt[3]{\frac{200}{25}} = \sqrt[3]{8} = 2$ } $\sqrt{\frac{200}{50}} = \sqrt{\frac{200}{25}}$

b) $\sqrt{40} = 2\sqrt{10} > 6$
 $\sqrt[3]{120} < \sqrt[3]{125} = 5$ } $\sqrt{40} > \sqrt[3]{120}$

15 Skriv en funktion $A(x)$ för antalet gröna rutor i figur nr x .

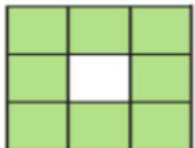


fig nr 1

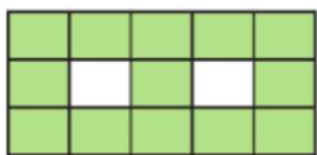


fig nr 2

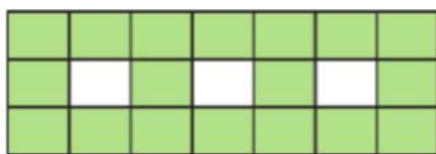


fig nr 3

15.

x	A
1	8
2	13
3	18

$A(x) = 5x + 3$

16 Skriv =, > eller < i rutan. Motivera ditt svar.

a) $\sqrt{\frac{(\sqrt{6})^4 \cdot 25}{0,01}}$ \square 20^2 b) 7^{-2} \square $(2^3 \cdot 4^2)^{-1}$

16, a) $\sqrt{\frac{(\sqrt{6})^4 \cdot 25}{0,01}} = \sqrt{\frac{36 \cdot 25}{0,01}} = \frac{6 \cdot 5}{0,1} = 300$

$$20^2 = 400 \Rightarrow$$

$$\underline{\sqrt{\frac{(\sqrt{6})^4 \cdot 25}{0,01}} < 20^2}$$

b) $7^{-2} = \frac{1}{49}$

$$(2^3 \cdot 4^2)^{-1} = \frac{1}{8 \cdot 16} = \frac{1}{128} \Rightarrow$$

$$\underline{7^{-2} > (2^3 \cdot 4^2)^{-1}}$$

17 Lös ekvationen.

$$4x^2 \cdot 4x^2 = 81$$

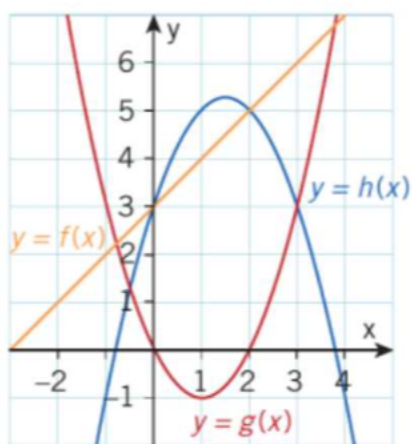
17. $16x^4 = 81$

$$x = \pm \frac{81^{1/4}}{16^{1/4}} = \pm \underline{\underline{\frac{3}{2}}}$$

18 Vilket värde har uttrycket $\frac{3x}{y}$ om uttrycket $\frac{y}{2x}$ har värdet 0,1?

18. $y = 0.2x \Rightarrow \frac{3x}{y} = \frac{3x}{0.2x} = \underline{\underline{15}}$

19 Figuren visar graferna till funktionerna f , g och h .



Använd graferna ovan.

- Bestäm x så att $g(x+2) = 5$.
- För vilka x gäller att $h(x) > g(x)$ och $h(x) < f(x)$?
- Lös ekvationen $f(x) - g(x) = 3$.
- Bestäm $h(a)$ så att $h(2a) = 3$.

