3112 I ett stickprov med 12 kaffepaket var medelvärdet av vikten 507 g. I ett annat stickprov med 8 paket var medelvärdet 497 g.

Vad blir medelvärdet om stickproven slås samman?

3112. $\bar{x} = \frac{507 \cdot 12 + 497 \cdot 8}{20} = \underline{503}\ g$

3113 För fem positiva heltal gäller att $\bar{x} = 4$ och medianen är 4.

Vilket är det största tal som kan finnas bland de fem talen?

3113. $a, b, 4, c, d$

$\frac{a+b+4+c+d}{5} = 4 \Rightarrow$

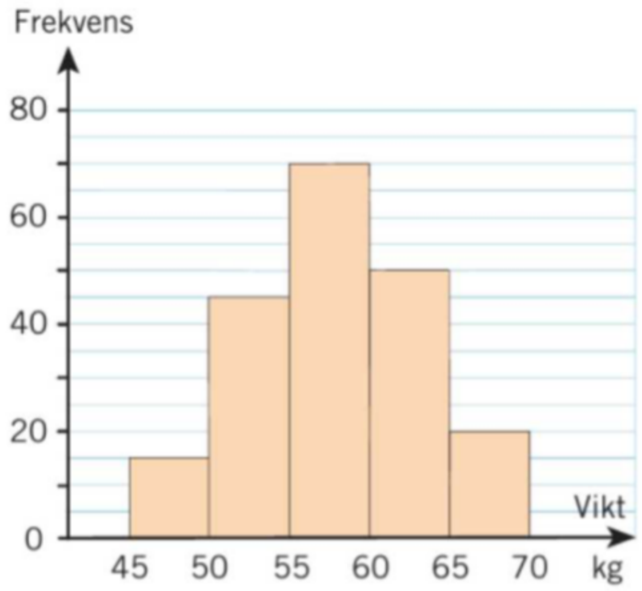
$a+b+c+d = 16$

Minsta möjliga tal på a, b och c $\Rightarrow$

a	b	c	d
1	1	4	10

Det största talet, $d = 10$

3114 I histogrammet redovisas vikten av ett antal dovhjortar.



a) Uppskatta medelvärdet av hjortarnas vikt med hjälp av histogrammet.

b) Vilket är det minsta möjliga medelvärdet av hjortarnas vikt?

3114.

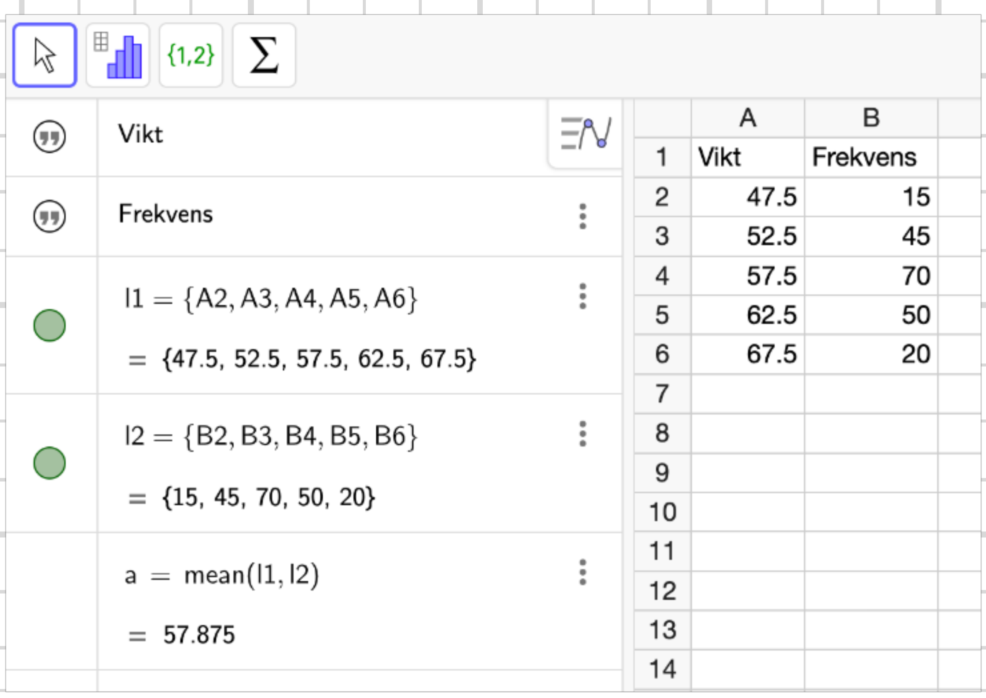
a)

$$\bar{x} = \frac{15 \cdot 47{,}5 + 45 \cdot 52{,}5 + 70 \cdot 57{,}5 + 50 \cdot 62{,}5 + 20 \cdot 67{,}5}{15 + 45 + 70 + 50 + 20} = \underline{57{,}9 \text{ kg}}$$

b)

$$\bar{x}_{min} = \frac{15 \cdot 45 + 45 \cdot 50 + 70 \cdot 55 + 50 \cdot 60 + 20 \cdot 65}{15 + 45 + 70 + 50 + 20} = \underline{55{,}4 \text{ kg}}$$

Lösning i Geogebra:



3115 Undersök om det är möjligt att välja fem heltal med typvärdet 9, medianen 10 och medelvärdet 11.

3115.

9, 9, 10, 11, a

$\frac{9+9+10+11+a}{5} = 11 \Rightarrow a = 55 - 39 = 16$

Ja, exempelvis 9, 9, 10, 11, 16

3116 För tre olika tal ska följande tre villkor gälla:

- De är alla positiva heltal.
- $\bar{x} = 20$
- Medianen är 30.

Hur många kombinationer av tre tal finns det som uppfyller alla tre villkor? Motivera ditt svar.

3116.

a, 30, b , $a > 0$, $b > 30$

$\frac{a+30+b}{3} = 20 \Rightarrow b = 30 - a$, $b > 30 \Rightarrow$

Går ej!

3117 Tabellen anger vikten av ett antal vita möss.

Vikt (g)	Frekvens
$26 \le x < 28$	8
$28 \le x < 30$	12
$30 \le x < 32$	10
$32 \le x < 34$	6
$34 \le x < 36$	4

a) I vilket intervall kan medelvikten ligga?

b) I vilket intervall kan medianvikten ligga?

Frekvens

l1 = {A2, A3, A4, A5, A6}
= {26, 28, 30, 32, 34}

l2 = {B2, B3, B4, B5, B6}
= {28, 30, 32, 34, 36}

l3 = {C2, C3, C4, C5, C6}
= {8, 12, 10, 6, 4}

a = mean(l1, l3)
= 29.3

b = mean(l2, l3)
= 31.3

c = Median(l1, l3)
= 29

d = Median(l2, l3)
= 31

	A	B	C
1	Minvikt	Maxvikt	Frekvens
2	26	28	8
3	28	30	12
4	30	32	10
5	32	34	6
6	34	36	4
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			
16			
17			
18			
19			
20			
21			
22			
23			
24			
25			
26			
27			

3117.

Lösning i Geogebra:

$29{,}3 \le \bar{x} < 31{,}3$

$29 \le m < 31$

3118 Medelvärdet av fyra tal är 5. Typvärdet är 2. I vilket intervall hittar man medianen?

3118. Typvärdet 2 => Minst två av talen måste vara 2

$\frac{1+2+2+a}{4} = 5 \Rightarrow a = 20-5 = 15$, $m_{min} = 2$

$\frac{2+2+a+b}{4} = 5 \Rightarrow b = 16-a$, $b \ge a \Rightarrow a_{max} = 8 \Rightarrow$

$m_{max} = \frac{2+8}{2} = 5$

$2 \le m \le 5$

3119 Gör en lista med 10 olika tal där 20% av talen ligger över medelvärdet.
Hur många av talen i din lista ligger över medianen?

3119.

n: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

$\leq \bar{x}$ $>\bar{x}$ $>\bar{x}$

median

5 tal ligger över medianen.

3120 Välj sex tal och beräkna medelvärde och median. Lägg sedan till ett tal och beräkna på nytt medelvärde och median.
Går det att välja de sex talen så att medelvärde och median inte ändras när du lägger till ett sjunde tal?
Visa med ett exempel.

3120. Ja, om medelvärde och median är lika.

ex. $1, 2, 3, 5, 6, a \Rightarrow m = 4$

$$\frac{1+2+3+5+6+a}{6} = 4 \Rightarrow a = 7$$

Om vi lägger till siffran 4 till talen 1,2,3,5,6,7 så påverkas varken medelvärde eller median.

3121 Siri joggar först 1,0 km med hastigheten 2 m/s och springer sedan 1,0 km med hastigheten 4,0 m/s.
Vilken medelhastighet har hon haft?

3121.

$$t_1 = \frac{s_1}{v_1} = \frac{1000}{2} = 500\,s$$

$$t_2 = \frac{s_2}{v_2} = \frac{1000}{4} = 250\,s$$

$$v_m = \frac{s_1+s_2}{t_1+t_2} = \frac{1000+1000}{500+250} = \underline{2{,}67\ m/s}$$

3122 Medelvärdet av tre tal är 26. Medianen är 16. Ett av talen är fyra gånger större än ett annat.
Vilka kan talen vara?

3122.

