

7 Har funktionen  $y = (x-2)^2 + 5$  några nollställen? Motivera ditt svar.

7. Nej, ty  $(x-2)^2 > 0$

---

8 För vilket värde på  $a$  har ekvationen  $x^2 - 10x + a = 0$  rötterna  $x = 3$  och  $x = 7$ ? Motivera.

8.  $(x-3)(x-7) = x^2 - 10x + 21 \Rightarrow$   $a = 21$

---

9 Lös ekvationerna.

a)  $x^2 - x - \frac{3}{4} = 0$

b)  $10^{\lg 4} \cdot 4^x = 4^{3x}$

9. a)  $x = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{3}{4}}$

$$x = \frac{1}{2} \pm 1$$

$$\underline{x_1 = -\frac{1}{2}, x_2 = \frac{3}{2}}$$

b)  $4 \cdot 4^x = 4^{3x}$

$$1 + x = 3x$$

$$\underline{x = \frac{1}{2}}$$

---

10 I vilket intervall ligger talet  $a = \lg 0,25$ ?

A  $-1 < a < 0$

B  $0 < a < 1$

C  $1 < a < 2$

10,  $\lg \frac{1}{4} = \lg 4^{-1} = -\lg 4 \Rightarrow \underline{A}$

---

11 Bestäm uttryckets minsta möjliga värde.

$$2(a-3)^2 - (3-a)(3+a)$$

11,  $2a^2 - 12a + 18 - 9 + a^2 = 3a^2 - 12a + 9 = 3(a^2 - 4a + 3)$

Symmetrilinjen:  $a = 2$

$$\text{Minvärdet} = 3 \cdot (2^2 - 4 \cdot 2 + 3) = \underline{-3}$$

---

12 Lös olikheterna och ge exempel på ett värde som ingår i lösningen

a)  $\lg x < -1$

b)  $10^{2x} > 0,01$

12, a)  $x < 10^{-1}$       b)  $2x > \lg 10^{-2}$

$$\underline{x < 0,1}$$

$$\underline{\text{ex. v. } x = 0,05}$$

$$2x > -2$$

$$\underline{x > -1}$$

$$\underline{\text{ex. v. } x = 0}$$

---

13 Bestäm det värde på  $x$  där graferna till exponentialfunktionerna

$$f(x) = 2,5 \cdot 10^{2x} \text{ och } f(x) = 7,5 \cdot 10^x$$

skär varandra. Svara exakt.

$$13, \quad 2,5 \cdot 10^{2x} = 7,5 \cdot 10^x$$

$$10^x = \frac{7,5}{2,5}$$

$$\underline{x = \lg 3}$$

14 Vilka  $y$ -värden är möjliga för funktionen

a)  $y = 1 - x^2$

b)  $y = x^2 - 2x - 3$ ?

Lös uppgiften utan att rita grafen.

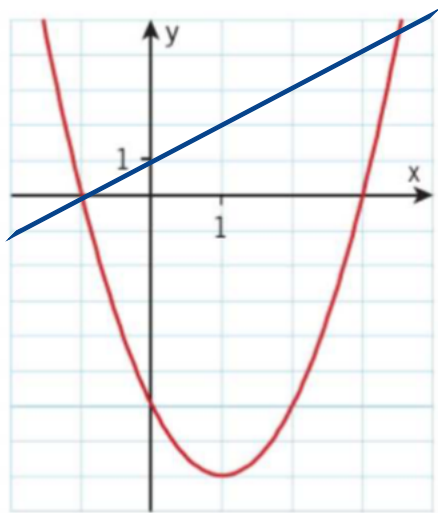
Motivera ditt svar.

$$14. \quad \text{a) } \underline{y \leq 1} \quad \text{b) } y = (x-3)(x+1)$$

$$\text{Symmetrilinje: } x = 1$$

$$\underline{y \geq y(1) = -4}$$

- 15 Figuren visar grafen till andragradsfunktionen  $f(x) = ax^2 + bx + c$ .



