

2121 Skriv i potensform med basen 2

det tal som är

a) dubbelt så stort som 2^8

b) hälften så stort som 2^8 .

2121 a) $2 \cdot 2^8 = \underline{\underline{2^9}}$

b) $\tilde{2} \cdot 2^8 = \underline{\underline{2^7}}$

2122 Freja påstår att $4^2 + 4^2 + 4^2$ kan skrivas 4^6 .

a) Förklara varför det är fel.

b) Hur kan $4^2 + 4^2 + 4^2$ skrivas kortare?

2122 a) $4^6 = 4^2 \cdot 4^2 \cdot 4^2 \neq 4^2 + 4^2 + 4^2$

b) $\underline{\underline{3 \cdot 4^2}}$

2123 Lös ekvationerna.

a) $7^{3x} \cdot 7^2 = 7^{14}$

b) $3 \cdot 3^{4x} = 3^{2x} \cdot 3^5$

c) $6^5 \cdot 6^8 = 6^{4+x}$

d) $6^{2x} = (6^4)^5$

2123 a) $3x + 2 = 14 \Rightarrow \underline{\underline{x = 4}}$

b) $1 + 4x = 2x + 5 \Rightarrow \underline{\underline{x = 2}}$

c) $5 + 8 = 4 + x \Rightarrow \underline{\underline{x = 9}}$

d) $2x = 20 \Rightarrow \underline{\underline{x = 10}}$

2124 Förenkla

a) $4ab^2 \cdot (-3a^3b)$ c) $(-3a)^2 \cdot (-2a^2)$
b) $\frac{5x^2}{(5x)^2}$ d) $\left(\frac{2a^2}{b^3}\right)^2$

2124.

a) $-12a^4b^3$ c) $9(-2) \cdot a^2 \cdot a^2 = -18a^4$

b) $\frac{5}{25} = \underline{\frac{1}{5}}$ d) $\frac{4a^4}{b^6}$

2125 Om $b^2 = 5$, vad är då $(3b)^2$?

2125. $(3b)^2 = 9b^2 = 9 \cdot 5 = \underline{45}$

2126 a) Beräkna $\left(\frac{2}{5}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^3$

b) Förenkla $\frac{(3x)^2 - 2x^2}{7} - \frac{x^2}{28}$

2126.

a) $\frac{4}{25} - \frac{1}{8} = \frac{4 \cdot 8 - 1 \cdot 25}{25 \cdot 8} = \underline{\frac{7}{200}}$

b) $\frac{(9x^2 - 2x^2) \cdot 4 - x^2}{28} = \underline{\frac{27x^2}{28}}$

2127 Vilket tal är x ?

- a) $2^x \cdot 4 = 2^{15}$ c) $2^x = 4 \cdot 2^{1000}$
b) $\frac{8^2}{2^x} = 4$ d) $3^x = 3^{300} + 3^{300} + 3^{300}$

2127. a) $2^x \cdot 2^2 = 2^{15} \Rightarrow x+2=15 \Rightarrow x = 13$

b) $2^6 \cdot 2^{-x} = 2^2 \Rightarrow 6-x=2 \Rightarrow x = 4$

c) $2^x = 2^2 \cdot 2^{1000} \Rightarrow x = 1002$

d) $3^x = 3 \cdot 3^{300} \Rightarrow x = 301$

2128 Förenkla $\frac{(x^a)^b}{2x^{ba}}$

2128. $\frac{x^{2ab}}{2x^{ab}} = \frac{x^{ab}}{2}$

2144 Vilket värde har x ?

- a) $2^x \cdot 2^{12} = 2^9$ c) $10^x / 10^6 = 10^{-5}$
b) $(3^2)^x = 3^{-14}$ d) $10^3 / 10^x = 10^5$

2144. a) $x+12=9 \Rightarrow x=-3$

b) $2x = -14 \Rightarrow x=-7$

c) $x-6 = -5 \Rightarrow x=1$

d) $3-x = 5 \Rightarrow x=-2$

2145 Beräkna och svara i grundpotensform.

- a) $3 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^6$
- b) $(3 \cdot 10^6)^2$
- c) $4 \cdot 10^{12} \cdot 5 \cdot 10^{-7}$
- d) $2,5 \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 10^{-2} \cdot 4 \cdot 10^{-3}$

Kontrollera med ditt digitala verktyg.

2145,

$$a) \underline{6 \cdot 10^{11}}$$

$$c) 20 \cdot 10^5 = \underline{2 \cdot 10^6}$$

$$b) \underline{9 \cdot 10^{12}}$$

$$d) 50 \cdot 10^{-2} = \underline{5 \cdot 10^1}$$

2146 Beräkna och svara i grundpotensform.

$$a) \frac{2 \cdot 10^3 \cdot 6 \cdot 10^8}{4 \cdot 10^5}$$

$$b) \frac{120 \cdot 10^8}{6 \cdot 10^2 \cdot 2 \cdot 10^{10}}$$

$$c) \frac{(2 \cdot 10^3)^3}{(2 \cdot 10^3)^2}$$

$$d) \frac{35 \cdot (10^4)^2}{5 \cdot 10^{-3} \cdot 10}$$

Kontrollera med ditt digitala verktyg.

$$2146, \quad a) \frac{3 \cdot 10^{11}}{10^5} = \underline{3 \cdot 10^6}$$

$$b) \frac{10 \cdot 10^8}{10^{12}} = \underline{1 \cdot 10^{-3}}$$

$$c) \frac{8 \cdot 10^9}{4 \cdot 10^6} = \underline{2 \cdot 10^3}$$

$$d) \frac{7 \cdot 10^8}{10^{-2}} = \underline{7 \cdot 10^{10}}$$

2147 Vad menar vi med 3^0 ?

Jimmy svarar:

"Det är noll treor, alltså blir det 0."

Zoreh svarar:

"3:an har ingen exponent, därför blir det 3."

Förklara varför båda har fel.

2147.

$$\underline{\underline{3^0 = 1}}$$

Alla tal fört upphöjt med blir 1.

2148 Ett år var Sveriges bruttonationalprodukt (BNP) $5,020 \cdot 10^{12}$ kr.

Samma år hade ett svenskt företag en omsättning som motsvarade 1,63% av BNP.

Hur stor var omsättningen?

Svara i grundpotensform.

2148.

$$0,0163 \cdot 5,020 \cdot 10^{12} = \underline{\underline{8,18 \cdot 10^{10} \text{ kr}}}$$

2149 Talet $a = 4 \cdot 10^6$. Vilket tal är

- a) hälften så stort som a
- b) a upphöjt till 2
- c) 4 gånger så stort som a ?

2149.

a) $0,5a = 0,5 \cdot 4 \cdot 10^6 = \underline{\underline{2 \cdot 10^6}}$

b) $a^2 = (4 \cdot 10^6)^2 = \underline{\underline{16 \cdot 10^{12}}}$

c) $4a = 4 \cdot 4 \cdot 10^6 = \underline{\underline{16 \cdot 10^6}}$

$$\begin{aligned} 3^2 &= 9 & \downarrow & \div 3 \\ 3^1 &= 3 & \downarrow & \div 3 \\ 3^0 &= 1 & \downarrow & \div 3 \\ 3^{-1} &= \frac{1}{3} & \downarrow & \div 3 \\ 3^{-2} &= \frac{1}{9} & \downarrow & \div 3 \end{aligned}$$

2150 Förenkla och svara i enklaste form.

a) $\frac{3^{-1} \cdot 2}{3^{-2} \cdot 2^2}$

c) $-4^{-2} - 2^{-3}$

b) $\frac{5^{-1} \cdot 4^0}{4^{-1} \cdot 5}$

d) $\frac{2^{-2} + 2^{-1}}{2^1 + 2^0}$

2150

a) $3^{-1+2} \cdot 2^{1-2} = 3 \cdot 2^{-1} = \underline{\underline{\frac{3}{2}}}$

b) $5^{-1-1} \cdot 4^{0+1} = \frac{1}{5^2} = \underline{\underline{\frac{1}{25}}}$

c) $-\frac{1}{4^2} - \frac{1}{2^3} = -\frac{1}{16} - \frac{1}{8} = \frac{-1-1 \cdot 2}{16} = \underline{\underline{-\frac{3}{16}}}$

d) $\frac{\frac{1}{4} + \frac{1}{2}}{2+1} = \frac{\frac{1+1 \cdot 2}{4}}{3} = \frac{3}{4 \cdot 3} = \underline{\underline{\frac{1}{4}}}$

2151 Beräkna

a) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{4}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{5}\right)^{-1}$

b) $\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 2^{-4} - \frac{1}{2^3}$

2151 a) $2+3+4+5 = \underline{\underline{14}}$

b) $\frac{1}{4} + \frac{1}{16} - \frac{1}{8} = \frac{4+1-2}{16} = \underline{\underline{\frac{3}{16}}}$

2152 Bestäm x om $5^{2-3x} = 1/25$

$$2152, \quad 5^{2-3x} = 5^{-2} \Rightarrow 2-3x = -2 \Rightarrow x = \frac{4}{3}$$

2153 Förenkla

a) $\left(\frac{a^{-2}}{b^5}\right)^{-3}$

b) $\frac{5a^2b}{a^4} \cdot \left(\frac{a^{-3}}{b}\right)^{-2}$

$$2153, \quad a) \quad \frac{a^6}{b^{-15}} = \underline{\underline{a^6 b^{15}}}$$

$$b) \quad \frac{\frac{5a^2b}{a^4}}{\frac{a^6}{b^{-2}}} = \frac{5a^2b}{a^4} \cdot \frac{1}{a^6 b^2} = \underline{\underline{\frac{5}{a^8 b}}}$$

2154 Samir ska motivera definitionerna av 5^0 och 5^{-x} .

Slutför hans resonemang, om han börjar med multiplikationsregeln så här:

a) $5^0 \cdot 5^x =$

b) $5^x \cdot 5^{-x} =$

$$2154, \quad a) \quad 5^0 \cdot 5^x = 5^{x+0} = 5^x \Rightarrow 5^0 = 1$$

$$b) \quad 5^x \cdot 5^{-x} = 5^{x-x} = 5^0 = 1 \Rightarrow 5^{-x} = \frac{1}{5^x}$$

2164 x är större än 1.

Vilket eller vilka alternativ ger samma värde på uttrycken $x^m x^n$ och $(x^m)^n$?

A $m = 1/2, n = 2$

B $m = 1, n = 1$

C $m = 1/2, n = -1/2$

D $m = 2, n = 2$

(HP)

2164. $x^m x^n = x^{m+n}$ $(x^m)^n = x^{m \cdot n} \Rightarrow$

$$m+n = m \cdot n$$

A: $\frac{1}{2} + 2 \neq \frac{1}{2} \cdot 2$

B: $1+1 \neq 1 \cdot 1$

C: $\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \neq \frac{1}{2} \cdot (-\frac{1}{2})$

D: $2+2 = 2 \cdot 2 \quad \leftarrow$

2165 a) Paul påstår att $x^5 \cdot y^5$ kan skrivas $(xy)^5$.

Stämmer det? Motivera.

b) Skriv $4^3 \cdot 2^3$ som en potens.

2165.

a) $(xy)^5 = xy \cdot xy \cdot xy \cdot xy \cdot xy = x^5 \cdot y^5 \Rightarrow$

Ja, det stämmer.

b) $4^3 \cdot 2^3 = (4 \cdot 2)^3 = 8^3$

2166 Lös ekvationerna.

a) $6^{x+3} = 36$

b) $5^{6x} = 125$

2166. a) $6^{x+3} = 6^2 \Rightarrow x+3 = 2 \Rightarrow x = -1$

b) $5^{6x} = 5^3 \Rightarrow 6x = 3 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$

2167 Skriv som en potens av 3.

a) $\frac{1}{81}$

b) $\frac{9}{27}$

c) $\frac{3^{12}}{9^8}$

2167. a) $\frac{1}{3^4} = 3^{-4}$ b) $\frac{3^2}{3^3} = 3^{-1}$ c) $\frac{3^{12}}{(3^2)^8} = 3^{-4}$

2168 Är förenklingen rätt eller fel? Motivera.

a) $\frac{1}{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}$ kan förenklas till 3^{-4}

b) $5 + 5 + 5 + 5$ kan förenklas till 5^4

c) $(3x)^0 + 3x^0$ kan förenklas till 4

d) $2 \cdot 2^3$ kan förenklas till 4^3

2168. a) Rätt. $\frac{1}{3^4} = 3^{-4}$

b) Fel. $4 \cdot 5 \neq 5^4$

c) Rätt. $3^0 x^0 + 3 \cdot x^0 = 1 + 3 = 4$

d) Fel. $2 \cdot 2^3 = 2^4 = (2^2)^2 = 4^2 \neq 4^3$

2169 a) Bestäm värdet av ab om $5^a = 25^{1/b}$

b) Visa att $\left(\frac{2x}{3}\right)^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2$ kan skrivas $\left(\frac{5x}{6}\right)^2$

2169, a) $5^a = 25^{1/b}$

$$5^a = 5^{2/b} \Rightarrow a = \frac{2}{b} \Rightarrow ab = 2$$

b) $\left(\frac{2x}{3}\right)^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2 = \frac{4x^2}{9} + \frac{x^2}{4} = \frac{16x^2 + 9x^2}{36} = \left(\frac{5x}{6}\right)^2$

2170 Skriv talen i storleksordning med det minsta talet först.

$$2^{24} \quad 3^{18} \quad 4^{15} \quad 5^6$$

2170, $2^{24} = (2^4)^6 = 16^6$

$$3^{18} = (3^3)^6 = 27^6$$

$$4^{15} = 4^3 \cdot 4^{12} = (4^{1/2})^6 \cdot (4^2)^6 = (2 \cdot 16)^6 = 32^6$$

$$5^6 < 16^6 < 27^6 < 32^6 \Rightarrow$$

$$5^6 < 2^{24} < 3^{18} < 4^{15}$$

- 2171 a) Skriv om 6^{200} med exponenten 100.
 b) Skriv om 2^{500} med exponenten 100.
 c) Vilket tal är störst, 6^{200} eller 2^{500} ?

2171. a) $6^{200} = (6^2)^{100} = \underline{\underline{36^{100}}}$

b) $2^{500} = (2^5)^{100} = \underline{\underline{32^{100}}}$

c) $36^{100} > 32^{100} \Rightarrow \underline{\underline{6^{200} > 2^{500}}}$

- 2172 Vilket tal är störst? Motivera ditt svar.

a) 2^{300} eller 3^{200} b) 10^{120} eller 4^{180}

2172. a) $2^{300} = (2^3)^{100} = 8^{100}$ $3^{200} = (3^2)^{100} = 9^{100}$ } $\Rightarrow \underline{\underline{3^{200} > 2^{300}}}$

b) $10^{120} = (10^2)^{60} = 100^{60}$ $4^{180} = (4^3)^{60} = 64^{60}$ } $\Rightarrow \underline{\underline{10^{120} > 4^{180}}}$

2215 Bestäm

a) $\sqrt{10000}$

d) $\sqrt{3600}$

b) $\sqrt{0,81}$

e) $\sqrt{0,04}$

c) $\sqrt{\frac{1}{4}}$

f) $\sqrt{\frac{9}{49}}$

2215. a) $\sqrt{10000} = (10^4)^{1/2} = 10^2 = \underline{100}$

b) $\sqrt{0,81} = (0,9^2)^{1/2} = \underline{0,9}$

c) $\sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2}$

d) $\sqrt{3600} = (60^2)^{1/2} = \underline{60}$

e) $\sqrt{0,04} = (0,2^2)^{1/2} = \underline{0,2}$

f) $\sqrt{\frac{9}{49}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{49}} = \frac{3}{7}$

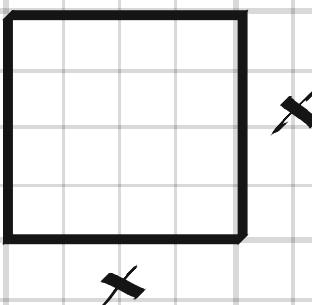
2216 En lekplats på 45 m^2 har en kvadratisk form. Man vill bygga ett staket längs tre sidor av lekplatsen.

Hur långt blir staketet?

2216. $x^2 = 45$

$$x = \pm \sqrt[2]{45}$$

$$3x = 3 \cdot \sqrt[2]{45} \approx \underline{20,1 \text{ m}}$$



2217 Bestäm

a) $10\sqrt{49} - (2\sqrt{9})^2$

b) $4\sqrt{13+12} - 3\sqrt{13-12}$

c) $(\sqrt{0,01} \cdot \sqrt{0,09})^2$

d) $\sqrt{26 - \sqrt{92 + \sqrt{64}}}$

Kontrollera dina svar med digatalt verktyg.

2217. a) $10 \cdot 7 - 4 \cdot 9 = 70 - 36 = \underline{\underline{34}}$

b) $4 \cdot 5 - 3 \cdot 1 = \underline{\underline{17}}$

c) $0,01 \cdot 0,09 = 0,09 \cdot 10^{-2} = \underline{\underline{9 \cdot 10^{-4}}}$

d) $\sqrt{26 - \sqrt{92 + 8}} = \sqrt{26 - 10} = \sqrt{16} = \underline{\underline{4}}$

2218 Lös ekvationerna.

a) $(y+1)^2 = 49$ b) $(y-2)^2 = 16$

2218. a) $y+1 = \pm 7$

$y_1 = -8, y_2 = 6$

b) $y-2 = \pm 4$

$y_1 = -2, y_2 = 6$

2219 Lös ekvationerna.

a) $(\sqrt{5^{2x}})^2 = \frac{1}{5^3}$

b) $\sqrt{2500} \sqrt{18 - \sqrt{1+3}} = x^2$

c) $\left(\sqrt{\frac{(2x)^2}{\sqrt{25}}} \right)^2 = 5 \cdot 10^2$

2219, a) $5^{2x} = 5^{-3} \Rightarrow 2x = -3 \Rightarrow x = -\frac{3}{2}$

b) $\sqrt{2500} \cdot \sqrt{18-2} = x^2$

$\sqrt{2500} \cdot 4 = x^2$

$50 \cdot 2 = x^2$

$x = \pm 10$

b) $\frac{(2x)^2}{5} = 500$

$4x^2 = 500 \cdot 5$

$x^2 = 125 \cdot 5$

$x^2 = 5^3 \cdot 5 = 5^4$

$x = \pm 5^{4/2} = \pm 25$

Potenser

Följande uppgifter är hämtade från tidigare högskoleprov.
Du får inte använda räknare.

Ett av alternativen A–D är korrekt. Vilket?

- 1 Vilket av svarsalternativen motsvarar uttrycket $x^2 \cdot x \cdot x^4$?

- A x^6
 B x^7
C x^8
D x^{16}

- 2 Vad blir $\frac{(x^2)^4}{x^5}$

- A x^{-12}
B x
C x^3
D x^{11}

- 3 Vad är $\sqrt{0,25}$?

- A 0,05
 B 0,5
C 0,125
D 2

- 4 Om $a^2 = 7$ Vad är då $(3a)^2$?

- A 21
B 42
 C 63
D 147

- 5 Vad är x om $(2^2)^x = 4^4$?

- A 2
 B 4
C 6
D 8

- 6 Vad är $\frac{1,2 \cdot 10^{16} - 4 \cdot 10^{15}}{2 \cdot 10^{13}}$?

- A $-1,4 \cdot 10^{14}$
B $-1,4 \cdot 10^2$
 C 40
D $4 \cdot 10^2$

- 7 Vilket svarsalternativ har samma värde som $5^{-2} - (-2)^{-1}$?

- A $\frac{27}{50}$
B 7^{-3}
C $\frac{1}{9}$
D 27

$$\frac{1}{25} + \frac{1}{2} = \frac{2+25}{50}$$

- 8 Vad är x om $3^{-3x+4} = \frac{1}{9}$?

- A 1
 B 2
C 3
D 4

$$3^{-3x+4} = 3^{-2}$$

- 9 Vilket svarsalternativ är lika med $2^4 \cdot 3^4$?

- A 6^4
B 6^8
C 6^{12}
D 6^{16}

$$(2 \cdot 3)^8$$

- 10 Vad är $4000000 \cdot 0,0000025$?

- A 10^1
B 10^2
C 10^3
D 10^4

$$4 \cdot 10^6 \cdot 25 \cdot 10^{-7}$$

- 11 Vad är $(10\sqrt{5})^2$?

- A 50
B 250
 C 500
D 2500

$$10^2 \cdot 5$$

- 12 x är positivt.

Vad är $x^{k+1} \cdot x^k$?

- A $x^{k(k+1)}$
 B x^{2k+1}
C x
D x^{2k-1}

- 13 Vad är $\sqrt{32} - \sqrt{18}$?