1. $$\frac{a+16+4a}{3} = 26 \Rightarrow a = \frac{26\cdot 3-16}{5} = 12{,}4$$

$$\Rightarrow \underline{12{,}4\,,\ 16\,,\ 49{,}6}$$

2. $$\frac{a+16+64}{3} = 26 \Rightarrow a = 26\cdot 3-80 = -2$$

$$\Rightarrow \underline{-2,\ 16,\ 64}$$

3. $$\frac{4+16+a}{3} = 26 \Rightarrow a = 26\cdot 3-20 = 58$$

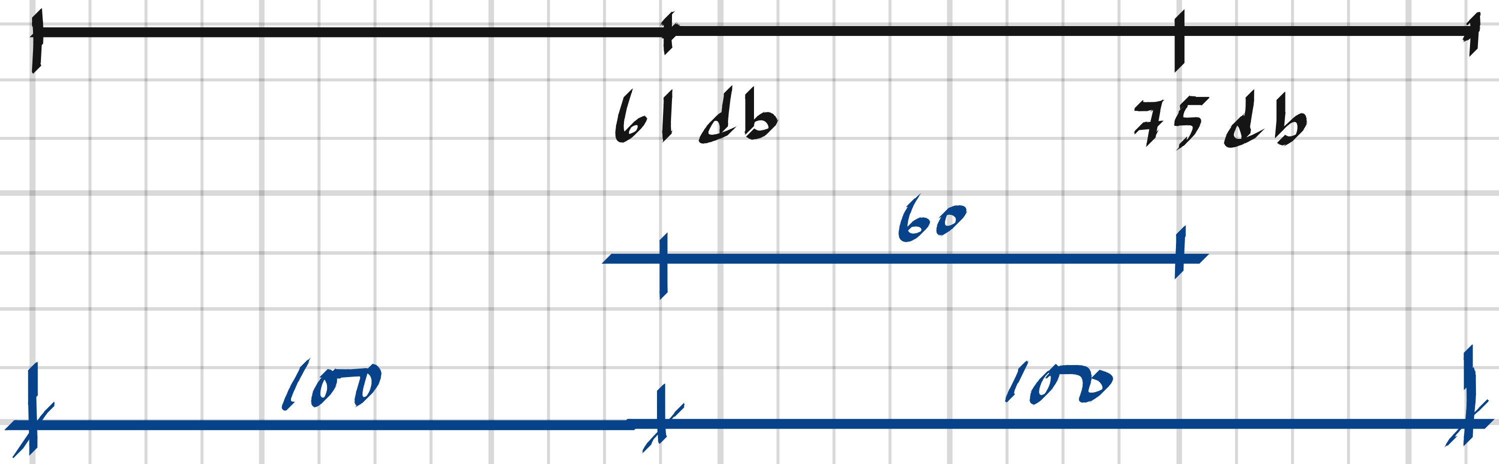
$$\Rightarrow \underline{4,\ 16,\ 58}$$

3129 Vid en undersökning av ljudnivån i decibel (dB) på en arbetsplats gjordes 200 mätningar.

Mellan medianen som var 61 dB och den n:te percentilen, som var 75 dB, låg 60 mätvärden.

Bestäm talet n.

3129.



$$\frac{n}{100} = \frac{160}{200} \Rightarrow \underline{n = 80}$$

3130 Följande gäller:

Variationsbredden = 65
Kvartilavståndet = 32
Minsta värdet = 14
Nedre kvartilen = 20

Bestäm de av följande värden som går att beräkna från informationen ovan:

A Största värdet
B Medianen
C Övre kvartilen
D Medelvärdet
E 25:e percentilen.

3130.

A: Största värdet = 14 + 65 = 79

B: —

C: övre kvartilen = 20 + 32 = 52

D: —

E: 20 (= Nedre kvartilen)

3131 På en gymnasieskola gjorde 80 elever samma matteprov. Maxpoängen var 40 p. Av resultaten kunde man utläsa följande:

$Q_1 = 15$ p $\quad Q_2 = 22$ p $\quad Q_3 = 32$ p

Wilma hade 27 poäng på provet. Hon resonerar som så:
20 elever hade resultat över Q_3
40 elever hade resultat över Q_2
Eftersom jag hade ett resultat mitt emellan Q_2 *och* Q_3 *borde det vara 30 elever som hade bättre resultat än jag.*

Har Wilma rätt eller fel?
Motivera ditt svar.

3131. $0{,}25 \cdot 80 = 20$ elever över 32 p
$0{,}5 \cdot 80 = 40$ elever över 22 p

Wilma har fel, det går inte att avgöra hur elevernas resultat är fördelade mellan Q_2 och Q_3.

3132 I tabellen på sidan 172 kan man avläsa att P_{50} är 32 400 kr och att genomsnittlig månadslön för samtliga anställda är 36 100 kr.
Förklara varför värdena skiljer sig åt.

3132. P_{50} motsvarar medianen.

Genomsnittlig motsvarar medelvärdet.

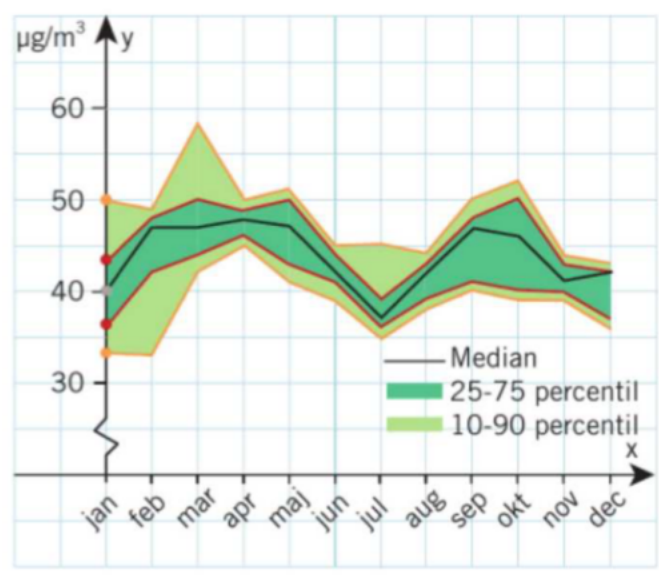
3133 Diagrammet till höger visar mätningar av kvävedioxid (NO_2) på en trafikerad gata. Mätvärdena anger percentiler för dygnsmedelvärden för NO_2 i varje månad. Mätningarna är gjorda under 4 års tid.

a) I vilken månad var medianen högst respektive lägst?

b) Vilken månad var kvartilavståndet störst?

c) Vilken månad var NO_2-halten lägre än 40 µg/m^3 under 75 % av dagarna?

d) Ove påstår att man inte kan avläsa variationsbredden i diagrammet. Stämmer det? Förklara.



3133.

a) Högst i april, Lägst i juli

b) I oktober

c) I juli

d) Ja, det stämmer. Diagrammet täcker bara 10-90 % av mätvärdena.

3134 Diagrammet till höger visar folkmängden i Sverige fördelat på olika åldersintervall.

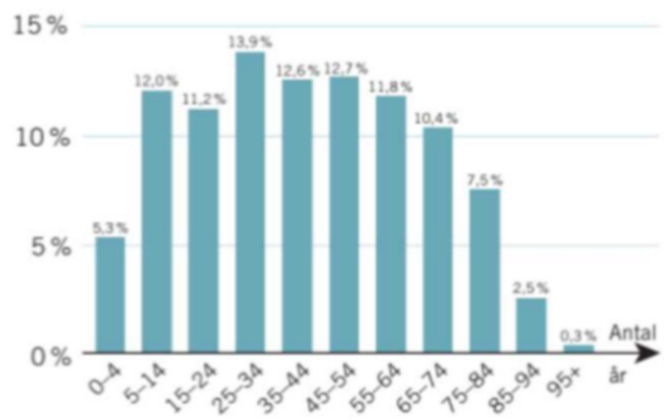
a) I vilket intervall ligger percentilen P_{10}?

b) I vilket intervall ligger percentilen P_{90}?

c) I vilket intervall ligger medianåldern?

d) Hur stor är variationsbredden?

e) Kan kvartilavståndet vara 29 år? Motivera.



3134.

a) 5-14 år

b) 75-84 år

c) 35-44 år

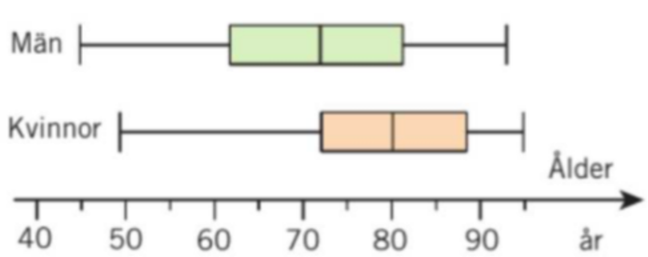
d) >95 år

e) Nej, kvartilavståndet > (55-24) = 31 år

3145 Lådagrammen visar åldern för svenska män och kvinnor som fått sin första hjärtinfarkt.

De lägsta och de högsta åldrarna är inte med i figuren.

Vi kan avläsa $P_{2,5}$, P_{25}, P_{50}, P_{75} och $P_{97,5}$.



a) Avläs och tolka $P_{2,5}$ för kvinnor.

b) Andra kvartilen för män har samma värde som första kvartilen för kvinnor. Förklara vad det innebär i detta sammanhang.

c) Stämmer det att av de kvinnor som får en första hjärtinfarkt är de flesta under 75 år?