- a) Förklara var i figuren man kan avläsa värdet på konstanten  $c$ .  
b) Bestäm konstanterna  $a$ ,  $b$  och  $c$ .  
c) Ligger punkten  $(10, 152)$  på grafen? Motivera ditt svar.  
d) Lös ekvationen  $f(x+1) = 0$   
e) Lös olikheten  $f(x) < x+1$  grafiskt.

a)  $c = y$ -värdet där kurvan skär  $y$ -axeln

b)  $f(x) = a(x-3)(x+1) =$   
 $ax^2 - 2ax - 3a$

$$-3a = -6 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} a = 2 \\ b = -2a = -4 \\ c = -3a = -6 \end{cases}$$

15.

c)  $f(x) = 2x^2 - 4x - 6$

$$f(10) = 2 \cdot 10^2 - 4 \cdot 10 - 6 = 200 - 40 - 6 = 154 \Rightarrow \underline{\text{Nej}}$$

d)  $x_1 + 1 = -1$   
 $x_2 + 1 = 3$

e)  $-1 < x < 3.5$

$$\begin{cases} x_1 = -2 \\ x_2 = 2 \end{cases}$$

16 I en tabell står det att  $\lg 4 \approx 0,60$ .  
Bestäm med hjälp av detta ett värde på  $\lg 16$ .

$$16. \quad \lg 16 = \lg 4^2 = 2 \cdot \lg 2 \approx 2 \cdot 0,60 = \underline{1,20}$$

---

17 Ekvationen  $x^2 + a = 4ax$  har en dubbelrot  
för  $a > 0$ .  
Bestäm  $a$ .

$$17. \quad x^2 - 4ax + a = 0$$

$$x = 2a \pm \sqrt{4a^2 - a}$$

$$\text{Dubbelrot} \Rightarrow 4a^2 - a = 0$$

$$a(4a - 1) = 0 \Rightarrow a = \underline{\frac{1}{4}}$$

---

18 Låt  $f(x) = 3x + 2$  och  $g(x) = 5x$

Förenkla

a)  $f(x) \cdot g(x)$

d)  $g(f(x))$

b)  $f(2x + 6)$

e)  $g(2x)/g(-2)$

c)  $f(g(x))$

f)  $g(x^2) \cdot (g(x))^2$

18. a)  $(3x+2) \cdot 5x = \underline{15x^2 + 10x}$

b)  $3(2x+6)+2 = \underline{6x+20}$

c)  $3 \cdot 5x + 2 = \underline{15x + 2}$

d)  $5(3x+2) = \underline{15x + 10}$

e)  $\frac{5 \cdot 2x}{5 \cdot (-2)} = \underline{-x}$

f)  $5x^2 \cdot (5x)^2 = \underline{125x^4}$

19 Lös ekvationen.

$$\left(\frac{1}{x} - 2\right)\left(\frac{1}{x} + 2\right) = \frac{3}{x}$$

$$19. \frac{1}{x} = q \Rightarrow (q-2)(q+2) = 3q$$

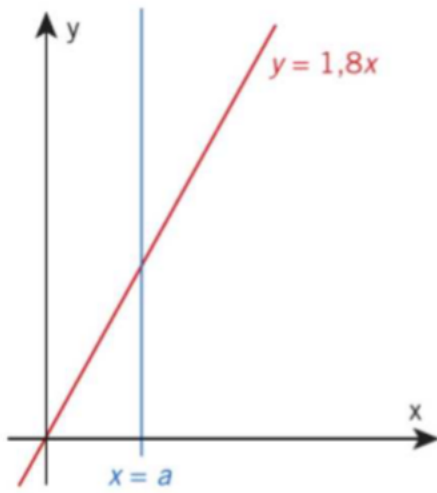
$$q^2 - 4 = 3q$$

$$q = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 16}}{2} = \frac{3 \pm 5}{2}$$

$$q_1 = -1, q_2 = 4 \Rightarrow$$

$$\underline{x_1 = -1, x_2 = \frac{1}{4}}$$

- 24 En triangel bildas mellan x-axeln, linjen  $y = 1,8x$  och linjen  $x = a$ .