19. a) $x_1 + 2 \approx -1.5 \Rightarrow \underline{\underline{x_1 \approx -3.5}}$

$$x_2 + 2 \approx 3.5 \Rightarrow \underline{\underline{x_2 = -1.5}}$$

b) $\underline{\underline{-0.5 < x < 0, 2 < x < 3}}$

c) $\underline{\underline{x_1 = 0, x_2 = 3}}$

d) $2a_1 = 0 \Rightarrow a_1 = 0$

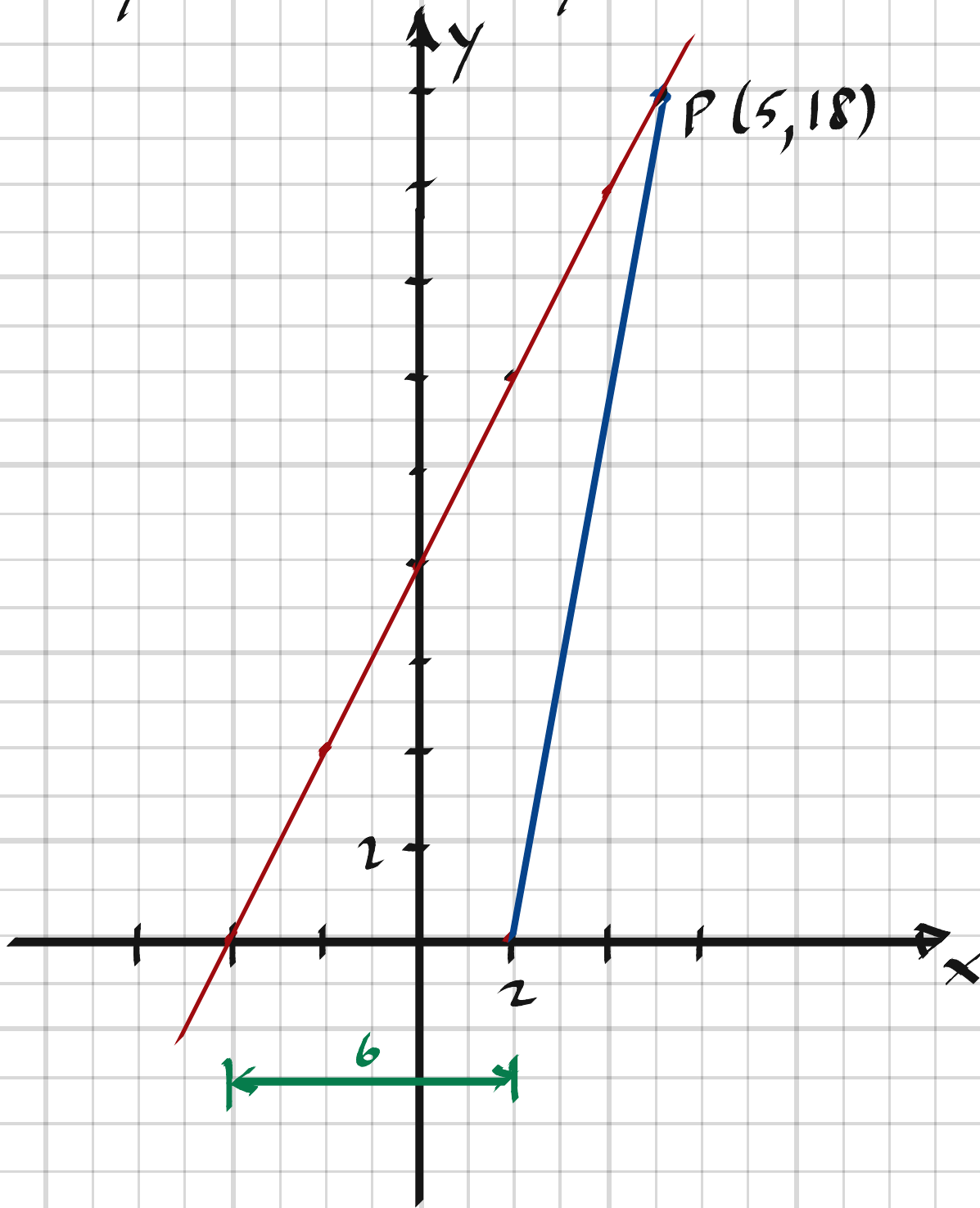
$$2a_2 = 3 \Rightarrow a_2 = \frac{3}{2}$$

$$\underline{\underline{h(a_1) = h(0) = 3}}$$

$$\underline{\underline{h(a_2) = h(\frac{3}{2}) = 5.3}}$$

20 En linje genom punkten $(2, 0)$ bildar tillsammans med x -axeln och linjen $2x - y + 8 = 0$ en triangel med arean 54 areaenheter.
Bestäm linjens ekvation då triangeln ligger ovanför x -axeln.