3145.

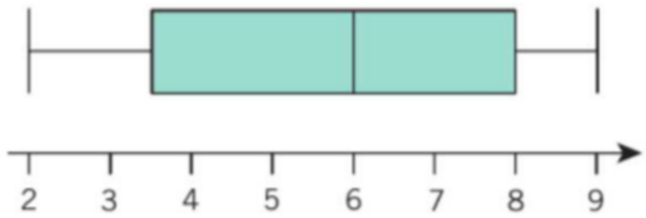
a) 44 år (om vi antar att 2,5% är utanför lådagrammet)

b) Att 50% av männen får hjärtinfarkt vid samma ålder som 25% av kvinnorna.

c) Nej, de flesta är över 80 år.

3146 Det blå lådagrammet representerar följande värden:

2 2 3 4 5 5 6 7 7 8 8 8 9



a) Om man tar bort ett värde bland dem ovan, så kan man rita lådagrammet nedan.

Vilket värde har tagits bort?

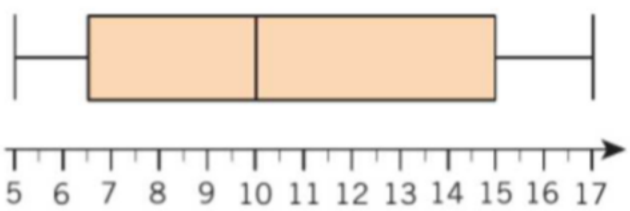
b) Vilket värde kan vi ta bort utan att påverka utseendet av det blå lådagrammet?

3146.

a) En 5:a

b) 6:an

3147 Utgå från följande lådagram.



a) Vilka värden representerar lådagrammet, om det utgår från 5 mätvärden?

b) Vilket medelvärde har mätvärdena, om lådagrammet utgår från 7 mätvärden?

c) Vilket medelvärde har mätvärdena, om lådagrammet utgår från 8 mätvärden?

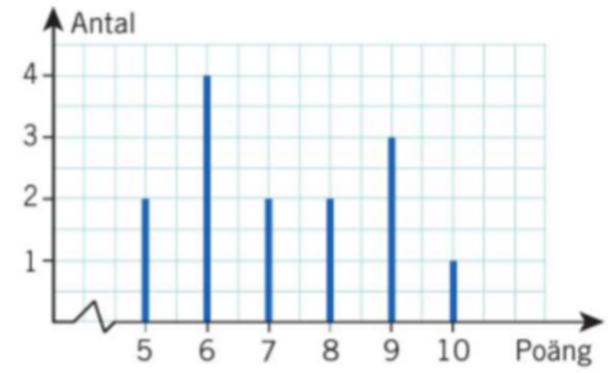
3147.

a) 5, 8, 10, 13, 17

b) 5, 6, 7, 10, 14, 16, 17 $\bar{x} = 10.71$

c) 5, 6, 7, 9, 11, 14, 16, 17 $\bar{x} = 10.625$

3144 Stapeldiagrammet visar fördelningen av antal poäng på ett matematikprov i en klass.



Avläs i diagrammet och bestäm

a) variationsbredden

b) medianen

c) kvartilavståndet

d) typvärdet

e) medelvärdet.

3144. 5, 5, 6, 6, 6, 6, 7, 7, 8, 8, 9, 9, 9, 10

q_1 q_2 q_3

a) $vb = 10 - 5 = 5$ p

b) $m = 7$ p

c) $kv.avst = 9 - 6 = 3$ p

d) $tp = 6$

e) $\bar{x} = \dfrac{5 \cdot 2 + 6 \cdot 4 + 7 \cdot 2 + 8 \cdot 2 + 9 \cdot 3 + 10}{14} = 7.21$

3154 En undersökning ger följande värden:

5 8 11 13 13

a) Kan vi lägga till ett värde utan att medelvärdet ändras?

b) Bestäm standardavvikelsen.

c) Blir standardavvikelsen större eller mindre om värdena 9 och 11 läggs till?

3154. a) Ja, värdet 10 (medelvärdet)

b)

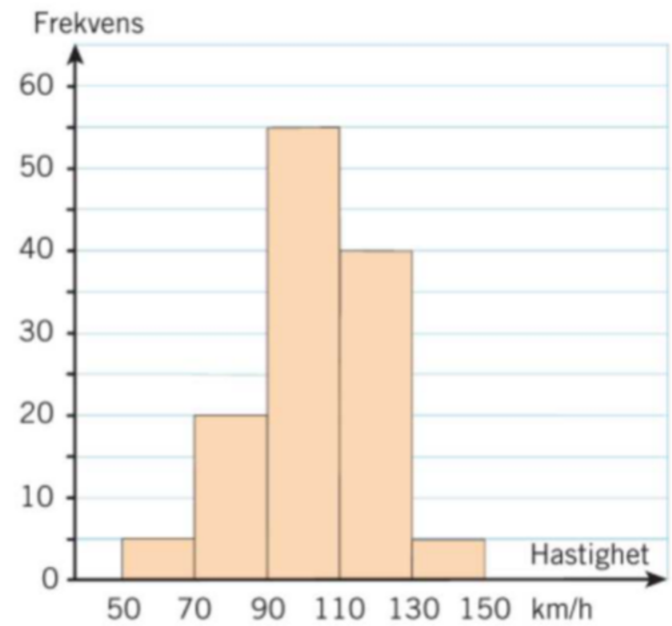
x	$x-\bar{x}$	$(x-\bar{x})^2$
5	-5	25
8	-2	4
11	1	1
13	3	9
13	3	9

Σ: 48

$$s = \sqrt{\frac{\Sigma(x-\bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{48}{5-1}} = \sqrt{12} \approx 3{,}46$$

c) Standardavvikelsen blir mindre då fler då det är fler värden koncentrerade mot mitten.

3155 Efter en hastighetskontroll på en motorväg sammanställdes följande histogram.



Beräkna ett ungefärligt medelvärde och standardavvikelsen för hastigheterna.

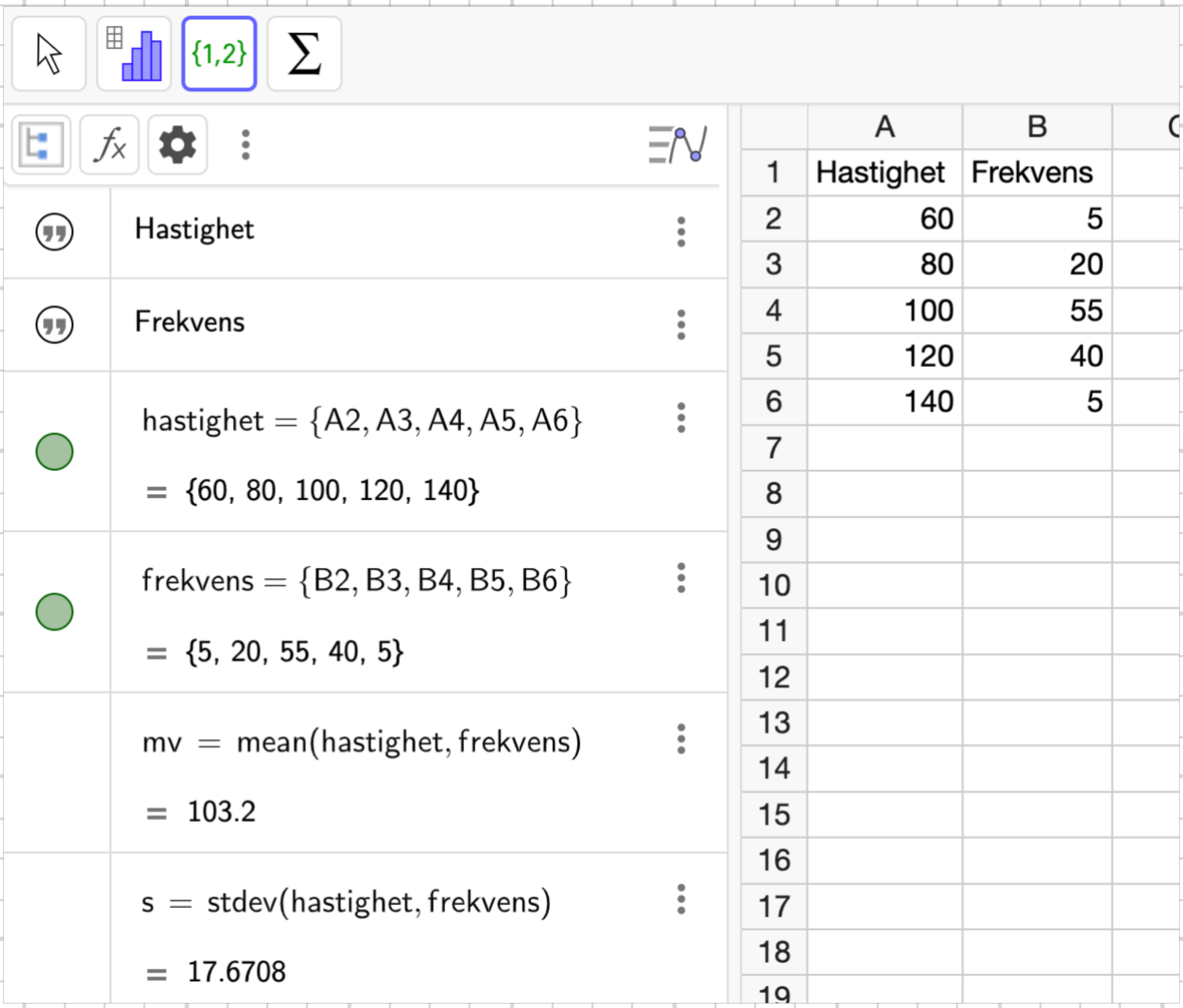
3155.

