13 Förenkla uttrycket $(x-5)^2-(x-5)(x+5)$ så långt som möjligt.

13. $(x-5)(x-5-(x+5)) = -10(x-5) = \underline{50-10x}$

---

14 Emil ska lösa ett ekvationssystem grafiskt och skriver därför in funktionerna

$Y_1 = (X+2)/5$

$Y_2 = 0.2X + 0.4$

i sitt grafritande verktyg. När graferna ritats ser Emil bara en rät linje i stället för två. Han förstår inte varför det är så.

a) Förklara för Emil.

b) Vilken lösning har ekvationssystemet?

14. a) De två funktionerna är identiska.

b) Ekvationssystemet har oändligt många lösningar.

---

15 Lös ekvationerna.

a) $(2x+1)^2 = (2x+3)(2x-3)$

b) $\left(x+\frac{1}{3}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{2}$

15. a) $4x^2 + 4x + 1 = 4x^2 - 9$

$4x = -10$

$x = -\frac{10}{4}$

b) $x^2 + \frac{2x}{3} + \frac{1}{9} = x^2 + \frac{1}{2}$

$\frac{2x}{3} = \frac{9}{18} - \frac{2}{18}$

$x = \frac{3 \cdot 7}{2 \cdot 18} = \frac{7}{12}$

---

16 Vad kan du säga om lösningen till ekvationssystemet $\begin{cases} y = 2x - 5 \\ 4x - 2y = 6 \end{cases}$

Motivera ditt svar.

16. $\begin{cases} -2x + y = -5 \\ 4x - 2y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x - 5 \\ y = 2x - 6 \end{cases}$

Linjerna är parallella $\Rightarrow$

Ekvationssystemet saknar lösning.

17 Beräkna med hjälp av konjugatregeln.

a) $\frac{18^2-1}{19}$ b) $\frac{78^2-1}{79}$

17.

a) $\frac{(18+1)(18-1)}{19} = \frac{19 \cdot 17}{19} = \underline{17}$

b) $\frac{(78+1)(78-1)}{79} = \frac{79 \cdot 77}{79} = \underline{77}$

---

18 En rät linje går genom punkterna med koordinaterna (0, –3) och (3, 3). En annan rät linje går genom origo och punkten (3, –3). Tillsammans bildar linjernas ekvationer ett ekvationssystem.

Bestäm ekvationssystemets lösning.

18.

$y_1 = k_1 x + m_1$

$$\left.\begin{array}{l} k_1 = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3-(-3)}{3-0} = 2 \\ (0,-3) \Rightarrow m_1 = -3 \end{array}\right\} \Rightarrow y_1 = 2x - 3$$

$y_2 = k_2 x + m_2$

$$\left.\begin{array}{l} k_2 = \frac{0-(-3)}{0-3} = -1 \\ (0,0) \Rightarrow m = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow y_2 = -x$$

$y_1 = y_2 \Rightarrow 2x - 3 = -x \Rightarrow \underline{(x, y) = (1, -1)}$

---

19 Visa att de tre räta linjerna
$2x + y - 1 = 0$
$4x - y + 4 = 0$
$8x + 3y - 2 = 0$
går genom en och samma punkt.

19.
$$+\begin{cases} 2x + y - 1 = 0 \\ 4x - y + 4 = 0 \end{cases}$$

$$6x + 3 = 0$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

$$y = -2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 1 = 2$$

$$(x, y) = \left(-\frac{1}{2}, 2\right)$$

Kontroll om punkten är skärningspunkt även för $8x + 3y - 2 = 0$:

$$VL = 8 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 3 \cdot 2 - 2 = -4 + 6 - 2 = 0 \qquad \#$$

20 Förenkla uttrycket $\frac{50x^2 + 100x}{25x^3 - 100x}$ så långt som möjligt.

3

20. $$\frac{50x^2+100x}{25x^3-100x} = \frac{50x(x+2)}{25x(x^2-4)} = \frac{2(x+2)}{(x+2)(x-2)} = \underline{\frac{2}{x-2}}$$

---

21 Vilka tal motsvarar bokstäverna M, A, T och H?

M	+	A	=	8	
+		+			
T	−	H	=	19	
=		=			
13		8			

21. $$\begin{cases} (1) & M + T = 13 \\ (2) & A + H = 8 \\ (3) & M + A = 8 \\ (4) & T - H = 19 \end{cases}$$

$(1)+(3)$: $13 - T + A = 8 \Rightarrow A = T - 5$

(2): $T - 5 + H = 8 \Rightarrow T = 13 - H$

(4): $13 - H - H = 19 \Rightarrow H = (13-19)/2 = -3 \Rightarrow$

$T = 13 - (-3) = 16$, $A = 16 - 5 = 11$, $M = 8 - 11 = -3$

$$\underline{(M, A, T, H) = (-3, 11, 16, -3)}$$

---

22 $\begin{cases} 2y + x = 6 \\ y - kx = 2 \end{cases}$

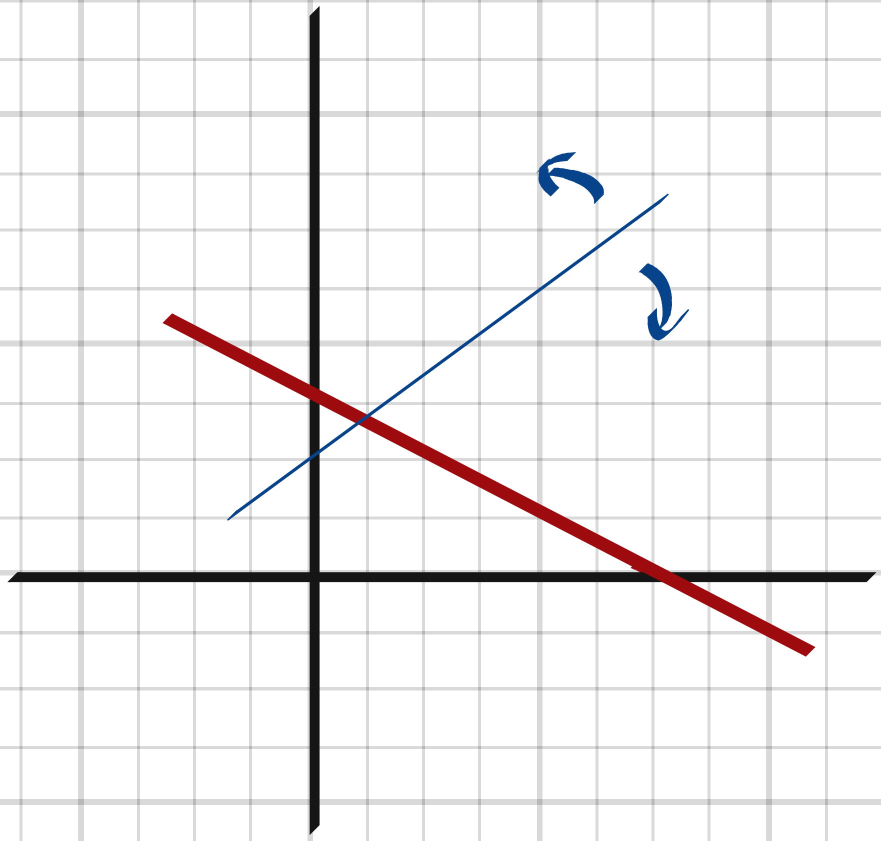
För vilka värden på k

a) saknar ekvationssystemet lösning

b) har ekvationssystemet en lösning

c) har ekvationssystemet en lösning i 1:a kvadranten ($x > 0,\ y > 0$)?

22.
$$\begin{cases} y = -\frac{1}{2}x + 3 \\ y = kx + 2 \end{cases}$$



a) $k = -\frac{1}{2}$

b) alla $k \neq -\frac{1}{2}$

c) $k > -\frac{1}{3}$

---

23 Faktorisera uttrycket $50x^4 + 20x^3 + 2x^2$ så långt som möjligt.

23. $2x^2(25x^2 + 10x + 1) = 2x^2(5x+1)^2$

---

29 Åsa och Torbjörn arbetar på en sommarkoloni. Barnen på kolonin serveras mellanmjölk (fetthalt 1,5 %) till måltiderna.

En dag får de en felaktig leverans som bara innehåller lättmjölk (fetthalt 0,5 %) och standardmjölk (fetthalt 3 %). De beslutar sig därför att blanda dessa båda sorter. Åsa skriver följande på en lapp:

> a liter lättmjölk och
> b liter standardmjölk
> $a + b = 10$ (1)
> $0{,}005a + 0{,}03b = 0{,}015 \cdot 10$ (2)

a) Förklara vad ekvation (1) beskriver.

b) Förklara vad ekvation (2) beskriver.

c) Hur mycket mjölk av varje sort ska de blanda? *(NP)*

29.

a) Summan av mängden lättmjölk och standardmjölk.

b) Summan av fettmängden i resp. del.

c)

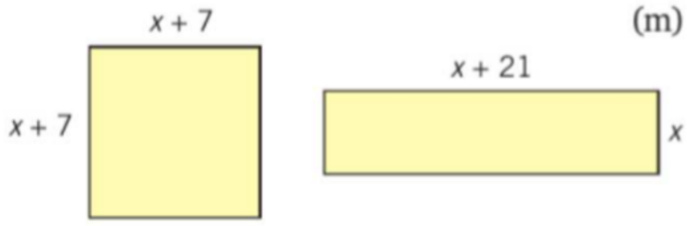
$$- \begin{cases} 0{,}005a + 0{,}005b = 0{,}05 \\ 0{,}005a + 0{,}03b = 0{,}15 \end{cases}$$

$$0{,}025b = 0{,}10$$

$$b = 4, \quad a = \frac{0{,}05 - 0{,}005 \cdot 4}{0{,}005} = 6$$

Svar: 6 liter lättmjölk och 4 liter standardmjölk

30 Kvadratens area är 14 m² större än rektangelns. Beräkna den sammanlagda arean av kvadraten och rektangeln.



30.

$$(x+7)^2 = x(x+21)+14$$

$$x^2+14x+49 = x^2+21x+14$$

$$7x = 35$$

$$x = 5 \quad \Rightarrow$$

Sammanlagda arean $= (x+7)^2 + x(x+21) = 12^2 + 5\cdot 26 = \underline{274\ m^2}$

31 En flodbåt kör mellan två städer som ligger 48 km ifrån varandra.

I den ena riktningen tar resan 3 timmar och i motsatt riktning 2 timmar. Det beror på att vattnet i floden rör sig mot havet.

Vi låter båtens hastighet i stillastående vatten vara x km/h. Hastighetsökningen i den ena riktningen är lika stor som hastighetsminskningen i den andra riktningen.

Beräkna båtens hastighet i stillastående vatten.

31. Hastighet medströms $= x + \Delta x$

–"– motströms $= x - \Delta x$

$$\begin{cases} s = 3(x - \Delta x) \\ s = 2(x + \Delta x) \end{cases}, \quad s = 48$$

$$3x - 3\Delta x = 2x + 2\Delta x$$

$$x = 5\Delta x \Rightarrow$$

$$3(5\Delta x - \Delta x) = 48$$

$$\Delta x = \frac{48}{12} = 4 \Rightarrow x = 5 \cdot 4 = \underline{20 \text{ km/h}}$$

32 Judith ska lösa ekvationssystemet

$$\begin{cases} 80y + 79x = 80 \\ x + y = 1 \end{cases}$$

och väljer att lösa det grafiskt. Hon ritar därför upp de två linjerna och drar slutsatsen att ekvationssystemet har oändligt många lösningar.

Har hon rätt? Motivera.

32. $\begin{cases} 80y + 79x = 80 \\ x + y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow$

$$\begin{array}{r} \begin{cases} 80y + 79x = 80 \\ - \; 80y + 80x = 80 \end{cases} \\ \hline \end{array}$$

$x = 0$

$y = 1$

Svar: Nej, ekvationsystemet har lösningen $(x, y) = (0, 1)$

33 Ett företag tillverkar och säljer sängar av en viss modell.

Intäkterna är proportionella mot antalet sålda sängar och är 4,5 miljoner kr vid en försäljning av 2 500 sängar.

Kostnaderna består av en fast kostnad som är 1,65 miljoner kr och en rörlig kostnad som är 1 200 kr per säng.

Hur många sängar måste företaget tillverka och sälja för att få ett positivt resultat? (Resultatet = Intäkterna – Kostnaderna)

33.

$$I = \frac{4500000}{2500} \cdot x = 1800x$$

$$K = 1200x + 1650000$$

$$R = I - K = 600x - 1650000$$

$$R > 0 \Rightarrow 600x > 1650000$$

$$\underline{x > 2750 \text{ st}}$$

34 Vi undersöker ekvationssystemet

$$\begin{cases} y + ax = b \\ y - 3x = 2 \end{cases}$$

Då värdet på a och b varierar kan följande tre fall inträffa:

1. Ekvationssystemet har en lösning.
2. Ekvationssystemet saknar lösning.
3. Ekvationssystemet har ett oändligt antal lösningar.

Undersök för vilka värden på a och b respektive fall inträffar.

34.

$$\begin{cases} y = -ax + b \\ y = 3x - 2 \end{cases}$$

1) Ekv. systemet har en lösning då $a \neq -3$

2) — " — saknar lösning då $a = -3$, $b \neq 2$

3) — " — har oändligt antal lösningar då

$a = -3$, $b = 2$

35 Två räta linjer kan användas som grafisk representation av ett ekvationssystem.

Du ska undersöka skärningspunkten för två räta linjer skrivna i formen $ax + y + a - 5 = 0$.

a) För linjen L_1 är $a = 2$ och för linjen L_2 är $a = -3$. Var skär L_1 och L_2 varandra?

b) Välj ett tredje värde på a. Detta a-värde ger linjen L_3. Var skär L_3 linjerna L_1 och L_2?

c) Välj ett fjärde värde på a. Detta a-värde ger linjen L_4. Vad har denna linje gemensamt med de övriga?

d) Vilken slutsats kan du dra av din undersökning?

e) Visa att din slutsats gäller för alla räta linjer som skrivs i formen $ax + y + a - 5 = 0$

$y = -ax + 5 - a$

35. a)

$$\begin{array}{l} L1: \\ L2: \end{array} \begin{cases} y = -2x + 3 \\ y = 3x + 8 \end{cases}$$

$-2x + 3 = 3x + 8$

$5x = -5$

$x = -1,\ y = 2 + 3 = 5 \Rightarrow \text{sk.p} = (-1, 5)$

b) $L3: \ a = 1 \Rightarrow y = -x + 4$

$$\begin{array}{l} L1: \\ L3: \end{array} \begin{cases} y = -2x + 3 \\ y = -x + 4 \end{cases}$$

$-2x + 3 = -x + 4$

$x = -1,\ y = 2 + 3 = 5 \Rightarrow \text{sk.p} = (-1, 5)$

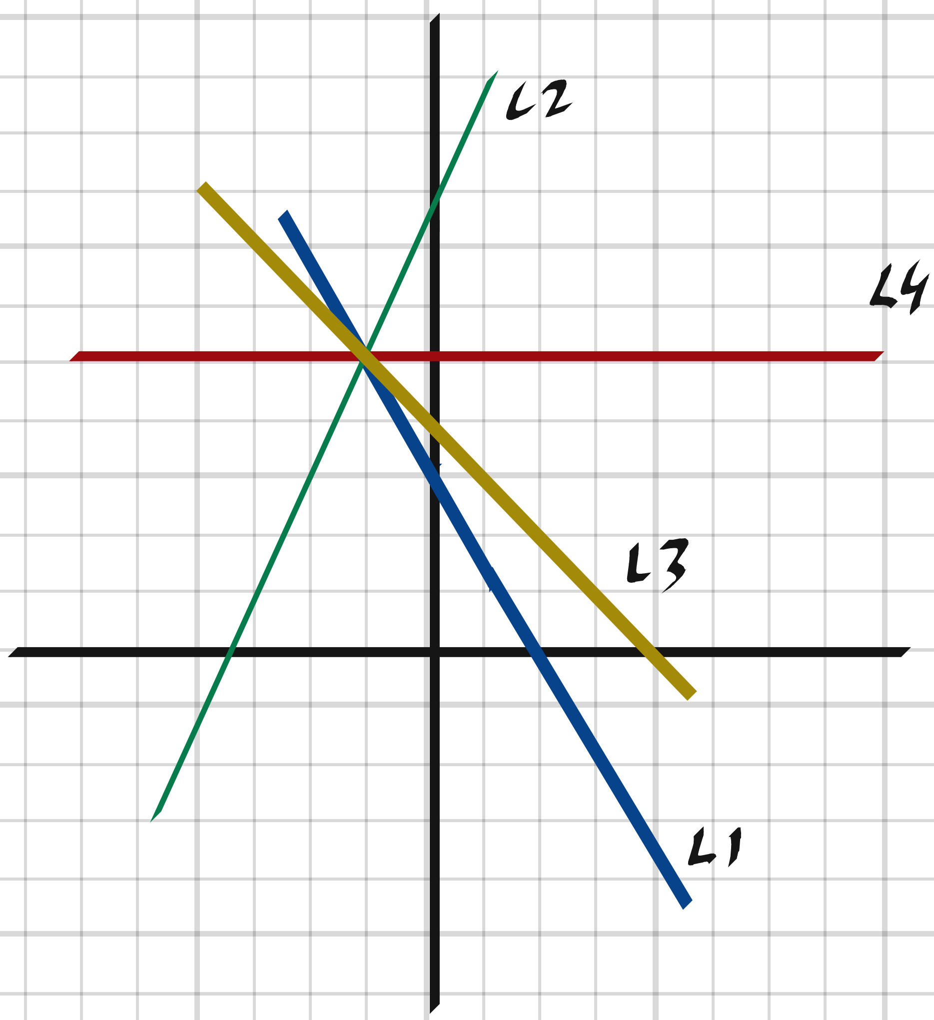
$$L2: \begin{cases} y = 3x+8 \\ y = -x+4 \end{cases} \; :L3$$

$3x+8 = -x+4$

$4x = -4$

$x = -1,\ y = 1+4 = 5 \implies$ Sk.p $= (-1, 5)$

c) L4: $a = 0 \implies y = 5$



d) Alla linjerna skär varandra i punkten $(-1, 5)$

e) $y = -ax + 5 - a = -a(x+1) + 5 \implies$

Då $x = -1$ blir y alltid 5.