20. $2x - y + 8 = 0 \Rightarrow y = 2x + 8$



$$\frac{y_p \cdot b}{2} = 54 \Rightarrow y_p = 18 \Rightarrow x_p = \frac{18 - 8}{2} = 5$$

Linjens ekvation $y = \frac{18 - 0}{5 - 2}x + m = 6x + m$

$(2, 0) \Rightarrow 6 \cdot 2 + m = 0 \Rightarrow m = -12 \Rightarrow \underline{y = 6x - 12}$

24 Pierres månadslön är 300 kr mindre än Lilys. Dan tjänar fyra gånger så mycket som Pierre. Tillsammans tjänar de 139 500 kr.

a) Vilka är deras månadslöner?

b) Skriv ett förenklat uttryck för deras genomsnittliga månadslön om Lily tjänar x kr.

$$24. \quad a) \quad P = L - 300$$
$$D = 4P = 4(L - 300)$$

$$P + L + D = 139500$$

$$L - 300 + L + 4(L - 300) = 139500$$

$$6L = 141000$$

$$\left\{ \begin{array}{l} L = 23500 \text{ kr} \\ P = 23200 \text{ kr} \\ D = 92800 \text{ kr} \end{array} \right.$$

$$b) \quad \frac{x - 300 + x + 4(x - 300)}{3} =$$
$$= \frac{6x - 1500}{3} = \underline{2x + 500}$$

25 Formeln $y = 2000 \cdot x^{10}$ ger behållning i kr efter 10 år på ett konto med fast ränta. Räntans storlek kan avläsas i förändringsfaktorn x .

- a) Beräkna behållningen efter 10 år om räntan är 0,5 %.
- b) Beräkna räntan om behållningen efter 10 år är 2600 kr.

25,

a) $2000 \cdot 1.005^{10} \approx \underline{2100 \text{ kr}}$

b) $2000 \cdot x^{10} = 2600 \Rightarrow$

$$x = 1.3^{1/10} \approx 1.0266 \Rightarrow \underline{\text{ca. } 2,7\%}$$

26

★★
★★★
★★★★
Fig. nr. 1

★★★
★★★★
★★★★★
Fig. nr. 2

★★★★
★★★★★
★★★★★★
Fig. nr. 3

- a) Beskriv med en formel sambandet mellan figurens nummer och antalet stjärnor.
- b) Finns det någon figur med 134 stjärnor? Motivera ditt svar.

n	y
1	9
2	12
3	15

26. a) $\underline{y = 3n + 6}$

b) $3n + 6 = 134 \Rightarrow n \approx 42.67$

$n \neq \text{heltal} \Rightarrow \underline{\text{Nej}}$

27 I en glesbygdskommun i Sverige minskade antalet invånare med en fjärdedel under en 25-årsperiod.

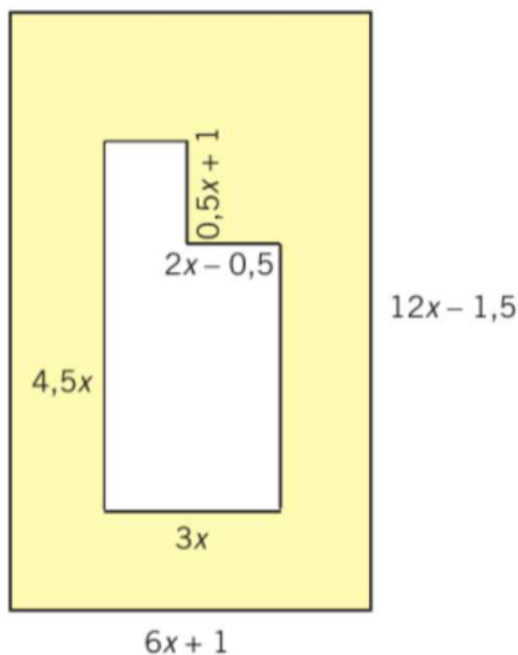
Skriv en funktion som kan användas för att beskriva antalet invånare i kommunen vid olika tidpunkter under 25-årsperioden.

$$27. \quad x^{25} = \frac{3}{4} \Rightarrow x = \left(\frac{3}{4}\right)^{1/25} \approx 0.9886$$

$y = C \cdot 0.9886^x$, där $C =$ antalet invånare från start.