$$\bar{x} = \frac{60 \cdot 5 + 80 \cdot 20 + 100 \cdot 55 + 120 \cdot 40 + 140 \cdot 5}{5 + 20 + 55 + 40 + 5} = \underline{103} \text{ km/h}$$

x	$x-\bar{x}$	$(x-\bar{x})^2$	f	$f(x-\bar{x})^2$
60	−43	1849	5	9245
80	−23	529	20	10580
100	−3	9	55	495
120	17	289	40	11560
140	37	1369	5	6845
		Σ:	125	38725

$$s = \sqrt{\frac{\Sigma f(x-\bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{38725}{125-1}} \approx \underline{17.7 \text{ km/h}}$$

Alt. lösning i Geogebra:



3156 Mätvärdena 510, 520, 530, 540, 540, 550, 560 och 570 är givna.

a) Bestäm medelvärdet och standardavvikelsen för dessa värden.

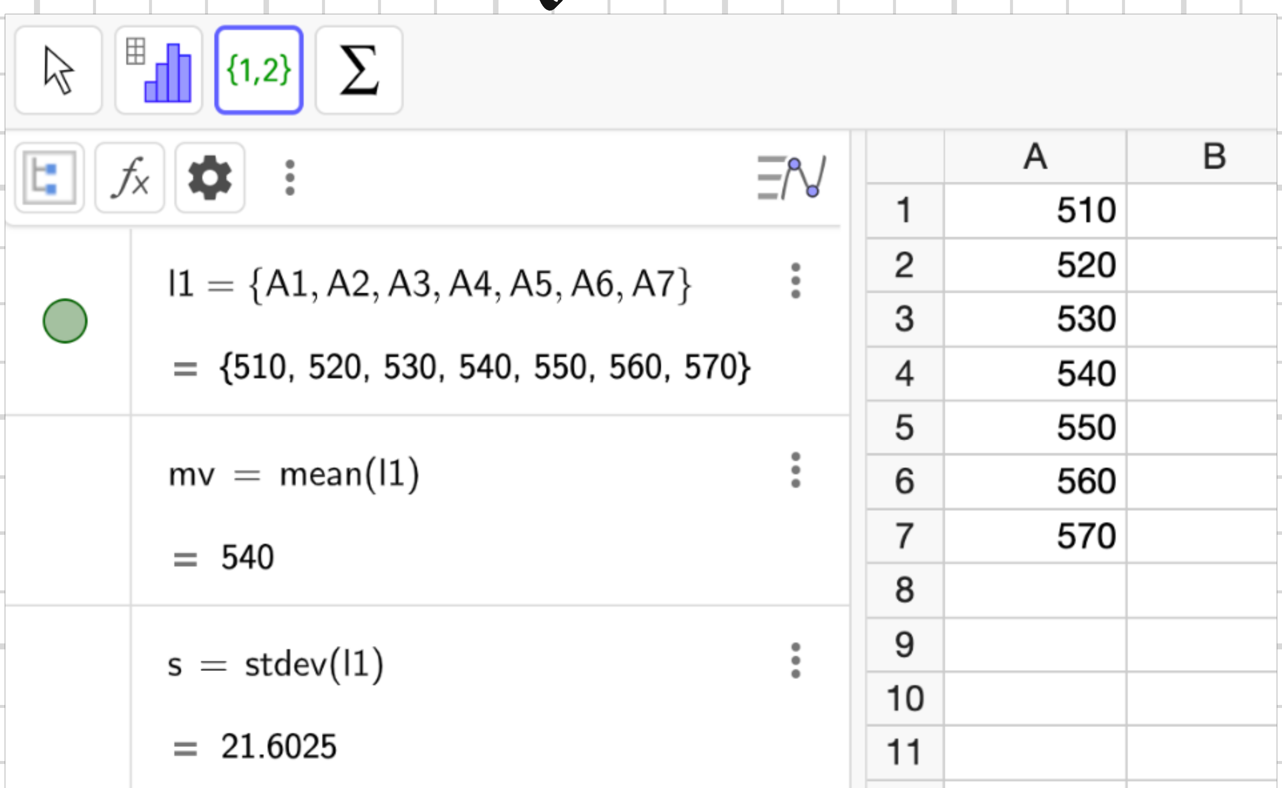
Hur påverkas medelvärdet och standardavvikelsen

b) om mätvärdena subtraheras med 500?

c) om samtliga mätvärden först subtraheras med 500 och därefter divideras med 5?

d) Vad ska mätvärdena subtraheras respektive divideras med för att få ett material som har medelvärdet 0 och standardavvikelsen 1?

3156. a) Löst i Geogebra:



b) Medelvärdet sjunker med 500 till 40.
Standardavvikelsen förblir oförändrad (21.6)

c) Medelvärdet sjunker till $\frac{40}{5} = 8$.

Standardavvikelsen sjunker till $\frac{21.6}{5} = 4.3$

d) Medelvärdet skall subtraheras med 540.
Standardavvikelsen skall divideras med 18.7.

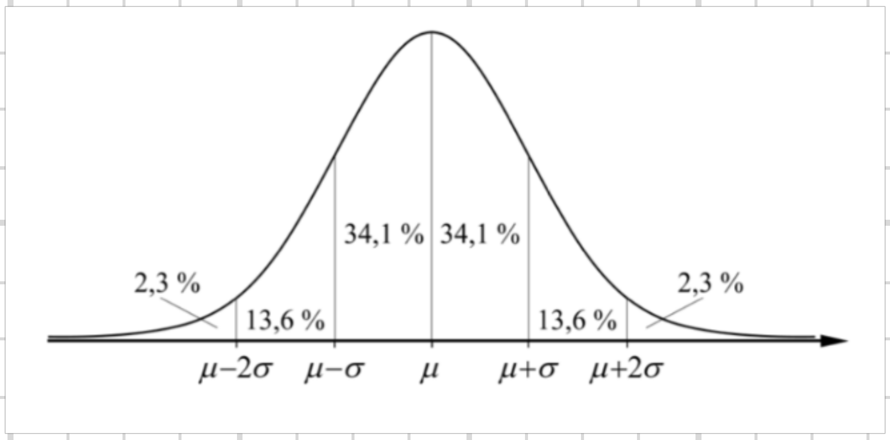
3208 Beate hävdar att medelvärde och median är detsamma för ett normalfördelat material.

Har hon rätt? Motivera ditt svar.

3208. Ja, hon har rätt. Ett idealt normalfördelat material har samma medelvärde som median.

3209 Medelvikten för nyfödda pojkar i Sverige, som inte är födda för tidigt, är 3,6 kg och standardavvikelsen är 0,4 kg. Under en tidsperiod föddes 170 pojkar som vägde mellan 3,2 kg och 4,0 kg.

Hur många pojkar föddes totalt under den perioden?



3209.

170 pojkar motsvarar $\pm 1\sigma$, dvs ca 68,2%

Totala antalet pojkar $= \dfrac{170}{0{,}682} \approx \underline{250 \text{ st}}$

3210 Medellängden för en typ av ormar är normalfördelad med medelvärdet 75 cm och standardavvikelsen 5 cm.

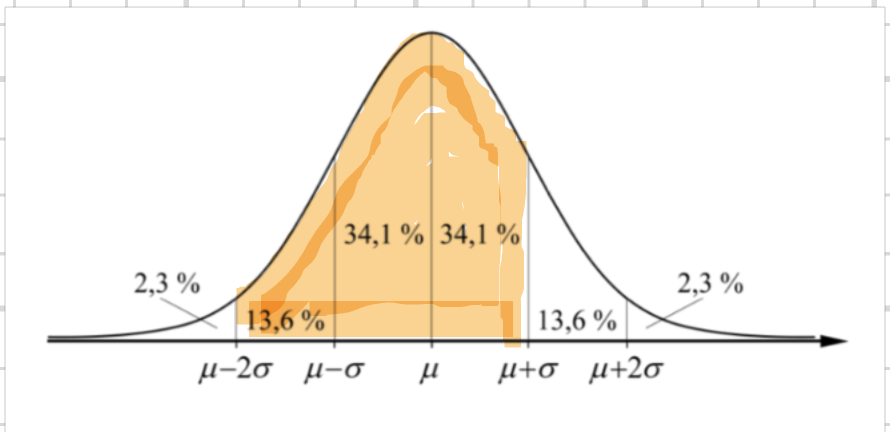
Sannolikheten att påträffa en orm med en längd i intervallet ($75 \le x \le 80$) cm är ca 34%.

Ange ett intervall där sannolikheten är ca

a) 50%
b) 82%
c) 16%
d) 98%.

