

12 Förenkla $\frac{(2a^{-2})^3}{2a^2 + 2a^2}$

b

$$12. \quad \frac{(2a^{-2})^3}{2a^2 + 2a^2} = \frac{8a^{-6}}{4a^2} = \frac{2}{a^8}$$

13 Lös ekvationen $5x^4 - 8x - 3x^4 + 6x = 0$

$$13. \quad 2x^4 - 2x = 0$$
$$2x(x^3 - 1) = 0$$

$$\underline{x_1 = 0, \quad x_{2,3,4} = 1}$$

14 En rät linje skär grafen till andragsgradsfunktionen $y = 4x - x^2 - 3$ där $x = 1$ och $x = 4$. Bestäm linjens ekvation.

$$y(1) = 4 \cdot 1 - 1^2 - 3 = 0$$

$$y(4) = 4 \cdot 4 - 4^2 - 3 = -3$$

$$14. \quad k = \frac{0 - (-3)}{1 - 4} = -1$$

$$f(x) = -x + m$$

$$(1, 0) \Rightarrow -1 + m = 0 \Rightarrow m = 1$$

$$\underline{f(x) = -x + 1}$$

15 Jossan uppskattar att kostnaderna för hennes bil varje år uppgår till 30 000 kr + 15 kr/mil.

Anta att Jossan kör x mil under ett år.

a) Ställ upp ett uttryck som ger Jossans genomsnittliga bilkostnad per mil.

b) Jossan beräknar kostnaden till 40 kr/mil. Hur många mil kör hon då på ett år?

$$15. \quad a) \quad y = 30000 + 15x$$

$$\bar{y} = \frac{30000 + 15x}{x}$$

$$b) \quad \frac{30000 + 15x}{x} = 40 \Rightarrow$$

$$25x = 30000$$

$$x = \frac{30000}{25} = \underline{1200 \text{ mil}}$$

16 För en andragradsfunktion

$$f(x) = ax^2 + bx$$

gäller att $f(-1) = -2$ och $f(1) = 6$.

Bestäm konstanterna a och b .

$$16. \quad \begin{cases} a(-1)^2 + b(-1) = -2 \\ a \cdot 1^2 + b \cdot 1 = 6 \end{cases}$$

$$a - b = -2$$

$$- a + b = 6$$

$$2b = 8$$

$$b = 4, \quad a = -2 + b = -2 + 4 = 2$$

$$\underline{(a, b) = (2, 4)}$$

17 Lös ekvationen $x^3 - x(6x - 5) = 0$

$$17. \quad x^3 - 6x^2 + 5x = 0$$

$$x(x^2 - 6x + 5) = 0$$

$$x(x-1)(x-5) = 0$$

$$\underline{x_1 = 0, \quad x_2 = 1, \quad x_3 = 5}$$

18 $a = \sqrt{3} \cdot \sqrt{15}$

I vilket av följande intervall ligger talet a ?

A $3 \leq a < 4$

D $6 \leq a < 7$

B $4 \leq a < 5$

E $7 \leq a < 8$

C $5 \leq a < 6$

Motivera ditt svar.

18. $a = \sqrt{3} \cdot \sqrt{15} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{5} = 3 \cdot \sqrt{5}$

$$3\sqrt{4} \leq 3\sqrt{5} < 3\sqrt{6}$$

$$3\sqrt{4} \leq a < \sqrt{48} < 7$$

$$6 \leq a < 7$$

19 a) Lös ekvationen $\frac{5}{4x} + \frac{1}{x} - x = 0$

b) Förenkla $\frac{5}{4x} + \frac{1}{x} - x$

19. a) $\frac{5}{4x} + \frac{4}{4x} - \frac{4x^2}{4x} = 0$

$$4x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{9}{4}} = \pm \frac{3}{2}$$

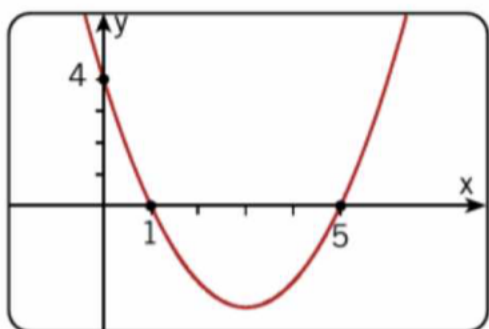
b) $\frac{5}{4x} + \frac{4}{4x} - \frac{4x^2}{4x} = \frac{9 - 4x^2}{4x}$

20 Ge ett exempel på ett rationellt uttryck som inte är definierat för $x = 1$ och som har värdet 1 då $x = -2$.

20.

$$\frac{x^2 - 7}{x - 1}$$

21 Andragradsfunktionen f har den graf som visas i figuren.



- a) Är det sant att $f(4) > 0$?
b) Vilken lösning har ekvationen $f(x) = 0$?
c) Skriv funktionen i faktorform.
d) Är det sant att $f(11) = 6 \cdot f(0)$?
Motivera ditt svar.

21.

a) Nej

b) $x_1 = 1, x_2 = 5$

c) $f(x) = k(x-1)(x-5)$

$$(0, 4) \Rightarrow k \cdot (-1) \cdot (-5) = 4 \Rightarrow k = \frac{4}{5}$$

$$\underline{f(x) = \frac{4}{5}(x-1)(x-5)}$$

d) $6 \cdot f(0) = 6 \cdot 4 = 24$

$$f(11) = \frac{4}{5}(11-1)(11-5) = \frac{4}{5} \cdot 10 \cdot 6 = 48 \Rightarrow \underline{\text{Nej}}$$

22 Beräkna uttryckets värde då $x = 3995$

a) $x^2 + 10x + 25$

b) $\frac{2x^3 - 50x}{2x^2 - 10x}$

22. a) $x^2 + 10x + 25 = (x+5)^2 = (3995+5)^2 = \underline{16 \cdot 10^6}$

b) $\frac{2x(x^2 - 25)}{2x(x-5)} = \frac{(x+5)(x-5)}{x-5} = x+5 = 3995+5 = \underline{4000}$

23 a) Lös ekvationen $\frac{x+1}{x} - \frac{x}{x+1} = \frac{3}{2}$

b) Förenkla uttrycket $\frac{x+1}{x} - \frac{x}{x+1}$

23. a) $2(x+1)^2 - 2x^2 = 3x(x+1)$

$$2x^2 + 4x + 2 - 2x^2 = 3x^2 + 3x$$

$$3x^2 - x - 2 = 0$$

$$3\left(x^2 - \frac{x}{3} - \frac{2}{3}\right) = 0$$

$$x = \frac{1}{6} \pm \sqrt{\frac{1}{36} + \frac{24}{36}} = \frac{1}{6} \pm \frac{5}{6}$$

$$\underline{x_1 = -\frac{2}{3}, x_2 = 1}$$

b) $\frac{(x+1)^2 - x^2}{x(x+1)} = \underline{\frac{2x+1}{x(x+1)}}$

24 Låt $f(x) = 5x^2$ och förenkla

a) $\frac{f(2+h) - f(2)}{h}$

b) $\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

24. a) $\frac{5(2+h)^2 - 20}{h} = \frac{20h + 5h^2}{h} = \underline{20 + 5h}$

b) $\frac{5(x+h)^2 - 5x^2}{h} = \frac{10xh + 5h^2}{h} = \underline{10x + 5h}$

25 Finns det något reellt tal som är en lösning till

Ⓒ ekvationen $x^4 - x^2 = 2$?

Motivera ditt svar.

25. $t = x^2 \Rightarrow t^2 = x^4$

$$t^2 - t = 2$$

$$t^2 - t - 2 = 0$$

$$(t+1)(t-2) = 0$$

$$t_1 = -1 \text{ (falsk lösning)}$$

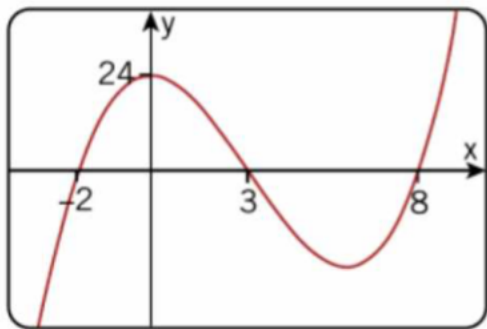
$$t_2 = 2 \Rightarrow x = \pm\sqrt{2} \Rightarrow \underline{\text{Svar: Ja}}$$

26 Beräkna $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ om $x + y = 4$ och $xy = 1$

$$26. \quad \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{y+x}{xy} = \frac{4}{1} = \underline{4}$$

27 Figuren visar grafen till tredjegradsfunktionen

$$y = ax^3 + bx^2 + cx + d$$



Bestäm konstanterna a, b, c och d .

27.

$$y = k(x+2)(x-3)(x-8)$$

$$(0, 24) \Rightarrow k \cdot 2 \cdot (-3) \cdot (-8) = 24 \Rightarrow k = \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{1}{2}(x+2)(x-3)(x-8)$$

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}(x+2)(x^2 - 11x + 24) = \frac{1}{2}(x^3 - 11x^2 + 24x + \\ &+ 2x^2 - 22x + 48) = \frac{1}{2}(x^3 - 9x^2 + 2x + 48) = \\ &= \frac{1}{2}x^3 - \frac{9}{2}x^2 + x + 24 \quad \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\underline{(a, b, c, d) = \left(\frac{1}{2}, -\frac{9}{2}, 1, 24\right)}$$