- a) Beräkna triangelns area om  $a = 5$ .  
b) För vilket värde på  $a$  är triangelns area 80 areaenheter?

24.

$$a) \quad A(a) = \frac{1,8a^2}{2}$$

$$A(5) = \frac{1,8 \cdot 5^2}{2} = 0,9 \cdot 25 = \underline{22,5 \text{ a.e.}}$$

b)

$$\frac{1,8a^2}{2} = 80$$

$$a = \pm \sqrt{\frac{80}{0,9}} \approx \underline{9,43}$$

25 Bestäm ekvationen för en exponentialfunktion som går genom punkterna (0, 20) och (20, 800).

$$25. \quad y = c \cdot a^x$$

$$(0, 20) \Rightarrow c = 20$$

$$(20, 800) \Rightarrow 20 \cdot a^{20} = 800$$

$$a = \left(\frac{800}{20}\right)^{\frac{1}{20}} = 1,203$$

$$\underline{y = 20 \cdot 1,203^x}$$

26 I ekvationen  $160\,000 \cdot 0,95^x = 50\,000$  betecknar  $x$  tiden i år.

- Formulera ett problem som kan lösas med hjälp av denna ekvation.
- Lös ekvationen och ge ett svar på det problem du har formulerat. (NP)

26.

a) En bil som kostar 160 000 kr sjunker 5% per år i värde. Hur många år tar det för bilen att sjunka 110 000 kr i värde.

$$b) \quad x = \frac{\lg \frac{5}{16}}{\lg 0,95} = 22,7 \approx \underline{23 \text{ år}}$$



- 27 Andragradsekvationen  $x^2 + ax + 24a = 0$  har en rot  $x = -6$ .  
Vilken är den andra roten?

$$27. \quad (x+6)(x-x_2) = x^2 + (6-x_2)x - 6x_2$$

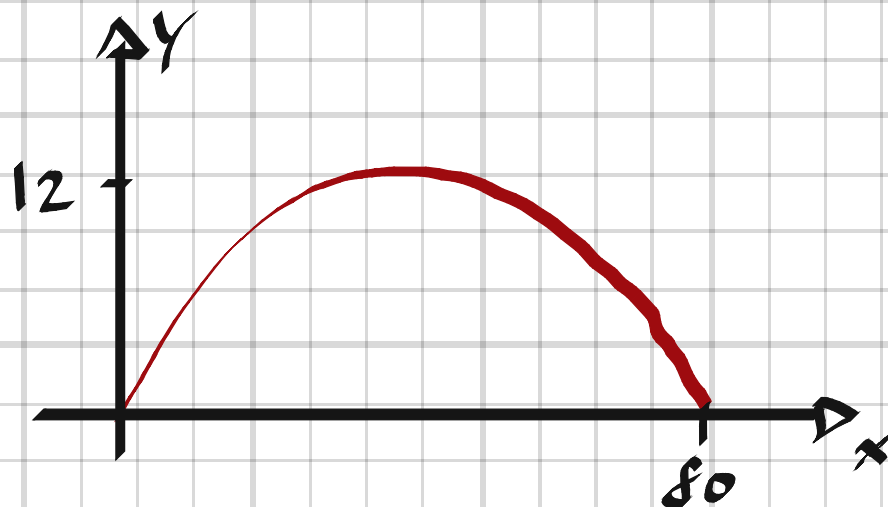
$$-6x_2 = 24a \Rightarrow x_2 = -4a$$

$$6 - x_2 = a \Rightarrow x_2 = 6 - a$$

$$-4a = 6 - a \Rightarrow a = -2$$

$$x_2 = -4 \cdot (-2) = \underline{8}$$

- 28 Linn slår ett inspel i golf. Bollen landar mitt på greenen efter 80 m i luften. Bollens högsta höjd är 12 m över marken.  
Anta att bollens bana har samma form som grafen till en andragradsfunktion.  
Hur högt över marken är bollen 5 m från nedslagsplatsen?