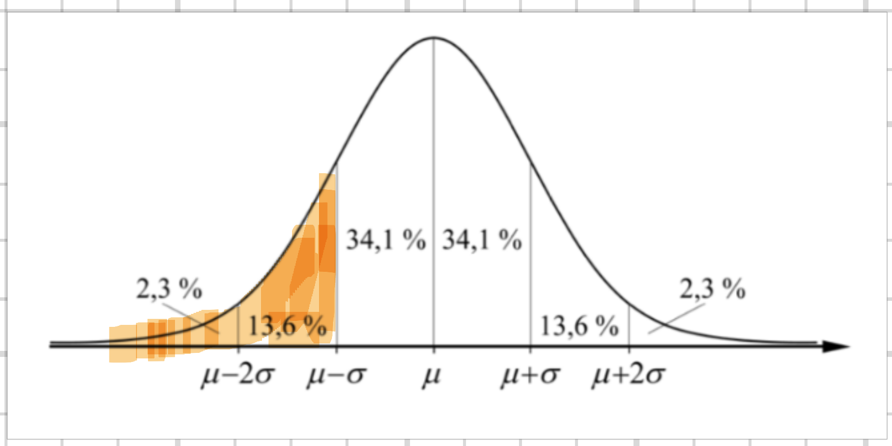
3210. a) $x \le 75$ eller $x \ge 75$ cm

b)



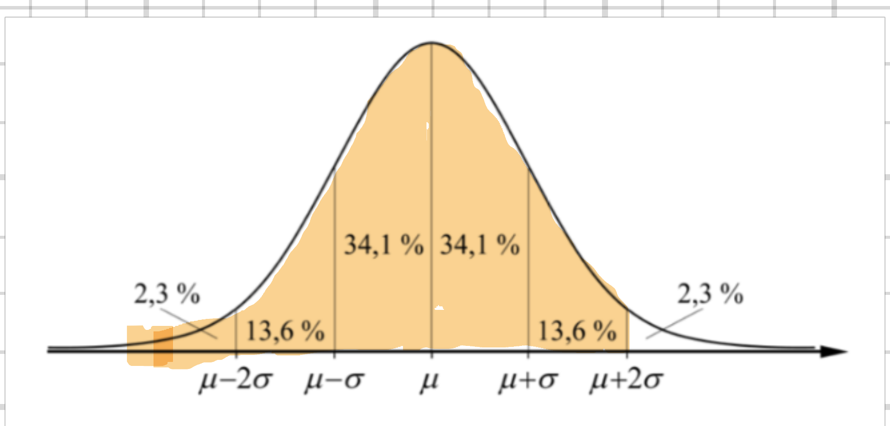
T.ex. $65 \le x \le 80$ cm

c)



T.ex. $x \le 70$ cm

d)



T.ex. $x \le 85$ cm

3211 Hur påverkas medelvärdet, standardavvikelsen och normalfördelningskurvan för ett normalfördelat material om vi

a) adderar 5 till alla värden

b) multiplicerar alla värden med 5?

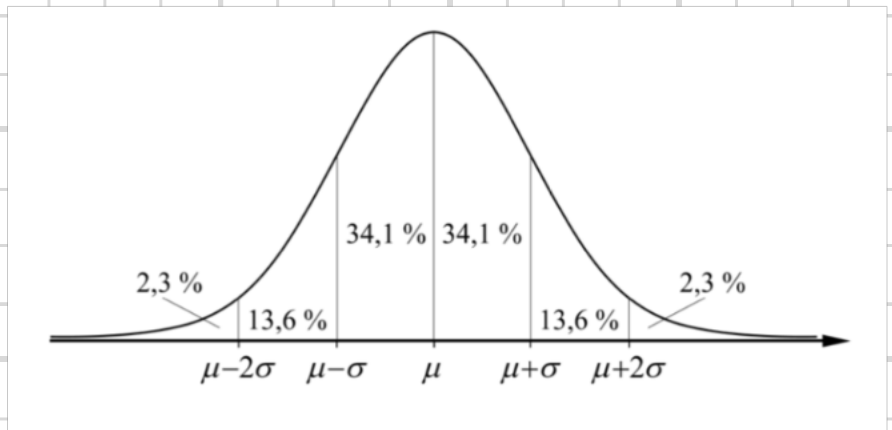
3211. a) Medelvärdet ökar med 5.
St.avv. förblir oförändrad.
Normalfördelningskurvan flyttas 5 steg åt höger.

b) Medelvärdet ökar med faktorn 5.
St.avv ökar med faktorn 5.
Normalfördelningskurvan flyttas åt höger och blir lägre.

3212 Resultaten på ett högskoleprov är i det närmaste normalfördelade. Resultaten anges som en poäng med två decimaler och den maximala poängen är 2,00. Resultatet ett år visas i tabellen.

Uppskatta med hjälp av tabellen medelvärdet och standardavvikelsen för provpoängen.

Poäng	Andel (%)
≤ 1,20	81,4
1,25	3,2
1,30	2,7
1,35	2,4
1,40	2,1
1,45	1,7
1,50	1,5
1,55	1,2
1,60	1,0
1,65	0,8
≥ 1,70	1,9



3212. $<1{,}25$ motsvaras ungefär av $\mu+\sigma$

$>1{,}65$ — " — $\mu+2\sigma$

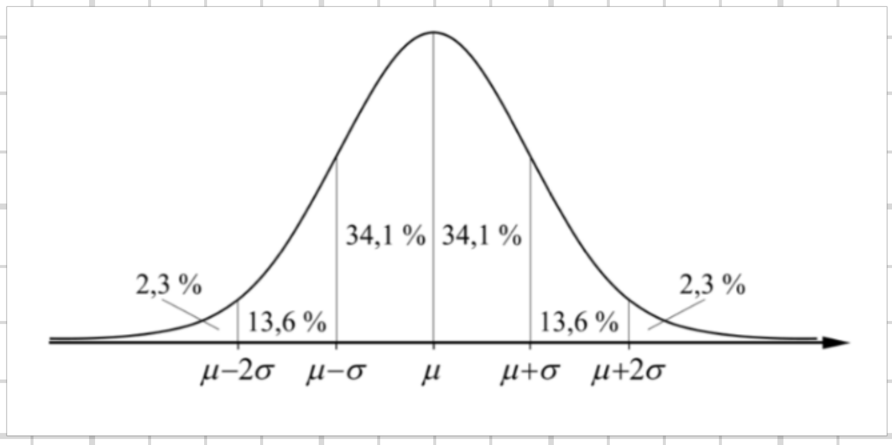
övriga andelar motsvaras då av $\sigma \Rightarrow$

$\underline{\sigma = 1{,}65 - 1{,}25 = 0.4}$

$\underline{\mu = \mu+\sigma - \sigma = 1{,}25 - 0{,}4 = 0{,}85}$

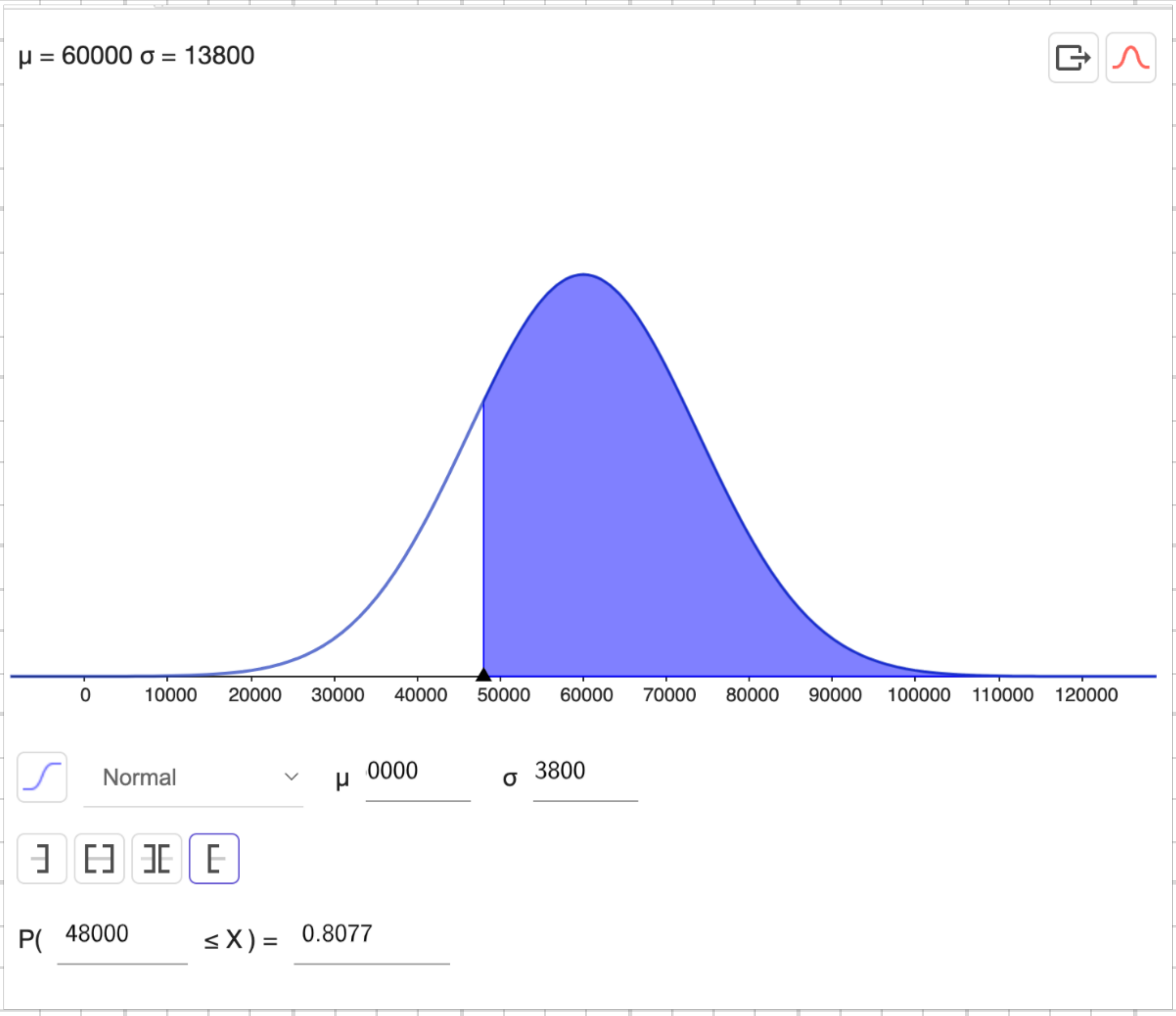
3218 Livslängden på en viss typ av LED-lampor är normalfördelad. En LED-lampa har en medellivslängd på 60 000 timmar med en standardavvikelse på 23 % av medelvärdet.