Funktionen förutsätter att den procentvissa minskningen varje år är konstant.

28



- Skriv ett uttryck för den färgade arean.
- Förenkla uttrycket för arean för hand och kontrollera med ett digitalt verktyg.

$$f(x) = (6x + 1)(12x - 1.5) - 3x \cdot 4.5x + 2x - 0.5(0.5x + 1)$$
$$g(x) = \text{Simplify}(f)$$
$$= \frac{234x^2 + 19x - 8}{4}$$

$$28. \quad a) \quad \underline{(6x+1)(12x-1.5) - 3x \cdot 4.5x + (2x-0.5)(0.5x+1)}$$

$$b) \quad 72x^2 + 3x - 1.5 - 13.5x^2 + x^2 + 1.75x - 0.5 =$$
$$= \underline{59.5x^2 + 4.75x - 2}$$

29 a) Skriv och förenkla uttrycket $\frac{x-y}{(x+y)^2}$ då $x = \frac{a}{2}$ och $y = \frac{3a}{2}$

b) Bestäm värdemängden för funktionen

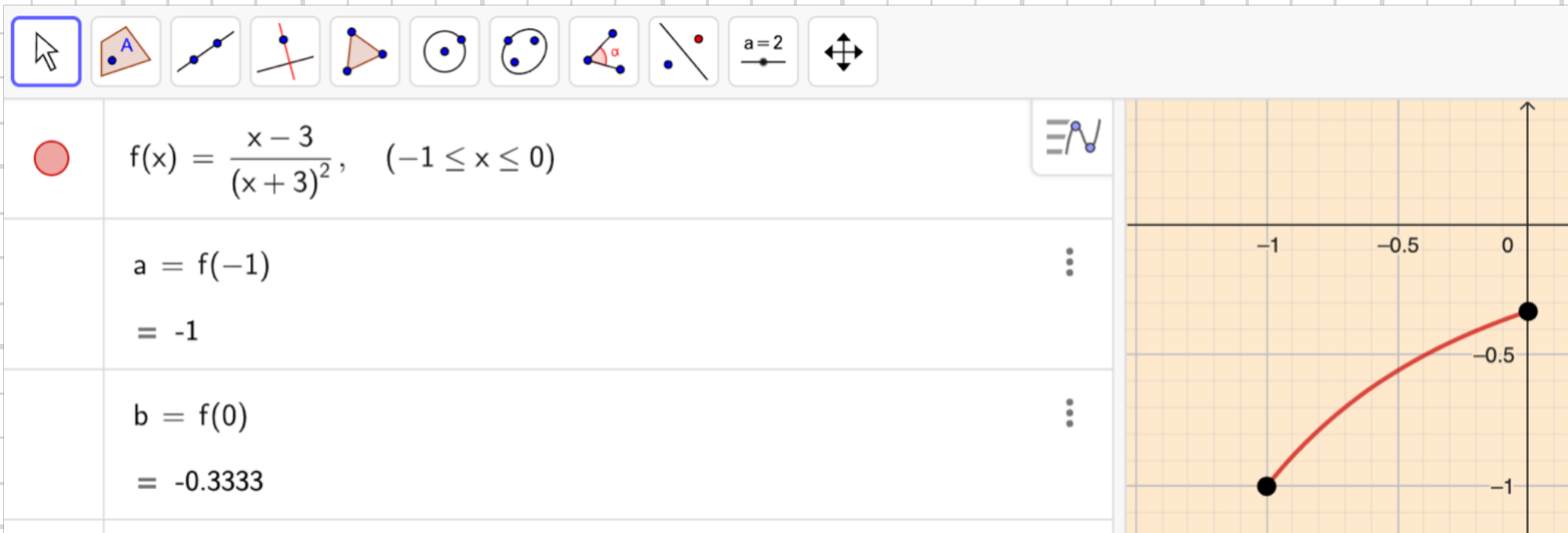
$$f(x) = \frac{x-y}{(x+y)^2} \text{ om } y = 3 \text{ och}$$

definitionsområdet är $-1 \leq x \leq 0$.

29.

$$a) \frac{x-y}{(x+y)^2} = \frac{\frac{a}{2} - \frac{3a}{2}}{\left(\frac{a}{2} + \frac{3a}{2}\right)^2} = \frac{-a}{4a^2} = \underline{\underline{-\frac{1}{4a}}}$$

$$b) \underline{\underline{-1 \leq f(x) \leq -\frac{1}{3}}}$$



- 30 För en funktion $f(x)$ gäller att $f(b) = 3$ och $f(b+1) = 5$.
Skriv funktionsuttrycket om funktionen är
a) linjär b) exponentiell.

30. a) $f(x) = kx + m$

$$k = \frac{f(b+1) - f(b)}{b+1 - b} = \frac{5 - 3}{1} = 2$$

$$2 \cdot b + m = 3 \Rightarrow m = 3 - 2b$$

$$\underline{f(x) = 2x + 3 - 2b}$$

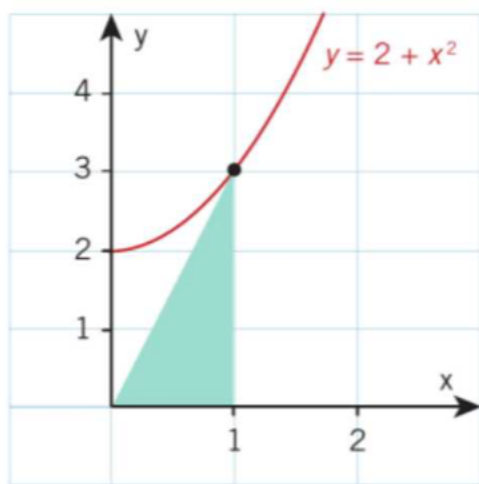
b) $f(x) = c \cdot a^x$

$$\begin{cases} c \cdot a^b = 3 \\ c \cdot a^{b+1} = 5 \end{cases} \Rightarrow \frac{a^{b+1}}{a^b} = \frac{5}{3} \Rightarrow$$

$$a = \frac{5}{3}, \quad c = \frac{3}{\left(\frac{5}{3}\right)^b} = 3 \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^{-b}$$

$$\underline{f(x) = 3 \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^{-b} \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^x}$$

31



I figuren visas grafen till $y = 2 + x^2$ och en rätvinklig triangel som har ena hörnet i origo, det andra hörnet på den positiva x-axeln och det tredje på grafen.

För vilket värde på x gäller att triangelns area är 400 a.e?

Använd ekvationslösningsverktyg.

31,

$$A = \frac{xy}{2} = \frac{x(2+x^2)}{2} = \frac{2x+x^3}{2}$$

$$A = 400 \Rightarrow \frac{2x+x^3}{2} = 400$$

Lösning i Geogebra \Rightarrow $x \approx 9,21$ l.e.

l1 = Solve $\left(\frac{2x + x^3}{2} = 400\right)$

= {x = 9.2114}

+ Input...

32 Utgå från ett tresiffrigt tal.

1. Subtrahera talet med det tresiffriga talet som bildas då entalssiffran och hundratalssiffran byter plats.
 2. Subtrahera hundratalssiffran med entalssiffran i talet som du utgick ifrån och multiplicera differensen med 99.
- a) Visa med två egna exempel att beräkning 1 och beräkning 2 ger samma tal.
- b) Visa att beräkningarna alltid ger samma resultat.

32,

a) ex. 1. $451 - 154 = 297$

2. $(4-1) \cdot 99 = 297$

b) 1. $100a + 10b + c - (100c + 10b + a) =$

$$= 99a - 99c$$

2. $(a-c) \cdot 99 = 99a - 99c \quad \#$