$$28. \quad y = ax(x - 80)$$

$$y(40) = 12 \Rightarrow 40a(40 - 80) = 12$$

$$a = -\frac{12}{1600}$$

$$y(5) = -\frac{12}{1600} \cdot 5 \cdot (5 - 80) = \underline{2.8 \text{ m}}$$

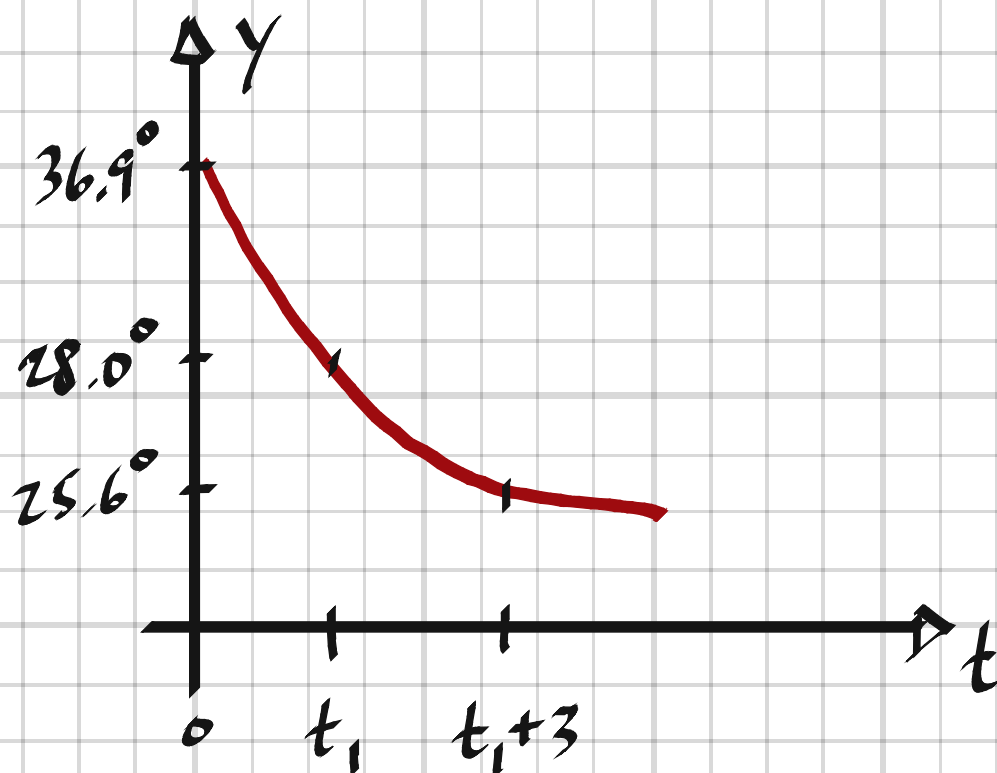
29 En varg har blivit skjuten av en tjuvskytt. Ditt uppdrag är att fastställa tidpunkten för dådet.

För att bestämma tidpunkten för vargens död mäter du dess kroppstemperatur vid två tillfällen. Den första mätningen gör du kl 21.00 den dag vargen blev skjuten och vargens temperatur är då  $28,0\text{ }^\circ\text{C}$ .

Tre timmar senare mäter du vargens temperatur till  $25,6\text{ }^\circ\text{C}$ . Omgivningens temperatur är hela tiden omkring  $0\text{ }^\circ\text{C}$ . Du antar att kroppstemperaturen efter vargens död avtar exponentiellt med tiden och att en levande vargs kroppstemperatur är  $36,9\text{ }^\circ\text{C}$ .

När dog vargen?