Bestäm sannolikheten att en LED-lampa lyser i mer än 2 000 dygn.



3218.

Lösning i Geogebra ger $\underline{P = 81\%}$

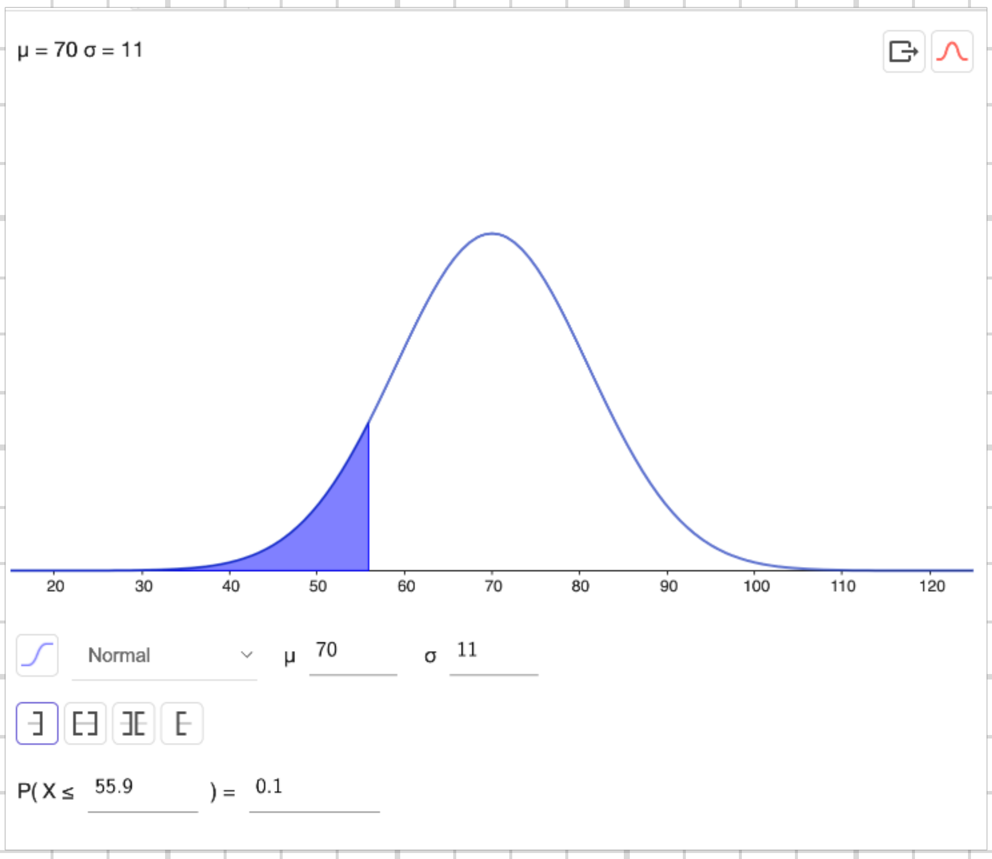


3219 I en kommun med 650 elever i årskurs 1 genomför alla elever i årskursen ett prov. Resultaten på ett prov kan anses vara normalfördelade med medelpoängen 70 och standardavvikelsen 11.

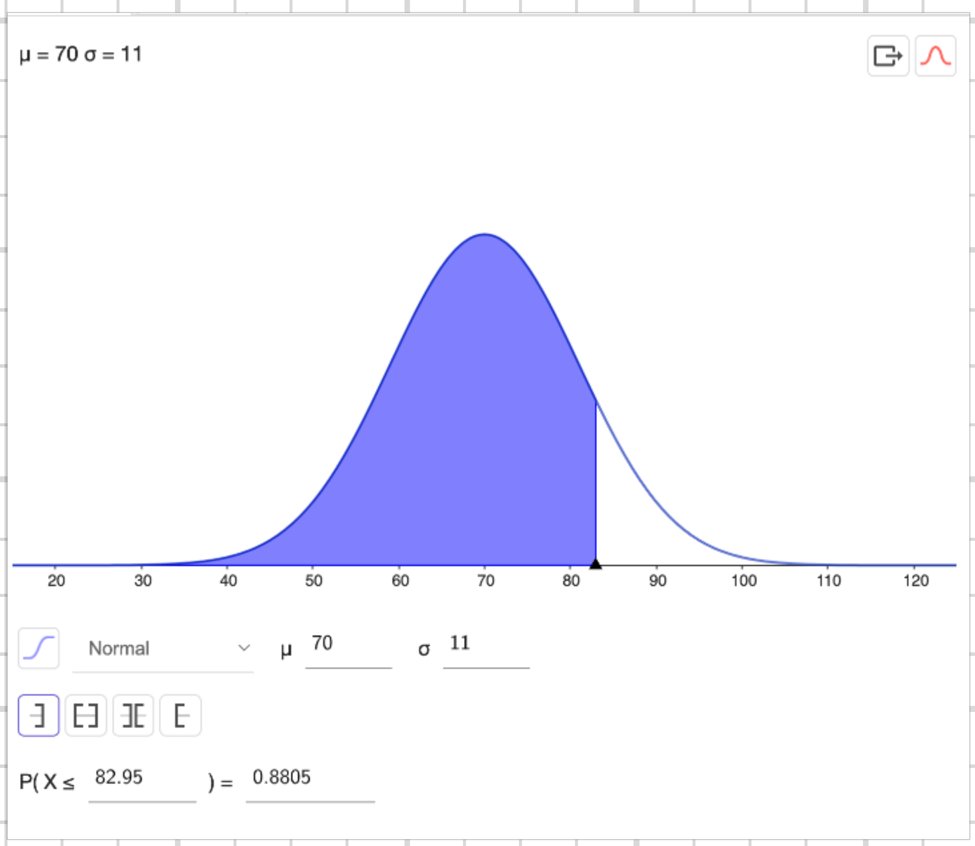
a) Bestäm och tolka 10:e percentilen.

b) Vilken var betygsgränsen för det högsta betyget om 78 elever fick högsta betyg?

