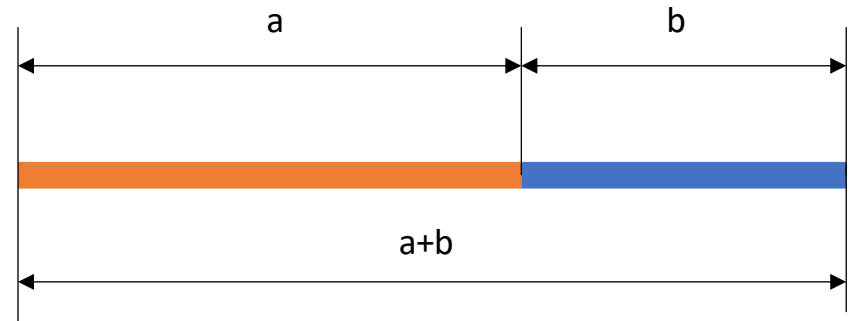


Gyllene snittet (The golden ratio)



Talet ϕ (den gyllene kvoten)

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi = \frac{a+b}{a} \\ \phi = \frac{a}{b} \end{array} \right.$$



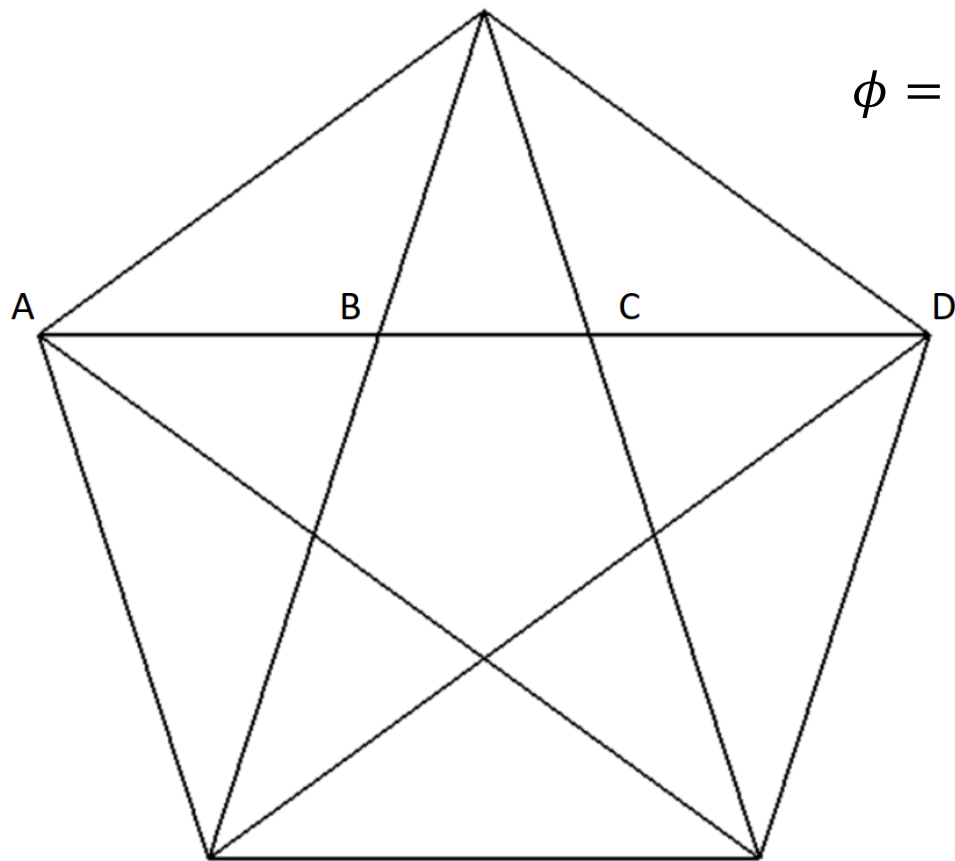
$$\phi = \frac{(a+b) \cdot \frac{1}{b}}{a \cdot \frac{1}{b}} = \frac{\frac{a}{b} + 1}{\frac{a}{b}} = \frac{\phi + 1}{\phi}$$

$$\phi \cdot \phi = \frac{\phi + 1}{\phi} \cdot \phi \quad \Rightarrow \quad \phi^2 = \phi + 1 \quad \Leftrightarrow \quad \phi^2 - \phi - 1 = 0$$

$$\phi = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + 1} = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{4}{4}} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = \mathbf{1.618 \dots} \quad (\text{positiva roten})$$

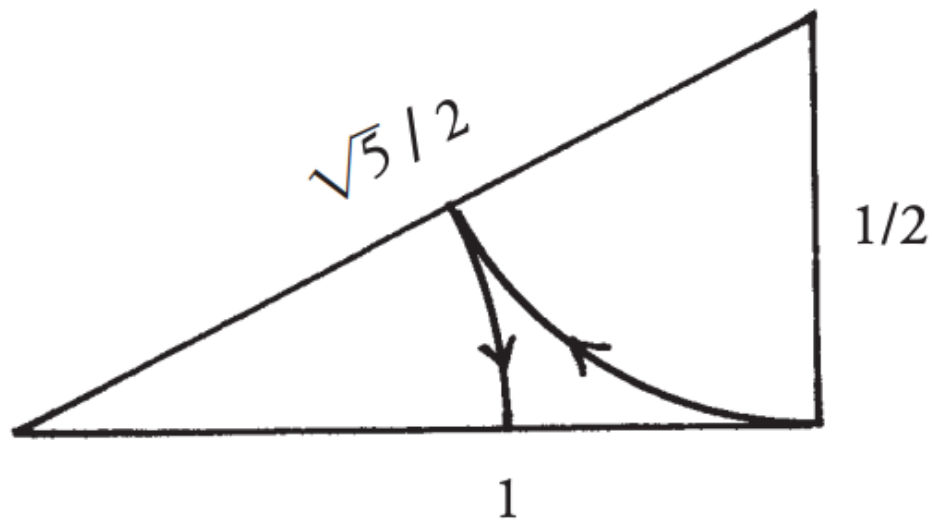
$$\varphi = \frac{1}{\phi} = \mathbf{0.618 \dots}$$

Pentagon



$$\phi = \frac{AD}{AC} = \frac{AC}{AB} = \frac{AB}{BC} = \mathbf{1.618 \dots}$$

Konstruktion av gyllene snittet



Fibonacci talserie

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, ...