(NP)



$$29. \quad (0, 36.9)$$

$$\text{kl. 21: } (t_1, 28)$$

$$\text{kl. 24: } (t_1+3, 25.6)$$

$$y = 36.9 \cdot a^t$$

$$\begin{cases} 36.9 \cdot a^{t_1} = 28 \\ 36.9 \cdot a^{t_1+3} = 25.6 \end{cases}$$

$$a^3 = \frac{25.6}{28} \Rightarrow a = \left(\frac{25.6}{28}\right)^{1/3} = 0.9706$$

$$t_1 = \frac{\lg \frac{28}{36.9}}{\lg a} = \frac{\lg \frac{28}{36.9}}{\lg 0.9706} = 9.24 \approx 9 \text{ h}$$

Vargen dog ca 9 h innan kl. 21, dvs kl. 12.

- 30 Undersök om ekvationen  $x^2 + 11x + 10 = ax - 2a$  kan ha endast en rot. Bestäm i så fall värdet av  $a$  samt ekvationens lösning.

$$30. \quad x^2 + (11-a)x + 10 + 2a = 0$$

$$x = \frac{a-11}{2} \pm \sqrt{\frac{(a-11)^2}{4} - 10 - 2a}$$

$$\text{En dubbelrot} \Rightarrow \frac{(a-11)^2}{4} - 10 - 2a = 0$$

$$a^2 - 22a + 121 - 40 - 8a = 0$$

$$a^2 - 30a + 81 = 0$$

$$a = 15 \pm \sqrt{15^2 - 81} = 15 \pm 12$$