3219. a) Prövning i Geogebra ger $55{,}9 \approx \underline{56\text{ p.}}$

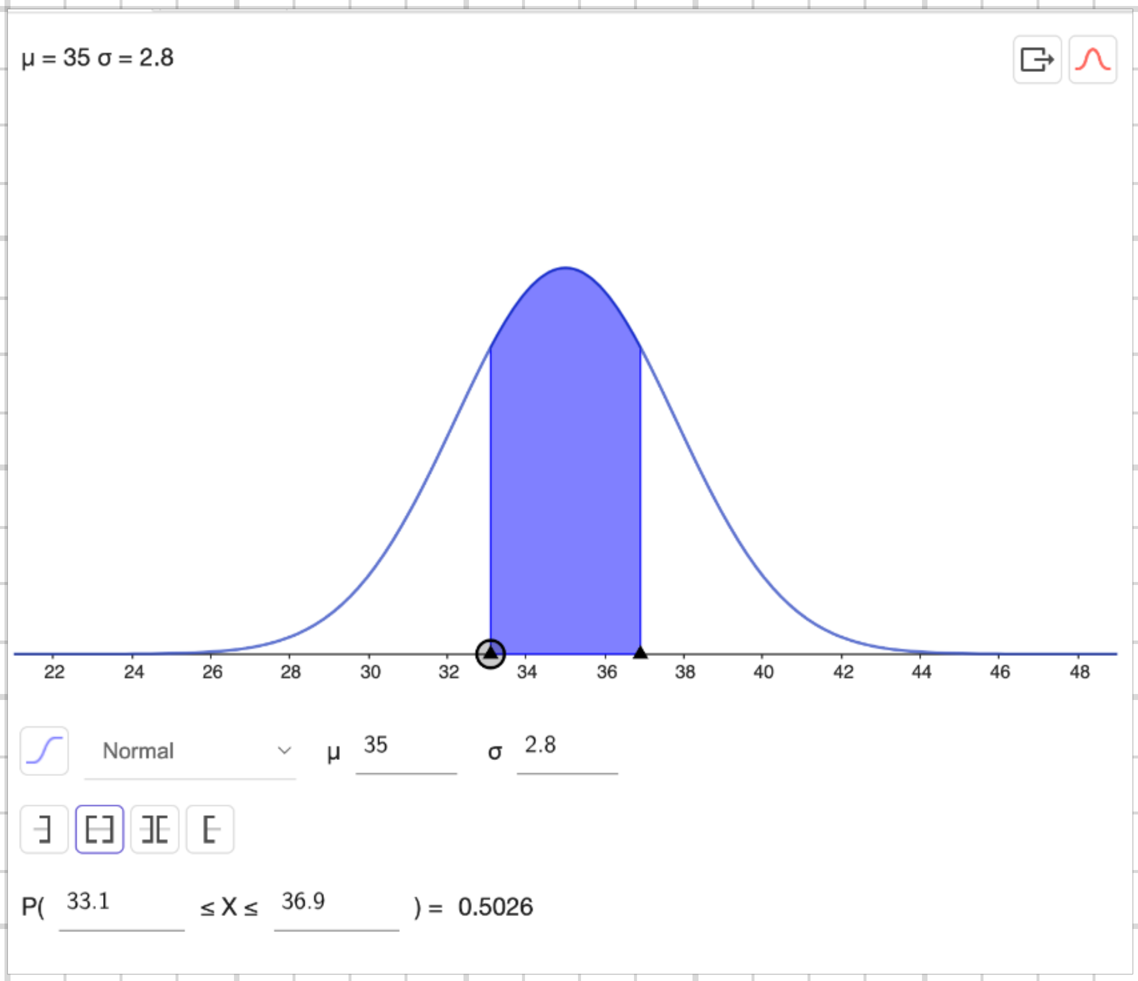


b) $\frac{650-78}{650} = 0{,}88$ ger $82{,}95 \approx \underline{83\text{ p.}}$



3220 För ett normalfördelat material gäller att $\mu = 35$ och att $\sigma = 2{,}8$.
Beräkna kvartilavståndet.

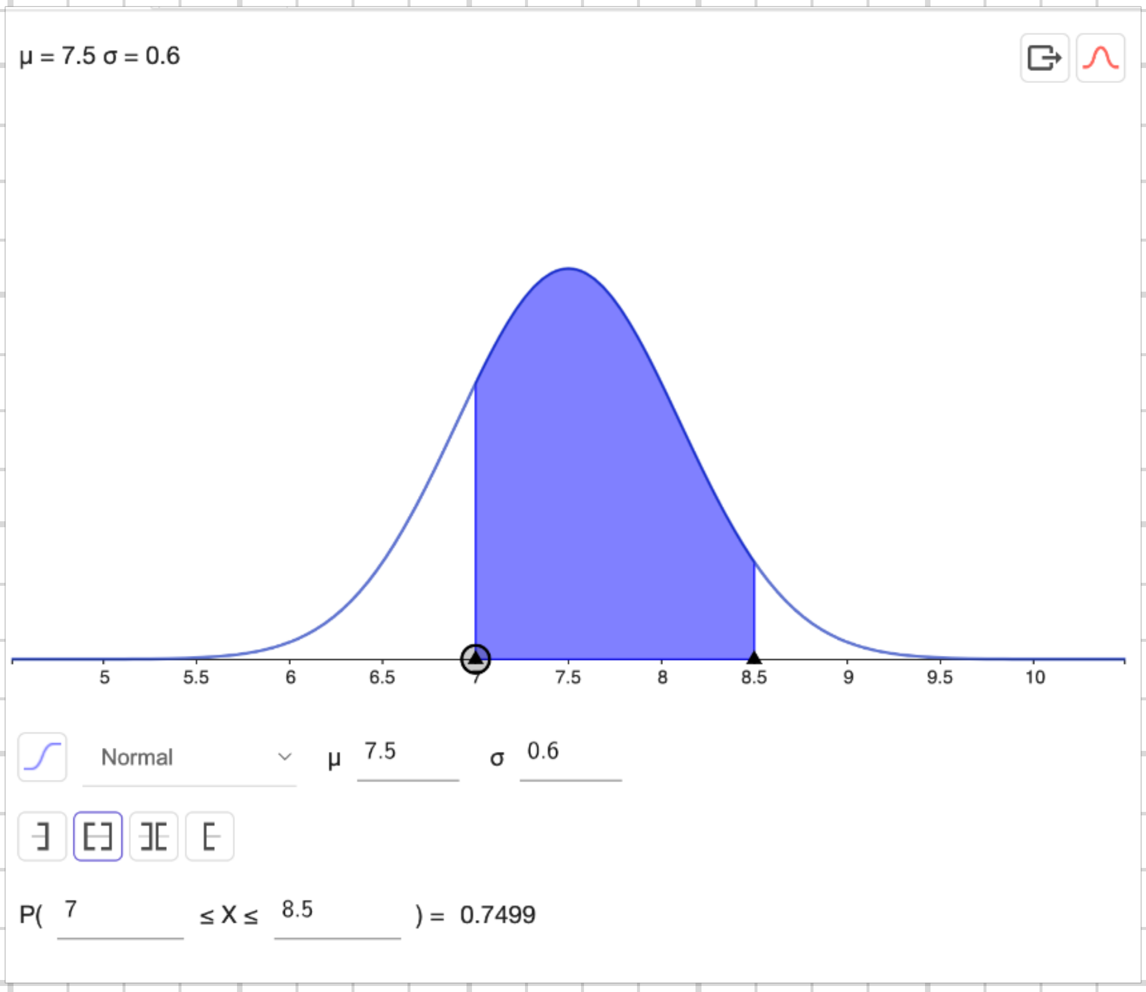
3220. Geogebra ger $q_3 - q_1 \approx 36{,}9 - 33{,}1 = \underline{3{,}8}$



3221 På ett företag är de anställdas arbetstid per dag i det närmaste normalfördelad. Medelarbetstiden är 7,5 h/dag. Sannolikheten att en anställd jobbar mellan 7,0 h och 8,5 h är 0,75.

Bestäm standardavvikelsen med en gällande siffra.
Lös uppgiften genom prövning.

3221. Geogebra ger $\sigma \approx \underline{0{,}6\text{ h}}$

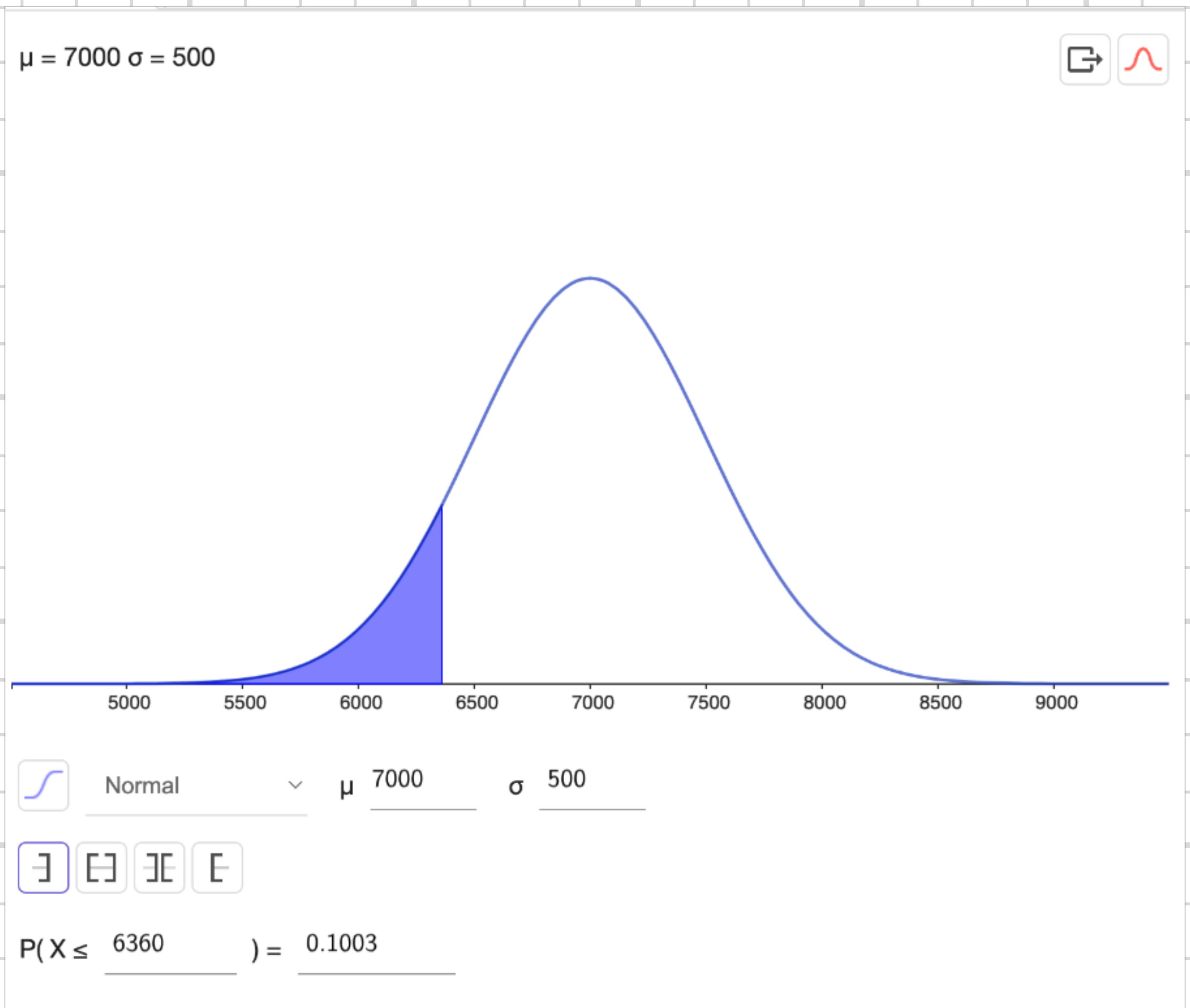


3222 Ett uppladdningsbart batteri räcker vid en viss förbrukning i 10 timmar.

Antalet möjliga återuppladdningar är normalfördelade med medelvärdet 700 gånger och standardavvikelsen 50 gånger.