Leonardo av Pisa (1170-1250)

$$\frac{3}{2} = 1.5$$

$$\frac{5}{3} = 1.667$$

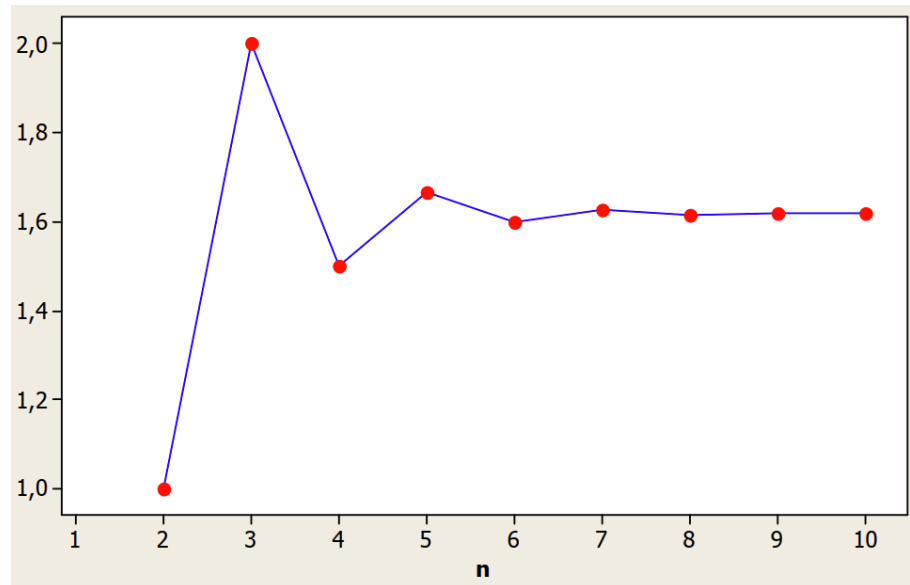
$$\frac{8}{5} = 1.6$$

$$\frac{13}{8} = 1.625$$

$$\frac{21}{13} = 1.615$$

$$\frac{34}{21} = 1.619$$

$$\frac{55}{34} = 1.618$$

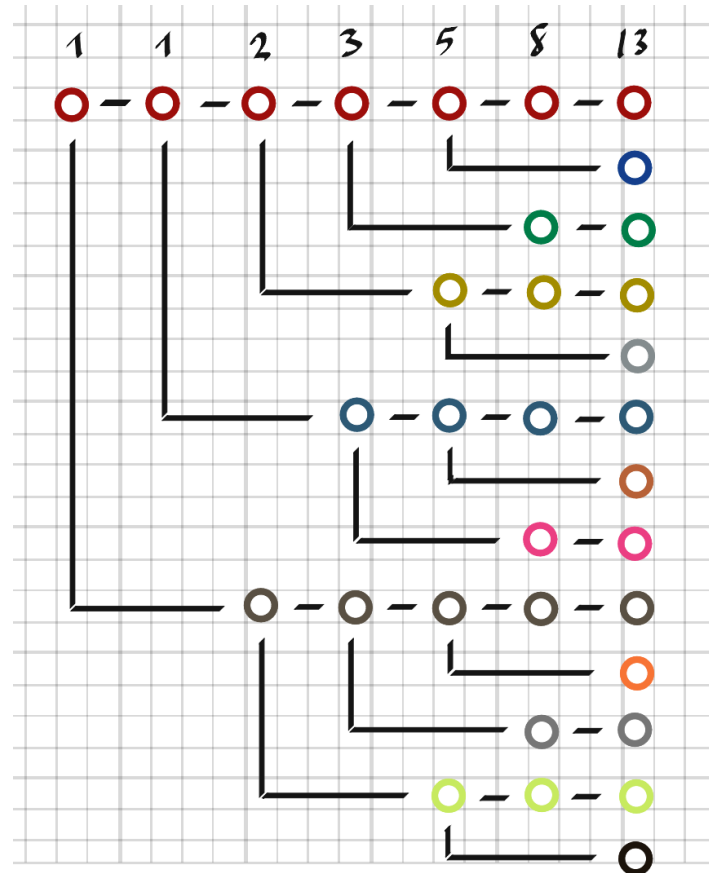


$$f(n) = \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \left[\left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)^n - \left(\frac{1 - \sqrt{5}}{2} \right)^n \right], \quad n \geq 1$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{f(n-1)} = \mathbf{1.61803 \dots}$$

Fortplantning av kaniner

Fibonacci studerade hur kaniner fortplantar sig. Fibbonaccis talserie motsvarar ökningen av antalet kaninpar, om vi räknar med att ett kaninpar ger upphov till ett nytt kaninpar varje månad (förutom den första månaden) samt att inga kaniner dör.

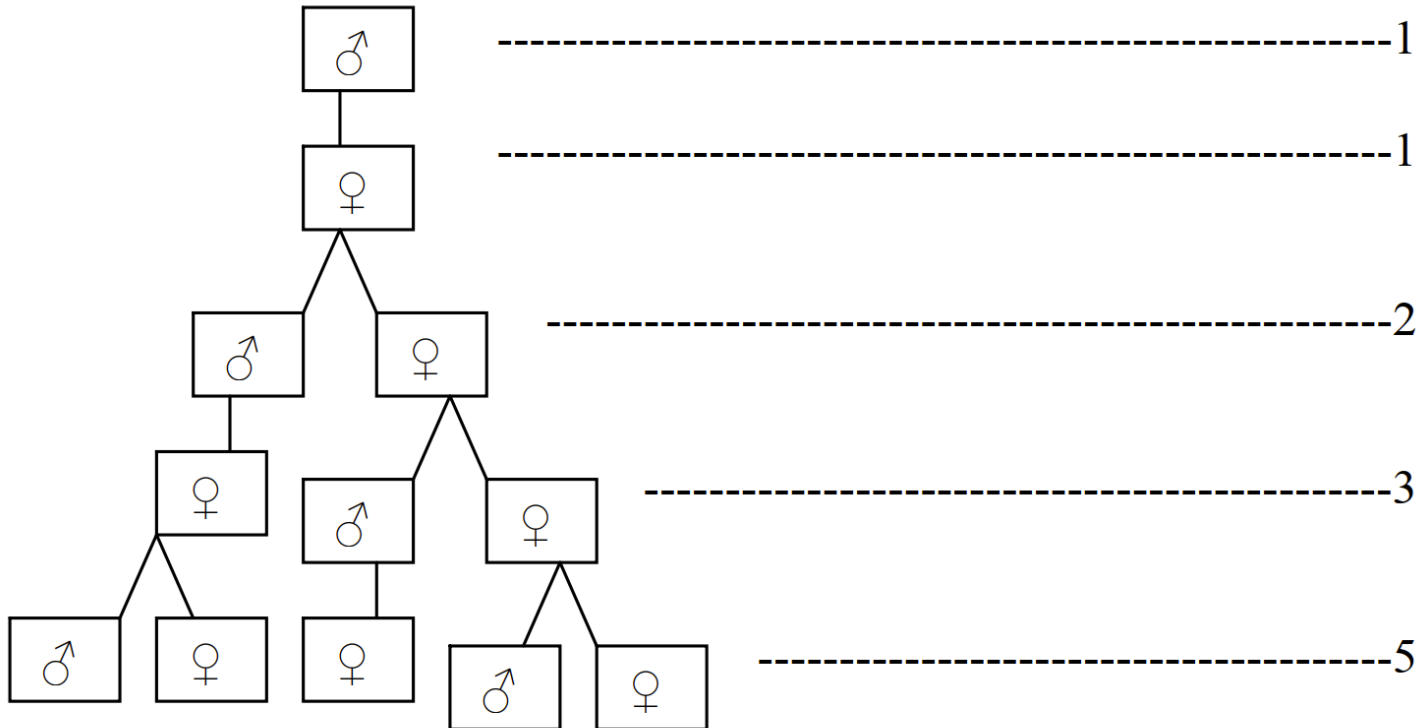


Släkträd för hanbin

Hanbin kläcks ur obefruktade ägg, d v s de har en förälder.

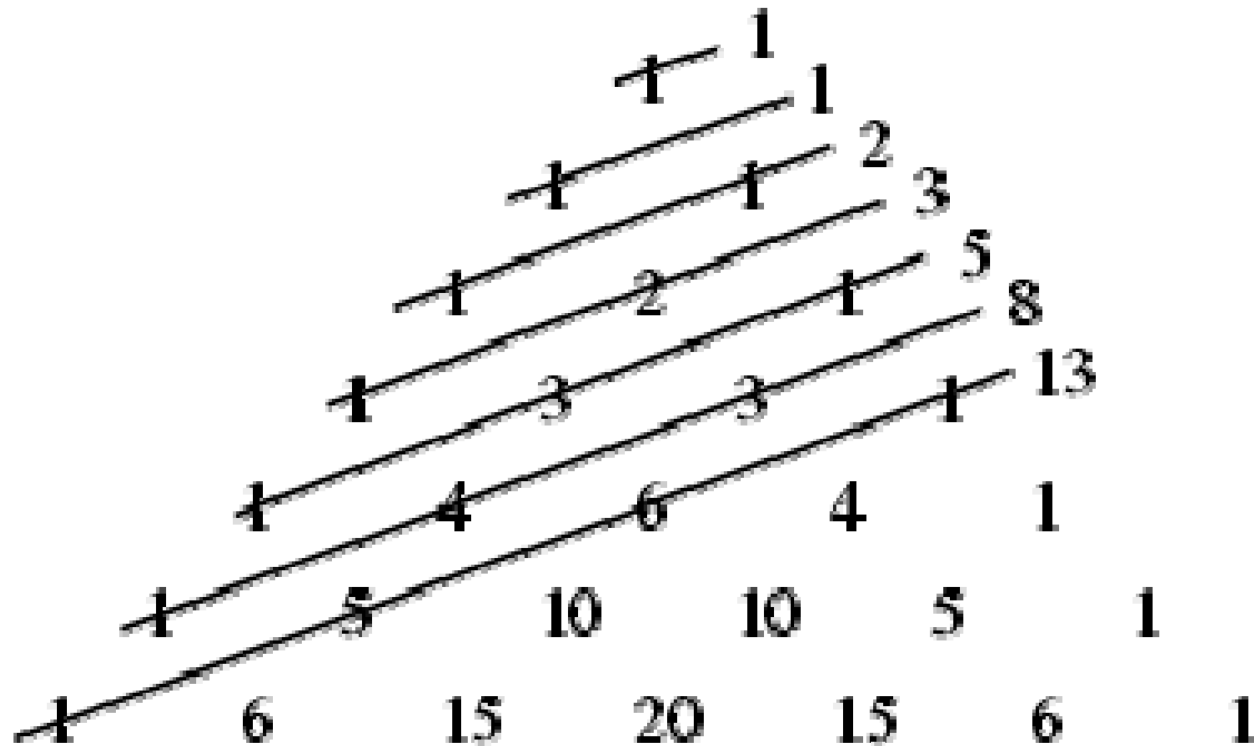
Honbin kläcks ur befruktade ägg och har således två föräldrar.

Förökningen av bin följer således Fibbonaccis talserie 1, 1, 2, 3, 5, 8 o s v.



Pascals triangel

Summan av diagonalerna i Pascals triangel följer Fibonaccis talserie.

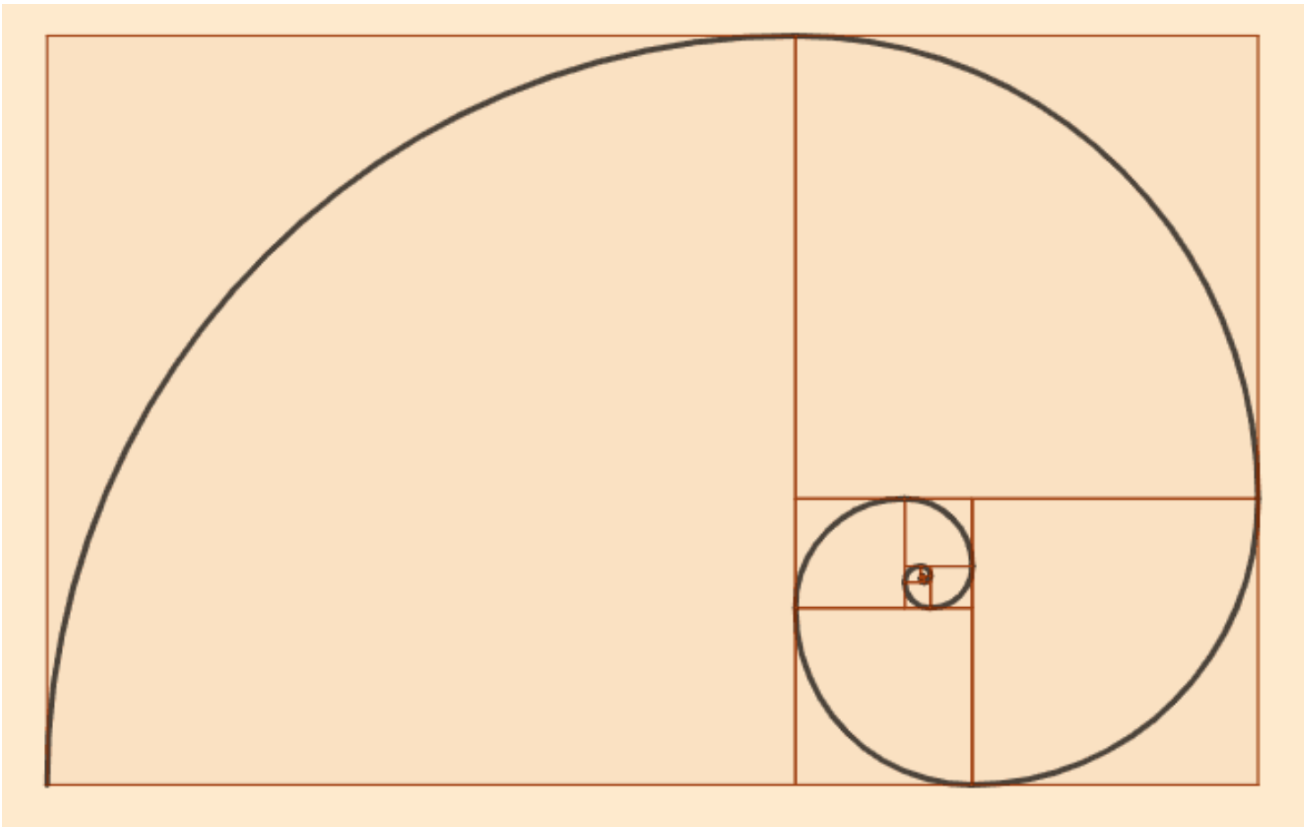


Den gyllene spiralen

Den gyllene spiralen skapas m h a rektanglar där
längd/bredd-förhållandet i varje rektangel = **1.618...**

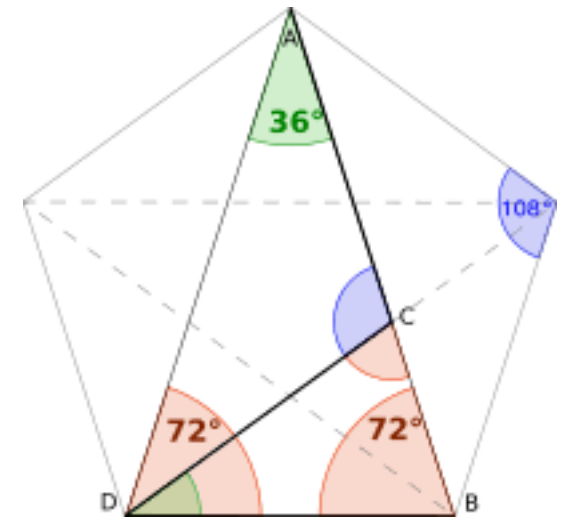
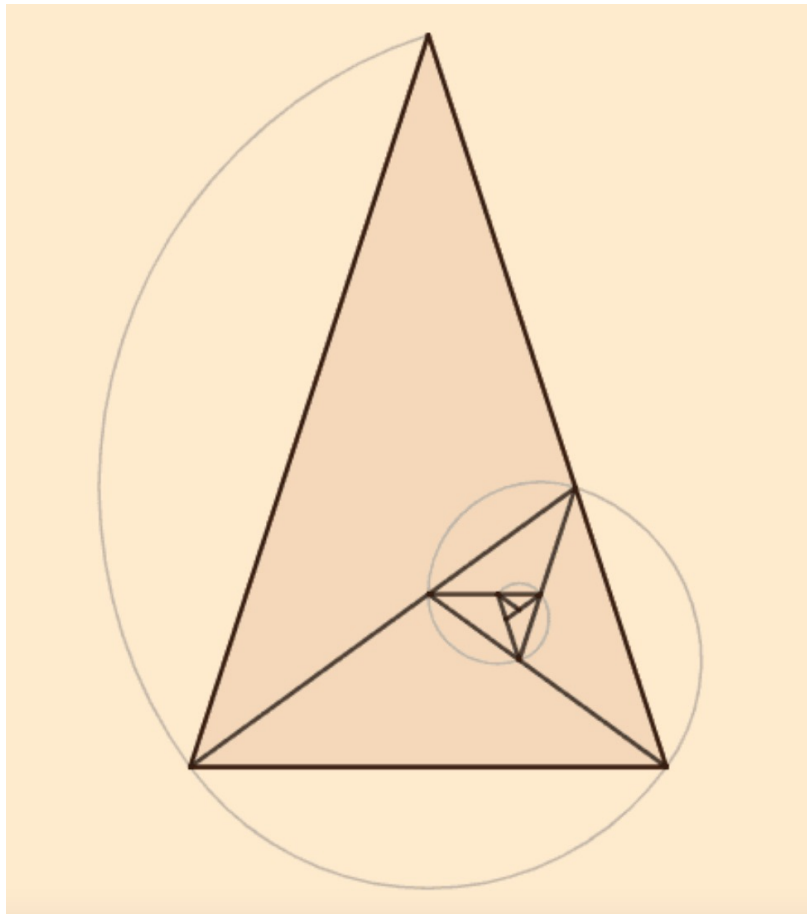


Pärlbåtssnäcka



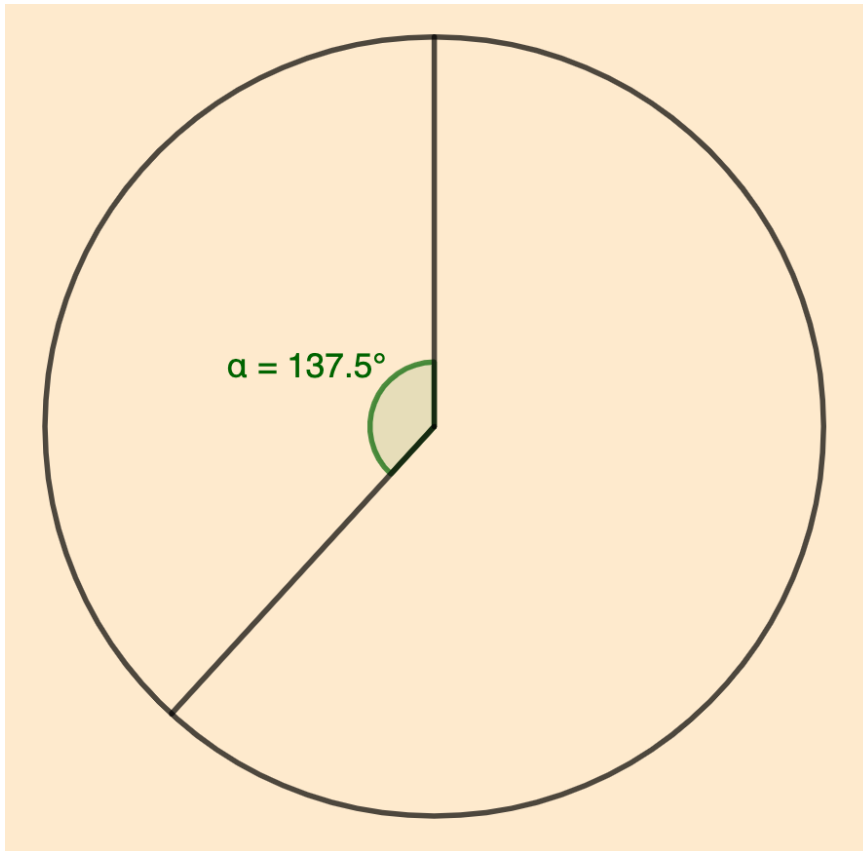
Den gyllene triangeln

Den gyllene triangeln är en likbent triangel med basvinklarna 72 grader.
Delas triangeln i förhållandet = **1.618...** erhålls en ny gyllene triangel.

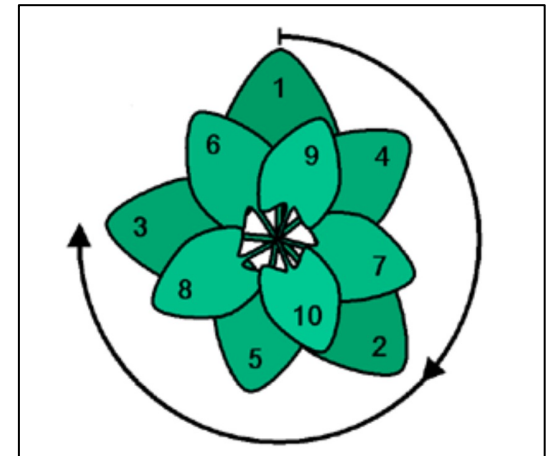


Den gyllene vinkeln

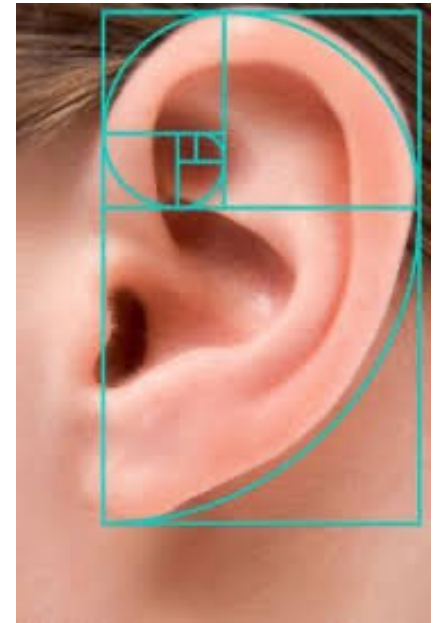
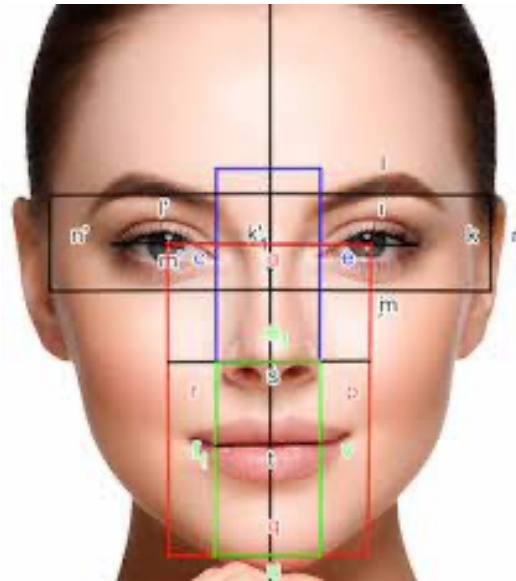
Om en cirkel delas i i förhållandet = **1.618...** fås den gyllene vinkeln 137.5 grader.



Kronbladens position hos exempelvis Tusensköna och många andra växter.



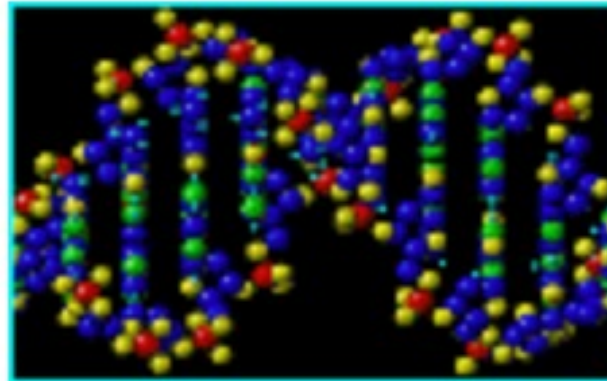
Det gyllene snittet och människan



1 : 1.618

Det gyllene snittet och människan

DNA – spiral (en cykel)



$$L = 34\text{\AA} = 34 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

$$B = 21\text{\AA} = 21 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

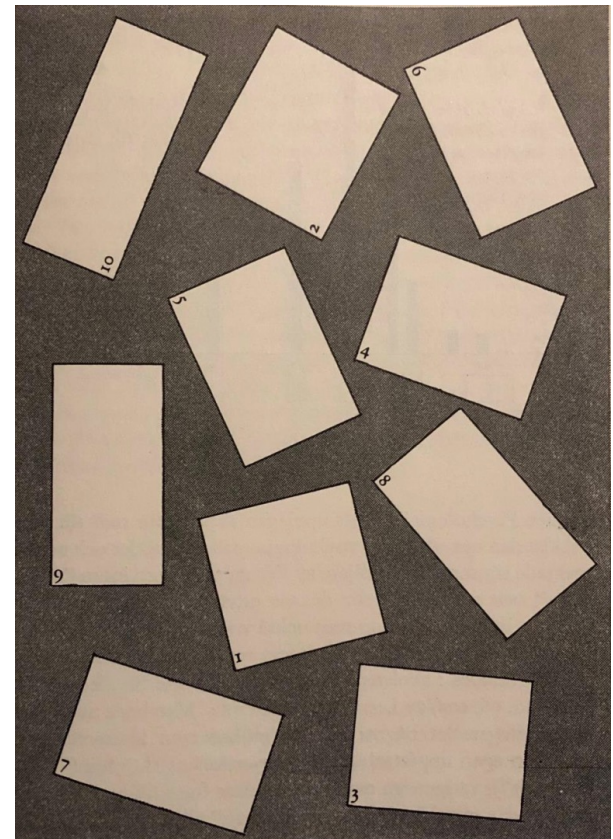
$$L/B \approx 1.618$$

Det gyllene snittet inom konst och arkitektur

Flera undersökningar har visat att människan finner förhållandet = **1.618...** som det mest estetiskt tilltalande. Hur är det i den här klassen?

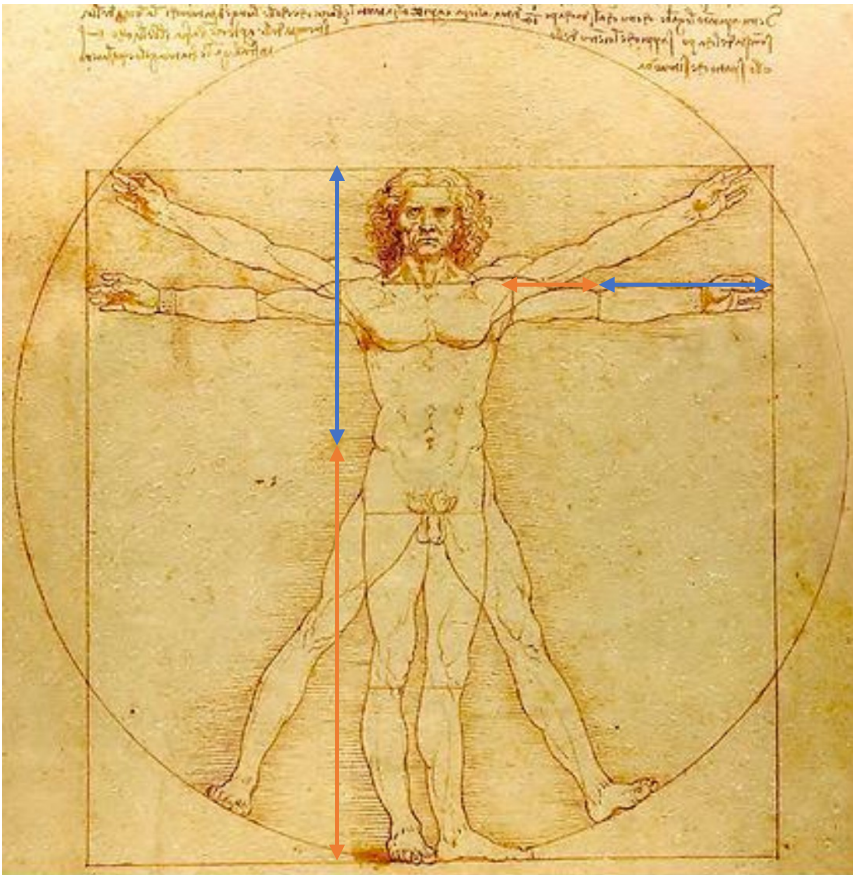
De Fechnerska försöken.

Rektangel nr	Proportion, x	Antal röstande, som betr. rektangeln i fråga avgivit omdöme om				Procentuell fördelning av skönhetsomdömena		
		<i>skönhet</i>		<i>fulhet</i>		$p(x)$		
		män	kvin- nor	män	kvin- nor	män	kvin- nor	båda könen
1	1 : 1 = 1,00	6,25	4,0	36,67	31,5	2,74	3,36	2,95
2	6 : 5 = 1,20	0,5	0,33	28,8	19,5	0,22	0,27	0,24
3	5 : 4 = 1,25	7,0	0,0	14,5	8,5	3,07	0,00	2,02
4	4 : 3 = 1,33	4,5	4,0	5,0	1,0	1,97	3,36	2,45
5	29 : 20 = 1,45	13,33	13,5	2,0	1,0	5,85	11,35	7,73
6	3 : 2 = 1,50	50,91	20,5	1,0	0,0	22,33	17,22	20,58
∅ 7	34 : 21 = 1,619	78,66	42,65	0,0	0,0	34,50	35,83	34,96
8	23 : 13 = 1,77	49,33	20,21	1,0	1,0	21,64	16,99	20,04
9	2 : 1 = 2,00	14,25	11,83	3,83	2,25	6,25	9,94	7,52
10	5 : 2 = 2,50	3,25	2,0	57,21	30,25	1,43	1,68	1,51
Sammanlagt		228	119	150	95	100,00	100,00	100,00

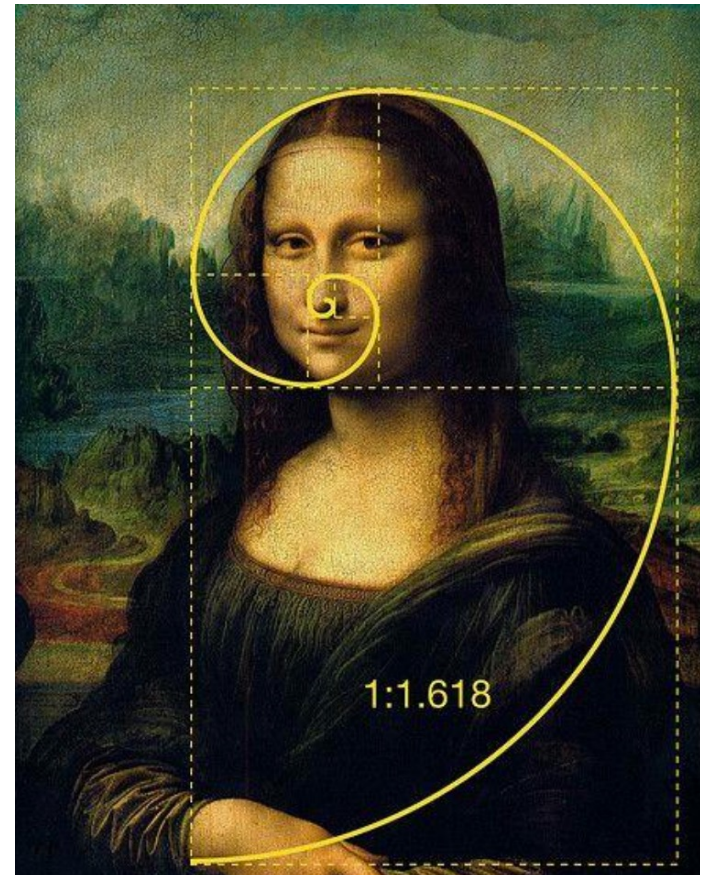


Det gyllene snittet inom konst och arkitektur

Leonardo da Vinci använde sig mycket av gyllene snittet i sin konst.

