

10 Skriv som en potens.

a) $\frac{(8^2)^6 \cdot 8^{-2}}{8^5}$

b) $\frac{\sqrt{11} \cdot \sqrt{11}}{11^{-3}}$

10. a) $\frac{8^{12} \cdot 8^{-2}}{8^5} = \underline{8^5}$

b) $\frac{11}{11^{-3}} = \underline{11^4}$

11 Vilket tal är a ?

a) $5 \cdot 10^2 \cdot 2 \cdot 10^a = 10^{-5}$

b) $(2x-3)(x+4) = 2x^2 + ax - 12$

11. a) $10^{3+a} = 10^{-5} \Rightarrow 3+a = -5 \Rightarrow \underline{a = -8}$

b) $2x^2 + 5x - 12 = 2x^2 + ax - 12 \Rightarrow \underline{a = 5}$

12 Vilket uttryck ska stå i parenteser?

a) $3a() = 15a^2 + 6ab^2$

b) $\frac{x}{2}() = 4x^3 - x^2$

12. a) $\frac{15a^2 + 6ab^2}{3a} = \underline{5a + 2b^2}$

b) $\frac{4x^3 - x^2}{\frac{x}{2}} = \underline{8x^2 - 2x}$

13 a) Välj tre heltal som kommer direkt efter varandra, t.ex. 6, 7, 8.

$$\text{Addera talen: } 6 + 7 + 8 = 21$$

$$\text{Multiplicera antalet tal med det mellersta talet: } 3 \cdot 7 = 21$$

Gör motsvarande beräkning för några olika talföljder med tre andra tal som kommer direkt efter varandra.

b) Beskriv resultatet av din undersökning genom att förklara sambandet med ord eller formel.

$$13. \quad a) \quad \begin{array}{ll} 3+4+5 = 12 & 3 \cdot 4 = 12 \\ 5+6+7 = 18 & 3 \cdot 6 = 18 \quad (3 \cdot 4 + 3) \end{array}$$

$$b) \quad \begin{array}{l} x + x + 1 + x + 2 = 3x + 3 \\ 3(x+1) = 3x + 3 \end{array}$$

14 Lös ut a ur formeln

$$A = \frac{h(a+b)}{2}$$

$$14. \quad h(a+b) = 2A$$

$$a+b = \frac{2A}{h}$$

$$\underline{a = \frac{2A}{h} - b}$$

15 Förenkla

a) $(16a^{16})^{\frac{1}{2}}$

b) $\frac{4a^{16} \cdot 4a^{16}}{4a^{16} + 4a^{16}}$

15. a) $4 \cdot a^8$ b) $\frac{16a^{32}}{8a^{16}} = \underline{2a^{16}}$

16 Multiplicera och förenkla.

$(x - \frac{3}{4})(\frac{1}{2} + \frac{x}{2})$

16. $\frac{x}{2} + \frac{x^2}{2} - \frac{3}{8} - \frac{3x}{8} = \frac{4x + 4x^2 - 3 - 3x}{8} = \underline{\underline{\frac{4x^2 + x - 3}{8}}}$

17 En rektangel har omkretsen 48 cm.

Ange ett uttryck för basen, om höjden är

a) x cm

b) $(10 - x)$ cm

17. a) $2x + 2b = 48 \Rightarrow \underline{b = 24 - x}$

b) $2(10 - x) + 2b = 48$

$10 - x + b = 24 \Rightarrow \underline{b = 14 + x}$

18 Agnes tränar på omskrivning av formler. I en uppgift blir hon osäker på hur hon ska gå vidare.

Hon har skrivit om $\frac{a}{b} = \frac{y}{x}$ till $\frac{ax}{by} = ?$

och har "flyttat" x och y till vänster led helt korrekt, men funderar på vad som blir kvar i höger led.

Hjälp Agnes och förklara för henne hur höger led ska se ut.

18. HL = 1 eftersom den korsvisa förflyttningen av x och y motsvarar en multiplikation resp division av x och y i bägge leden.

19 Visa att $\sqrt{\frac{a}{\sqrt{a}}} = \sqrt[4]{a}$

19.
$$\sqrt[4]{a} = \sqrt{\frac{a}{\sqrt{a}}} = \left(\frac{a}{a^{\frac{1}{2}}}\right)^{\frac{1}{2}} = (a^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{a} = \text{HL} \quad \#$$

20 Bestäm värdet av $\frac{2^{400} + 2^{402}}{2^{399}}$

20.
$$\frac{2^{400} + 2^2 \cdot 2^{400}}{2^{-1} \cdot 2^{400}} = \frac{1 + 2^2}{2^{-1}} = 5 \cdot 2 = \underline{10}$$



Beskriv var på tallinjen som $\sqrt{\frac{x}{y}}$ ligger.

21, $y = 2x$

$$\sqrt{\frac{x}{y}} = \sqrt{\frac{x}{2x}} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \approx \frac{1}{1,414}, \quad y = \frac{2}{3} = \frac{1}{3/2} \Rightarrow \frac{1}{3/2} < \frac{1}{1,414} < 1$$

$\sqrt{\frac{x}{y}}$ ligger strax till höger om y

22 Förenkla

a) $\frac{x^{-10} + x^{-11}}{x^{-10}}$

b) $\left(\frac{xy^2 + xy^2}{x^2y}\right)^{-1}$

22, a) $\frac{x^{-10} + x^{-1} \cdot x^{-10}}{x^{-10}} = 1 + x^{-1} = 1 + \frac{1}{x}$

b) $\frac{x^2y}{xy^2 + xy^2} = \frac{x^2y}{2xy^2} = \frac{x}{2y}$

- 26 En valuta minskade i värde med 18,0% på två dagar på grund av oroligheter i landet. Den första dagen minskade värdet med 8,0%. Hur stor var minskningen den andra dagen?

$$26. \quad 0,92 \cdot x = 0,82 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{0,82}{0,92} = 0,891 \quad \Rightarrow$$

Minskningen den andra dagen var 10,9 %

- 27 a) Välj tre på varandra följande positiva heltal.
- Beräkna produkten av talen.
 - Beräkna skillnaden mellan det mellersta talet upphöjt till 3 och det mellersta talet.
- b) Upprepa a) med tre nya tal.
- c) Låt det mellersta tal vara x och visa att sambandet alltid gäller för tre på varandra följande tal.

$$27. \quad a) \quad 5, 6, 7$$
$$5 \cdot 6 \cdot 7 = 210$$
$$6^3 - 6 = 6(36 - 1) = 210$$

$$b) \quad 3, 4, 5$$
$$3 \cdot 4 \cdot 5 = 60$$
$$4^3 - 4 = 4(16 - 1) = 60$$

$$c) \quad x-1, x, x+1$$
$$(x-1)x(x+1) = x^3 - x$$

- 28 Avståndet mellan solen och jorden är $1,5 \cdot 10^8$ km. Ljusets hastighet i rymden är $3,0 \cdot 10^8$ m/s.
Hur lång tid tar det för ljuset att färdas denna sträcka? Svara i minuter.

$$28. \quad t = \frac{1,5 \cdot 10^{11}}{3 \cdot 10^8} = 0,5 \cdot 10^3 = 500 \text{ s} = \underline{8,3 \text{ min}}$$

- 29 Tidsvinsten per mil, t min, när du ökar hastigheten från a km/h till b km/h kan beräknas med formeln $t = \frac{600}{a} - \frac{600}{b}$
- a) Gör man lika stor tidsvinst då man ökar från 15 km/h till 20 km/h som då man ökar från 20 km/h till 25 km/h?
- b) Totte ökade till 30 km/h och sparade då 4 min per mil. Vilken hastighet hade Totte innan fartökningen?
- c) Visa att formeln gäller.

$$29. \quad a) \quad t_1 = \frac{600}{15} - \frac{600}{20} = \frac{4 \cdot 600 - 3 \cdot 600}{60} = 10 \text{ min}$$

$$t_2 = \frac{600}{20} - \frac{600}{25} = \frac{5 \cdot 600 - 4 \cdot 600}{100} = 6 \text{ min}$$

$$\underline{t_1 \neq t_2 \Rightarrow \text{Nej!}}$$

$$b) \quad \frac{600}{a} - \frac{600}{30} = 4 \Rightarrow a = \frac{600}{4 + \frac{600}{30}} = \underline{25 \text{ km/h}}$$

$$c) \quad t = \frac{10 \text{ km}}{\frac{a \text{ km}}{60 \text{ min}}} - \frac{10 \text{ km}}{\frac{b \text{ km}}{60 \text{ min}}} = \frac{600}{a} - \frac{600}{b} \text{ min}$$

- 30 Astrid arbetar lika många timmar varje dag och hennes timlön är hela tiden densamma. Ella arbetar 25% längre tid per dag än Astrid. Ella tjänar lika mycket på 6 dagar som Astrid gör på 5 dagar. Jämför Ellas och Astrids timlön.

$$30. \quad t_E = 1,25 t_A$$

$$L_E \cdot 6 = L_A \cdot 5$$

$$\frac{L_E \cdot 6}{t_E} = \frac{L_A \cdot 5}{1,25 t_A} \Rightarrow$$

$$\frac{L_E}{t_E} = \frac{5}{6 \cdot 1,25} \cdot \frac{L_A}{t_A}$$

$$\frac{L_E}{t_E} = \frac{2}{3} \cdot \frac{L_A}{t_A}$$

Ellas timlön är $\frac{2}{3}$ av Annas timlön

31 Lina jämför olika träningskostnader.

	Kostnad
Engångsbiljetter	80 kr/biljett
Klippkort	Medlemsavgift 150 kr samt 55 kr/biljett
Årskort	1 750 kr (inkl. medlemsavgift)

Undersök för hur många träningstillfällen de olika alternativen är billigast.

$$31. \quad ① \quad 80x = 55x + 150$$

$$25x = 150$$

$$x = 6$$

$$② \quad 80x = 1750$$

$$x = 21.875$$

$$③ \quad 1750 = 55x + 150$$

$$x = 29.09$$

① Klippkort blir billigare än engångsbiljetter vid fler än 6 besök.

② Årskort blir billigare än engångsbiljetter vid fler än 21 besök.

③ Årskort blir billigare än klippkort vid fler än 29 besök.

32 Här nedan finns ett mönster av tal.

Rad	Mönster
1 →	1
2 →	3 5
3 →	7 9 11
4 →	13 15 17 19
5 →	21 23 25 27 29
osv.	- - - - -

- a) Ange för rad 4:
Hur många tal?
Vilket medelvärde?
Summan av talen?
- b) Ange för rad n :
Hur många tal?
Vilket medelvärde?
Summan av talen?
- c) Hur stor är summan av talen i rad 100?

32, a) 4 tal

$$mv = 16$$

$$summan = 13 + 15 + 17 + 19 = 64 \quad (4 \cdot 16)$$

b) n tal

$$mv = n^2$$

$$summan = n \cdot n^2 = n^3$$

c) $summan = 100^3 = 1\,000\,000$

33 Hur många siffror är det i talet?

- a) 10^{2010} b) 100^{2010} c) 200^{2010}

33.

a) 2011 siffror (2010 nollor och en etta)

b) $100^{2010} = (10^2)^{2010} = 10^{4020} \Rightarrow$ 4021 siffror

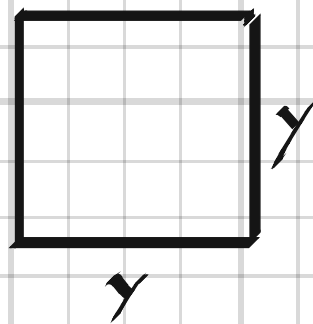
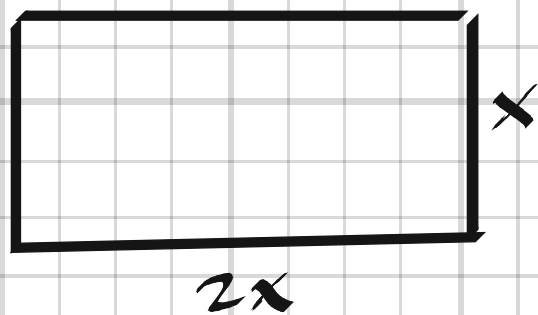
c) $200^{2010} = 10^{\lg 200^{2010}} = 10^{2010 \cdot \lg 200} \approx 10^{4625} \Rightarrow$ 4626 siffror

(Logaritmer tillhör egentligen Ma2)

34 I en rektangel är basen dubbelt så lång som höjden. Rektangeln har samma omkrets som en kvadrat.

Visa att förhållandet mellan kvadratens area och rektangelns area är 9:8.

34.



Samma omkrets: $6x = 4y \Rightarrow y = \frac{3x}{2}$

Rektangelns area: $2x^2$

Kvadratens area: y^2

$$\frac{y^2}{2x^2} = \frac{\left(\frac{3x}{2}\right)^2}{2x^2} = \frac{\frac{9}{4}}{2} = \frac{9}{8} = 9:8 \quad \#$$