- A $\sqrt{2}$
B $\sqrt{14}$
C $2\sqrt{2}$
D $2\sqrt{7}$

$$\sqrt{2 \cdot 16} - \sqrt{2 \cdot 9} =$$

$$\sqrt{2}(4-3)$$

- 14 Vad är $\frac{\sqrt{3}}{3}$?

- A $\frac{1}{\sqrt{3}}$
B 1
C $\sqrt{3}$
D 3

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}$$

2232 Irene påstår att ekvationen

$$2x^2 + 8 = 0$$

saknar lösning.

Har hon rätt? Motivera ditt svar.

2232, Ja, ekvationen saknar reell lösning
då x^2 alltid är positiv.

2233 Karin placerade 25 000 kr i en fond.

Efter 8 år var värdet 73 000 kr.

Vilken årlig procentuell tillväxt svarar detta mot?

2233, $25000 \cdot x^8 = 73000$

$$x^8 = \frac{73}{25} \Rightarrow x = \left(\frac{73}{25}\right)^{1/8} \approx 1,143 \Rightarrow 14,3\%$$

2234 Vilket tal är störst?

a) $\sqrt{20}$ eller $\sqrt[3]{20}$

b) $5^{1/4}$ eller $5^{1/3}$

Motivera dina svar.

2234, a) $\sqrt{20} > \sqrt[3]{20} \equiv 20^{1/2} > 20^{1/3}$

Exponenten $1/2$ är större än $1/3$

b) $5^{1/3} > 5^{1/4}$

Exponenten $1/3$ är större än $1/4$

2235 Vad är x om

- a) hälften av x^2 är 32
- b) hälften av x^3 är 32
- c) en tredjedel av x^2 är 12?

2235. a) $x^2 = 64 \Rightarrow x = \pm 64^{1/2} = \underline{\pm 8}$

b) $x^3 = 64 \Rightarrow x = 64^{1/3} = \underline{4}$

c) $x^2 = 36 \Rightarrow x = \pm 36^{1/2} = \underline{\pm 6}$

2236 Lös ekvationerna.

- a) $\sqrt{a} = 5$
- b) $3a^{1/2} = 9$
- c) $a^{1/3} = 10^2$
- d) $\frac{4}{a} = \frac{a}{4}$

2236. a) $a^{1/2} = 5 \Rightarrow a = 5^2 = \underline{25}$

b) $a^{1/2} = 3 \Rightarrow a = 3^2 = \underline{9}$

c) $a^{1/3} = 100 \Rightarrow a = 100^3 = \underline{10^6}$

d) $a^2 = 16 \Rightarrow a = \pm 16^{1/2} = \underline{\pm 4}$

- 2237** En person dricker kaffe och får 200 mg koffein i kroppen.
 Mängden koffein i kroppen minskar med lika många procent varje timme och efter 5 timmar är den 100 mg.
 Med hur många procent minskar koffeinmängden per timme?

2237. $200 \cdot x^5 = 100$

$$x^5 = \frac{1}{2}$$

$$x = \left(\frac{1}{2}\right)^{1/5} \approx 0.87 \Rightarrow$$

Koffeinmängden minskar med 13%/h

- 2238** Vilken årlig procentuell tillväxt motsvarar en fördubbling på
 a) två år b) tre år?

2238. a) $x^2 = 2 \Rightarrow x = \sqrt[2]{2} \approx 1,414 \Rightarrow 41,4\%$

b) $x^3 = 2 \Rightarrow x = 2^{1/3} \approx 1,26 \Rightarrow 26,0\%$

- 2239** Lös ekvationerna.
 Svara med två decimaler.
 a) $x^{3/4} = 17$ b) $3x^{3/5} = 36$

2239. a) $x = 17^{4/3} = \underline{\underline{43,71}}$ b) $x = 12^{5/3} = \underline{\underline{62,90}}$

2240 En ny bil köps in för 490 000 kr.

På två år minskar bilens värde med 120 000 kr.

- Beräkna den genomsnittliga årliga procentuella värdeminskningen.
- Hur mycket är bilen värd 5 år efter inköp om den fortsätter att minska i värde med lika många procent per år.

$$2240. \text{ a) } 490\,000 \cdot x^2 = 370\,000$$

$$x = \sqrt[2]{\frac{37}{49}} \approx 0,869 \Rightarrow$$

13% värdeminskning /år

b)

$$490\,000 \cdot 0,869^5 \approx \underline{\underline{243\,000 \text{ kr}}}$$

2241 Bestäm

a) $8^{2/3}$

b) $27^{4/3}$

$$2241. \text{ a) } 8^{4/3} = (8^2)^{1/3} = 64^{1/3} = \underline{\underline{4}}$$

$$\text{b) } 27^{4/3} = (27^{1/3})^4 = 3^4 = \underline{\underline{81}}$$

2242 Visa och förklara varför likheterna gäller.

a) $\sqrt{27} = 3 \cdot \sqrt{3}$ c) $\sqrt{0,75} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

b) $\frac{\sqrt{45}}{\sqrt{5}} = 3$ d) $\sqrt{7} + \sqrt{7} = \sqrt{28}$

2242. a) $VL = \sqrt{27} = \sqrt{3 \cdot 9} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{9} = 3\sqrt{3} = HL$

b) $VL = \frac{\sqrt{45}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5 \cdot 9}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt{9}}{\sqrt{5}} = \sqrt{9} = 3 = HL$

c) $HL = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \sqrt{0,75} = VL$

d) $VL = \sqrt{7} + \sqrt{7} = 2\sqrt{7} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{7} = \sqrt{4 \cdot 7} = \sqrt{28} = HL$

2243 Lös ekvationerna.

a) $x^{2/3} = 16$ c) $x^{\pi} = 13$

b) $x \cdot \sqrt{x} = 5$ d) $(5x)^{3/5} = 21$

2243. a) $x = 16^{3/2} = (16^{1/2})^3 = (\pm 4)^3 = \underline{\pm 64}$

b) $x^{3/2} = 5 \Rightarrow x = 5^{2/3} = \underline{2,92}$

c) $x = 13^{1/\pi} = \underline{2,26}$

d) $5x = 21^{5/3} \Rightarrow x = \frac{21^{5/3}}{5} \approx \underline{31,97}$

2251 Ett schackbräde har 64 rutor. Vi lägger 1 riskorn på första rutan, 2 på andra, 4 på tredje, 8 på fjärde och så vidare.

- Hur många riskorn blir det på sista rutan?
- Skriv ett uttryck för antalet riskorn på ruta nummer n .
- Vilket nummer har rutan med ungefär en halv miljon riskorn?

2251, a) 2^{63} st

b) 2^{n-1}

c) $2^{n-1} = 0.5 \cdot 10^6$

$$2^{n-1} = 2^{-1} \cdot 10^6$$

$$2^n \cdot 2^{-1} = 2^{-1} \cdot 10^6$$

$$2^n = 10^6$$

$n \approx 20$

(utan kunskap om logaritmer
återstår prövning)

2252 Kvadraten på ett tal är 6 mer än talet.

Vilket är talet?

- Teckna en ekvation som löser uppgiften.
- Lös ekvationen och visa att lösningen stämmer.

2252. a) $\underline{x^2 = x + 6}$

b) Geogebra: $\text{Solve}(x^2 = x + 6) \Rightarrow$

$\underline{x_1 = -2, x_2 = 3}$

2253 En akties värde fördubblas på 3,5 år.

Hur stor är den genomsnittliga procentuella värdeökningen per år?

2253. $x^{3,5} = 2$

$$x = 2^{\frac{1}{3,5}} \approx 1,22 \Rightarrow$$

Värdeökningen $\approx 22\%$ per år.

2254 Hur många rötter har ekvationen

$$a^4 - 2a^3 - 20a^2 + 10a + 75 = 0?$$

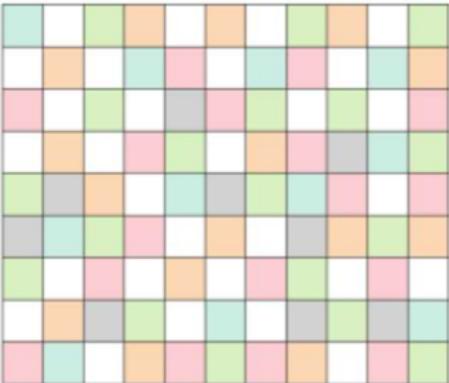
2254. 4 (Likaså många som gradtalet på ekvationen)

2255 Bestäm a så att ekvationen
 $x^2 + ax + 1 = a^2$ har lösningarna
 $x_1 = 1$ och $x_2 = -3$.

$$2255, \quad (x-1)(x+3) = x^2 + ax + 1 - a^2$$

$$x^2 + 2x - 3 = x^2 + ax + 1 - a^2 \Rightarrow a = 2$$

2315



Figuren visar en mur av klossar. Den består av 11 klossar på bredden och 9 på höjden.

Vi minskar höjden med x st och ökar bredden med x st.

- Bestäm antalet klossar från början.
- Skriv ett uttryck för antalet klossar på höjden respektive bredden efter förändringen.
- Janvier påstår att det totala antalet klossar från början är större än antalet efter förändringen för alla värden på x . Stämmer det? Motivera.

$$2315, \quad a) \quad 11 \cdot 9 = 99 \text{ st}$$

$$b) \quad \underline{\text{bredden} = 11+x} \\ \underline{\text{höjden} = 9-x}$$

$$c) \quad (11+x)(9-x) = 99 - 11x + 9x - x^2 = 99 - 2x - x^2$$

Ja, det stämmer ty $99 - 2x - x^2 < 99$

2316 Lös ekvationerna.

- a) $(y-1)(y-2) = (y+3)(y+4)$
b) $(x-1)(x-6) = (4+x)(3+x) - 5x$

2316. a) $y^2 - 2y - y + 2 = y^2 + 4y + 3y + 12$

$$10y = -10$$

$$\underline{\underline{y = -1}}$$

b) $x^2 - 6x - x + 6 = 12 + 4x + 3x + x^2 - 5x$

$$-9x = 6$$

$$\underline{\underline{x = -\frac{2}{3}}}$$

2317 Wilma förenklar

$$5x - (x+3)(x+2)$$
 till
 $5x - x^2 + 2x + 3x + 6.$

- a) Vad gör hon för fel?
b) Visa en korrekt förenkling.

2317. a) Hon har glömt att byta tecken när
det står minus framför parantesen.

b) $5x - (x+3)(x+2) = 5x - (x^2 + 2x + 3x + 6) =$
 $= 5x - x^2 - 5x - 6 = \underline{\underline{-x^2 - 6}}$

2318 Utveckla produkterna och förenkla.

- a) $5x^2 + 3(x+5)(x-3)$
- b) $3x - (3-2x)(4x+2)$

2318. a) $5x^2 + 3(x^2 - 3x + 5x - 15) =$
 $= 5x^2 + 3x^2 + 6x - 45 = \underline{\underline{8x^2 + 6x - 45}}$

b) $3x - (12x + 6 - 8x^2 - 4x) =$
 $= 3x - 8x - 6 + 8x^2 = \underline{\underline{8x^2 - 5x - 6}}$

2319 Förenkla uttrycken.

- a) $7b^2 + 2b(b+a)$
- b) $x(6+y) + 3yx - 4x^2$
- c) $5a^2 + 3ba - a(4a+1) - 3ab$
- d) $a + 1,5ba - a(b+1)$
- e) $8 - 2ab - b(3 - 3a)$

2319. a) $7b^2 + 2b^2 + 2ab = \underline{\underline{9b^2 + 2ab}}$

b) $bx + xy + 3yx - 4x^2 = -4x^2 + \underline{\underline{4xy + bx}}$

c) $5a^2 + 3ba - 4a^2 - a - 3ab = \underline{\underline{a^2 - a}}$

d) $a + 1,5ba - ab - a = \underline{\underline{0,5ab}}$

e) $8 - 2ab - 3b + 3ab = \underline{\underline{ab - 3b + 8}}$

2320 Värdet av uttrycket $x^2 - x(x-3) - x$
är alltid dubbelt så stort som det värde
på x man sätter in i uttrycket.

- Visa att det stämmer för $x = 5$.
- Visa att det stämmer för alla x .

2320. $x^2 - x(x-3) - x = 2x$

a) VL = $5^2 - 5(5-3) - 5 = 25 - 10 - 5 = 10$

HL = $2 \cdot 5 = 10$

b) VL = $x^2 - x^2 + 3x - x = 2x = HL \quad \#$

2321 Multiplisera uttrycken och förenkla.

a) $\frac{y}{2}(y-1) + y$

b) $\left(\frac{x}{2} + 3\right)\left(\frac{x}{2} + 1\right)$

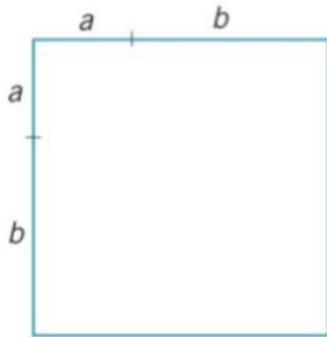
2321. a) $\frac{y^2}{2} - \frac{y}{2} + y = \underline{\underline{\frac{y^2+y}{2}}}$

b) $\frac{x^2}{4} + \frac{x}{2} + \frac{3x}{2} + 3 = \underline{\underline{\frac{x^2+8x+12}{4}}}$

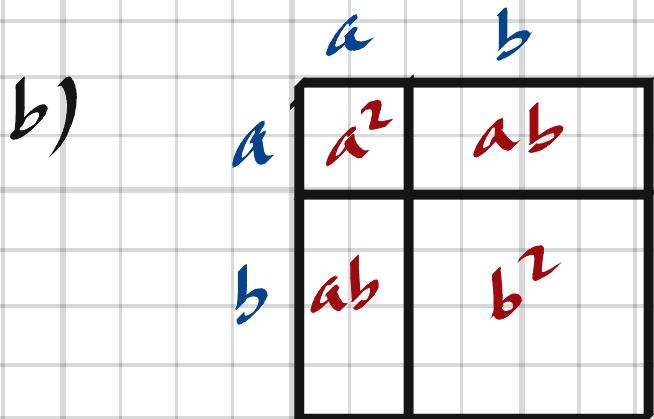
2322 a) Skriv $(a + b)^2$ som en summa av termer.

b) En kvadrat med sida $a + b$ har arean $(a + b)^2$.

Använd figuren för att visa hur arean kan skrivas som en summa av termer.



$$2322, \text{ a) } (a+b)(a+b) = a^2 + 2ab + b^2$$



2323 Förenkla uttryckena.

a) $3\left(x - \frac{y}{3}\right)\left(2y + \frac{1}{3}\right)$

b) $\frac{(x/2 - y)(y - x/2)}{2}$

$$2323, \text{ a) } 3\left(2xy + \frac{x}{3} - \frac{2y^2}{3} - \frac{y}{9}\right) = -2y^2 - \frac{y}{3} + 6xy + x$$

$$\text{b) } \frac{\frac{xy}{2} - \frac{x^2}{4} - y^2 + \frac{xy}{2}}{2} = \frac{xy}{2} - \frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{2}$$

2324 Förenkla uttrycken.

a) $(a - b - d)(d - b)$

b) $(d - b)(a + b - d)$

2324. a) $ad - ab - bd + b^2 - d^2 + bd = \underline{\underline{b^2 - d^2 - ab + ad}}$

b) $ad + bd - d^2 - ab - b^2 + bd = \underline{\underline{2bd - ab + ad - b^2 - d^2}}$

2325 En kvadrat har sidan x och en rektangel har sidorna $(x + a)$ och $(x - a)$.

Finns det något positivt värde på a så att kvadraten och rektangeln har samma area?
Motivera ditt svar.

2325. $x^2 = (x+a)(x-a)$

$$x^2 = x^2 - a^2$$

$$a = 0 \Rightarrow \underline{\text{Nej}}$$

2326 Följande gäller

$$(x - 1)(\ ?) = x^3 + x^2 - 2$$

Uttrycket i parentesen kan skrivas
 $ax^2 + bx + c$

Bestäm konstanterna a, b och c .

2326. $(x - 1)(ax^2 + bx + c) = ax^3 + bx^2 + cx - ax^2 - bx - c =$

$$= ax^3 + (b - a)x^2 + (c - b)x - c \Rightarrow$$

$$\underline{\underline{a = 1, b = 2, c = 2}}$$

2341 Vilka uttryck är lika?

A $2(-a + 5b)$

C $-2a + 10b$

B $\frac{20b - 4a}{2}$

D $-4\left(\frac{a}{2} - \frac{5b}{2}\right)$

2341. A: $-2a + 10b$

B: $10b - 2a = -2a + 10b$

C: $-2a + 10b$

D: $-2a + 10b$

Alla är lika

2342 Förenkla så långt som möjligt.

a) $\frac{x + 8x}{3x}$

b) $\frac{5y}{y - 5y - 6y}$

2342.

a) $\frac{x(1+8)}{3x} = \frac{9}{3} = 3$

b) $\frac{5y}{y(1-5-6)} = \frac{5}{-10} = -\frac{1}{2}$

2343 Vilka uttryck kan förenklas och till vad?

A $(2a + 8)/8$

C $\frac{2(a + a)}{a^2}$

B $\frac{a}{a + a + a}$

D $\frac{a + 4}{a}$

2343.

A: $\frac{a+4}{4}$

C: $\frac{4a}{a^2} = \frac{4}{a}$

B: $\frac{a}{3a} = \frac{1}{3}$

D: $\frac{a+4}{a}$ (färdig förenklat)

2344 Förenkla uttrycken.

a) $\frac{3(18a - 3)}{9}$

c) $\frac{12b^2 - 4b^2}{2b}$

b) $\frac{a^2 + 3a}{2a}$

d) $\frac{ab + 3b^2}{ab}$

2344. a) $\frac{18a - 3}{3} = \underline{\underline{6a - 1}}$

b) $\frac{a(a+3)}{2a} = \underline{\underline{a+3}}$

c) $\frac{4b^2(3-1)}{2b} = \underline{\underline{4b}}$

d) $\frac{b(a+3b)}{ab} = \underline{\underline{\frac{a+3b}{a}}}$

2345 Förenkla uttrycket $\frac{3x-y}{4}$
om $y = 5 - a^2$ och $x = a^2 - 1$.

2345. $\frac{3x-y}{4} = \frac{3(a^2-1) - (5-a^2)}{4} = \frac{3a^2-3-5+a^2}{4} = \underline{\underline{a^2-2}}$

2346 Bryt ut största möjliga faktor.

a) $5x + 25x^2y$

c) $18xy^2 - 9x^2y$

b) $6a^2 - 3ab^2$

d) $4ab + 8ab^3 - 2ba^2$

2346. a) $\underline{\underline{5x(1+5xy)}}$

c) $\underline{\underline{9xy(2y-x)}}$

b) $\underline{\underline{3a(2a-b^2)}}$

d) $\underline{\underline{2ab(2+4b^2-a)}}$

2347 Skriv som en produkt av två faktorer.

- a) $a(a-b) + 2a(b-a)$
- b) $3a^2(a-2) - a(a^2 + 1)$

2347. a) $a(a-b) - 2a(a-b) = (a-b)(a-2a) =$
 $a(a-b)(1-2) = \underline{\underline{a(b-a)}}$

b) $3a^3 - 6a^2 - a^3 - a = 2a^3 - 6a^2 - a = \underline{\underline{a(2a^2 - 6a - 1)}}$

2348 a) Beräkna värdet av uttrycket

$$\frac{10ab + 15a^2b}{2ab + 3ba} \text{ om } a = 2 \text{ och } b = -2.$$

b) Förenkla uttrycket i a) och sätt in
 $a = 2$ och $b = -2$ som kontroll.

2348. a) $\frac{10 \cdot 2 \cdot (-2) + 15 \cdot 2^2 \cdot (-2)}{2 \cdot 2 \cdot (-2) + 3 \cdot (-2) \cdot 2} = \frac{-40 - 120}{-8 - 12} = \frac{160}{20} = \underline{\underline{8}}$

b) $\frac{10ab + 15a^2b}{2ab + 3ba} = \frac{5ab(2+3a)}{5ab} = 2+3a = 2+3 \cdot 2 = \underline{\underline{8}}$

2349 "Välj ett tal, multiplicera talet med fyra och addera tolv till produkten. Halvera din summa och subtrahera sedan med ett tal sex större än det ursprungliga talet. Din slutliga differens är ditt ursprungliga tal."

Ställ upp ett uttryck och visa att ovanstående text stämmer.

2349. $\frac{4x + 12}{2} - (x + 6) = 2x + 6 - x - 6 = x \quad \#$

2350 Nigel påstår att uttrycket

$$\frac{a-8}{8-a}$$
 kan förenklas till -1 .

Stämmer det? Förklara.

2350. Ja, det stämmer ty $\frac{a-8}{8-a} = \frac{a-8}{-(a-8)} = -1$

2351 Förenkla så långt som möjligt.

$$\frac{10a^3 - 25ab}{5b^2 - 2a^2b}$$

2351. $\frac{5a(2a^2 - 5b)}{b(5b - 2a^2)} = \frac{5a(2a^2 - 5b)}{-b(2a^2 - 5b)} = -\frac{5a}{b}$

Aktivitet - Förenkla med digitalt verktyg

- 1 Förenkla följande uttryck för hand och undersök sedan hur ditt digitala verktyg förenklar. Kontrollera om svaren överensstämmer.
- a) $8 + 2x - 5 + 9x$ b) $5y + 2 + y^2 - 6y$ c) $a + 2a^2 + 7 - 3a^2$
- I vilken ordning skriver ditt verktyg termerna i svaret?

Förenkla $(2x + 4x)$
→ $6x$

f(x) = Simplify($8 + 2x - 5 + 9x$)
→ $11x + 3$

g(y) = Simplify($5y + 2 + y^2 - 6y$)
→ $y^2 - y + 2$

h(a) = Simplify($a + 2a^2 + 7 - 3a^2$)
→ $-a^2 + a + 7$

+

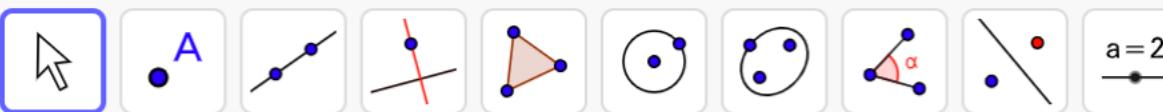
Input...

2 Förenkla följande uttryck för hand och undersök sedan hur ditt verktyg förenklar. Kontrollera att svaren överensstämmer.

Ett uttryck som $\frac{4x + 6}{2}$ måste skrivas in med parenteser: $(4x + 6)/2$

- a) $\frac{4x + 6}{2}$ b) $4y - 6/2$ c) $\frac{5x + 8}{2}$ d) $\frac{a - 2}{2}$

z,



$$f(x) = \text{Simplify}\left(\frac{4x + 6}{2}\right)$$

⋮

$$g(y) = \text{Simplify}\left(4y - \frac{6}{2}\right)$$

⋮

$$h(x) = \text{Simplify}\left(\frac{5x + 8}{2}\right)$$

⋮

$$\rightarrow \frac{5}{2}x + 4$$



$$j(a) = \text{Simplify}\left(\frac{a - 2}{2}\right)$$

⋮

$$\rightarrow \frac{a - 2}{2}$$



Input...

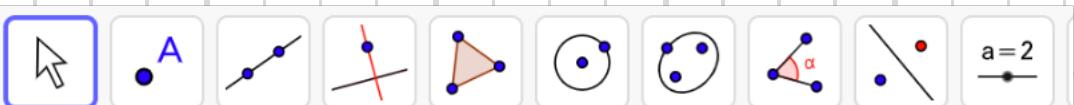


3 Multiplisera in faktorerna och förenkla uttrycken för hand.

Undersök sedan hur ditt verktyg förenklar och jämför svaren.

a) $5(7 + 2y) - 3(y - 8)$ b) $4a - a(5 - a)$ c) $5x(x - y) - x(y - x)$

3.



f(y) = Simplify($5(7 + 2y) - 3(y - 8)$)

→ $7y + 59$

g(a) = Simplify($4a - a(5 - a)$)

→ $a^2 - a$

a(x, y) = Simplify($5x(x - y) - x(y - x)$)

→ $-6x(y - x)$

+

Input...

⋮

⋮

⋮

4 Multiplisera in

$3(x + 2) = 3x + 6$

Bryta ut

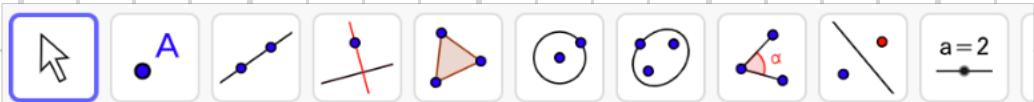
Faktorisera ($3x + 6$)

→ $3(x + 2)$

Faktorisera genom att bryta ut, först för hand och sedan med ditt verktyg. Jämför svaren.

- a) $4x + 8$ b) $x^2 + 3x$ c) $6a - 6$ d) $2ab - 4b$

4.



f(x) = Factor($4x + 8$)

→ $4(x + 2)$

g(x) = Factor($x^2 + 3x$)

→ $x(x + 3)$

h(a) = Factor($6a - 6$)

→ $6(a - 1)$

j(a, b) = Factor($2ab - 4b$)

→ $2b(a - 2)$

+

5 a) Förenkla $\frac{117x^2 + 78x^3 - 195x}{13x}$

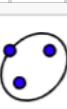
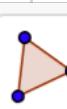
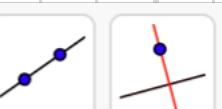
b) Bryt ut så mycket som möjligt $153x^5 - 221x^3$

c) Förenkla $\frac{x^2 + 2x + 1}{x + 1}$

5.



A



a=2

f(x) = Simplify $\left(\frac{117x^2 + 78x^3 - 195x}{13x}\right)$

→ $6x^2 + 9x - 15$

g(x) = Factor $(153x^5 - 221x^3)$

→ $17x^3(9x^2 - 13)$

h(x) = Simplify $\left(\frac{x^2 + 2x + 1}{x + 1}\right)$

→ $x + 1$

+

2364 Daghjemmet Blåklockan ska göra en bussutflykt till ett badhus i grannkommunen.

Man har två bussbolag att välja mellan.

Annas bussar

Grundavgift: 800 kr

Avgift/person: 25 kr

Åkes utflykter

1 600 kr oberoende av antal resenärer.

- Skriv en formel för kostnaden att åka med Annas bussar om antalet deltagare är x .
- Vilket bussbolag ska man välja om antalet deltagare är 26?
- Hur många deltagare ska det vara för att kostnaden för Blåklockan att anlita de två bussbolagen ska bli densamma?

Bestäm detta med en ekvation.

$$2364. \quad a) \quad \underline{y = 25x + 800}$$

$$b) \quad y(26) = 25 \cdot 26 + 800 = 650 + 800 = 1450 \text{ kr}$$

$1450 < 1600 \Rightarrow$ Man ska välja Annas

$$c) \quad 25x + 800 = 1600$$

$$x = \frac{800}{25} = \underline{\underline{32 \text{ st}}}$$

2365 Ställ upp och förenkla en formel för summan S av tre på varandra följande heltal om

- det minsta heltalet är a
- det mellersta heltalet är a .
- Vilka är de tre talen om summan är 99?

$$2365. \quad a) \quad S = a + (a+1) + (a+2) = \underline{\underline{3a+3}}$$

$$b) \quad S = (a-1) + a + (a+1) = \underline{\underline{3a}}$$

$$c) \quad 3a+3=99 \Rightarrow a=32 \Rightarrow \underline{\underline{\text{Talen är } 32, 33 \text{ och } 34}}$$

2366 Said har 4,5 mil till jobbet. Han brukar köra dit på 30 minuter.

Hur mycket måste han öka medelhastigheten för att köra till jobbet på 25 minuter?

Svara i km/h.

$$2366, \quad v_1 = \frac{45}{0,5} = 90 \text{ km/h}$$

$$v_2 = \frac{45}{\frac{25}{60}} = \frac{60 \cdot 45}{25} = \frac{60 \cdot 9}{5} = 12 \cdot 9 = 108 \text{ km/h}$$

Medelhastigheten måste öka $v_2 - v_1 = \underline{\underline{18 \text{ km/h}}}$

2367 En formel för att bestämma medelpoängen M på ett prov gemensamt för två klasser kan skrivas

$$M = \frac{a \cdot m_a + b \cdot m_b}{a + b}$$

där:

a) är antalet elever i en klass med medelpoängen m_a

b) är antalet elever i en klass med medelpoängen m_b

a) Beräkna medelpoängen M för de två klasserna i tabellen.

Klass	Antal elever	Medelpoäng i klassen
SA1a	18	20
SA1b	32	30

b) Bestäm medelpoängen i SA1b, m_b , om istället följande värden gäller:

$$a = 15, m_a = 55, b = 2a \text{ och } M = 38.$$

c) Visa att om antalet elever i klasserna är lika kan medelpoängen M beräknas med formeln

$$M = \frac{m_a + m_b}{2}$$

2367. a)

$$M = \frac{18 \cdot 20 + 32 \cdot 30}{18 + 32} = \frac{18 \cdot 2 + 32 \cdot 3}{5} = 26,4 \text{ p}$$

b)

$$m_b = \frac{M(a+b) - a \cdot m_a}{b} = \frac{38(15+30) - 15 \cdot 55}{30} = 29,5 \text{ p}$$

c) Antalet lika $\Rightarrow a = b$

$$M = \frac{b \cdot m_a + b \cdot m_b}{b+b} = \frac{b(m_a + m_b)}{2b} = \frac{m_a + m_b}{2} \quad \#$$

2368 För det kommunala vattnet får man i en kommun betala 1 200 kr plus 15 kr för varje förbrukad kubikmeter.

På kommunens hemsida finns två olika formler som man kan använda när man har förbrukat $x \text{ m}^3$ på ett år.

$$\text{I: } K = \frac{1200 + 15x}{12}$$

$$\text{II: } K = \frac{1200 + 15x}{x}$$

Vilka kostnader beräknas med dessa två formler? Föklara.

2368. I: $K = \text{kostnaden per månad}$

II: $K = \text{kostnaden per förbrukad kubikmeter.}$

2369 Det finns flera olika formler för att beräkna hur stor dos medicin ett barn behöver. Formlerna utgår från barnets ålder.

Formel A

$$b = \frac{a \cdot v}{150}$$

Formel B

$$b = \frac{c \cdot v}{c + 12}$$

- a är barnets ålder i månader
b är barnets medicindos i mg
c är barnets ålder i år
v är vuxendos i mg.

- a) Vid vilken ålder får barnet en lika stor dos som en vuxen om man använder formel A? Motivera.
b) Vid vilken ålder ger formel A och B lika stor dos?
(NP)

2369.

$$\text{a)} \quad b = v \Rightarrow$$

$$a = \frac{150v}{v} = 150 \text{ månader} = 12,5 \text{ år}$$

$$\text{b)} \quad \left. \begin{aligned} \frac{a \cdot v}{150} &= \frac{c \cdot v}{c + 12} \\ c &= \frac{a}{12} \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{150} = \frac{\frac{1}{12}}{\frac{a}{12} + 12} \Rightarrow$$

$$\frac{a}{12} + 12 = 12,5 \Rightarrow a = 0,5 \cdot 12 = 6 \text{ månader}$$

2379 Lös ut y .

- a) $2x - 2y - 12 = 0$
- b) $-6 = 9x - 3y$
- c) $10 + 5y = x$

2379, a) $y = \frac{2x-12}{2} = \underline{\underline{x-6}}$

b) $y = \frac{9x+6}{3} = \underline{\underline{3x+2}}$

c) $y = \frac{x-10}{5} = \underline{\underline{\frac{x}{5}-2}}$

2380 Skriv ett förenklat uttryck för $2x + y$ med endast y som variabel om

- a) $3 + x = -1$
- b) $6 + x = y$

2380, a) $x = -4 \Rightarrow 2x + y = -8 + y$

b) $x = y - 6 \Rightarrow 2x = 2y - 12 \Rightarrow 2x + y = \underline{\underline{3y - 12}}$

2381 Lös ut variabeln som står inom parentes.

a) $I = \frac{U}{R+r}$ (r) b) $K = \frac{15(D-d)}{b}$ (d)

2381, a) $R+r = \frac{U}{I} \Rightarrow r = \underline{\underline{\frac{U}{I} - R}}$

b) $K \cdot b = 15D - 15d \Rightarrow d = \underline{\underline{\frac{15D - K \cdot b}{15}}}$

2382 Börja med att bryta ut x . Lös därefter ut x .

- a) $8x + ax = 120$
- b) $x - ax = 10$
- c) $4x = 25 - ax$

$$2382. \quad a) \quad x(8+a) = 120 \Rightarrow x = \frac{120}{8+a}$$

$$b) \quad x(1-a) = 10 \Rightarrow x = \frac{10}{1-a}$$

$$c) \quad x(4+a) = 25 \Rightarrow x = \frac{25}{4+a}$$

2383 Lös ut variabeln som står inom parentes.

a) $ah = d^2 - 3hR \quad (h)$

b) $F - mg = \frac{mv^2}{r} \quad (m)$

$$2383. \quad a) \quad h(a+3R) = d^2 \Rightarrow h = \frac{d^2}{a+3R}$$

$$b) \quad r(F - mg) = mv^2$$

$$rF - rmg = mv^2$$

$$m(v^2 + rg) = rF \Rightarrow m = \frac{rF}{v^2 + rg}$$

2384 Du har tre formler:

$$a = b + c$$

$$c = d + e$$

$$e = f + g$$

a) Bestäm a om

$$b = 3, d = -2, f = 5 \text{ och } g = 2.$$

b) Bestäm d om

$$a = 4, b = 2, f = 0 \text{ och } g = -6.$$

c) Skriv en formel för f om

$$a = 3, b = 2 \text{ och } g = -1.$$

2384.

$$\text{a)} \quad a = b + d + f + g = 3 - 2 + 5 + 2 = \underline{\underline{8}}$$

$$\text{b)} \quad d = c - e = a - b - f - g = 4 - 2 - 0 + 6 = \underline{\underline{8}}$$

$$\text{c)} \quad f = e - g = c - d - g = a - b - d - g = 3 - 2 - d + 1 = \underline{\underline{2 - d}}$$

2385 Tre heltal ger, när de summeras två och två, summorna 7, 20 och 37.

Undersök om det går att bestämma vilka talen är.

2385.

$$\begin{cases} x + y = 7 & x = 7 - y = 7 - 37 + 7 = 7 - 37 + 20 - x \\ x + z = 20 & 2x = -10 \Rightarrow x = -5 \\ y + z = 37 & y = 7 - x = 7 - (-5) = 12 \\ & z = 20 - x = 20 - (-5) = 25 \end{cases}$$

Talen är -5, 12 och 25

Tema

HÖGSKOLEPROV

Algebra

Följande uppgifter är hämtade från tidigare Högskoleprov.
Du får inte använda räknare.

Ett av alternativen A–D är korrekt. Vilket?

- 1 Vilket värde har x om $5(x - 1) = 2(x + 2)$?

A $-\frac{1}{7}$ B $\frac{1}{7}$ C 1 D 3

- 2 För de positiva talen A , b och h gäller sambandet $A = \frac{bh}{2}$
Vad är h ?

A $h = 2Ab$ C $h = \frac{2b}{2}$
B $h = \frac{2A}{b}$ D $h = \frac{b}{2A}$

3 $\frac{9x - 13}{2} = 1$

Vad är x ?

A $\frac{11}{9}$ B $\frac{14}{9}$ C $\frac{5}{3}$ D $\frac{14}{3}$

4 $13 - x = -24$

Vad är x ?

A -37 B -11 C 11 D 37

- 5 Vilket av svarsalternativen motsvarar uttrycket $x - (y + x) - y$?

A $2x - 2y$ C $-2y$
B $2x$ D 0

- 6 Vilket svarsalternativ motsvarar en förenkling av uttrycket $8 - 3 \cdot (5x - 3) - 4x - (2 - 9x)$?

A $-10x + 15$ C $30x - 17$
B $-28x + 15$ D $12x - 17$

7 $\frac{x}{3} + \frac{x}{4} = \frac{35}{12}$

Vad är x ?

A 3 B 4 C 5 D 7

$\frac{x}{3} + \frac{x}{4} = \frac{35}{12}$

- 8 Vilket svarsalternativ motsvarar uttrycket $\frac{7x^2 + 91x}{7x}$?

A $x - 13$ C $x + 13$
B $7x^2 - 13$ D $7x^2 + 13$

- 9 Vilket svarsförslag motsvarar bäst "produkten av tre x och fem y är lika mycket som kvoten mellan trettio z och två w "?

A $xyz = w$ C $xy = zw$
B $xyw = z$ D $xy = \frac{w}{z}$

$15xy = 15 \frac{z}{w}$

- 10 Vilket svarsalternativ motsvarar uttrycket $3xy^2 + 2x^2y$?

A $xy(3y + 2x)$ C $x(3y^2 + 2x^2)$
B $5x^3y^3$ D $5xy(y + x)$

- 11 Vilket av svarsalternativen motsvarar uttrycket $(2a - 3b)(3a + 2b)$?

A $5a^2 - 2ab - 5b^2$ C $6a^2 - 5ab - 6b^2$
B $6a^2 - 18ab + 6b^2$ D $6a^2 - 6b^2$

- 12 $2px + p = (12 - p)x + 1$

Vilket värde ska konstanten p ha för att lösningen till ekvationen ska vara $x = -\frac{1}{2}$?

A $-\frac{1}{21}$ B 10 C $\frac{14}{5}$ D 12

$-p + p = -1 + \frac{1}{2}$

2413 Skriv talen utan prefix och i grundpotensform.

- a) En gädda väger 57,5 hg.
- b) Energiförbrukningen var 25 000 kWh.
(kWh = kilowattimmar)
- c) En portion innehåller 45 µg vitamin A.
- d) Det är 200 mg kalcium i ett glas mjölk.

2413.

$$a) 57,5 \text{ hg} = 57,5 \cdot 10^2 \text{ g} = \underline{\underline{5,75 \cdot 10^3 \text{ g}}}$$

$$b) 25000 \text{ kWh} = 25000000 \text{ Wh} = \underline{\underline{2,5 \cdot 10^7 \text{ Wh}}}$$

$$c) 45 \mu\text{g} = 45 \cdot 10^{-6} \text{ g} = \underline{\underline{4,5 \cdot 10^{-5} \text{ g}}}$$

$$d) 200 \text{ mg} = 200 \cdot 10^{-3} \text{ g} = \underline{\underline{2 \cdot 10^{-1} \text{ g}}}$$

2414 Maskrosens pollenkorn är $2,8 \cdot 10^{-5} \text{ m}$ i diameter.

Hur stor är diametern uttryckt i

- a) mm
- b) µm?

2414.

$$a) 2,8 \cdot 10^{-5} \text{ m} = 2,8 \cdot 10^{-2} \text{ mm} = \underline{\underline{0,028 \text{ mm}}}$$

$$b) 2,8 \cdot 10^{-5} \text{ m} = 2,8 \cdot 10^{-6} \text{ m} = \underline{\underline{28 \mu\text{m}}}$$

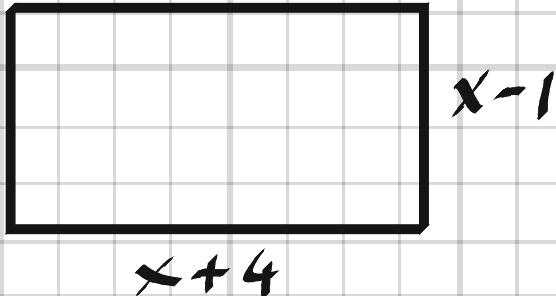
- 2415 Ett vindkraftverk kan ge 10 GWh per år.
 En kärnkraftsreaktor kan ge 8 TWh per år.
 Hur många vindkraftverk motsvarar en kärnkraftsreaktor?

2415. $\frac{8 \text{ TWh}}{10 \text{ GWh}} = \frac{8 \cdot 10^{12}}{10 \cdot 10^9} = 0,8 \cdot 10^3 = \underline{\underline{800 \text{ st}}}$

- 2416 Ett snabbtåg i Japan kan nå hastigheten 500 km/h.
 Hur många minuter skulle det ta att åka 10 mil om tåget höll den hastigheten hela tiden?

2416. $\frac{100 \text{ km}}{500 \text{ km/h}} = 0,2 \text{ h} = \underline{\underline{12 \text{ min}}}$

- 2427 För en rektangel gäller att den långa sidan är 5 cm längre än den korta. Den långa sidan är $(x + 4)$ cm.
- Skriv ett uttryck för längden av rektangelns korta sida.
 - Bestäm x om rektangelns omkrets är 34 cm.



2427. a) $\underline{\underline{x-1 \text{ cm}}}$

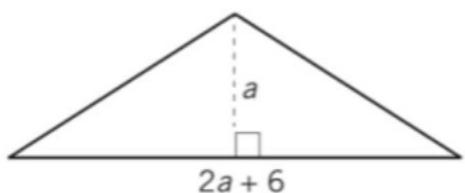
b) $2(x-1) + 2(x+4) = 34$

$$2x - 2 + 2x + 8 = 34$$

$$4x = 28$$

$\underline{\underline{x = 7 \text{ cm}}}$

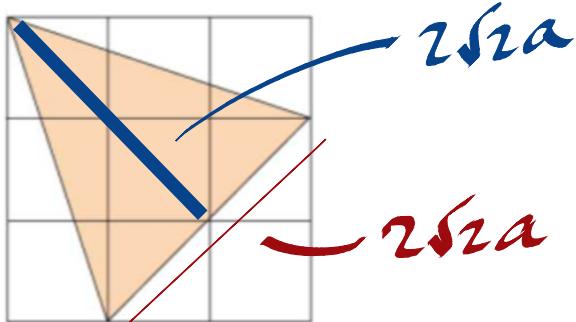
2428 Skriv ett förenklat uttryck för triangelns area.



$$2428. \quad A = \frac{(2a+6) \cdot a}{2} = \underline{\underline{a^2 + 3a}}$$

2429 Sidan i en av de små kvadraterna är a .

Visa att det färgade områdets area kan skrivas $4a^2$.



$$2429. \quad A = \frac{2\sqrt{2}a \cdot 2\sqrt{2}a}{2} = 2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} a^2 = \underline{\underline{4a^2}}$$

2430 En äng ska inhägnas med ett staket.
Ängen har formen av en rektangel med
omkretsen $2(x + 140)$.

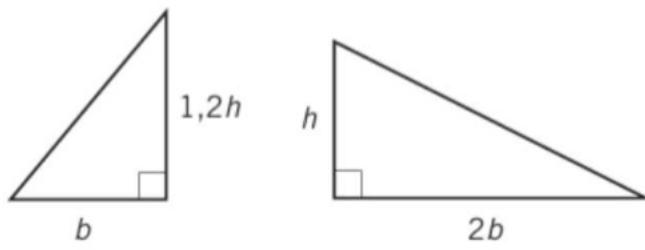
- Lös ekvationen $2(x + 140) = 430$
- Vilken fråga kan besvaras med hjälp av
lösningen till ekvationen?

$$2430. \quad a) \quad x = \frac{430}{2} - 140 = 215 - 140 = \underline{\underline{75}}$$

b) Hur lång är kortsidan om längsidan
är 140 l.e.?

2431 Figuren visar två trianglar.

Hur många procent mindre är arean av den vänstra triangeln än arean av den högra?



$$2431, \frac{\frac{2b \cdot h}{2} - \frac{b \cdot 1.2h}{2}}{\frac{2b \cdot h}{2}} = \frac{2 - 1.2}{2} = 0.4 = \underline{\underline{40\% \text{ mindre}}}$$

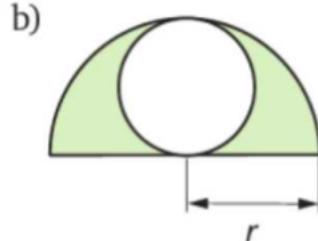
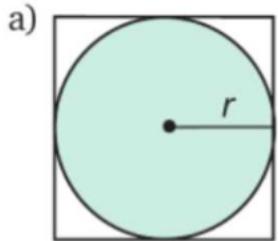
2432 Jennifer påstår att rektangel B har större area än rektangel A.

Stämmer det? Motivera.



$$2432, \frac{(x+5)(x-3)}{(x+6)(x-4)} = \frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 + 2x - 24} > 1 \Rightarrow \text{Ja!}$$

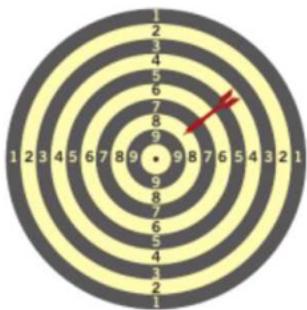
2433 Hur många procent av ytan är färglagd?



$$2433, \text{ a)} \quad \frac{\pi r^2}{(2r)^2} = \frac{\pi}{4} \approx 0,785 = 78,5\%$$

$$\text{b)} \quad \frac{\frac{\pi r^2}{2} - \pi (\frac{r}{2})^2}{\frac{\pi r^2}{2}} = \frac{\frac{\pi r^2}{4}}{\frac{\pi r^2}{2}} = \frac{2}{4} = 50\%$$

2434



Piltavlan på bilden har arean a .

Alla fält är lika breda.

Skriv ett uttryck för arean som motsvarar

a) 10 poäng (den innersta cirkeln)

b) 9 och 10 poäng

c) 1 poäng.

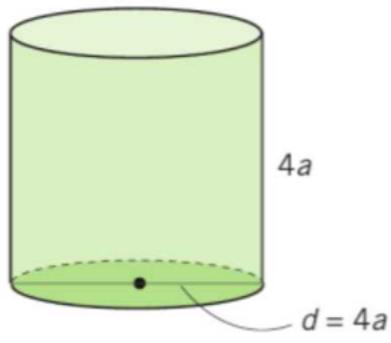
$$a = \pi R^2 \Rightarrow R = \left(\frac{a}{\pi}\right)^{1/2}$$

$$2434, \text{ a)} \quad \pi \cdot \left(\frac{R}{10}\right)^2 = \pi \cdot \left(\frac{\left(\frac{a}{\pi}\right)^{1/2}}{10}\right)^2 = \pi \cdot \frac{a}{100\pi} = \frac{a}{100}$$

$$\text{b)} \quad \pi \left(\frac{2R}{10}\right)^2 = \pi \left(\frac{\left(\frac{a}{\pi}\right)^{1/2}}{5}\right)^2 = \pi \cdot \frac{a}{25\pi} = \frac{a}{25}$$

$$\text{c)} \quad a - \pi \cdot \left(\frac{9R}{10}\right)^2 = a - \pi \cdot \left(\frac{\left(\frac{a}{\pi}\right)^{1/2}}{9}\right)^2 = a - \frac{a}{81} = \frac{100a - 81a}{100} = \frac{19a}{100}$$

2444 Ställ upp en formel för cylinderns volym V.



2444.

$$V = \frac{\pi d^2}{4} \cdot 4a = \frac{\pi \cdot (4a)^2}{4} \cdot 4a = \underline{16\pi a^3}$$

2445 Cheopspyramiden var länge världens högsta byggnad. Pyramiden har en kvadratisk basyta med sidan 230 m och volymen $2,3 \cdot 10^6 \text{ m}^3$.

Hur hög är pyramiden?

2445.

$$V = \frac{B h}{3} \Rightarrow h = \frac{3V}{B} = \frac{3 \cdot 2,3 \cdot 10^6}{230^2} = \underline{130 \text{ m}}$$

2446 Lennart har en cylinderformad pool i sin trädgård. Radien är 325 cm.

Vilket vattendjup får poolen om han fyller den med 40 m^3 vatten?

2446.

$$V = \pi r^2 \cdot h \Rightarrow h = \frac{V}{\pi r^2} = \frac{40}{\pi \cdot 3,25^2} = \underline{1,2 \text{ m}}$$

2447 Volymen V för en cylinder och ett klot ges av formlerna

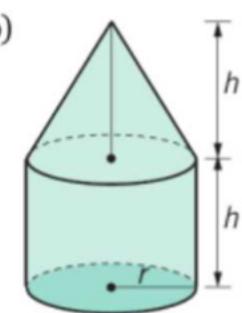
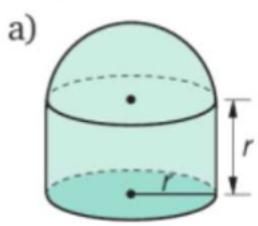
$$V_{\text{cylinder}} = \pi r^2 h \text{ och } V_{\text{klot}} = \frac{4\pi r^3}{3}$$

- a) Hur mycket ökar cylinderns volym om radien blir dubbelt så lång?
- b) Hur mycket ökar klotets volym om radien blir tre gånger så lång?

$$2447. \quad a) \quad \frac{\pi \cdot (2r)^2 h - \pi r^2 h}{\pi r^2 h} = \frac{4-1}{1} = 3 = \underline{\underline{300\%}}$$

$$b) \quad \frac{\frac{4\pi(3r)^3}{3} - \frac{4\pi r^3}{3}}{\frac{4\pi r^3}{3}} = \frac{27-1}{1} = 26 = \underline{\underline{2600\%}}$$

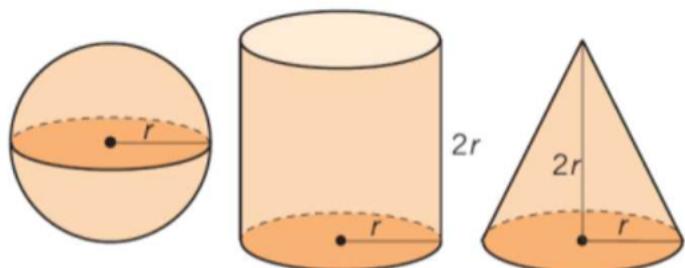
2448 Ställ upp en formel för beräkning av volymen V av nedanstående föremål.



$$2448. \quad a) \quad V = \pi r^2 \cdot r + \frac{4\pi r^3}{2 \cdot 3} = \frac{10\pi r^3}{6} = \underline{\underline{\frac{5\pi r^3}{3}}}$$

$$b) \quad V = \pi r^2 \cdot h + \frac{\pi r^2 \cdot h}{3} = \underline{\underline{\frac{4\pi r^2 h}{3}}}$$

2449 Bestäm i exakt form förhållandet mellan



- a) klotets och konens volymer
- b) konens och cylinderns volymer
- c) cylinderns och klotets volymer.

2449.

a)

$$\frac{\frac{4\pi r^3}{3}}{\frac{\pi r^2 \cdot 2r}{3}} = \frac{4}{2} = \underline{\underline{2}}$$

b)

$$\frac{\frac{\pi r^2 \cdot 2r}{3}}{\frac{\pi r^2 \cdot 2r}{3}} = \underline{\underline{\frac{1}{3}}}$$

c)

$$\frac{\frac{\pi r^2 \cdot 2r}{3}}{\frac{4\pi r^3}{3}} = \underline{\underline{\frac{3}{2}}}$$

- 2508 En teater har 10 st rader med stolar enligt följande mönster.



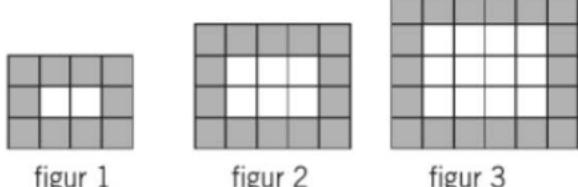
- a) Hur många stolar är det i rad 5?
b) Hur många stolar är det i rad n ?

n	s
1	4
2	6
3	8
4	10
5	12

Aritmetisk
talföljd

2508. a) 12 st
b) $2n + 2$

2509



- a) Hur många små rutor finns det i figur nr 10?
b) Skriv en formel för antalet vita rutor, V , i figur nr n .
c) Vilket nummer har den figur som innehåller 240 vita rutor?
d) Skriv en formel för antalet grå rutor, A , i figur nr n .
Förklara hur du tänker.

n	rutor	vita rutor
1	12	2
2	20	6
3	30	12

2509. a) $(n+3)(n+2)$
 $n=10 \Rightarrow 13 \cdot 12 = 156$

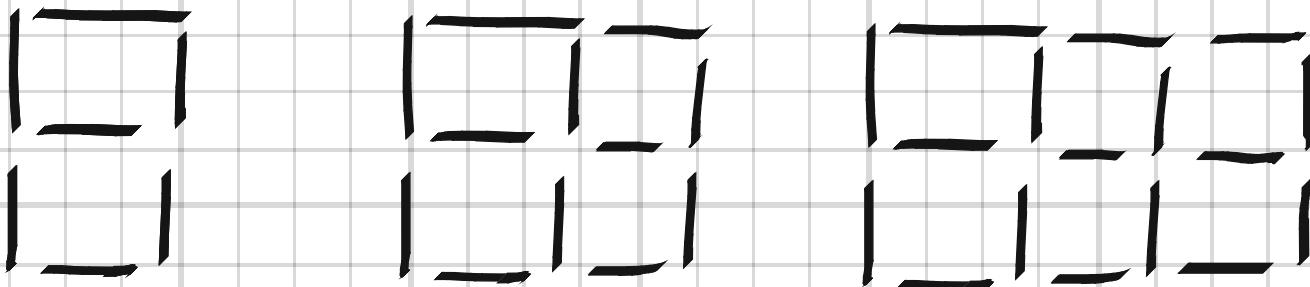
b) $(n+1) \cdot n = n^2+n$

c) $n^2+n = 240 \Rightarrow n = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{960}{4}} = \frac{30}{2} = 15$

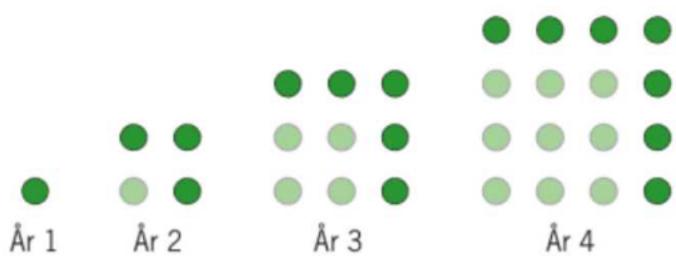
d) $A = (n+3)(n+2) - (n+1) \cdot n =$
 $= n^2+5n+6 - n^2 - n = 4n+6$

- 2510 Rita ett mönster med punkter, stickor eller kvadrater där antal objekt, N , i figur nr n kan beskrivas med formeln $N = 2 + 5n$.

2510. $7, 12, 17, 22, \dots$



- 2511 Figurerna visar hur antalet granar i en plantering ökar från år till år.
De mörka prickarna markerar de nya granarna.



Det fjärde året planterades 7 nya granar.

Planteringen innehåll då totalt 16 granar.

Ökningen fortsätter på samma sätt.

Skriv ett uttryck för det totala antalet granar om x nya granar har planterats.

n	y totalt	x nya
1	1	1
2	4	3
3	9	5
4	16	7

2511. $y = n^2$

$$x = 2n - 1 \Rightarrow n = \frac{x+1}{2}$$

$$y = \frac{(x+1)^2}{4}$$

2520 Ninn köper en aktie som ökar i värde med 150% på ett år. Värdet minskar sedan med 60%.

Ninn påstår att värdet nu är detsamma som när hon köpte aktien.

- a) Välj ett inköpspris och visa att Ninn verkar ha rätt.
- b) Välj inköpspriset x och bevisa att hon har rätt.

2520. a) $100 \cdot 2,5 \cdot 0,4 = 100 \cdot 1 = 100$

b) $x \cdot 2,5 \cdot 0,4 = x \cdot 1 = x$

2521 Andreas och Lisa fick båda löneförhöjning med lika många kronor vardera.

Andreas höjning var 5% och Lisas var 2,5%.

Undersök med beräkningar och resone-
mang för vilka löner detta kan vara
möjligt. (NP)

2521. $0,05A = 0,025L$

$$\frac{L}{A} = \frac{0,05}{0,025} = 2$$

Lisas lön är dubbelt så stor som Andreas,

Ex. v 40.000 kr kontra 20000 kr

2522 En talföljd börjar så här:

30 37 44 51 □ □

- Vilka tal ska stå i rutorna om talföljden fortsätter som den börjat?
- Skriv ett uttryck för det n :te talet i talföljden.

2522. a) 58, 65

b) $7n + 23$

2523 I bilden är en rektangel med nio datum markerad. I rektangeln är också två diagonaler utritade.

Onsdag	Torsdag	Fredag	Lördag	Söndag
1 Oskar Oscar	2 Beata Beatrice	3 Lydia	4 Barbara Barbie	5 Sven
8 Vergina	9 Anna	10 Maria Majorna	11 Dorotea Daniela	12 Albertine Alexis
15 Gottfrid	16 Agneta	17 Sigrid	18 Abraham	19 Isak
22 Natalia Jonatan	23 Adan	24 Eva	25 Judit	26 Gösta Staffan

- Beräkna summan av de tre datumen i
 - den ena diagonalen
 - den andra diagonalen
 - raden i mitten
 - kolumnen i mitten.

b) Vad upptäcker du?

- c) Välj en likadan rektangel på ett annat ställe i figuren. Beräkna sedan summorna i de två diagonalerna och i raden och kolumnen i mitten.

Vad upptäcker du?

- d) Låt datumet i rektangelns mitt vara x . Skriv uttryck för övriga datum i rektangeln.

Visa att din upptäckt gäller för alla rektanglar.

- e) Skriv en formel för summan av alla datum i en likadan rektangel där datumet i rektangelns mitt är x .

Atributisk talföljd.
(Skillnaden mellan två
på varandra följande tal
är konstant)

2523. a) $2+10+18 = 30$

$4+10+16 = 30$

$9+10+11 = 30$

$3+10+17 = 30$

b) Samma summa

c) $10+18+26 = 54$

$12+18+24 = 54$

$11+18+25 = 54$

$17+18+19 = 54$

d) $x-8+x+x+8 = 3x$

$x-6+x+x+6 = 3x$

$x-7+x+x+7 = 3x$

$x-1+x+x+1 = 3x$

e) Summan = $3 \cdot 3x = 9x$

2524 Vi beräknar differensen mellan ett tvåsiffrigt tal och ett annat tvåsiffrigt tal, där siffrorna bytt plats, t.ex.
 $91 - 19 = 72$.

- a) Välj några tvåsiffriga tal och gör motsvarande beräkning. Vad har produkterna gemensamt?
- b) Ett tvåsiffrigt tal kan skrivas $10a + b$. Visa att din slutsats i a) stämmer.

$$2524, \quad a) \quad 21 - 12 = 9$$

$$81 - 18 = 63$$

$$32 - 23 = 9$$

$$72 - 27 = 45$$

$$54 - 45 = 9$$

Summan är delbar med 9.

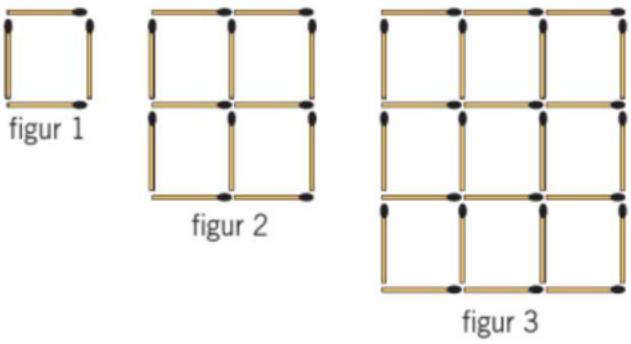
$$b) \quad 91 = 10 \cdot 9 + 1$$

$$72 = 10 \cdot 7 + 2$$

$$ab = 10 \cdot a + b$$

$$ab - ba = 10a + b - (10b + a) = 9a - 9b = 9(a - b) \quad \#$$

2525



- a) Skriv ett uttryck för antalet tändstickor i figur nr n .
- b) En lärare vill göra uppgiften svårare och bestämmer att figur nr 2 ovan ska kallas figur nr 1. Nästa figur blir nr 2 osv.
Skriv ett förenklat uttryck för antalet tändstickor i figur nr n i detta fall.

n	s
1	4
2	12
3	24

2525.

$$a) 2n(n+1) = \underline{\underline{2n^2 + 2n}}$$

Antalet horisontella rader är $n+1$.

Antalet horisontella stickor är $n(n+1)$

Antalet vertikala stickor är lika många som antalet horisontella $\Rightarrow 2n(n+1)$.

$$b) n \rightarrow n+1 \Rightarrow$$

$$2(n+1)(n+1+1) = (2n+2)(n+2) =$$

$$= \underline{\underline{2n^2 + 6n + 4}}$$

- 2526** a) Välj tre heltal som kommer direkt efter varandra, t.ex. 10, 11 och 12.

Multiplicera det största och det minsta talet med varandra.

Multiplicera det mellersta talet med sig själv.

Jämför de två resultaten.

- b) Visa att resultatet i a) alltid gäller för tre på varandra följande tal.

Låt det mellersta talet vara x .

- c) Undersök enligt samma metod tre andra tal som följer på varandra på något annat sätt, t.ex. 10, 12, 14 eller 10, 13, 16 eller 10, 14, 18.
(NP)

- d) Visa att resultatet i c) gäller för tre tal i en följd med differensen d mellan talen.

2526. a) $10 \cdot 12 = 120$
 $11 \cdot 11 = 121$

b) $x-1, x, x+1$
 $(x-1)(x+1) = x^2 - 1 \quad \#$

c) $10 \cdot 14 = 140 \quad 10 \cdot 16 = 160$
 $12 \cdot 12 = 144 \quad 13 \cdot 13 = 169$

d) $x-d, x, x+d$
 $(x-d)(x+d) = x^2 - d^2 \quad \#$