$$\underline{a_1 = 3}$$

$$\underline{a_2 = 27}$$

$$x^2 + (11-3)x + 10 + 2 \cdot 3 = 0$$

$$x^2 + (11-27)x + 10 + 2 \cdot 27 = 0$$

$$x^2 + 8x + 16 = 0$$

$$x^2 - 16x + 64 = 0$$

$$x = -4$$

$$x = 8$$

$$\underline{a = 3, x = -4}$$

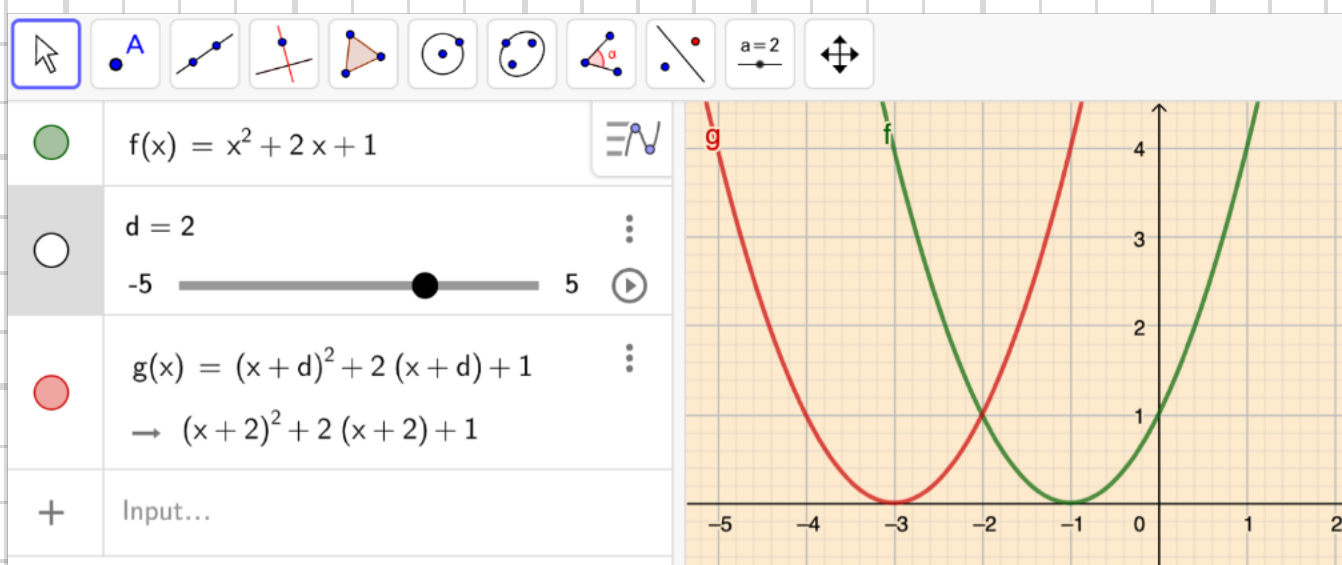
$$\underline{a = 27, x = 8}$$

- 31) a) Rita grafen till  $y = x^2 + 2x + 1$   
 b) Byt  $x$  mot  $x + d$  för olika värden på  $d$  och rita graferna. Hur påverkar valet av  $d$  den nya grafen?  
 c) Välj en exponentialfunktion. Rita grafen och undersök om ett byte av  $x$  mot  $x + d$  påverkar grafen på samma sätt som i b).  
 d) Välj en linjär funktion och upprepa b).  
 e) Vilken slutsats kan du dra? Förklara.

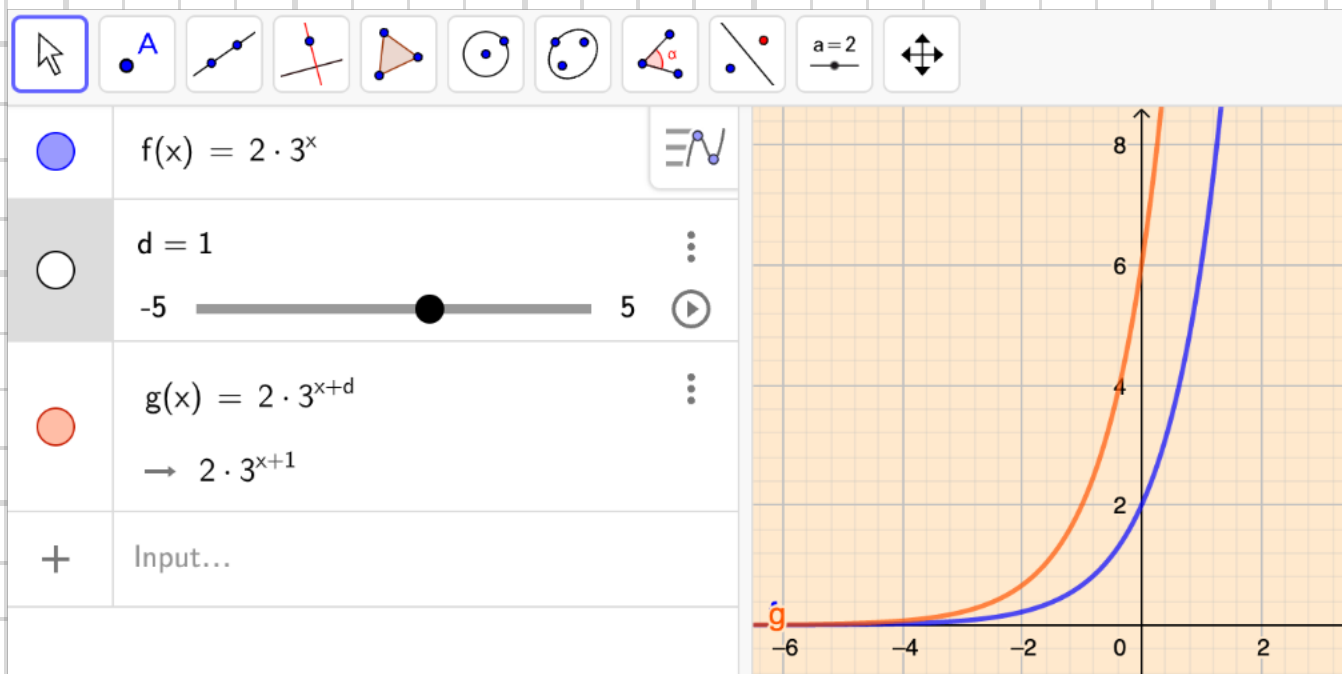
e) Samtliga kurvor  
förskjuts  $-d$  steg i sidled.

31. Löst i Geogebra:

a+b)



c)



d)