Vilken total livslängd kan man garantera för batteriet om man vill att max 10 % av batterierna ska ligga under den garanterade livslängden?

3222. Geogebra ger 6360 h eller 636 ≈ 640 laddningar

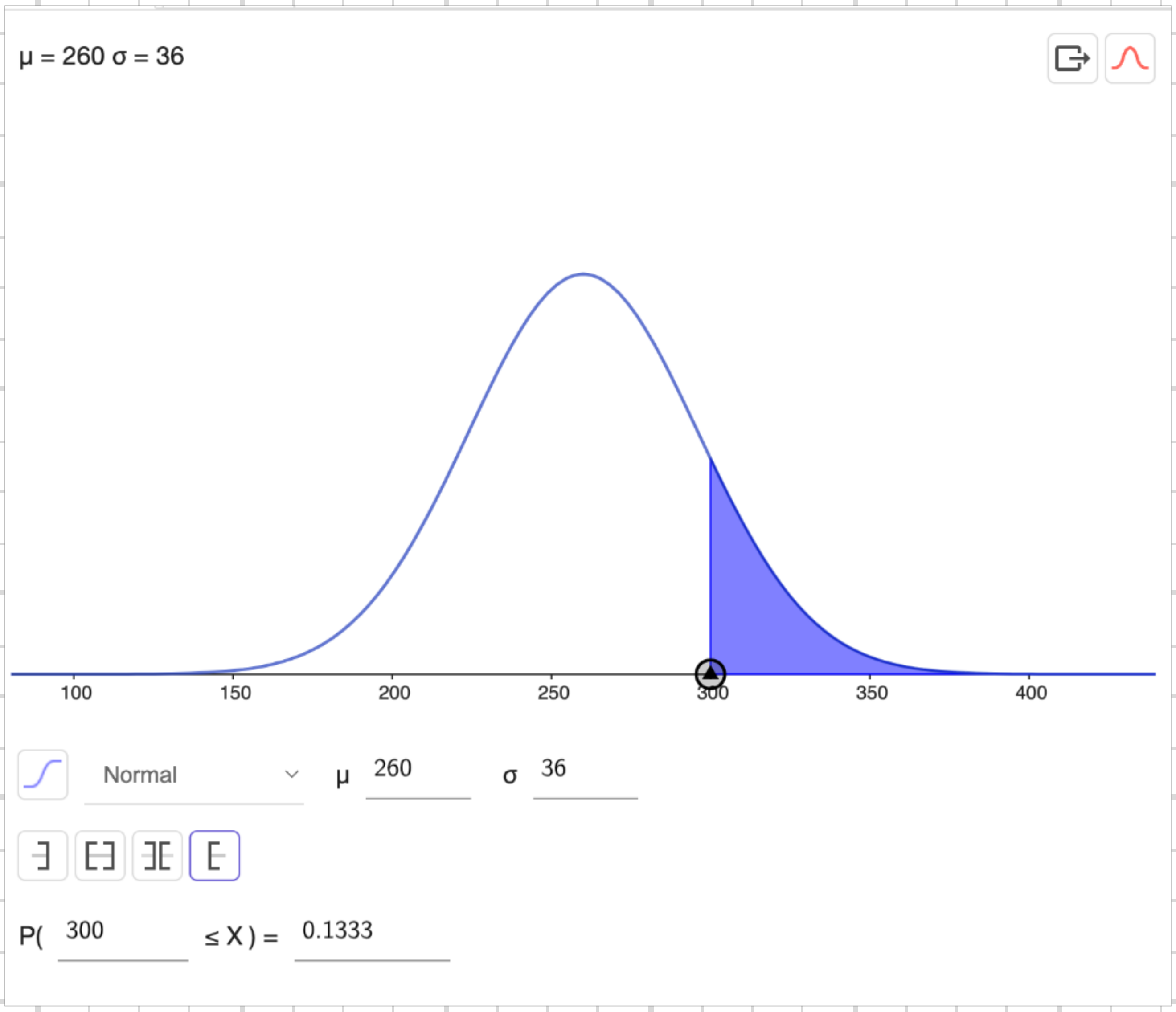


3223 Isak driver en stand-up klubb. Lokalen tar max 300 personer.

Han har räknat ut att det i genomsnitt kommer 260 personer till klubben. Antalet gäster är i det närmaste normalfördelat med en standardavvikelse på 36.

Hur ofta är klubben fullsatt?

3223. Geogebra ger ca 13% av kvällarna.



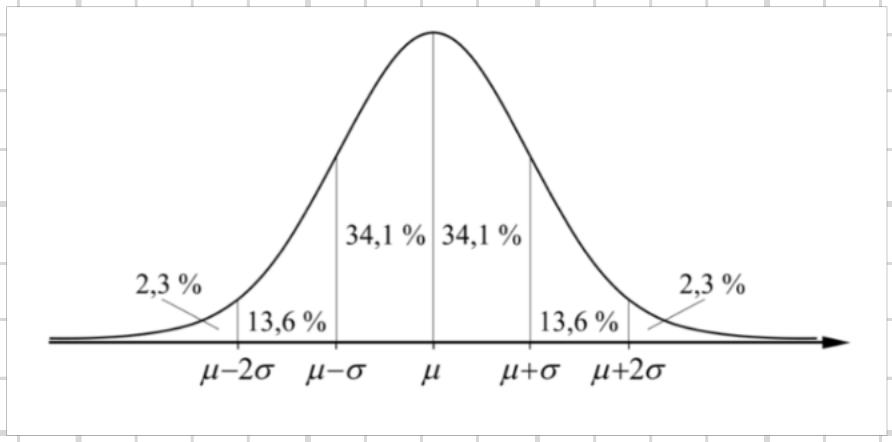
3224 Är följande påstående sant eller falskt? Motivera.

a) För ett normalfördelat material gäller att

$Q_1 < \bar{x} - \sigma$

där Q_1 är den nedre kvartilen.

b) Det går att utläsa variationsbredden ur en normalfördelningskurva.



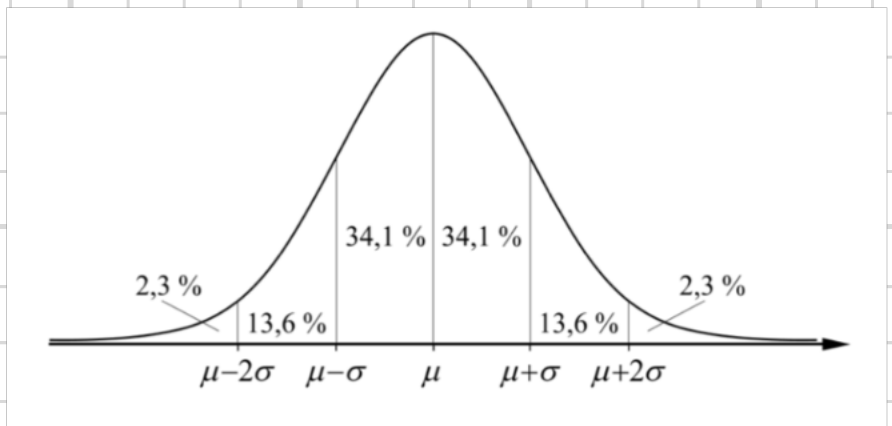
3224.

a) $\bar{x} - \sigma \approx 50\% - 34{,}1\% = 15{,}9\% < 25\% \Rightarrow$ Falskt.

b) Falskt. Max/min kan inte avläsas.

3225 En maskin fyller flaskor med läsk. Den volym som flaskorna fylls med är i det närmaste normalfördelad. Standardavvikelsen är 3,5 ml och medelvärdet styrs av inställningen på maskinen.

Vad bör vi ställa in maskinen på för att minst 977 av 1 000 flaskor ska innehålla minst 500 ml?



3225. $1 - 0{,}977 = 2{,}3\%$ motsvaras av $\mu - 2\sigma \Rightarrow$

$\mu - 2\sigma = 500 \Rightarrow$

$\mu = 500 + 2 \cdot 3{,}5 = \underline{507 \text{ ml}}$

Alt. lösning i Geogebra: