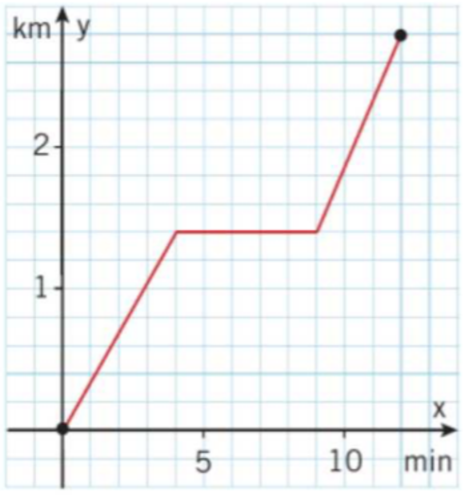
3111 Malin kör moped till skolan.
Figuren beskriver mopedfärden.



a) Hur lång tid tog färden?

b) Vilken var den högsta hastigheten som Malin höll?

c) Vad tror du hände under Malins färd till skolan?
Ge ett förslag.

3111.

a) 12 min

b) $\frac{2.8-1.4}{12-9} = \frac{1.4}{3} = 0.47 \text{ km/min} =$
$= 28 \text{ km/h}$

c) Hon kanske ramlade efter 4 min och fortsatte 5 min senare.

3112 En rät linje går genom punkterna (5, 7) och (6, 7).
Punkten (100, a) ligger också på linjen.
Vilket värde har talet a?

3112. $a = 7$ (horisontell linje)

3113 Sant eller falskt? Motivera.

a) Alla punkter i andra kvadranten har negativa x- och y-koordinater.

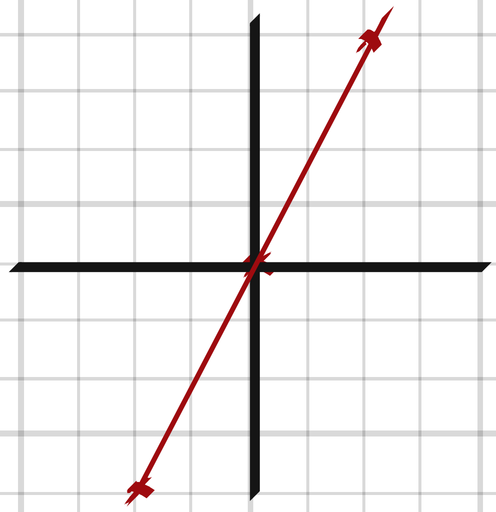
b) Alla punkter på x-axeln har y-värdet noll och alla punkter på y-axeln har x-värdet noll.

3113. a) Falskt - $x < 0$, $y > 0$

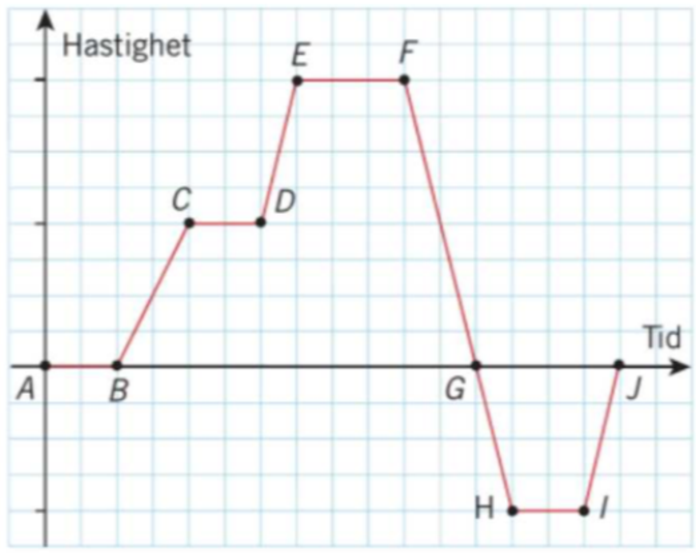
b) Sant

3114 Punkterna (–2, –4), (0, 0) och (2, *a*) ligger på en rät linje. Bestäm *a*.

3114. $a = 4$



3115 Ibland kan en hastighet vara negativ. Figuren visar den hastighet som vatten strömmar in i eller ut ur en behållare vid olika tider.



a) Mellan vilka punkter ökar vattenvolymen i behållaren?

b) Mellan vilka punkter ökar volymen snabbast?

c) När är volymen konstant?

d) När minskar volymen?

e) När minskar volymen snabbast?

3115.

a) B - G

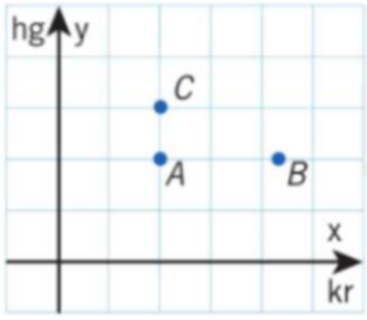
b) E - F

c) A - B

d) G - J

e) H - I

3116 Punkterna *A*–*C* i diagrammet visar vikt och pris på tre påsar med nötter. Graderingen på axlarna har fallit bort.



Vilken påse med nötter har

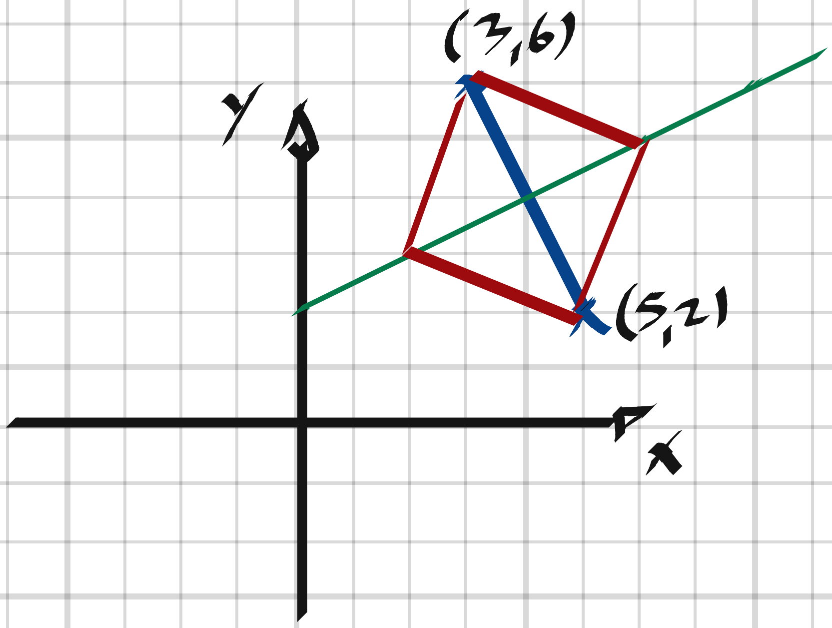
a) högst pris per hg

b) lägst pris per hg?

3116. a) B b) C

3117 Punkterna (3, 6) och (5, 2) är ändpunkterna på en diagonal i en kvadrat. Vilka är de båda andra hörnen i kvadraten?

3117. (2,3) och (6,5)



3118 En triangel har hörnen i punkterna $A = (0, 1)$, $B = (3, 2)$ och $C = (-1, 3)$.
Ange koordinaterna för triangelns hörn när den

a) speglas i *x*-axeln

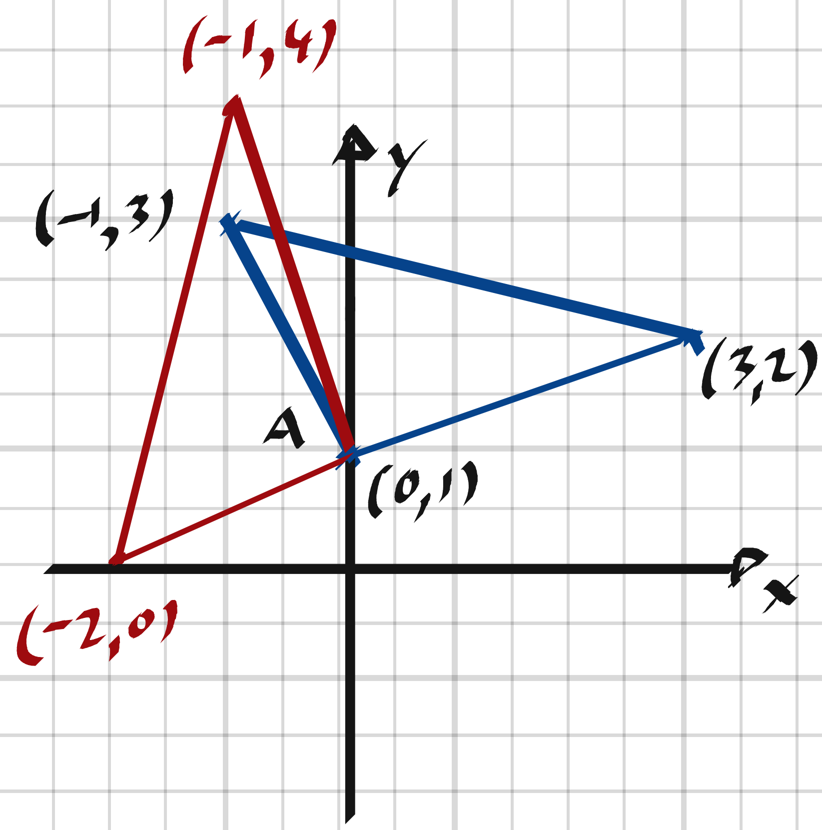
b) speglas i *y*-axeln

c) roteras 90° moturs runt *A*.

3118. a) (0,-1), (3,-2) och (-1,-3)

b) (0,1), (1,3), (-3,2)

c) (0,1), (-1,4), (-2,0)



3131 Utgå från funktionen $y = -3x - 2$.
Utan att rita grafen, visa hur man bestämmer grafens skärningspunkt med

a) y-axeln b) x-axeln.

3131.

a) $x = 0 \Rightarrow \underline{y = -2}$

b) $y = 0 \Rightarrow -3x - 2 = 0 \Rightarrow \underline{x = -\frac{2}{3}}$

3132 Beskriv sambandet mellan x och y med en formel $y = \ldots$

a)

x	y
1	4
2	7
3	10
4	13
5	16

b)

x	y
–5	10
–3	6
–1	2
2	–4
4	–8

3132.

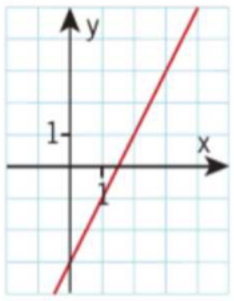
a) $\underline{y = 3x + 1}$

b) $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6 - 10}{-3 - (-5)} = \frac{-4}{2} = -2$

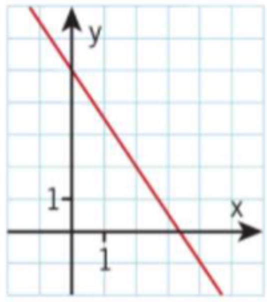
$\underline{y = -2x}$

3133 Avläs några punkter på grafen och bestäm formeln som beskriver sambandet mellan x och y.

a)



b)



3133. a) $(3,3)$ och $(0,-3)$ $\Rightarrow$

$$k = \frac{3-(-3)}{3-0} = \frac{6}{3} = 2 \quad , \quad m = -3$$

$$\underline{y = 2x - 3}$$

b) $(0,5)$ och $(2,2)$ $\Rightarrow$

$$k = \frac{5-2}{0-2} = -\frac{3}{2} \quad , \quad m = 5$$

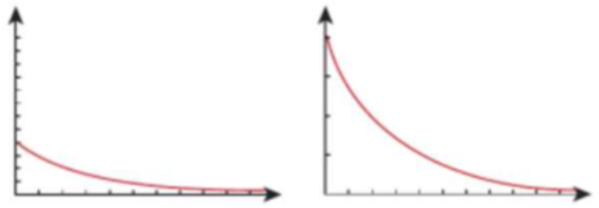
$$\underline{y = -\frac{3}{2}x + 5}$$

3134 Livia påstår att värdetabellen inte beskriver en funktion.
Har hon rätt? Motivera.

x	y
2	5
2	7
3	10
3	12

3134. Ja, en funktion har bara <u>ett</u> y-värde för varje x.

3142 Nedan ser du två grafer.



Wilma säger att det är samma funktion.
Har hon rätt?
Motivera ditt svar.

3142. Ja, skalan på y-axeln är annorlunda.

3143 Om en bil håller hastigheten v km/h, kan stoppsträckan s m vid ett visst väglag beräknas med formeln

$s = 0{,}3v + 0{,}0063v^2$

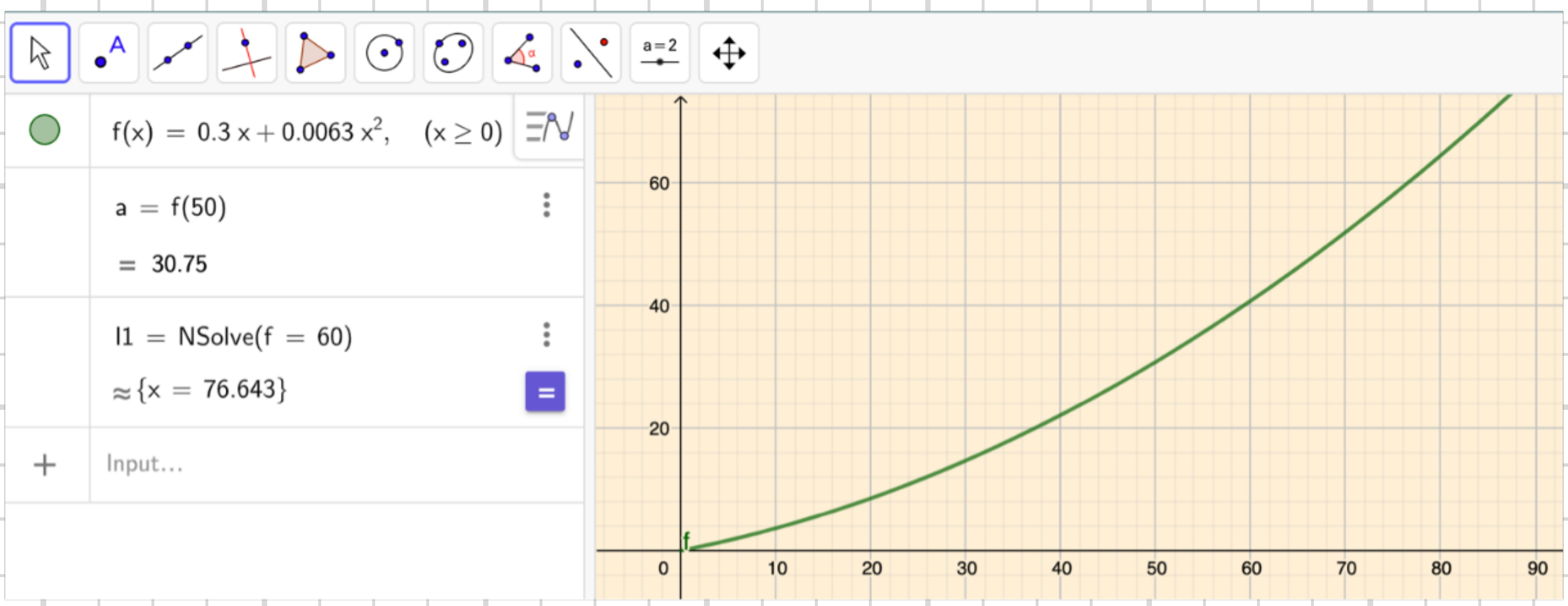
a) Rita grafen till formeln.

b) Avläs ur grafen stoppsträckan när hastigheten är 50 km/h.

c) Avläs ur grafen hastigheten som ger stoppsträckan 60 m.

3143. Löst i Geogebra:

a)



b) 30.8 m

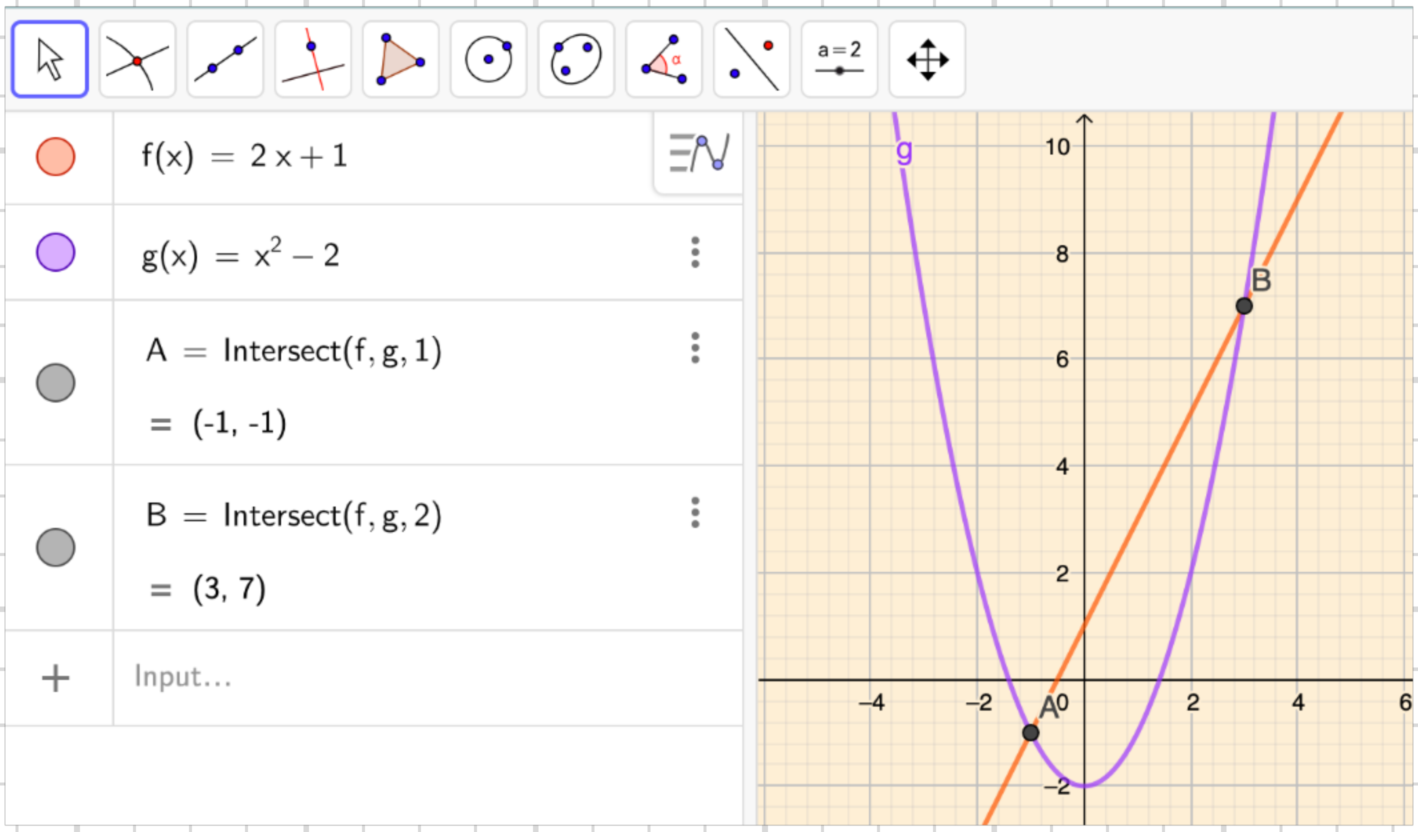
c) 76.6 km/h

3144 a) Rita graferna till $y = 2x + 1$ och $y = x^2 - 2$. Avläs sedan skärningspunkterna mellan graferna.

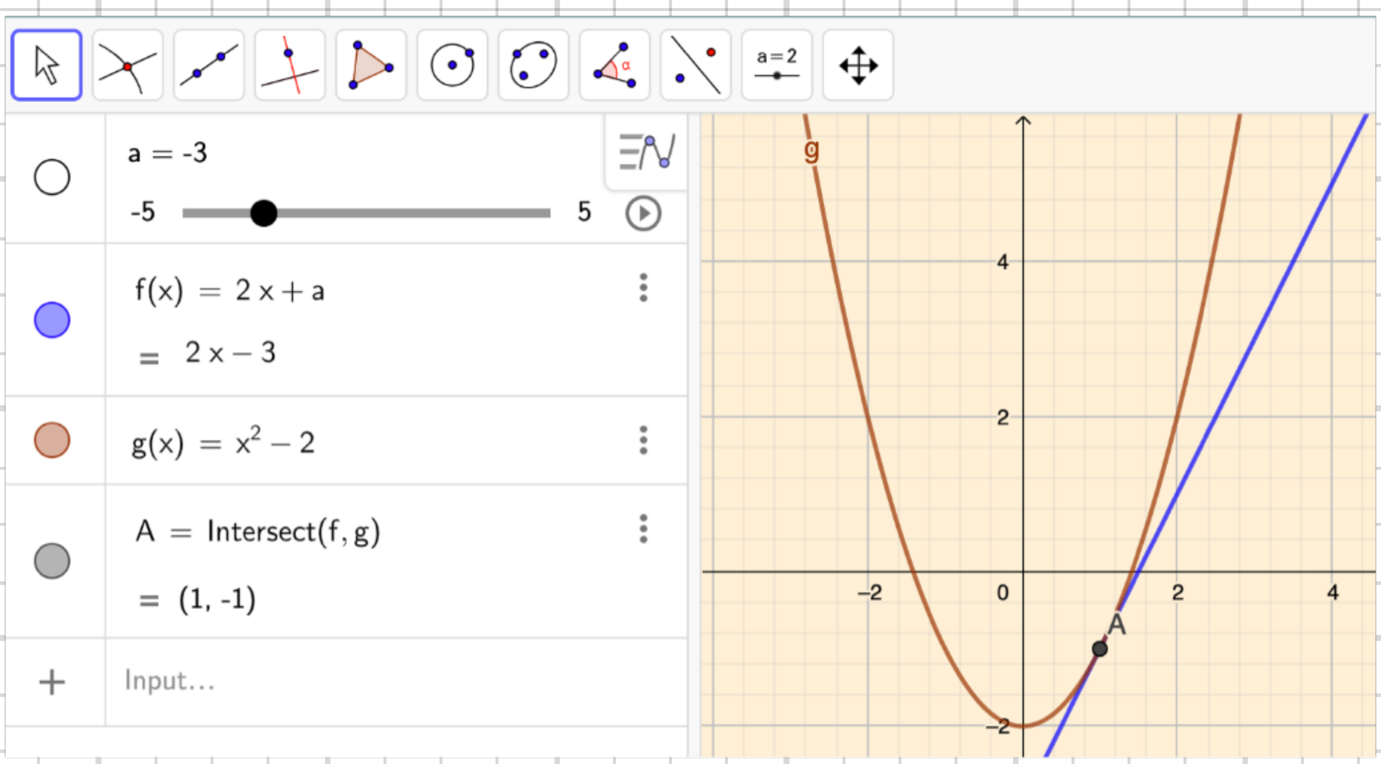
b) Bestäm a så att graferna till $y = 2x + a$ och $y = x^2 - 2$ bara skär varandra i en punkt.

3144. Löst i Geogebra:

a) Skärningspunkterna är $(-1,-1)$ och $(3,7)$



b) $a = -3$ ger skärningspunkten $(1,-1)$



3145 Mängden, y mg, av ett läkemedel varierar i blodet enligt formeln

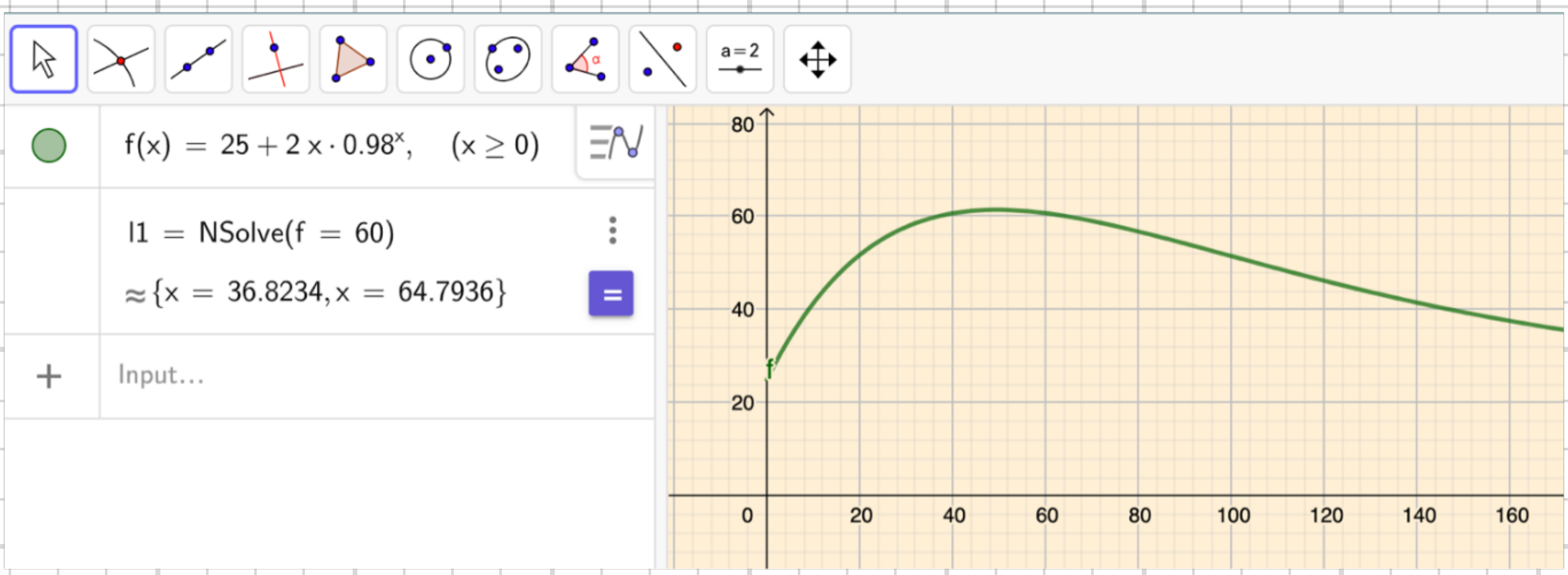
$y = 25 + 2x \cdot 0{,}98^x$

där x är tiden i timmar efter en injektion.

När är mängden läkemedel i blodet över 60 mg?

3145. Löst i Geogebra:

$37 < x < 65$ timmar



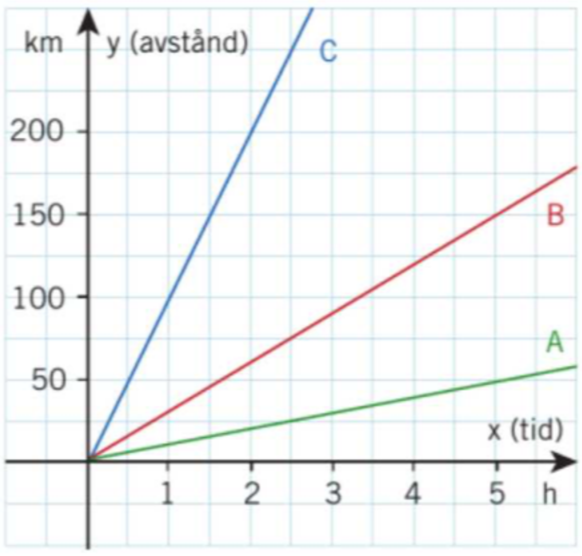
3158 Jonte påstår att de två räta linjerna $y = 0{,}75x + 0{,}5$ och $y = \frac{3x+2}{4}$ har samma k- och m-värden. Har han rätt? Förklara.

$y = kx + m$

3158. Ja, eftersom $y = \frac{3x+2}{4} = \frac{3x}{4} + \frac{2}{4} = 0{,}75x + 0{,}5$

3159 a) Para ihop graferna med löpning, bil- respektive mopedåkning.

b) Skriv en formel till respektive graf.



3159.

a) A - löpning

B - mopedåkning

C - bilåkning

b) $y_A = \frac{25}{2{,}5}x = 10x$

$y_B = \frac{150}{5}x = 30x$

$y_C = \frac{250}{2{,}5} = 100x$

3160 Ange konstanterna k och m för följande räta linjer.

a) $y = 3(x + 2)$

b) $y = 4(5 - 2x)$

c) $y = a(bx + c)$

3160.

a) $y = 3x + 6 \Rightarrow \underline{k = 3,\ m = 6}$

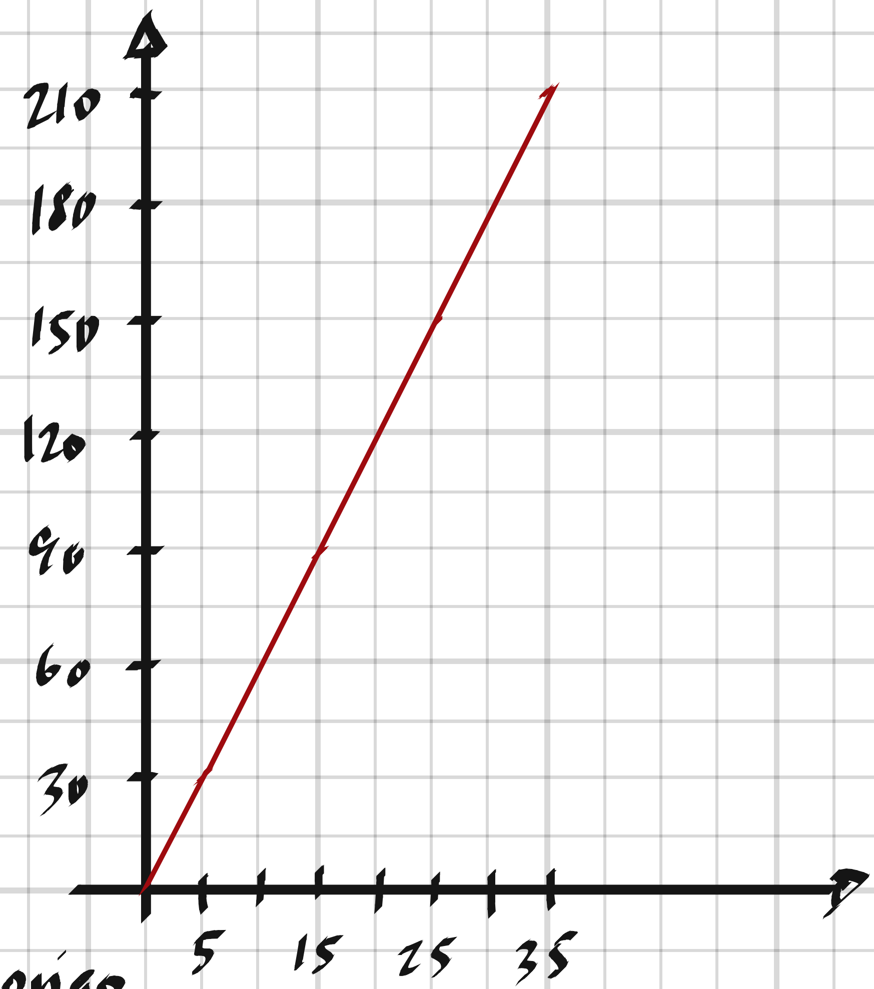
b) $y = 20 - 8x \Rightarrow \underline{k = -8,\ m = 20}$

c) $y = abx + ac \Rightarrow \underline{k = ab,\ m = ac}$

3161 I en båtaffär säljs rep som metervara. x m rep av en sort kostar y kr.

x	5	15	25	35
y	30	90	150	210

a) Rita en graf som visar hur y beror på x.
b) Är priset proportionellt mot längden?
c) Skriv en formel som beskriver sambandet.
d) Hur mycket kostar 10 m rep?
e) Hur långt rep får man för 120 kr?



3161. a) $k = \frac{210-30}{35-5} = \frac{180}{30} = 6$

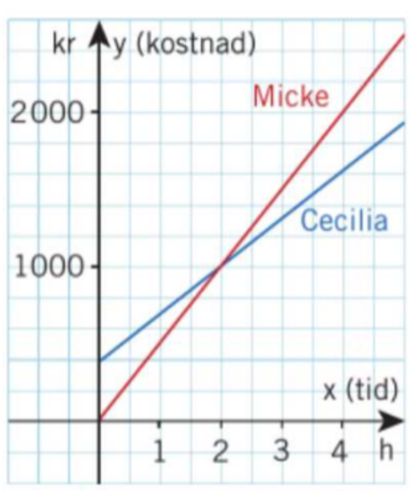
b) Ja, rät linje genom origo

c) $y = 6x$

d) $y(10) = 6 \cdot 10 = 60$ kr

e) $6x = 120 \Rightarrow x = 20$ m

3162 Diagrammet visar kostnaden att anlita två hantverkare, Micke och Cecilia.



a) Vilka funktioner beskriver graferna?
b) När lönar det sig att anlita Micke?

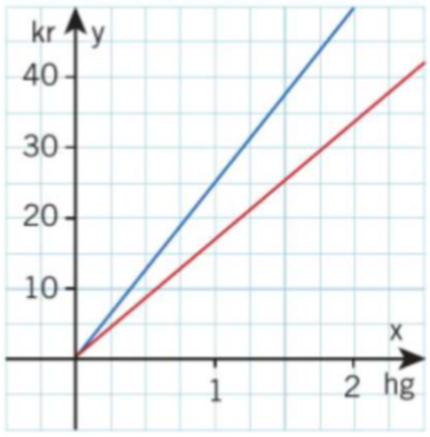
3162.

a) $y_M = 500x$

$y_C = 300x + 400$

b) För arbeten under 2 h.

3163 Ett konditori säljer praliner av olika kvalitet och pris. Graferna visar kostnaden *y* kr för *x* hg vanliga praliner och *x* hg lyxpraliner, som är dyrare.



2 hg vanliga praliner kostar 34 kr.
Feliz tänker köpa vanliga praliner för 85 kr.
Hur mycket mer får hon betala för samma mängd praliner om hon istället väljer lyxpraliner?

3163.

$y_v = \frac{42}{2,5}x = 17x$

$y_L = \frac{50}{2}x = 25x$

$85 = 17x \Rightarrow x = 5$ hg

$y_L = 25 \cdot 5 = 125$ kr

Hon får betala 125-85 = 40 kr mer för samma mängd lyxpraliner.

3215 Värdetabellen beskriver en funktion $y = kx + m$.

x	0	1	2	3
y	−3	−5	−7	−9

a) Bestän m.

b) Bestäm lutningen k.

c) Vilken är funktionen?

3215.

a) $m = -3$

b) $k = -2$

c) $y = -2x - 3$

3216 Bestäm ekvationen för en rät linje genom origo och punkten

a) (1, 3) c) (3, –12)

b) (2, 10) d) (–1, –2)

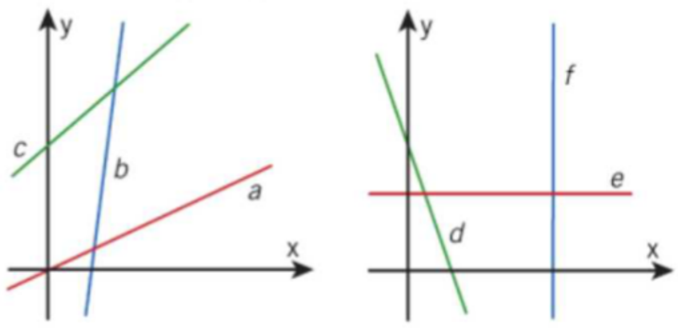
3216.

a) $y = 3x$ c) $y = -4x$

b) $y = 5x$ d) $y = 2x$

3217 Linjerna har k-värdena –3, 0, 1/2, 1 och 5. En linje saknar k-värde.

Tilldela varje linje rätt k-värde.



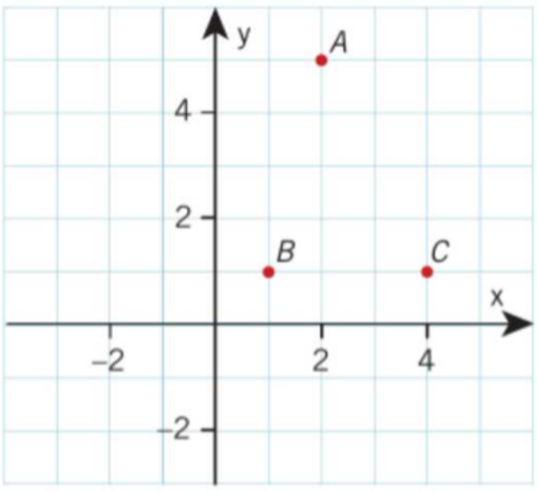
3217.

a: $k = 1/2$ d: $k = -3$

b: $k = 5$ e: $k = 0$

c: $k = 1$

3218



Ange ekvationen för en rät linje som går genom punkterna

a) *A* och *B*

b) *A* och *C*

c) *B* och *C*.

3218.

a) $y = 4x - 3$

b) $y = -2x + m$

$(4,1) \Rightarrow -2 \cdot 4 + m = 1 \Rightarrow m = 9$

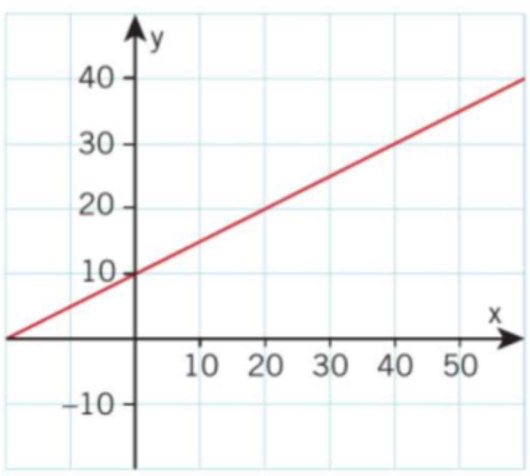
$y = 2x + 9$

c) $y = 1$

3219 Figuren visar grafen till en funktion. Använd den för att bestämma

a) *y* när $x = 35$

b) *x* när $y = 140$.



3219.

$y = \frac{1}{2}x + 10$

a) $y(35) = \frac{1}{2} \cdot 35 + 10 = 27.5$

b) $\frac{1}{2}x + 10 = 140 \Rightarrow x = 260$

3220 En rät linje går genom punkten (–2, 3). Vilken/vilka av punkterna (3, 4), (1, 1), (–3, 2), (–5, 3) och (–2, 5) kan ligga på linjen om

a) k är ett positivt tal

b) k är ett negativt tal

c) $k = 0$

d) linjen saknar lutning?

3220.

$(3,4)$: $k = \frac{4-3}{3-(-2)} = \frac{1}{5} > 0$

$(1,1)$: $k = \frac{1-3}{1-(-2)} = -\frac{2}{3} < 0$

$(-3,2)$: $k = \frac{2-3}{-3-(-2)} = 1 > 0$

$(-5,3)$: Samma y $\Rightarrow$ $k = 0$

$(-2,5)$: Samma x $\Rightarrow$ $k \to \infty$, saknar lutning.

a) $(3,4)$ och $(-3,2)$

b) $(1,1)$

c) $(-5,3)$

d) $(-2,5)$

3221 För en rät linje $y = kx + m$ gäller:

- k-värdet är två mer än m-värdet
- $y = 3$ när $x = 4$

Bestäm linjens ekvation.

3221. $k = m + 2 \Rightarrow$

$$y = (m+2)x + m = m(x+1) + 2x$$

$$(4,3) \Rightarrow m(4+1) + 2 \cdot 4 = 3 \Rightarrow m = \frac{3-8}{5} = -1$$

$$k = -1 + 2 = 1$$

$$y = x - 1$$

3222 Sant eller falskt?

a) En linje som går genom origo och punkten $(2, a)$ har samma lutning som en linje som går genom origo och punkten $(4, 2a)$.

b) En linje som går genom origo och punkten $(b, 3)$ har större lutning än en linje som går genom origo och $(-b, -4)$.

Motivera dina svar.

$$\frac{3-0}{b-0} = \frac{3}{b}$$

$$\frac{-4-0}{-b-0} = \frac{4}{b}$$

3222. a) Sant – de har bägge lutningen $\frac{a}{2}$

b) Falskt – linjen mellan origo och $(-b,-4)$ har störst lutning.

3233 Ligger de tre punkterna på en rät linje?

a) (–2, 1), (–1, 0) och (2, –2)

b) (0, 4), (7, –6) och (–7, 14)

Motivera dina svar.

3233. a) $k_1 = \frac{1-0}{-2-(-1)} = -1$

$k_2 = \frac{0-(-2)}{-1-2} = -\frac{2}{3}$

$\Bigg\} \; k_1 \neq k_2 \Rightarrow$ Nej!

b) $k_1 = \frac{-6-14}{7-(-7)} = -\frac{10}{7}$

$k_2 = \frac{4-(-6)}{0-7} = -\frac{10}{7}$

$\Bigg\} \; k_1 = k_2 \Rightarrow$ Ja!

3234 Vilken lutning har en linje som skär x-axeln där $x = -3$ och y-axeln där $y = 6$?

3234. $k = \frac{6}{3} = 2$

3235 Förklara hur du kan ta reda på en linjes lutning, om du har

a) grafen

b) en värdetabell för linjen.

3235. a) Ta ut två punkter på linjen och beräkna k som skillnaden mellan deras y-värden dividerat med skillnaden mellan deras x-värden.

b) Beräkna k parvis mellan två på varandra följande punkter.

3236 En linje med riktningskoefficienten 3/4 går genom punkterna (3, *b*) och (1, –1).

Bestäm konstanten *b*.

3236. $\frac{b-(-1)}{3-1} = \frac{3}{4} \Rightarrow b = \frac{3}{4} \cdot 2 - 1 = \underline{\frac{1}{2}}$

3237 Vi utgår från en rät linje som kan skrivas $y = kx + m$, där k och m är positiva tal. Hur förändras linjens lutning och läge om man

a) adderar 3 till höger led

b) subtraherar 1 från höger led

c) multiplicerar höger led med –1

d) multiplicerar höger led med 1/2?

3237. a) Linjen parallellförflyttas upp 3 värdeenheter

b) ——— " ——— ned 1 värdeenhet

c) Linjen speglas kring x-axeln och får negativ lutning.

d) Linjen förflyttas nedåt och får lägre lutning.

3238 De två linjerna L_1 och L_2 skär varandra i en punkt P.
I vilken kvadrant ligger skärningspunkten P?

a) L_1: $y = -3x - 3$
L_2: $y = \frac{x}{2} - \frac{5}{2}$

b) L_1: $y = 2x - 1$
L_2: $y = 1 + \frac{x}{2}$

3238. a)

$$-3x - 3 = \frac{x}{2} - \frac{5}{2}$$

$$-6x - 6 = x - 5$$

$$x = -\frac{1}{7}$$

$$y = -\frac{3}{7} - 3 = -\frac{24}{7}$$

3:e kvadranten

b)

$$2x - 1 = 1 + \frac{x}{2}$$

$$4x - 2 = 2 + x$$

$$x = \frac{4}{3}$$

$$y = 2 \cdot \frac{4}{3} - 1 = \frac{5}{3}$$

1:a kvadranten

3239 En rät linje går genom punkten (3, 5) och har lutningen $\frac{a}{3}$

Bestäm a så att linjen går genom

a) punkten $(5, a)$

b) punkten på y-axeln där $y = -4a$

c) punkten på x-axeln där $x = 3 - a$.

3239. a) $\frac{a-5}{5-3} = \frac{a}{3}$

$3(a-5) = 2a$

$\underline{a = 15}$

b) $\frac{-4a-5}{0-3} = \frac{a}{3}$

$3(4a+5) = 3a$

$9a = -15$

$\underline{a = -\frac{5}{3}}$

c) $\frac{0-5}{3-a-3} = \frac{a}{3}$

$a^2 = 15$

$\underline{a = \pm\sqrt{15}}$

3247 Värdetabellen innehåller punkter som alla ligger på en rät linje.

x	-2	1	4	5	b
y	$-1{,}25$	7	$15{,}25$	a	282

a) Ange den räta linjen på formen $y = kx + m$.

b) Bestäm talen a och b.

3247.

a) $k = \frac{15{,}25 - 7}{4 - 1} = \frac{8{,}25}{3} = 2{,}75$

$(1, 7) \Rightarrow \quad 2{,}75 \cdot 1 + m = 7 \Rightarrow m = 4{,}25$

$\underline{y = 2{,}75x + 4{,}25}$

b) $(5, a) \Rightarrow$

$2{,}75 \cdot 5 + 4{,}25 = a \Rightarrow \underline{a = 18}$

$(b, 282) \Rightarrow$

$2{,}75 \cdot b + 4{,}25 = 282 \Rightarrow \underline{b = 101}$

3248 Skriv ekvationen för en rät linje som skär den

a) negativa y-axeln och positiva x-axeln

b) positiva y-axeln och positiva x-axeln.

3248.

a) $y = x - 1$

b) $y = -x + 1$

3249 En rät linje går genom punkterna (2, 3) och (10, 6).
Bestäm linjens ekvation.

3249.

$k = \frac{6-3}{10-2} = \frac{3}{8}$

$(2,3) \Rightarrow \frac{3}{8} \cdot 2 + m = 3 \Rightarrow m = 3 - \frac{6}{8} = \frac{18}{8}$

$y = \frac{3}{8}x + \frac{18}{8}$

3250 Bestäm x och y så att punkterna ligger på en rät linje.

a) $A\ (-4, -2)$, $B\ (0, 2)$ och $C\ (x, 5)$

b) $P\ (4, -1)$, $Q\ (5, y)$ och $R\ (1, 8)$

3250.

a) $\frac{2-(-2)}{0-(-4)} = 1$

$(0,2) \Rightarrow m = 2$

$y = x + 2$

$(x,5) \Rightarrow x + 2 = 5 \Rightarrow x = \underline{3}$

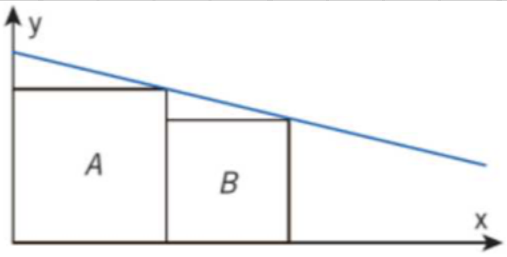
b) $\frac{8-(-1)}{1-4} = -3$

$(1,8) \Rightarrow -3 \cdot 1 + m = 8 \Rightarrow m = 11$

$y = -3x + 11$

$(5,y) \Rightarrow y = -3 \cdot 5 + 11 = \underline{-4}$

3251



Kvadraten A har arean 25 areaenheter och kvadraten B arean 16 areaenheter.

Linjen i figuren går genom kvadraternas hörn.

Bestäm ekvationen för linjen.

3251. $(5,5)\ ,\ (9,4) \Rightarrow$

$$k = \frac{5-4}{5-9} = -\frac{1}{4}$$

$$-\frac{1}{4}\cdot 5 + m = 5 \Rightarrow m = \frac{5}{4} + 5 = \frac{25}{4}$$

$$\underline{y = -\frac{1}{4}x + \frac{25}{4}}$$

3252 Två linjer L_1 och L_2 skär x-axeln på samma ställe.

L_1 har ekvationen $y = 2 + 3x$.

L_2 har riktningskoefficienten $-\frac{7}{4}$

Bestäm ekvationen för linjen L_2

3252. $2 + 3x = 0 \Rightarrow x = -\frac{2}{3}$

$$\left(-\frac{2}{3}, 0\right),\ k = -\frac{7}{4} \Rightarrow -\frac{7}{4}\cdot\left(-\frac{2}{3}\right) + m = 0 \Rightarrow m = -\frac{7}{6}$$

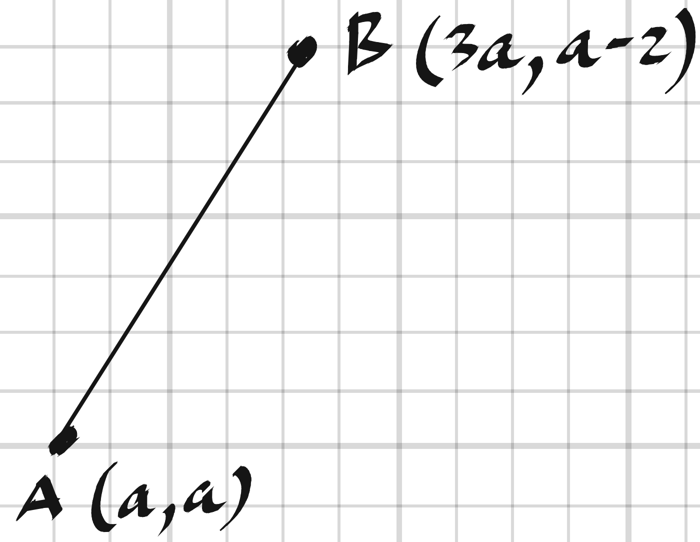
$$\underline{y_2 = -\frac{7}{4}x - \frac{7}{6}}$$

3253 En linje går genom punkterna A och B och har lutningen 7.

För punkten A gäller att x- och y-koordinaten är lika.

Punkten B har en x-koordinat som är tre gånger så stor som för A och y-koordinaten är 2 mindre än för A.

Bestäm linjens ekvation.



3253.

$$\frac{a-2-a}{3a-a} = 7$$

$$-2 = 7 \cdot 2a \Rightarrow a = -\frac{1}{7}$$

$$\left(-\frac{1}{7}, -\frac{1}{7}\right) \Rightarrow 7 \cdot \left(-\frac{1}{7}\right) + m = -\frac{1}{7} \Rightarrow m = -\frac{1}{7} + 1 = \frac{6}{7}$$

$$\underline{y = 7x + \frac{6}{7}}$$

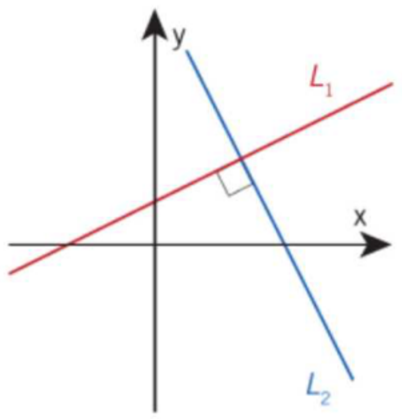
3263 En linje genom punkterna $P(0, 2)$ och $Q(a, 0)$ är parallell med linjen $y = 2x + 1$.

Bestäm talet a.

3263. Parallell med $y = 2x+1 \Rightarrow k = 2$

$$\frac{2-0}{0-a} = 2 \Rightarrow \underline{a = -1}$$

3264 Två räta linjer L_1 och L_2 är vinkelräta i förhållande till varandra om produkten av deras k-värden är -1.



a) Linjen L_1 i figuren har lutningen $k = 0{,}5$. Vilken lutning har linjen L_2?

b) Är linjerna $y = \frac{x}{3} + 5$ och $y = 3x - \frac{1}{5}$ vinkelräta? Motivera.

3264. a) $k_2 = -\frac{1}{k_1} = -\frac{1}{0,5} = \underline{-2}$

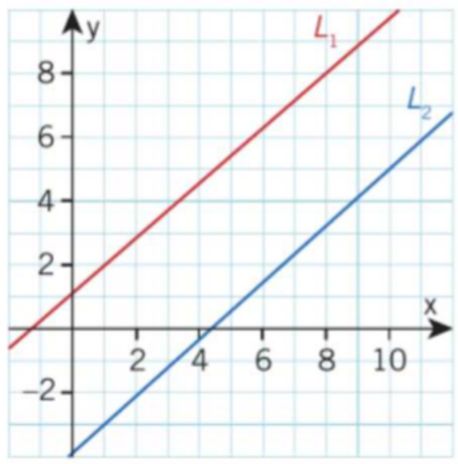
b) $\underline{\text{Nej}}$, $k_2 \neq -\frac{1}{k_1}$

3265 En linje genom punkterna $(2, a)$ och $(-5, 7)$ är parallell med linjen $y = bx + 4$. Visa att linjerna är parallella om $a = 7b + 7$.

3265. $(2, 7b+7)$, $(-5, 7)$

$k = \frac{7-(7b+7)}{-5-2} = \frac{-7b}{-7} = b$ #

3266 Petrina säger de räta linjerna korsar varandra utanför figuren. Stämmer det? Motivera ditt svar.



3266.

$$\left.\begin{aligned} k_1 &= \frac{8-2}{8-1} = \frac{6}{7} \\ k_2 &= \frac{5-(-3)}{10-1} = \frac{8}{9} \end{aligned}\right\} \; k_1 \neq k_2 ,$$

Ja, linjerna är ej parallella

3276 I vilken punkt skär grafen till $2y + 3x = 1$ y-axeln?

3276.

$y = -\frac{3}{2}x + \frac{1}{2} \Rightarrow y(0) = \frac{1}{2}$, dvs $(0, \frac{1}{2})$

3277 Ekvationen för en linje är $y = -4x + b$.
Bestäm talet b, så att linjen går genom punkten

a) $(1, 3)$ b) $(-2, 6)$

3277.

a) $(1,3) \Rightarrow -4 \cdot 1 + b = 3 \Rightarrow \underline{b = 7}$

b) $(-2,6) \Rightarrow -4 \cdot (-2) + b = 6 \Rightarrow \underline{b = -2}$

3278 Skriv linjerna $y + 3x + 4 = 0$ och $2y + 6x = -8$ i k-form.
Kommentera resultatet.

3278.

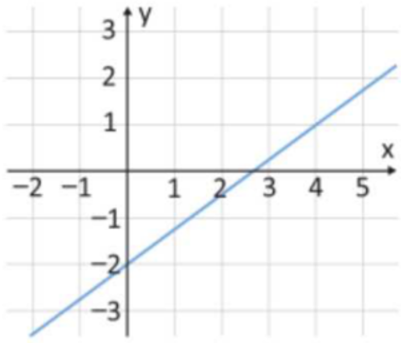
$$\left.\begin{array}{l} y = -3x - 4 \\ y = -3x - 4 \end{array}\right\} \Rightarrow$$ Samma linje.

3279 Nadja påstår att graferna till $y = 7 - \frac{x}{2}$ och $y - 0{,}5x + 3 = 0$ är parallella.
Är detta sant? Motivera.

3279.

$$\left.\begin{array}{l} k_1 = -\frac{1}{2} \\ k_2 = \frac{1}{2} \end{array}\right\} k_1 \neq k_2 \Rightarrow$$ Nej, de är ej parallella.

3280 Figuren visar en rät linje ritad med ett grafritande verktyg.



Man kan välja att få linjens ekvation skriven på olika sätt. Konstanterna a och b är heltal.

Hur skrivs linjen i formen

a) $y = kx + m$

b) $ax + by = c$

c) $ax + by + c = 0$?

3280.

a) $y = \frac{3}{4}x - 2$

b) $3x - 4y = 8$

c) $3x - 4y - 8 = 0$

3281 Bestäm koordinaterna för linjernas skärningspunkter med koordinataxlarna.

a) $3x - 2y + 6 = 0$

b) $4x + 3y - 12 = 0$

c) $7x + 2y + 14 = 0$

d) $6y - 3 = 0$

3281.

a) x-axeln $(y=0)$: $3x + 6 = 0 \Rightarrow x = -2$ $(-2, 0)$

y-axeln $(x=0)$: $-2y + 6 = 0 \Rightarrow y = 3$ $(0, 3)$

b) x-axeln $(y=0)$: $4x - 12 = 0 \Rightarrow x = 3$ $(3, 0)$

y-axeln $(x=0)$: $3y - 12 = 0 \Rightarrow y = 4$ $(0, 4)$

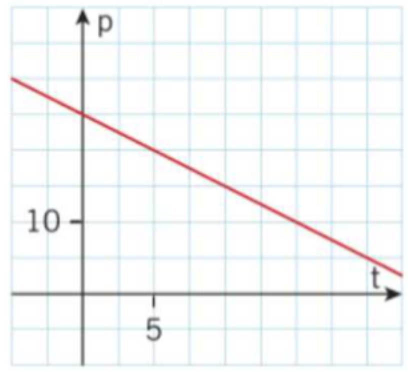
c) x-axeln $(y=0)$: $7x + 14 = 0 \Rightarrow x = -2$ $(-2, 0)$

y-axeln $(x=0)$: $2y + 14 = 0 \Rightarrow y = -7$ $(0, -7)$

d) x-axeln $(y=0)$: Linjen är parallell med x-axeln

y-axeln $(x=0)$: $6y - 3 = 0 \Rightarrow y = 1/2$ $(0, \frac{1}{2})$

3282 Diagrammet visar linjen $p - at - 25 = 0$.
Bestäm talet a genom lämplig avläsning.



3282. $p = at + 25$

$a = -\frac{15}{15} = \underline{-1}$

3283 Kan man bestämma talet t så att både linjen $y = t^2x - 5$ och linjen $y = 7x + t$ går genom punkten (1, 4)?

3283. $\left.\begin{cases} t_1^2 \cdot 1 - 5 = 4 & \Rightarrow t_1 = \pm 3 \\ 7 \cdot 1 + t_2 = 4 & \Rightarrow t_2 = -3 \end{cases}\right\} \underline{t = -3}$

3284 Vilket är talet a, om punkten $(3, a)$ ligger på en rät linje som också går genom punkterna $(0, 3/2)$ och $(9/4, 0)$?

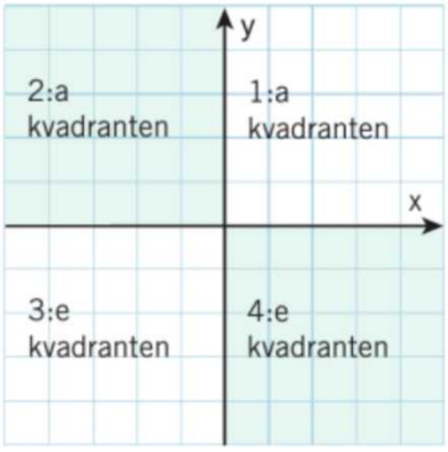
3284. $k = \frac{\frac{3}{2} - 0}{0 - \frac{9}{4}} = -\frac{2}{3}$

$(0, 3/2) \Rightarrow m = \frac{3}{2}$

$y = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{2}$

$(3, a) \Rightarrow -\frac{2}{3} \cdot 3 + \frac{3}{2} = a \Rightarrow a = -2 + \frac{3}{2} = \underline{-\frac{1}{2}}$

3285 I ett koordinatsystem delar koordinataxlarna planet i fyra kvadranter.



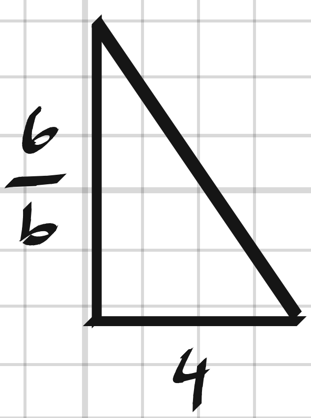
Linjen $1{,}5x + by - 6 = 0$ avgränsar tillsammans med koordinataxlarna en triangel i första kvadranten.

Bestäm talet b, om triangeln har arean 6 areaenheter.

3285. $y = -\frac{3}{2b}x + \frac{6}{b}$

$x = 0$ (y-axeln): $y = \frac{6}{b}$

$y = 0$ (x-axeln): $x = \frac{6}{b} \cdot \frac{2b}{3} = 4$



$\frac{4 \cdot \frac{6}{b}}{2} = 6 \Rightarrow b = \frac{4 \cdot 6}{2 \cdot 6} = \underline{2}$

3311 Skriv med olikhetssymboler det åldersintervall för x då man

a) får ta körkort för bil

b) inte får handla på Systembolaget

c) är tonåring.

3311. a) $\underline{x \geq 18}$ b) $\underline{x < 20}$ c) $\underline{13 \leq x < 20}$

3312 För variablerna a och b gäller $3 \leq a \leq 6$ och $-1 \leq b \leq 1$.

a) Kan uttrycket ab anta värdet 2?

b) Vilket är det minsta värde ab kan anta?

c) Vilket är det största värde ab kan anta?

3312. a) <u>Ja</u>, ex.v $a = 4, b = \frac{1}{2}$

b) $ab_{min} = \underline{-6}$

c) $ab_{max} = \underline{6}$

3313 För talen a, b, c och d gäller

$a > b \qquad c < b \qquad a < d$

Skriv talen i storleksordning med det minsta talet först.

3313. $\left.\begin{array}{l} a > b \\ c < b \end{array}\right\} \; a > b > c$

$a < d \quad \Rightarrow \quad \underline{c, b, a, d}$

3314 Vilka uttryck är alltid positiva om $a > 0$, $b < 0$ och $c < 0$?

A $\frac{a}{b}$ B $\frac{ab}{c}$ C $\frac{a}{bc}$ D $\frac{b}{ac}$

3314. B, C och D

3315 För variablerna x och y gäller $x > 0$ och $y < 0$.

Vilket alternativ är korrekt?

A Värdet på xy är alltid större än värdet på $x - y$.

B Värdet på xy är alltid mindre än värdet på $x - y$.

C Det går inte att avgöra om värdet på xy är större eller mindre än värdet på $x - y$.

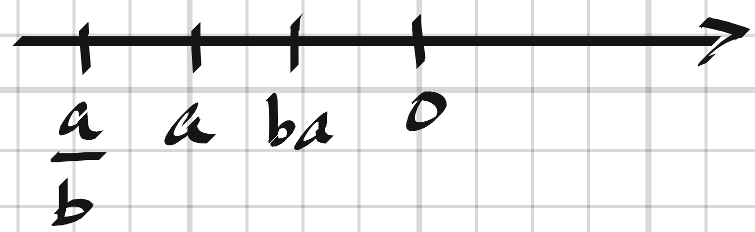
Motivera ditt svar.

3315. B ($xy < 0$, $x - y > 0$)

3316 För de tre uttrycken a, ba och $\frac{a}{b}$ gäller att $a < 0$ och $0 < b < 1$.

Albert påstår att det för alla tillåtna värden på a och b alltid är samma uttryck som har minst värde och samma uttryck som har störst värde.

Är detta sant? Motivera.



3316. Ja.

a alltid negativ

ba – " – men större än a

$\frac{a}{b}$ – " – men mindre än a

3328 Vid en prognos räknar man med att antalet invånare i ett samhälle kan beräknas med uttrycket $45\,000 - 500x$, där x är antalet år räknat från år 2000.

Lös olikheten $45\,000 - 500x > 40\,000$ och tolka resultatet.

3328.

$$45000 - 500x > 40000$$

$$x < \frac{45000 - 40000}{500} = 10 \quad \Rightarrow$$

Innan 2010 är antalet invånare större än 40000.

3329 På ett gym kan man välja mellan två kostnadsalternativ:

Alt 1
Månadskort för 300 kr och 25 kr per träningstillfälle.

Alt 2
65 kr per träningstillfälle.

Hur många gånger ska man träna per månad för att tjäna på att köpa ett månadskort?

Besvara frågan med hjälp av en olikhet som du ställer upp och löser.

3329.

$$25x + 300 < 65x$$

$$40x > 300$$

$$x > 7{,}5 \quad \Rightarrow \quad \text{Efter 8 ggr.}$$

3330 Ge exempel på två heltal som uppfyller olikheten $-2x - 7 \geq 3x - 2$.

3330.

$$-2x - 7 \geq 3x - 2$$

$$5x \leq -5$$

$$x \leq -1$$

ex.v talen -1 och -2

3331 Bestäm talet a så att olikheten $8x - 13 > ax + 35$ har lösningen $x > 12$.

3331.

$$8x - 13 > ax + 35$$

$$x(8-a) > 48$$

$$x > \frac{48}{8-a}$$

$$x > 12 \Rightarrow a = 4$$

3332 En rektangel med omkretsen p cm har sidorna 25 cm och x cm.

För omkretsen gäller olikheten $100 \leq p \leq 200$.

Vilka värden kan x anta?

3332.

$$100 \leq 2x + 50 \leq 200$$

$$50 \leq 2x \leq 150$$

$$25 \leq x \leq 75 \text{ cm}$$

3333 För vilka värden på x gäller $12 < 2x + 5 \leq 34$?

3333.

$$12 < 2x + 5 \leq 34$$

$$7 < 2x \leq 29$$

$$\frac{7}{2} < x \leq \frac{29}{2}$$

3334 För vilka värden på b är $-2b > b$?

3334. För alla $b < 0$.

3335 För variablerna x respektive y gäller
$x - 2 < -5$ och $15 > -3y$.
Simon påstår att $y < x$.
Stämmer det? Motivera.

3335.

$x - 2 < -5$ $\qquad$ $15 > -3y$

$x < -3$ $\qquad$ $y > -5$

Nej, inte för alla värden. Exempelvis är $y = -2$ större än -5 men ej mindre än -3.

3336 För vilka x har uttrycket $1 - \frac{7,5x + 5}{2} - x$ alltid ett positivt värde?

3336.

$$1 - \frac{7,5x + 5}{2} - x > 0$$

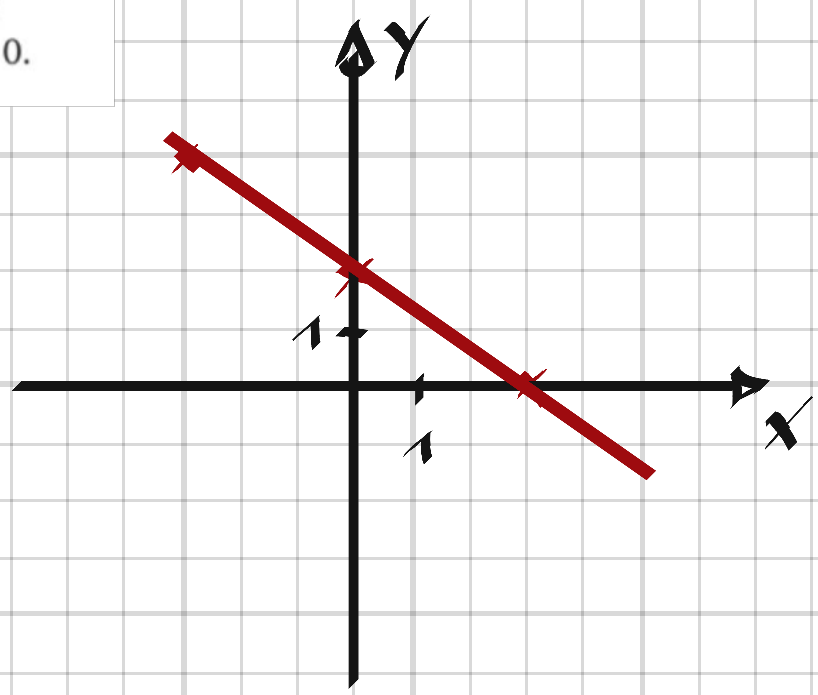
$$2 - 7,5x - 5 - 2x > 0$$

$$9,5x < -3$$

$$x < -\frac{6}{19}$$

3413 Rita en graf för vilken gäller att $f(0) = 2$, $f(-3) = 4$ och $f(3) = 0$.

3413.



3414 Tabellen visar Kajsas längd, y cm, vid åldern x år.

Ålder/år	11	12	13	14	15	16
Längd/cm	144	148	154	161	167	170

Bestäm och tolka

a) det x-värde som svarar mot att $f(x) = 161$

b) $f(15) - f(14)$.

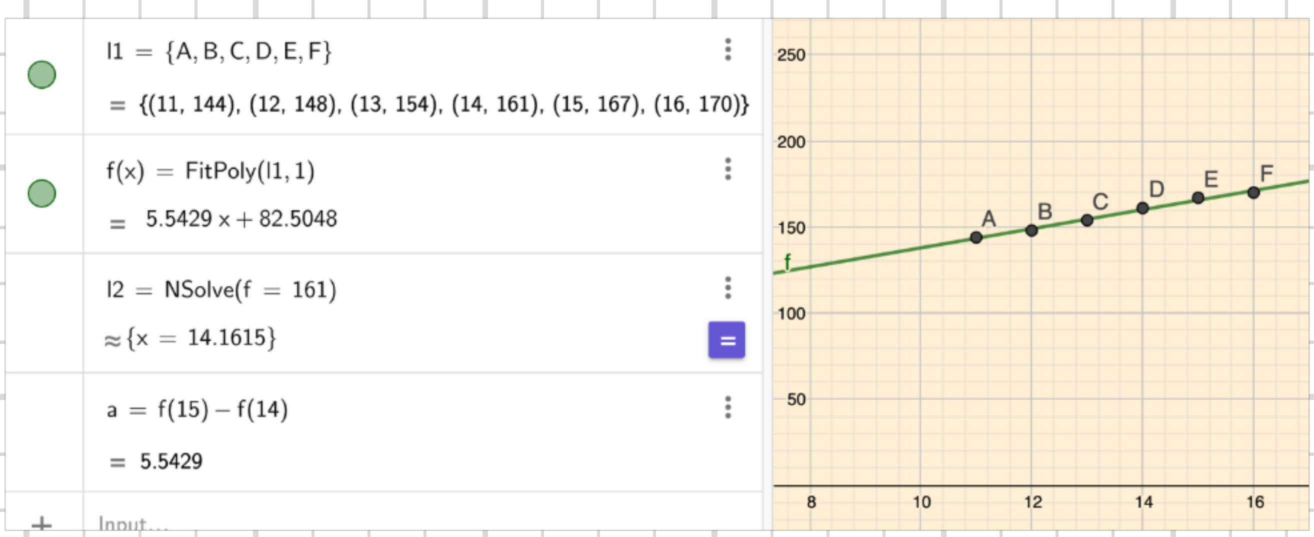
3414. Löst i Geogebra $\Rightarrow$ $f(x) \approx 5,54x + 82,5$

a) $x \approx 14$

Kajsas längd är 161 cm då hon är 14 år

b) $f(15) - f(14) \approx 5,5$

Kajsa växer 5,5 cm mellan 14 och 15 år.



3415 Funktionen $s(t)$ beskriver den sträcka ett flygplan har färdats t minuter efter kl. 8.00.

Tolka vad $s(30) = 350$ betyder i detta sammanhang.

3415. kl 8:30 har flygplanet färdats 350 l.e.

3416 Ge exempel på en funktion sådan att

a) $f(2) = 7$ b) $f(2) > 7$ c) $f(2) < 7$

3416. a) $f(x) = x + 5$

b) $f(x) = x + 6$

c) $f(x) = x + 4$

3417 Funktionen $g(x)$ ger Tildas lön i kr för x dagars arbete. Vad betyder då

a) $g(8)$ b) $\frac{g(15)}{15}$

3417. a) Tildas lön för 8 dagars arbete.

b) Genomsnittlig dagslön under 15 dagar.

3418 Bestäm $f(2a) + f(a+1)$ då $f(x) = 3x - 2$.

3418. $3 \cdot 2a - 2 + 3(a+1) - 2 = \underline{9a - 1}$

3419 Låt $f(x) = x^2$ och visa att $f(3+4)$ inte är lika med $f(3) + f(4)$.

3419. $f(3+4) = (3+4)^2 = 49$

$f(3) + f(4) = 3^2 + 4^2 = 25$ #

3420 Funktionen $f(x) = 15 + 1{,}5x$, där $f(x)$ °C är temperaturen efter x minuter, beskriver temperaturen i en bastu under 50 minuter.

Vad betyder det att

a) $f(40) - f(30) = 15$ b) $f(48) > 85$?

3420. a) Temperaturen ökar med 15°C mellan tidpunkterna $30 \leq x \leq 40$ min

b) Vid tidpunkten $x = 48$ min är temperaturen högre än 85°C

3421 $f(x) = x^2 + 3x - 5$ och $g(x) = x - x^2$

Förenkla

a) $f(4) + g(-3)$

b) $f(t) - g(t)$

c) $f\left(\frac{1}{2}\right) + g\left(\frac{1}{4}\right)$

3421. a) $f(4) + g(-3) = 4^2 + 3 \cdot 4 - 5 + (-3) - (-3)^2 =$

$= 16 + 12 - 5 - 3 - 9 = \underline{11}$

b) $f(t) - g(t) = t^2 + 3t - 5 - t + t^2 = \underline{2t^2 + 2t - 5}$

c) $f(\frac{1}{2}) + g(\frac{1}{4}) = (\frac{1}{2})^2 + 3 \cdot \frac{1}{2} - 5 + \frac{1}{4} - (\frac{1}{4})^2 =$

$= \frac{1}{4} + \frac{6}{4} - \frac{20}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{16} = -3 - \frac{1}{16} = \underline{-\frac{49}{16}}$

3422 Låt $f(x) = kx + m$.

a) Förenkla $f(1) - f(0)$

b) Förenkla $f(a + 1) - f(a)$

c) Vilken lutning har grafen till $f(x)$ om $f(a + 1) - f(a - 1) = 3$?

3422. a) $f(1) - f(0) = k \cdot 1 + m - k \cdot 0 - m = \underline{k}$

b) $f(a+1) - f(a) = k(a+1) + m - ka - m = \underline{k}$

c) $k(a+1) + m - k(a-1) - m = 3$

$k + k = 3$

$\underline{k = \frac{3}{5}}$

3423 Bestäm $f(f(2a))$ om vi vet att $f(x) = 2x^2$.

3423. $f(2a) = 2\cdot(2a)^2 = 8a^2$

$f(f(2a)) = 2\cdot(8a^2)^2 = \underline{128a^4}$

3424 $f(x) = 5x + 4$ och $g(x) = 3x + m$
För vilket värde på m är
$f(g(x)) = g(f(x))$?

3424. $f(g(x)) = 5(3x+m)+4 = 15x+5m+4$

$g(f(x)) = 3(5x+4) + m = 15x+12+m$

$f(g(x)) = g(f(x)) \Rightarrow 15x+5m+4 = 15x+12+m$

$4m = 8 \Rightarrow \underline{m = 2}$

3425 Lös ekvationen $g(h(f(x))) = 8$
om $f(x) = 2x^2$, $g(x) = 4x + 4$ och $h(x) = x^2$.

3425. $h(f(x)) = (2x^2)^2 = 4x^4$

$g(h(f(x))) = 4\cdot 4x^4 + 4 = 16x^4 + 4$

$g(h(f(x))) = 8 \Rightarrow 16x^4 + 4 = 8$

$x^4 = \frac{1}{4} \Rightarrow x = \pm\left(\frac{1}{4}\right)^{1/4} = \underline{\pm\frac{1}{\sqrt{2}}}$

3436 Peter och Marcus studerar grafen till en linjär funktion $y = f(x)$.

Peter påstår att lösningen till ekvationen $f(x) = 0$ finns där linjen skär x-axeln.

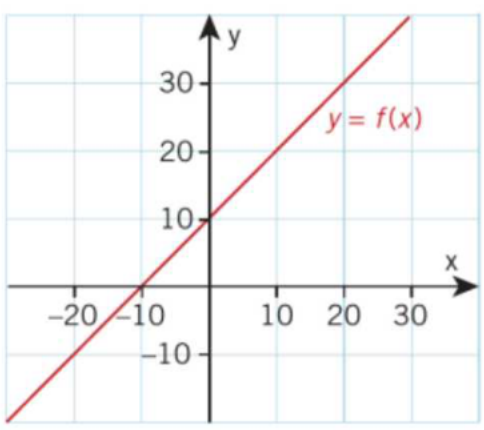
Marcus påstår istället att lösningen finns där linjen skär y-axeln.

Vem har rätt och vem har fel? Motivera ditt svar.

3436. Peter har rätt och Marcus har fel.

Lösningen till en ekvation $f(x)=0$ är ett eller flera x-värden där funktionen skär x-axeln.

3437 Studera grafen till funktionen $y = f(x)$.



För vilket eller vilka värden på x gäller

a) $f(x) = 30$

b) $f(x) > 0$

c) $f(x) < 20$

d) $20 < f(x) < 30$

e) $-10 \leq f(x) \leq 10$

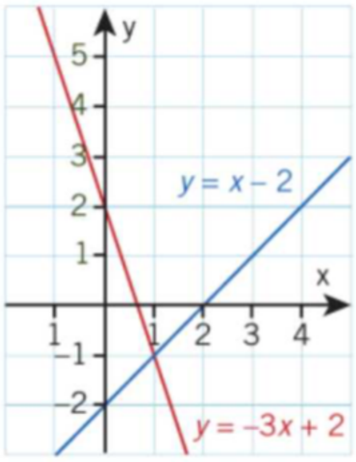
f) $f(x) = 1{,}5x$

3437. a) $x=20$ d) $10<x<20$

b) $x>-10$ e) $-20 \leq x \leq 0$

c) $x<10$ f) $x=20$

3438 Lös olikheterna med hjälp av figuren.



a) $x - 2 < -2$

b) $-3x + 2 > -1$

c) $x - 2 > -3x + 2$

d) $x - 2 \leq -3x + 2$

3438.

a) $x < 0$

c) $x > 1$

b) $x < 1$

d) $x \leq 1$

3439 Rita grafen till $f(x) = x^3 - 3x + 1$

Hur många lösningar har ekvationen

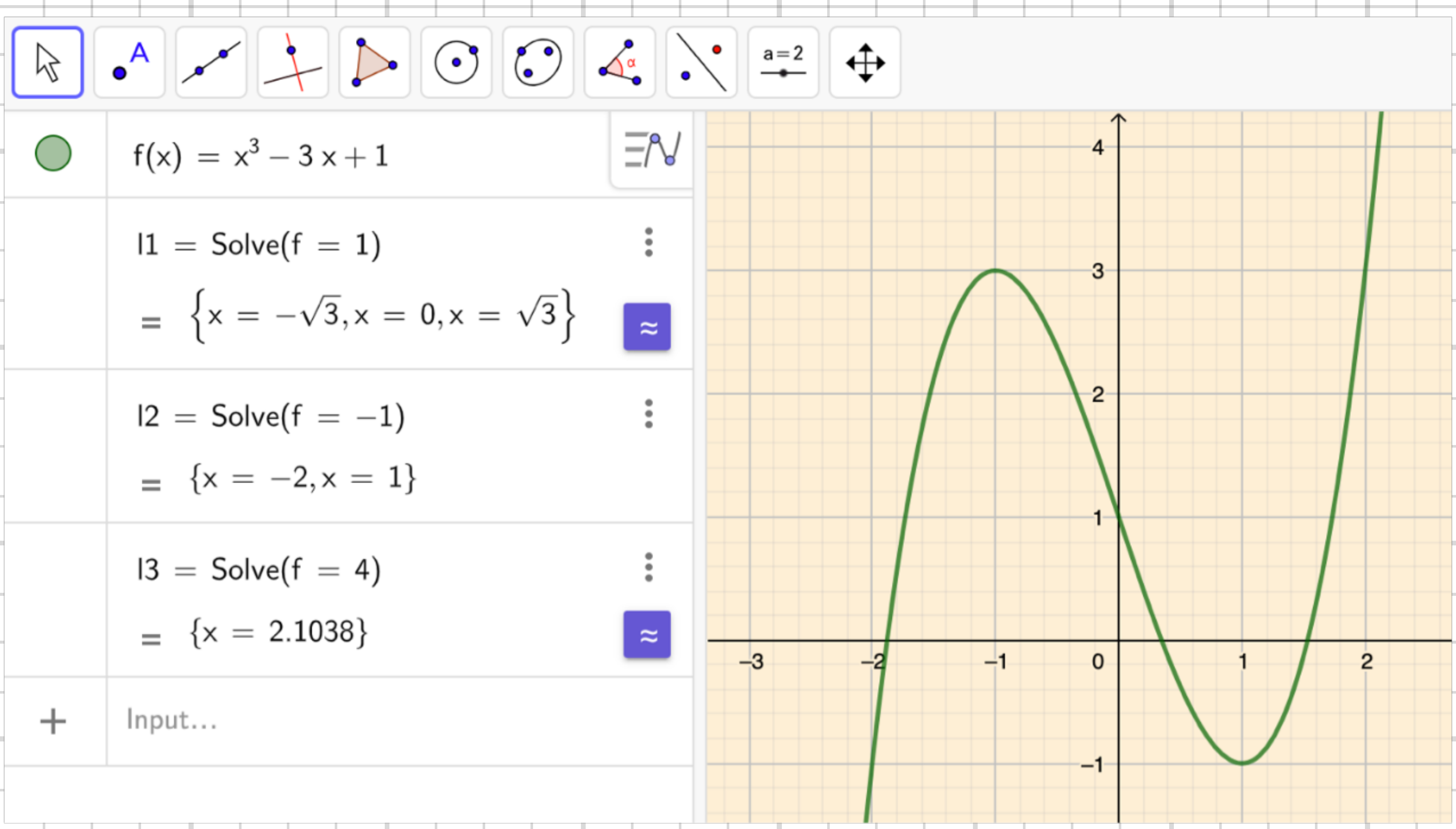
a) $f(x) = 1$ b) $f(x) = -1$ c) $f(x) = 4$

3439.

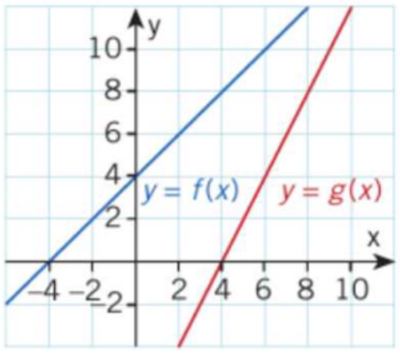
a) 3 st

b) 2 st

c) 1 st



3440 Bestäm med hjälp av figuren lösningen till ekvationen $f(x) - g(x) = 0$.



3440.

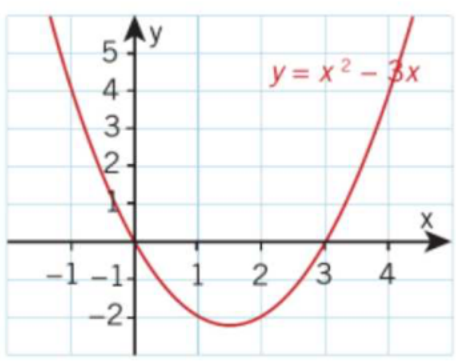
$f(x) = x + 4$, $g(x) = 2x - 8$

$f(x) - g(x) = 0 \iff f(x) = g(x)$

$x + 4 = 2x - 8$

$\underline{x = 12}$

3441



a) Ekvationen $x^2 - 3x = a$, där a är en konstant, har lösningen $x = -1$ och $x = 4$.

Bestäm a med hjälp av figuren.

b) Lös olikheten $x^2 - 3x < 0$.

c) Lös olikheten $x^2 - 3x + 2 \geq 0$.

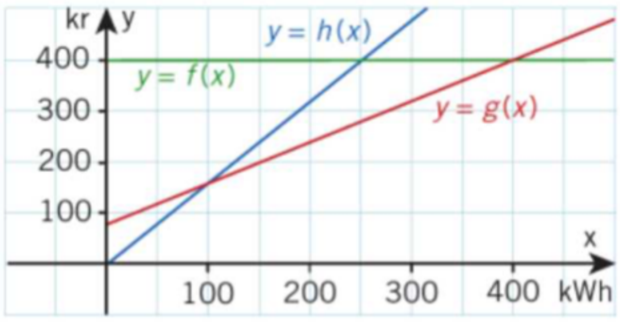
3441.

a) $\underline{a = 4}$

b) $\underline{0 < x < 3}$

c) $\underline{x \leq 1 \text{ och } x \geq 2}$

3442 Figuren visar månadskostnaden, y kr, som funktion av elförbrukningen, x kWh, för tre olika elleverantörer.



Avläs ur grafen för vilka x som följande gäller. Tolka resultatet.

a) $f(x) > h(x)$

b) $h(x) + 100 > f(x)$

c) $g(x) < h(x)$ och $g(x) < f(x)$

d) $g(x) < h(x) < f(x)$

3442.

a) $\underline{x < 250}$

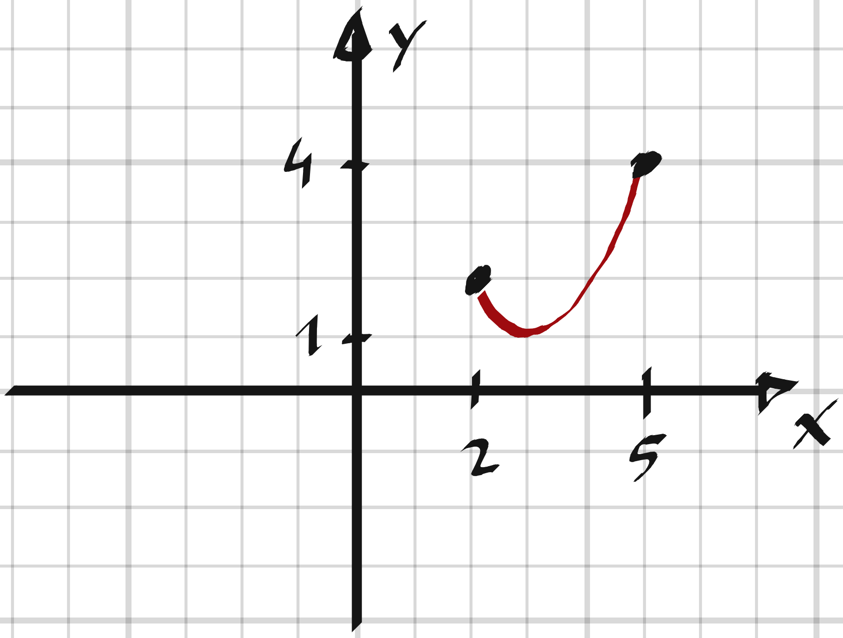
b) $\underline{x > 190}$

c) $\underline{100 < x < 400}$

d) $\underline{100 < x < 250}$

3450 För en funktion $y = g(x)$ gäller att definitionsmängden är $2 \leq x \leq 5$ och värdemängden är $1 \leq y \leq 4$.
Rita en tänkbar graf till funktionen.

3450.



3451 Vilken funktion har störst värdemängd?
A $y = 0{,}5x^2$ $(-4 < x < 4)$
B $y = 3x^2$ $(-1 < x < 1)$
Motivera.

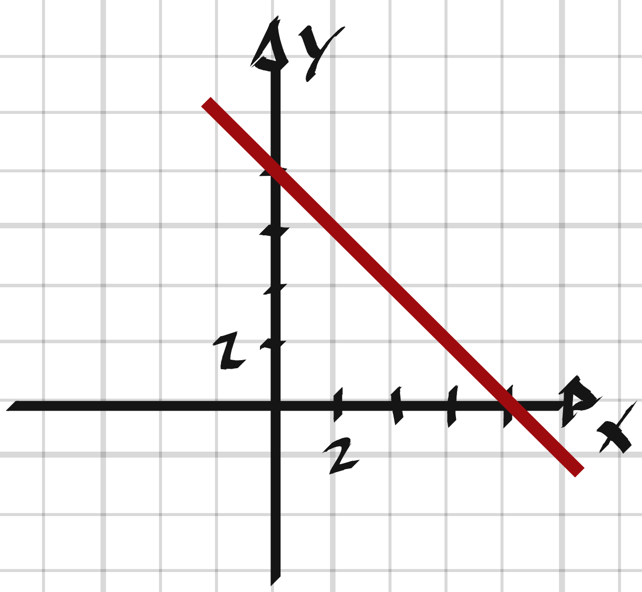
3451. A: Värdemängd $0 < y < 8$ ← störst
B: —"— $0 < y < 3$

3452 Vilka av följande tal ingår i värdemängden om $y = 8 - x$ och $-2 < x \leq 4$?

–3	1	4	5,5	10

3452. Värdemängd $4 \leq y < 10$

4 och 5,5



3453 En koppargruva beräknas innehålla 500 miljoner ton brytbar malm.

Man planerar att varje år bryta 20 miljoner ton malm.

a) Ställ upp en funktion som beskriver hur mycket brytbar malm, y miljoner ton, som finns kvar efter x år.

b) Ange funktionens definitionsmängd och värdemängd.

3453. a) $y = 500 - 20x$

b) Värdemängd: $0 \leq y \leq 500$ miljoner ton

Def.mängd: $0 \leq x \leq 25$ år

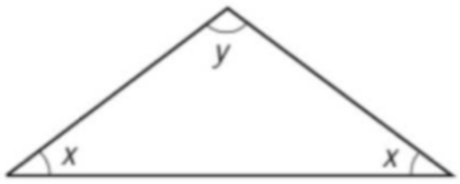
3454 Ange största möjliga definitionsmängd till funktionerna. Motivera ditt svar.

a) $f(x) = x^2$ b) $f(x) = \sqrt{x}$

3454. a) alla x

b) $x \geq 0$

3455 Vinkeln y är en funktion av vinkeln x.



a) Ställ upp en formel som visar hur y beror av x.

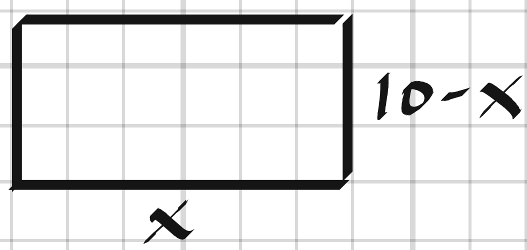
b) Ange funktionens definitionsmängd och värdemängd.

3455. a) $y = 180° - 2x$

b) Värdemängd: $0 < y < 180°$

Def. mängd: $0 < x < 90°$

3456 En rektangel har omkretsen 20 cm och arean $y = A(x)$, där x är ena sidan i cm. Bestäm definitionsmängd och värdemängd till funktionen A.



3456.

$A(x) = x(10-x) = 10x - x^2$

Värdemängd: $0 < y \leq 25$ (kvadrat)

Def. mängd: $0 < x < 10$

3509 Zaras motionslopp kan beskrivas med den linjära funktionen

$f(x) = 3000 - 200x$

där f är antal meter till målet då Zara har sprungit i x minuter.

a) Bestäm $f(5)$ och tolka svaret.

b) Ange och tolka funktionens k- och m-värde.

c) Hur lång tid tar loppet?

d) Vilken är funktionens definitionsmängd?

3509.

a) $f(5) = 3000 - 200 \cdot 5 = \underline{2000}$

b) $\underline{k = -200 \text{ m/min}}$ Avståndsminskningen/min

$\underline{m = 3000 \text{ m}}$ Loppets längd

c) $3000 - 200x = 0$

$x = \frac{3000}{200} = \underline{15 \text{ min}}$

d) $\underline{0 \leq x \leq 15}$

3510 Hugo odlar ekologiska tomater och säljer dem på sin gård. Han har studerat hur efterfrågan minskar i takt med att han höjer priset och visar detta i en graf.

a) Hur mycket minskar efterfrågan om Hugo höjer priset från 40 kr/kg till 60 kr/kg.

b) Bestäm linjens ekvation.

c) Ange funktionens definitions- och värdemängd.

d) Vilket pris ger störst intäkt: 40, 60, 80 eller 100 kr/kg?

3510.

a) Med 10 kg/vecka

b) $k = -\frac{30}{60} = -\frac{1}{2}$

$-\frac{1}{2} \cdot 40 + m = 60 \Rightarrow m = 80$

$y = -\frac{1}{2}x + 80$

c) Värdemängd: $30 \leq y \leq 60$ kg/vecka

Def. mängd: $40 \leq x \leq 100$ kr/kg

d)

x	40	60	80	100
y	60	50	40	30
xy	2400	3000	3200	3000

$\Rightarrow (xy)_{max}$ ges av 80 kr/kg

3511 En lastbil väger totalt 14,4 ton med 2,1 m^3 grus och 19,5 ton med 5,1 m^3 grus.

a) Skriv formeln för y (totalvikten i ton) när bilen är lastad med x m^3 grus.

b) Lastbilen tål 9 ton last. Kan den ta 6,5 m^3 grus på en gång? Motivera.

3511. a) $k = \dfrac{19,5-14,4}{5,1-2,1} = \dfrac{5,1}{3} = 1,7$

$(2,1,\ 14,4) \Rightarrow \quad 1,7 \cdot 2,1 + m = 14,4 \quad \Rightarrow m = 10.8$

$\underline{y = 1,7x + 10.8}$

b) Lastbilens dödvikt = 10.8 ton =>

Max totalvikt = 10.8 + 9 = 19.8 ton

$y(6.5) = 1,7 \cdot 6,5 + 10.8 = 21,9 > 19.8 \Rightarrow$ <u>Nej</u>.

3512 Frida är ute och plockar lingon. Hon har en våg med sig och ställer lingonhinken på vågen lite då och då. Hon skriver ner följande värden:

Volym, x (liter)	Vikt inklusive hink, y (kg)
3	1,7
5	2,7
8	4,2

a) Hur mycket väger hinken, som rymmer 10 liter, när den är full med lingon?

b) Hur mycket väger 1 liter lingon?

c) Hur mycket väger hinken?

d) Skriv en formel för vikten inklusive hink, y kg, då volymen lingon är x liter.

3512.

$$k = \frac{4{,}2 - 1{,}7}{8 - 3} = \frac{2{,}5}{5} = 0{,}5$$

$$(5, 2{,}7) \Rightarrow \quad 0{,}5 \cdot 5 + m = 2{,}7 \Rightarrow m = 0{,}2$$

d) $\underline{y = 0.5x + 0.2}$

a) $y(10) = 0.5 \cdot 10 + 0.2 = \underline{5{,}2 \text{ kg}}$

b) $y(1) - 0{,}2 = 0{,}5 \cdot 1 = \underline{0{,}5 \text{ kg}}$

c) $y(0) = \underline{0.2 \text{ kg}}$

3513 Under ett ihållande regn förändras nederbörden y mm/h enligt formeln

$y = 20 - 5x$

där x är tiden i timmar från regnvädrets början.

a) Ange och tolka k-värdet.

b) Rita en graf som visar hur y beror av x.

c) Hur länge regnar det och hur många millimeter har det då fallit totalt?

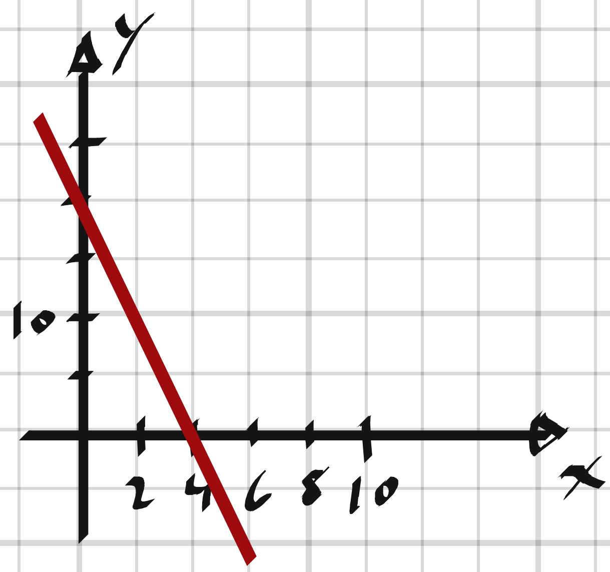
d) Hur många minuter tog minskningen från 13 mm/h till 11 mm/h?

3513.

a) $k = -5$ mm/h²

Varje timme minskar nederbörden per timme med 5 mm.

b)



c) $x = \frac{20-0}{5} = 4$ h

$\frac{20 \cdot 4}{2} = 40$ mm (triangelns area)

d) $x_1 = \frac{20-13}{5} = \frac{7}{5}$ h

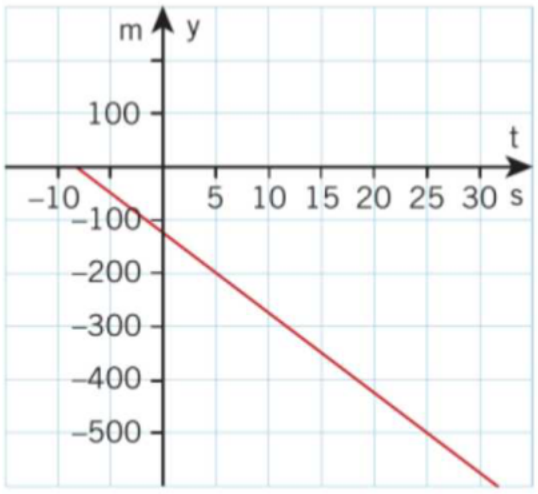
$x_2 = \frac{20-11}{5} = \frac{9}{5}$ h

$x_2 - x_1 = \frac{9-7}{5} = 0{,}4$ h $= 0{,}4 \cdot 60$ min $= 24$ min

3514 TauTona-gruvan i Sydafrika är en guldgruva som är 3 900 m djup.

Grafen visar gruvhissens läge vid en färd ner i gruvan.

y är antalet meter i förhållande till markytan vid tiden *t* sekunder.



a) Vilken hastighet har hissen?

b) Hur lång tid tar det för hissen att färdas från marknivå till botten om hastigheten är densamma hela färden?

c) På vilken nivå är hissen vid $t = 0$?

d) Skriv en funktion till grafen.

e) Bestäm funktionens definitionsmängd och värdemängd.

3514.

a) $k = -\frac{500-200}{25-5} = -\frac{300}{20} = -15$ m/s

d) $(5,-200) \Rightarrow -15 \cdot 5 + m = -200 \Rightarrow m = -125$

$y = -15t - 125$

b) $t_0 = -\frac{125}{15} = -8{,}3\text{ s}$ $\quad t_1 = \frac{3900-125}{15} = 252\text{ s} \Rightarrow t_1 - t_0 = 260\text{ s} =$

$= 4\text{ min } 20\text{ s}$

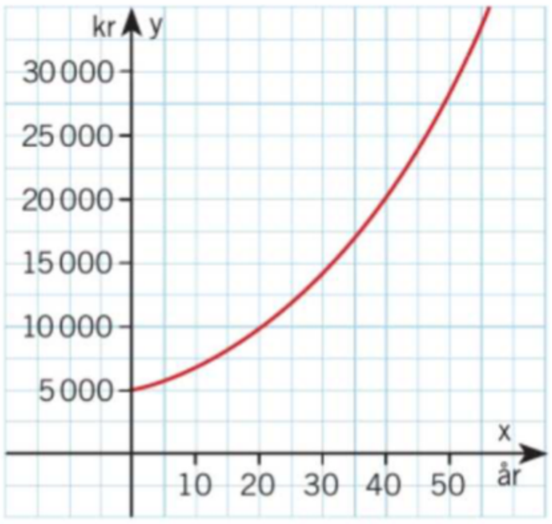
c) $y(0) = -125$ m

e) Värdemängd: $-3900 \le y \le 0$

Def. mängd: $-8.3 \le t \le 252$

3522 När Alf föddes satte hans föräldrar in pengar på ett konto med fast ränta.

Grafen visar hur beloppet växer.



a) Vilket belopp sattes in på kontot?

b) Hur stort är beloppet efter 10 år?

c) När har beloppet fördubblats?

d) Hur många år tar det innan beloppet har vuxit till 20 000 kr, dvs. fördubblats två gånger?

e) Vilket är beloppet efter 60 år? Motivera ditt svar.

3522.

a) 5000 kr

b) ca 7000 kr

c) efter 20 år

d) 40 år

e) 40 000 kr (det har fördubblats ännu en gång)

3523 Ge ett eget exempel på en situation som kan

a) beskrivas med funktionen
$y = 12000 \cdot 1{,}015^x$

b) lösas med ekvationen $6000 = C \cdot 0{,}9^3$.

3523. a) Ett kapital på 12000 kr växer
med en årlig räntesats på 1,5%.

b) En aktie som haft en genomsnittlig
värdeminskning med 10% per år i
3 år är nu värt 6000 kr.
C är då aktiens värde från start.

3524 En stor isklump läggs i en skål med vatten. Vattentemperaturen T °C avtar då enligt funktionen $T(x) = 23 \cdot 0{,}94^x$, där x är tiden i minuter.

a) Vad betyder talen 23 och 0,94 i detta exempel?

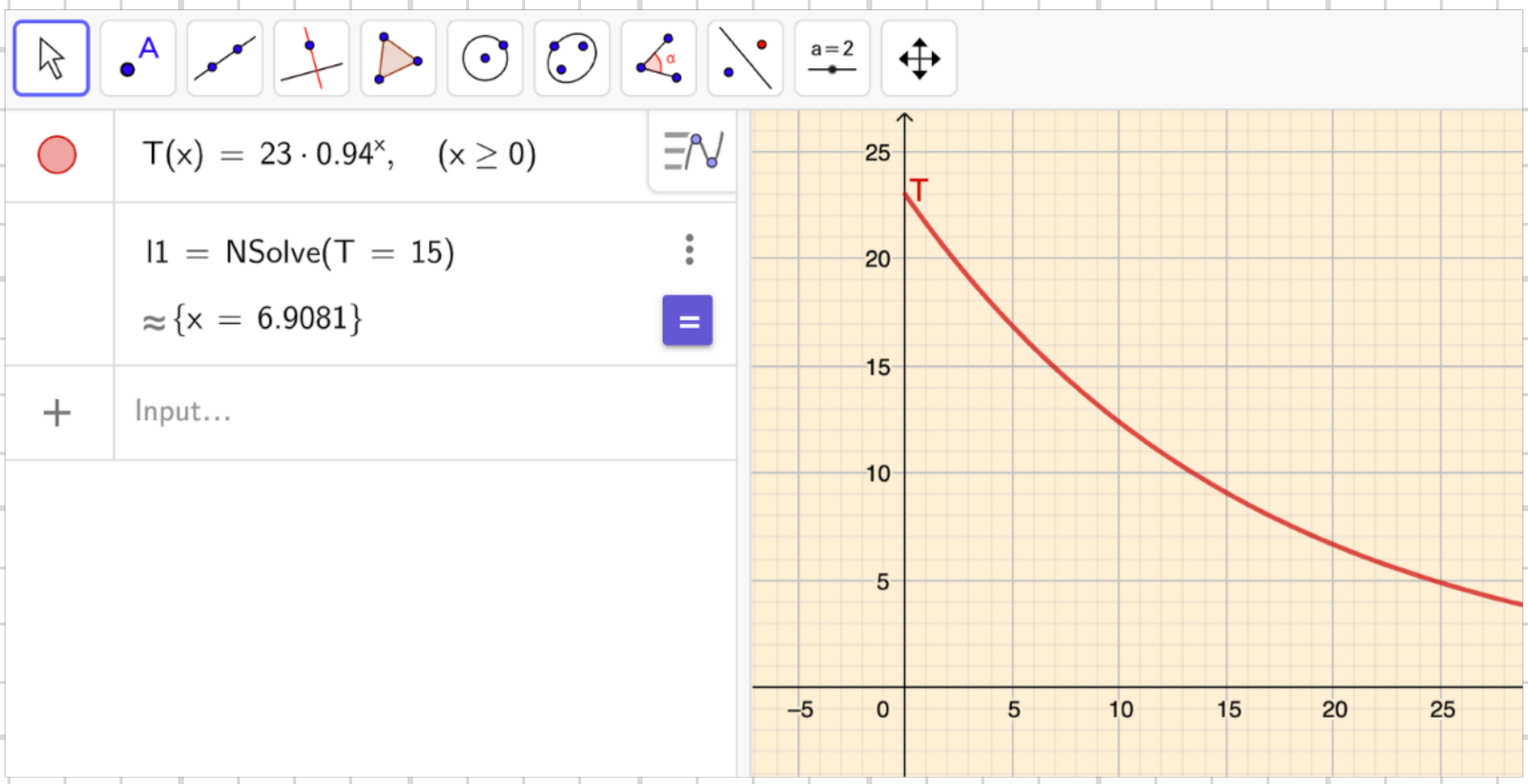
b) Rita funktionens graf.

c) Lös ekvationen $T(x) = 15$ grafiskt och förklara vad lösningen betyder.

3524.

a) 23°c är starttemperaturen, dvs då $x = 0$
0.94 motsvarar en genomsnittlig sänkning med 6% per minut.

b) Funktion uppritad i Geogebra:



c) $x \approx 7$ => Det tar ca 7 min för vattnet att nå temperaturen 15°c.

3525 För exponentialfunktionen $y = C \cdot a^x$ gäller att $x = 0$ ger $y = 100$ och $x = 10$ ger $y = 200$.

Bestäm talen C och a.

3525.

$$y = C \cdot a^x$$

$$(0, 100) \Rightarrow \underline{C = 100}$$

$$(10, 200) \Rightarrow 100 \cdot a^{10} = 200 \Rightarrow \underline{a = 2^{1/10} \approx 1{,}07}$$

3526 Vid havsytans nivå kokar vatten då temperaturen är 100 °C. På höjden 4,8 km är kokpunkten 84 °C. Kokpunkten y °C avtar exponentiellt med höjden x km.

a) Bestäm kokpunkten på Mount Everests topp, som ligger på 8 800 m höjd.

b) På vilken höjd är kokpunkten 95 °C?

3526.

a) $y = 100 \cdot a^x$

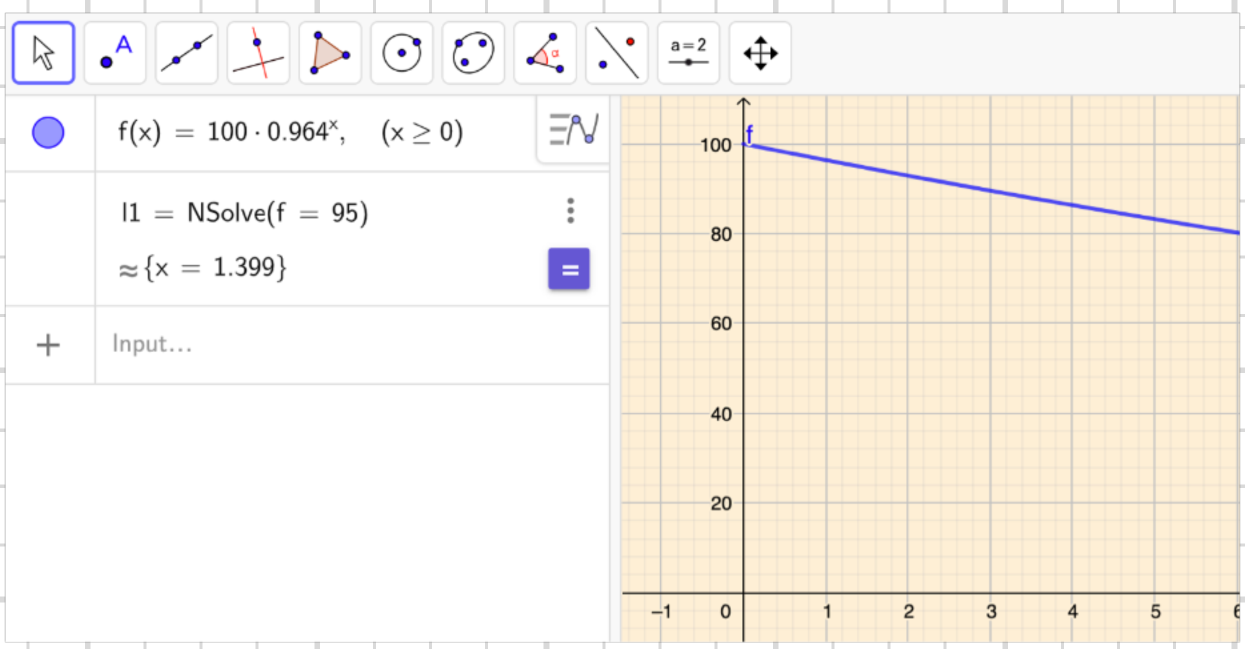
$(4{,}8, 84) \Rightarrow 100 \cdot a^{4{,}8} = 84 \Rightarrow a = 0{,}84^{1/4{,}8} \approx 0{,}964$

$y = 100 \cdot 0{,}964^x$

$y(8{,}8) = 100 \cdot 0{,}964^{8{,}8} \approx \underline{73\,°C}$

b) $100 \cdot 0{,}964^x = 95$

Utan kunskap om logaritmer återstår prövning, grafisk eller numerisk lösning.



$x \approx \underline{1{,}4 \text{ km}}$

3527 Vid kärnkraftsolyckan i Tjernobyl i Sovjetunionen, nuvarande Ukraina, i april 1986 spreds radioaktivt cesium över stora områden.

Cesium sönderfaller exponentiellt och halveras på 30 år.

a) Hur många procent cesium sönderfaller varje år?

b) Vilket år har den återstående mängden radioaktivt cesium från Tjernobyl avtagit till 20 %?

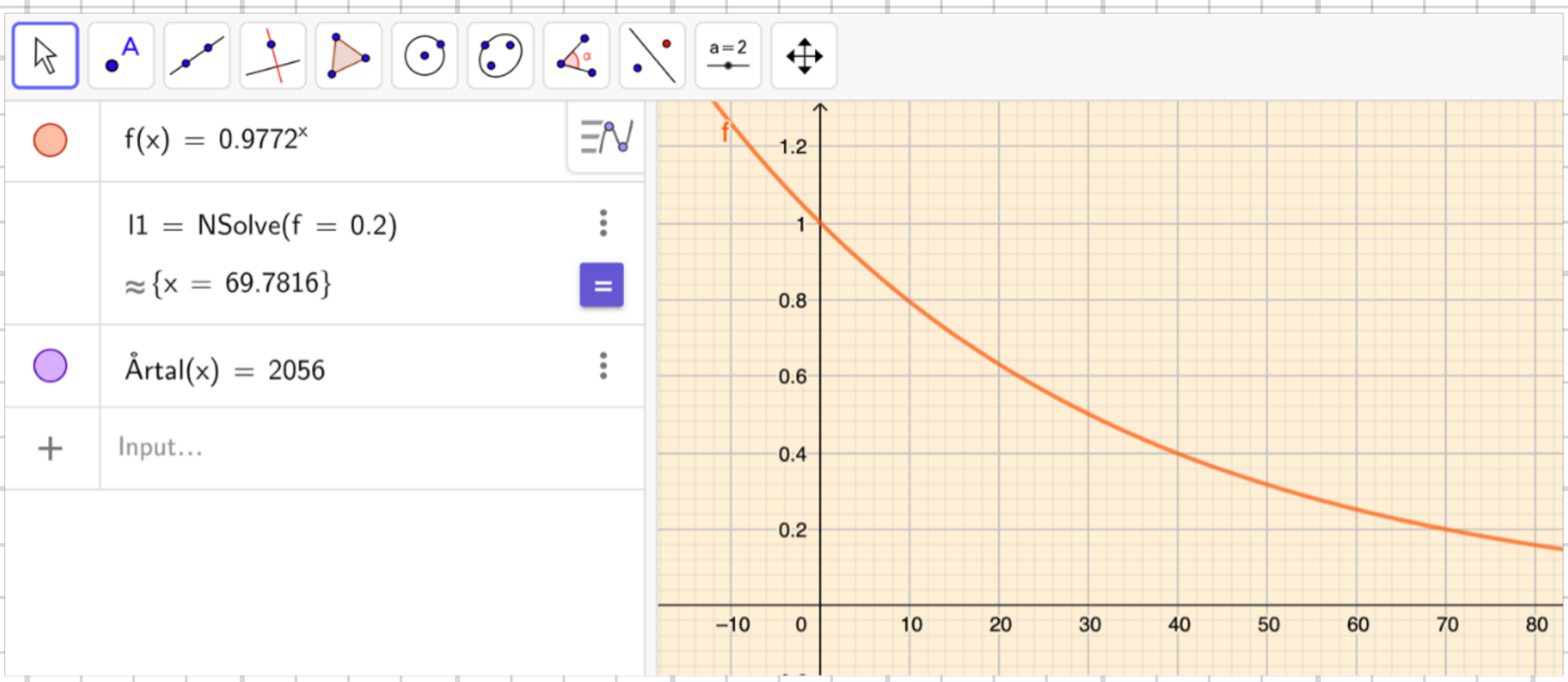
3527.

a) $a^{30} = 0.5 \Rightarrow a = 0.5^{1/30} = 0.9772$

$1 - 0.9772 = 0.0228 \approx \underline{2.3\,\%}$

b) $0.9772^x = 0.2$

Utan kunskap om logaritmer återstår prövning, grafisk eller numerisk lösning.



<u>Årtalet 2056</u>

3535 Helen köpte aktier för 2 500 kr och tänkte sälja dem efter tre månader.
Värdet på aktierna var då 1 600 kr.
Hur stor var den genomsnittliga minskningen per månad?

3535.

$$2500 \cdot a^3 = 1600$$

$$a = \left(\frac{16}{25}\right)^{1/3} \approx 0{,}862 \Rightarrow \underline{\text{ca } 14\,\%/\text{månad}}$$

3536 Hastigheten y m/s hos ett föremål som får falla fritt sträckan x m beskrivs enligt en förenklad modell av funktionen
$y = 4{,}4 \cdot \sqrt{x}$

a) Vilken hastighet får ett föremål som faller 20 m?

b) Hur långt har ett föremål fallit om det har hastigheten 30 m/s?

3536.

a) $y = 4{,}4 \cdot \sqrt{20} \approx \underline{20 \text{ m/s}}$

b) $4{,}4 \cdot \sqrt{x} = 30$

$$x = \left(\frac{30}{4{,}4}\right)^2 \approx \underline{46 \text{ m}}$$

3537 En artist har idag ett antal följare på sociala medier. Vi antar att antalet ökar med lika många procent per månad.

Funktionen $f(x) = 20\,000 \cdot x^3$

ger antalet följare om tre månader, där x är förändringsfaktorn per månad.

a) Hur många följare har artisten idag?

b) Bestäm $f(1{,}25)$ och tolka svaret.

c) Lös ekvationen $f(x) = 100\,000$ grafiskt och tolka svaret.

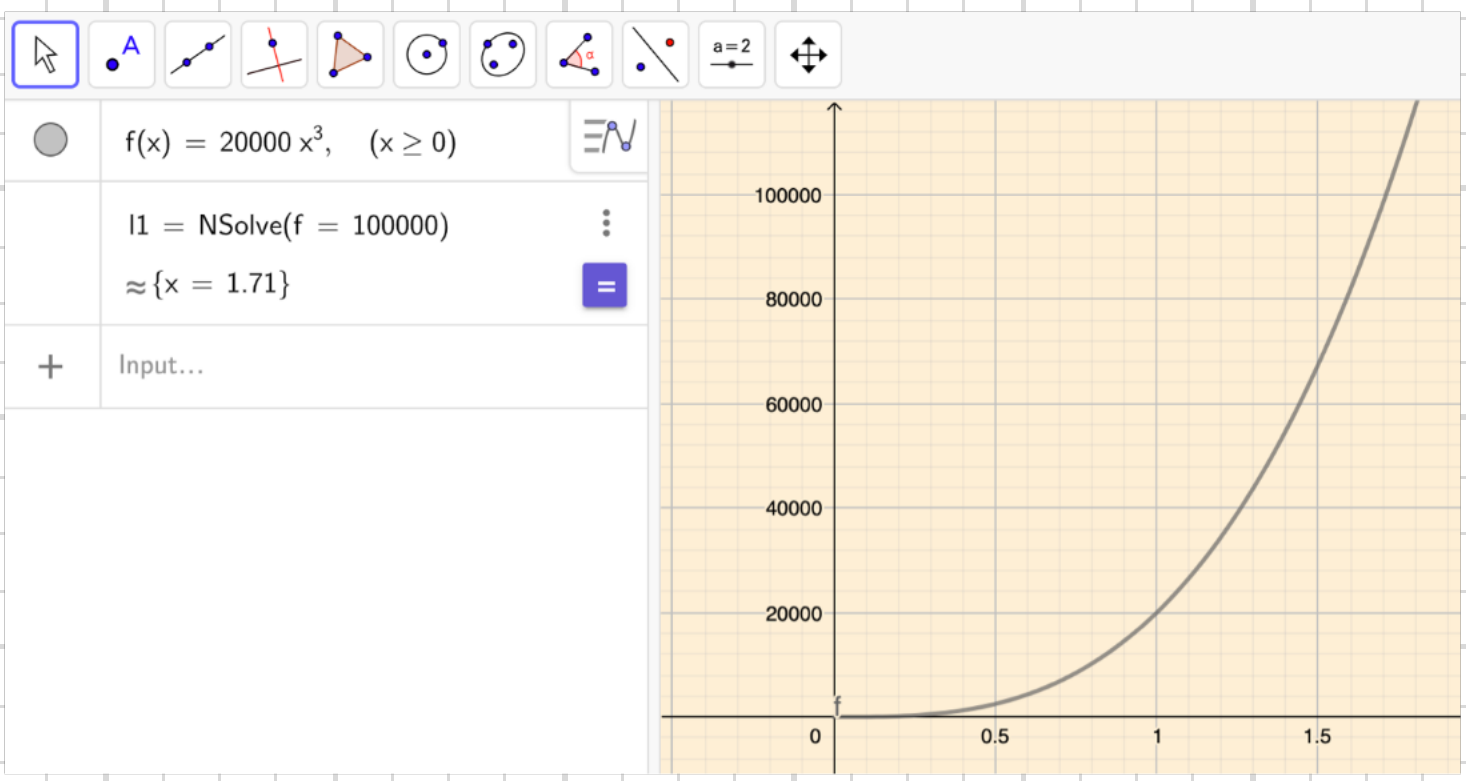
3537.

a) $\underline{20000}$

b) $f(1{,}25) = 20000 \cdot 1{,}25^3 \approx \underline{39000}$

Med 25% ökning/år blir antalet följare 39000 efter 3 år.

c)



$\underline{x \approx 1{,}7}$

För att nå 100 000 följare på 3 år krävs en ökning med 70%/år.

3538 Linnéa står på taket av en skyskrapa, 200 m över marken, när hon tappar en ring.

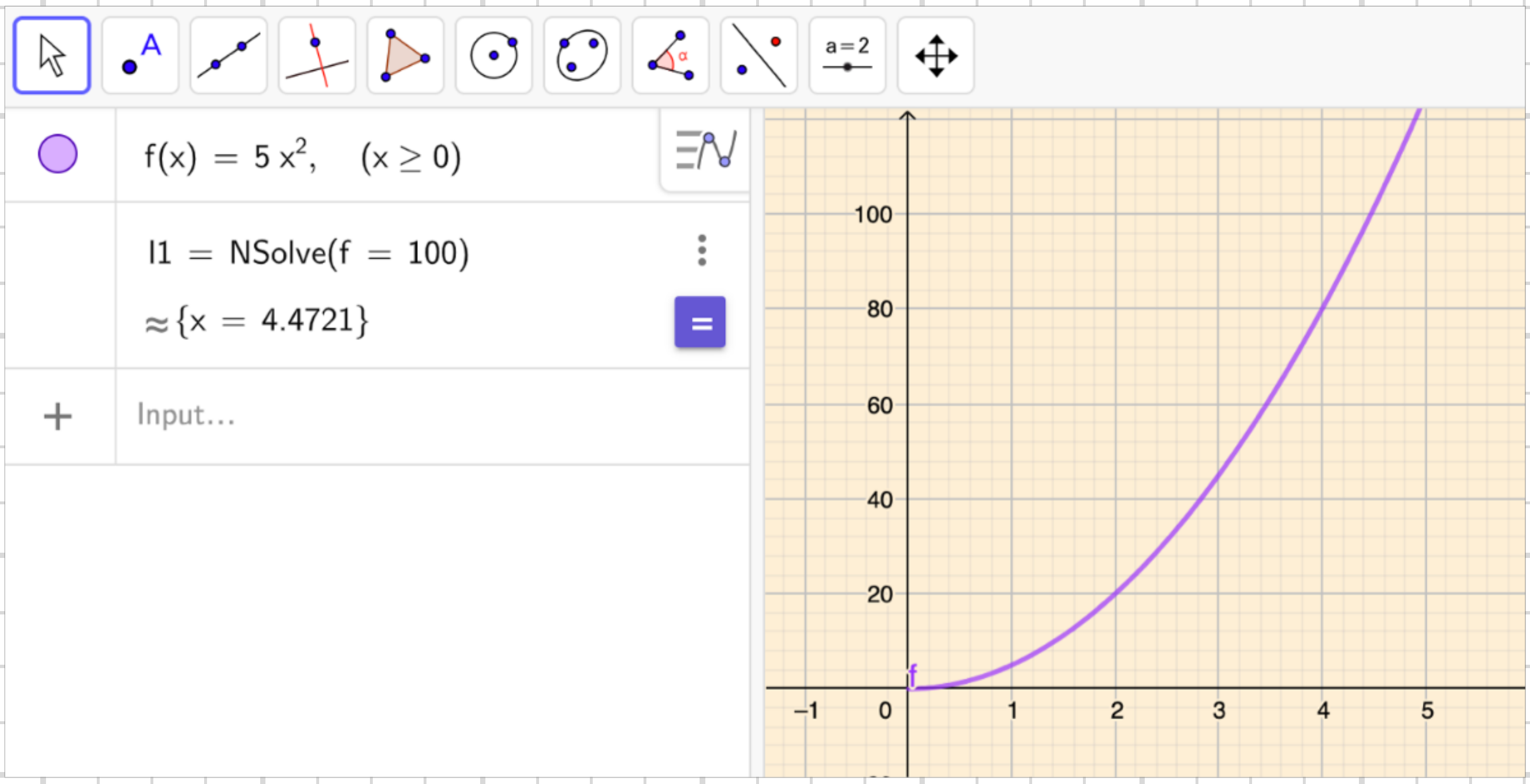
Efter tiden t sekunder har ringen fallit y meter. Fallsträckan kan beräknas med formeln $y = 5t^2$

a) Rita grafen till funktionen.

b) Efter hur lång tid har ringen fallit 100 m? Lös uppgiften både algebraiskt och grafiskt.

c) Bestäm funktionens definitionsmängd och värdemängd.

3538. a)



b) $5t^2 = 100 \implies$

$t = (\pm)\sqrt{20} \approx \underline{4{,}5 \text{ s}}$

c) Värdemängd: $\underline{0 \leq y \leq 200 \text{ m}}$

Def. mängd: $\underline{0 \leq t \leq 6{,}3 \text{ s}}$

3539 $f(x) = \dfrac{400}{x^2}$ och $x \neq 0$

a) Beräkna $f(5)$

b) Beräkna $f(2) - f(1)$

c) Lös ekvationen $f(x) = 25$

3539. a) $f(5) = \dfrac{400}{5^2} = \underline{16}$

b) $f(2) - f(1) = \dfrac{400}{2^2} - \dfrac{400}{1^2} = 100 - 400 = \underline{-300}$

c) $\dfrac{400}{x^2} = 25 \Rightarrow$

$$x = \pm\sqrt{\frac{400}{25}} = \pm\sqrt{16} = \underline{\pm 4}$$

3540 För vilka funktioner gäller att y-värdet ökar när x ökar, det vill säga är växande funktioner?

A $y = 5 \cdot 0{,}2^x$

B $s(x) = 5x + 2$

C $f(x) = \dfrac{x^3}{2}$

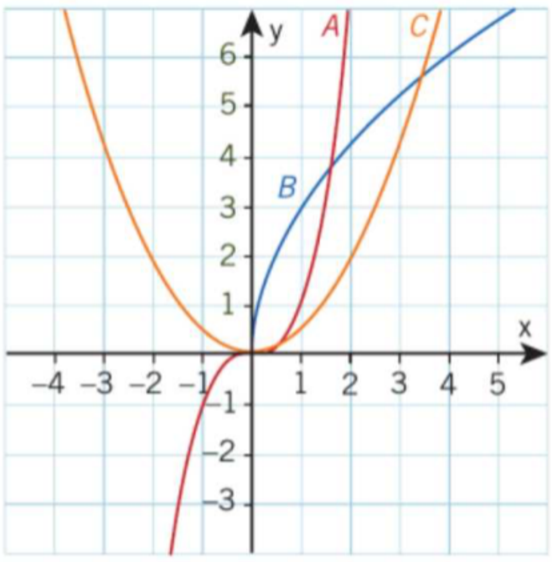
D $y = -2x$

E $g(x) = 2\sqrt{x}$

F $y = 2^x$

3540. <u>B, C, E och F</u>

3541 Para ihop funktionerna *f*, *g* och *c* med rätt graf (*A*, *B* eller *C*).



$f(x) = 3x^{0,5}$
$g(x) = x^3$
$c(x) = x^2/2$
Motivera ditt svar.

3541. A: g(x) , B: f(x) , C: c(x)

3542 Avgör om påståendet är sant eller falskt, om C är en konstant.

a) y fördubblas om x halveras då $y = \frac{C}{x}$
b) y fördubblas om x fördubblas då $y = C \cdot x^2$
c) Om $y = \frac{C}{x^2}$ är produkten yx^2 konstant.

3542.

a) Sant (division med $\frac{1}{2}$ motsv. mult. med 2)

b) Falskt (y fyrdubblas)

c) Sant ($yx^2 = c$)

3543 Strålningen y från en antenn från en mobiltelefonmast beskrivs av funktionen

$y = \frac{C}{x^2}$ där x är avståndet till masten

och C är en konstant. Mätningar visar att tillåtet gränsvärde för strålningen uppnås vid avståndet 3 m från antennen.

Hur stor andel av gränsvärdet uppnås 10 m från antennen?

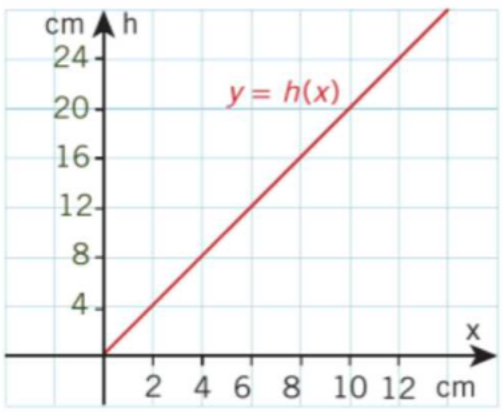
3543.

$$\frac{y}{y_0} = \frac{\frac{C}{10^2}}{\frac{C}{3^2}} = \frac{9}{100} = \underline{9\,\%}$$

3544 Ett rektangulärt fotografi kan skrivas ut i olika storlekar.

Grafen visar höjden h som funktion av basen x. Arean A av samma fotografi är också en funktion av x.

Ange och rita funktionen $y = A(x)$.



3544.

$h(x) = 2x$

$A(x) = x \cdot h(x) = x \cdot 2x = \underline{2x^2}$

3557 Vilken matematisk modell eller formel kan beskriva nedanstående? Vilka begränsningar har modellen?

a) Snödjupet ökar med 2 cm per timme.

b) Ett ljus är 24 cm högt. Höjden minskar med 5 cm per timme när ljuset brinner.

c) 20 g av ett radioaktivt ämne sönderfaller och för varje år halveras mängden.

d) Du sätter in 2 000 kr på ett bankkonto och låter pengarna stå orörda i 8 år.

3557. a) $y = 2x$

b) $y = 24 - 5x$

c) $y = 20 \cdot 0{,}5^x$

d) $y = 2000 \cdot a^8$

3558 En frysbox för vaccin går sönder. Temperaturen i boxen är –48 °C efter 9 h och –27 °C efter 16 h.

Vi använder en linjär funktion som modell för hur temperaturen i boxen ökar.

a) Bestäm temperaturen i boxen innan den gick sönder.

b) Ange den linjära funktionen samt uppskatta funktionens definitions- och värdemängd.

Motivera ditt svar.

$$k = \frac{-48-(-27)}{4-16} = 3$$

$(16,-27) \Rightarrow 3 \cdot 16 + m = -27 \Rightarrow m = -75$

$y = 3t - 75$

3558. a) $-75°C$ vid tiden $t = 0$

b) $y = 3t - 75$

Värdemängd: $-75 \leq y \leq 20$

Def. mängd: $0 \leq t \leq 32$

3559 Sveriges folkmängd ökade praktiskt taget linjärt från 3,5 miljoner år 1850 till 7,0 miljoner år 1950.

a) Ställ upp en linjär modell $y = kx + m$, där y miljoner är folkmängden x år efter 1850.

b) Vilket värde ger modellen för Sveriges befolkning idag? Jämför med det faktiska värdet.

c) Rita en graf för den linjära modellen för åren 1850–2050.

d) När var Sveriges folkmängd 5,0 miljoner enligt denna modell?

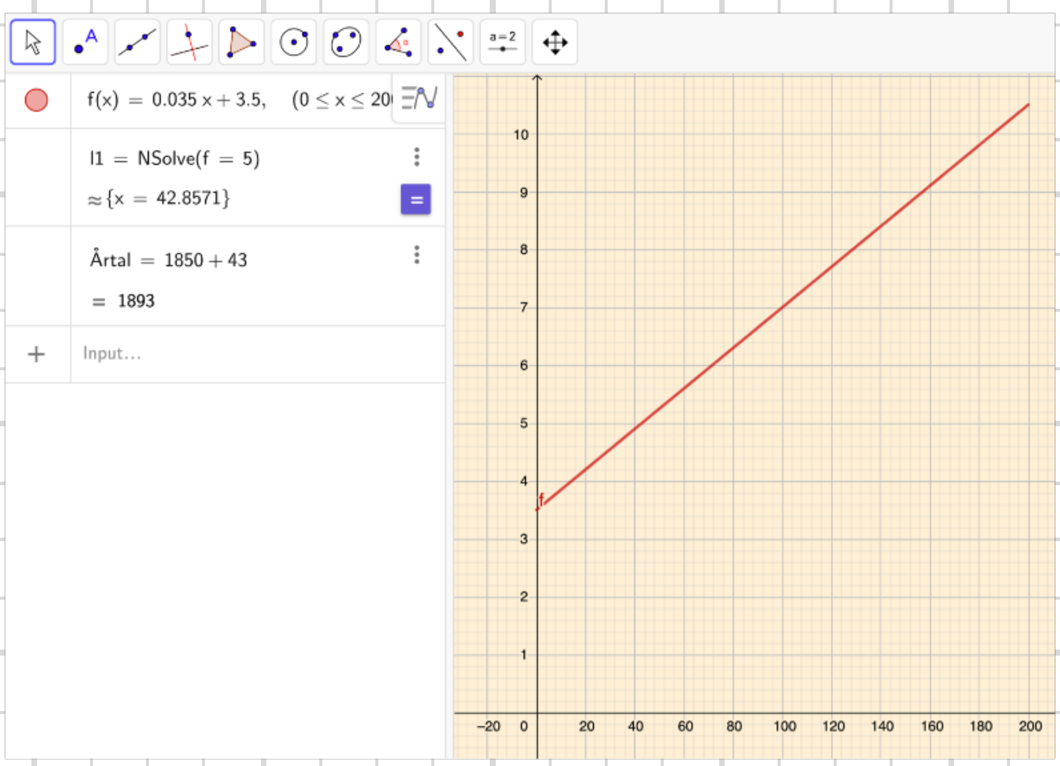
3559. a) $k = \frac{7-3,5}{100} = 0,035$, $m = 3,5$

$\underline{y = 0,035x + 3,5}$

b) 2023 motsv $x = 173$ $\Rightarrow$

$y = 0,035 \cdot 173 + 3,5 = \underline{9,6 \text{ milj}}.$

c)



d) $x \approx 43$ motsv. $\underline{\text{År } 1893}$

3560 Ett radioaktivt ämne sönderfaller varje år med 15 %.

År 2018 fanns det 240 mg av ämnet i ett laboratorium.

a) Vilket år understiger mängden för första gången 1 % av den ursprungliga?

b) Ange värdemängden för modellen om definitionsmängden är $x \geq 0$.

3560.

a) $0{,}85^x = 0{,}01$

$x = 28{,}3$ $x = 29$ motsv. År 2047

b) Värdemängd: $0 < y \leq 240$

3561 I en skola har antalet elever ökat. År 2010 var antalet elever 600 och år 2020 var antalet elever 750.

a) Skriv en linjär funktion f som kan användas som modell för antalet elever t år efter år 2010.

b) Skriv en exponentiell funktion, g, som kan användas som modell för antalet elever t år efter år 2010.

c) Vilka begränsningar har modellerna?

3561.

a) $k = \frac{750-600}{20-10} = 15$

$\underline{y = 15t + 600}$

b) $600 \cdot a^{10} = 750 \Rightarrow a = \left(\frac{750}{600}\right)^{1/10} = 1.0226$

$\underline{y = 600 \cdot 1{,}0226^{x}}$

c) För få mätpunkter för att kunna använda någon av modellerna.

3562 Vilken av graferna A, B eller C kan beskriva

a) en cirkels omkrets som funktion av radien

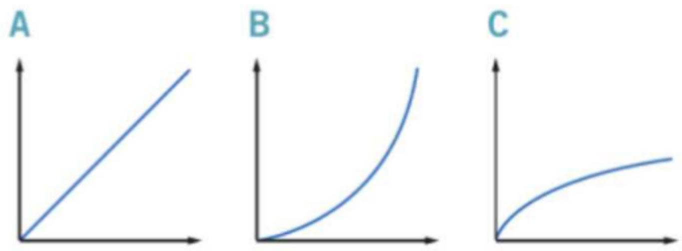
b) en cirkels area som funktion av radien

c) en cirkels diameter som funktion av radien

d) en kvadrats sida som funktion av omkretsen

e) en kvadrats sida som funktion av arean?

Motivera dina svar.



3562.

a) $O = 2\pi r$: $\underline{A}$

b) $A = \pi r^2$: $\underline{B}$

c) $d = 2r$: $\underline{A}$

d) $s = \frac{1}{4} \cdot O$: $\underline{A}$

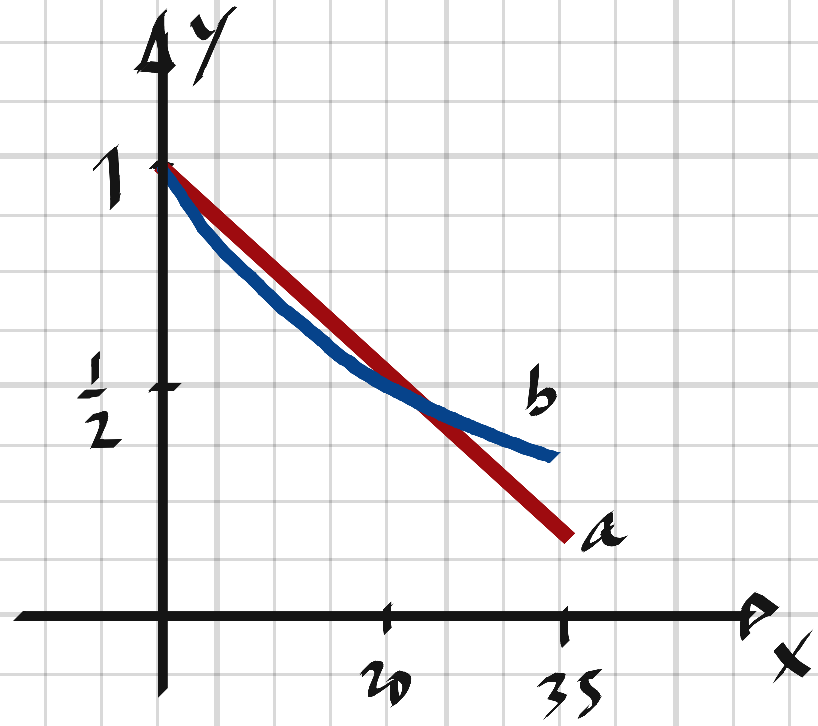
e) $s = \sqrt{A}$: $\underline{C}$

3563 Inom ett glesbygdsområde minskar invånarantalet till hälften på 20 år.

Hur stor andel av invånarna finns kvar efter ytterligare 15 år om

a) minskningen är linjär

b) minskningen är exponentiell?



3563.

a) $y = kx + m$

$k \cdot 20 + m = m/2$

$k = -\frac{m/2}{20} = -\frac{m}{40}$

$y = -\frac{m}{40}x + m$

$\frac{y(35)}{m} = -\frac{35}{40} + 1 = 0.125 = \underline{12.5\%}$

b) $y = c \cdot a^x$

$c \cdot a^{20} = c/2$

$a = (\frac{1}{2})^{1/20} = 0.9659$

$y = c \cdot 0.9659^x$

$\frac{y(35)}{c} = 0.9659^{35} = 0.297 = \underline{29.7\%}$

3564 För en funktion gäller att $f(0) = 4$ och $f(3) = 8$.

Bestäm $f(2)$ och svara exakt om funktionen f är

a) $f(x) = kx + m$

b) $f(x) = ax^2 + b$

c) $f(x) = C \cdot a^x$

3564. a) $(0,4) \Rightarrow m = 4$

$(3,8) \Rightarrow k \cdot 3 + 4 = 8 \Rightarrow k = \frac{4}{3}$

$f(x) = \frac{4}{3}x + 4 \Rightarrow f(2) = \frac{4}{3} \cdot 2 + 4 = \frac{8+12}{3} = \underline{\frac{20}{3}}$

b) $(0,4) \Rightarrow b = 4$

$(3,8) \Rightarrow a \cdot 3^2 + 4 = 8 \Rightarrow a = \frac{4}{9}$

$f(x) = \frac{4}{9}x^2 + 4 \Rightarrow f(2) = \frac{4}{9} \cdot 2^2 + 4 = \frac{16+36}{9} = \underline{\frac{52}{9}}$

c) $(0,4) \Rightarrow C = 4$

$(3,8) \Rightarrow 4 \cdot a^3 = 8 \Rightarrow a = 2^{1/3}$

$f(x) = 4 \cdot 2^{x/3} \Rightarrow f(2) = 4 \cdot 2^{2/3} = 4 \cdot 4^{1/3} = \underline{4^{4/3}}$