28 Lös ekvationen

a) $9 \cdot 3^{2x+1} = 1$

b) $x^{2/3} - 5x^{1/3} + 6 = 0$

28. a) $9 \cdot 3^{2x+1} = 1$

$$3^2 \cdot 3^{2x+1} = 3^0$$

$$3^{2x+3} = 3^0$$

$$2x+3 = 0$$

$$\underline{x = -3/2}$$

b) $x^{2/3} - 5x^{1/3} + 6 = 0$

$$t = x^{1/3} \Rightarrow t^2 = x^{2/3}$$

$$t^2 - 5t + 6 = 0$$

$$t = \frac{5}{2} \pm \sqrt{\frac{25}{4} - \frac{24}{4}} = \frac{5}{2} \pm \frac{1}{2}$$

$$t_1 = 2 \Rightarrow \underline{x_1 = 8}$$

$$t_2 = 3 \Rightarrow \underline{x_2 = 27}$$

36 Andragradspolynomet $6x^2 + x - 1$ kan
b i faktorform skrivas $(ax + b)(cx + d)$.
Bestäm heltalen a, b, c och d
om $c > a > b > d$.

$$36. \quad 6\left(x^2 + \frac{1}{6}x - \frac{1}{6}\right) = 0 \Rightarrow$$

$$x = -\frac{1}{12} \pm \sqrt{\frac{1}{144} + \frac{24}{144}} = -\frac{1}{12} \pm \frac{5}{12}$$

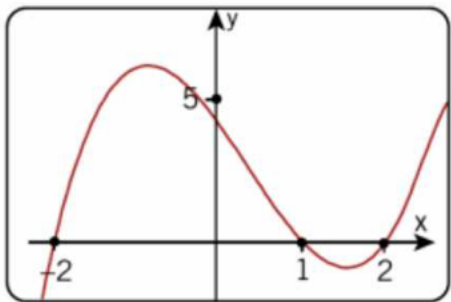
$$x_1 = -\frac{1}{2}, \quad x_2 = \frac{1}{3}$$

$$6\left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{1}{3}\right) = 3(2x + 1)\left(x - \frac{1}{3}\right) = (2x + 1)(3x - 1)$$

$$\Rightarrow \underline{(a, b, c, d) = (2, 1, 3, -1)}$$

37 Figuren visar grafen till $f(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4$

a) Lös med hjälp av grafen ekvationen
 $x^3 - x^2 - 4x + 4 = 0$



b) Faktoriser $f(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4$.

$$37. \quad a) \quad \underline{x_1 = -2, x_2 = 1, x_3 = 2}$$

$$b) \quad \underline{f(x) = (x + 2)(x - 1)(x - 2)}$$

38 Om priset på en vara x kr/kg varierar mellan 10 kr/kg och 15 kr/kg kan utbudet $U(x)$ och efterfrågan $E(x)$ beskrivas med funktionerna

$$U(x) = 40(15 - x)^2$$

$$E(x) = 100x - 840$$

Bestäm algebraiskt jämviktspriset dvs det pris då utbudet är lika stort som efterfrågan.

$$38. \quad 40(15 - x)^2 = 100x - 840$$

$$9000 - 1200x + 40x^2 = 100x - 840$$

$$x^2 - 32,5x + 246 = 0$$

$$x = 16,25 \pm \sqrt{264,06 - 246} = 16,25 \pm 4,25 = \underline{12 \text{ kr/kg}}$$

39 Efter år 2002 minskade antalet anställda i ett företag exponentiellt med tiden. Efter 10 år fanns hälften kvar.

Hur många procent av de anställda fanns kvar efter 5 år?

$$39. \quad y = c \cdot a^x$$

$$a^{10} = 0,5 \Rightarrow a = 0,5^{1/10} = 0,933$$

$$y = c \cdot 0,933^x$$

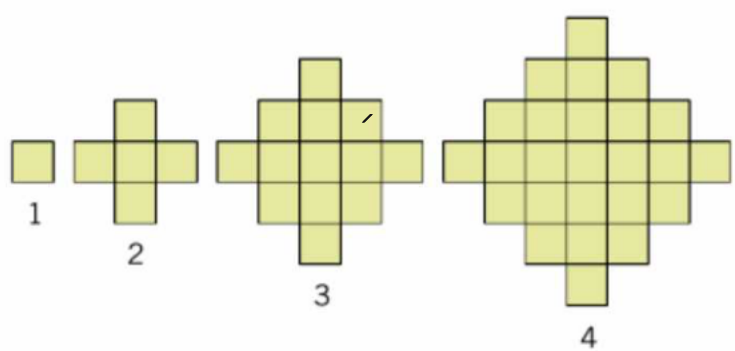
$$\frac{y(5)}{y(0)} = \frac{0,933^5}{0,933^0} = 0,933^5 = 70,7 \approx \underline{71\%}$$

40 Låt $f(x) = \frac{1}{x}$ och förenkla $\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

$$40. \quad f(x+h) = \frac{1}{x+h} \Rightarrow$$

$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{\frac{1}{x+h} - \frac{1}{x}}{h} = \frac{\frac{x - x - h}{x(x+h)}}{h} = \underline{\underline{-\frac{1}{x(x+h)}}}$$

41 Hur många kvadrater är det i figur nr n ?



41.

n	$n^2 + (n-1)^2 = y$
1	$1^2 + (1-1)^2 = 1$
2	$2^2 + (2-1)^2 = 5$
3	$3^2 + (3-1)^2 = 13$
4	$4^2 + (4-1)^2 = 25$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\text{Antal kvadrater} = n^2 + (n-1)^2}}$$