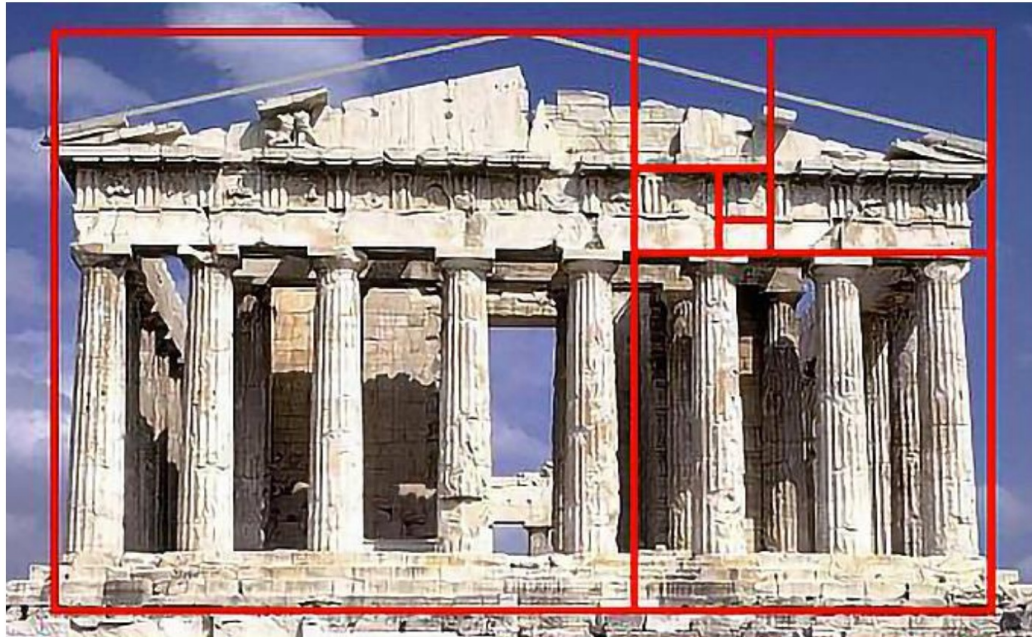


Den vitruvianska mannen

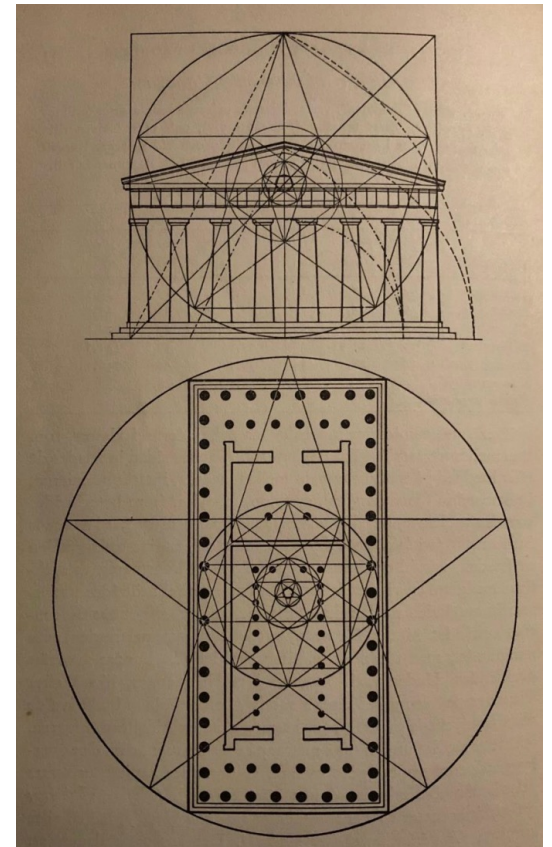


Mona Lisa

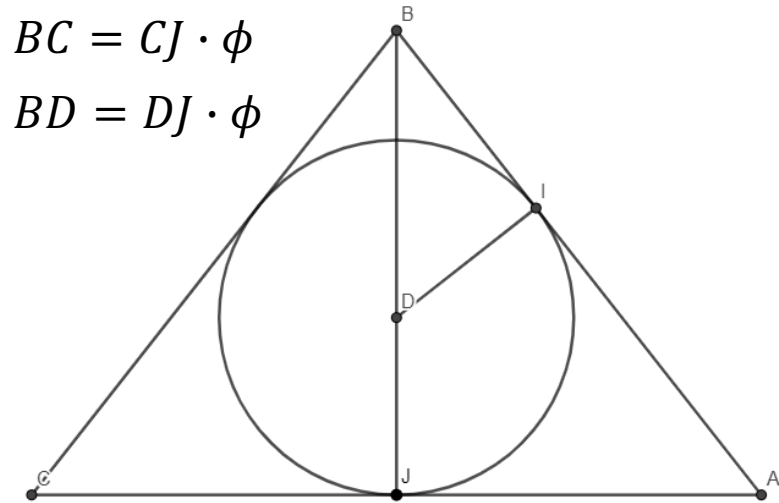
Det gyllene snittet inom konst och arkitektur



Parthenon 438 f.Kr, Akropolis Grekland



Det gyllene snittet inom konst och arkitektur

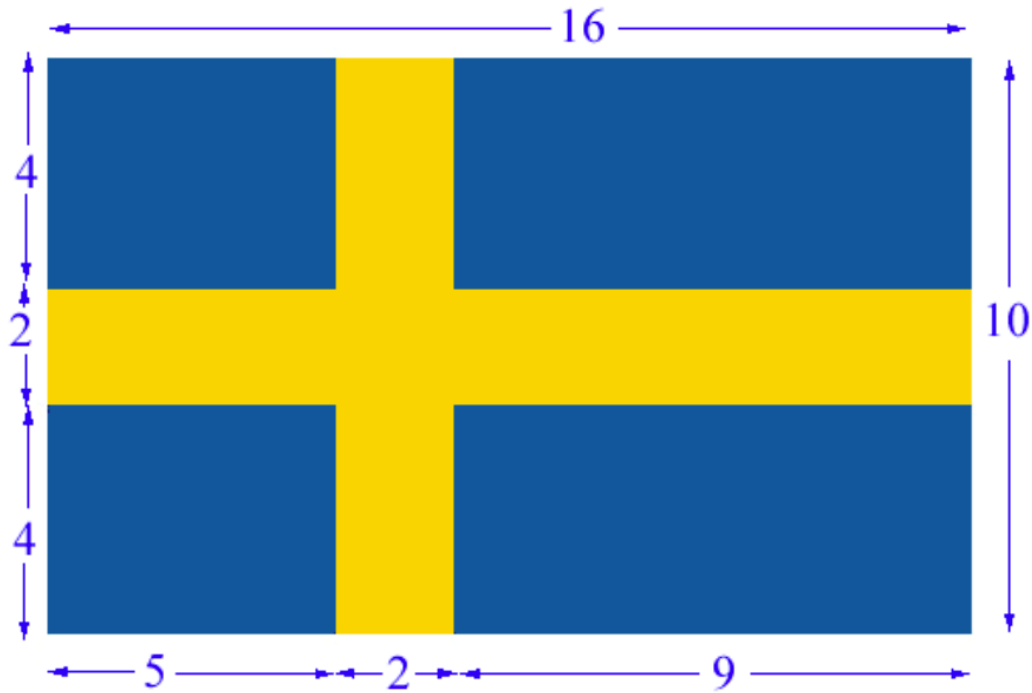


$$BC^2 = CJ^2 + BJ^2 \Rightarrow CJ^2 \cdot \phi^2 = CJ^2 + BJ^2 \Rightarrow \left(\frac{BJ}{CJ}\right)^2 = \phi^2 - 1 = \phi$$

$$\Rightarrow \frac{BJ}{CJ} = \sqrt{\phi} \Rightarrow \frac{\text{Höjd}}{\text{Bas}} = \sqrt{\phi}/2$$

	Bas	Höjd	Höjd / Bas	Avv. mot $\text{rot}(\phi)/2$
Cheops (Khufu)	230.4	146.6	0.63628	0.043%

Det gyllene snittet inom konst och arkitektur

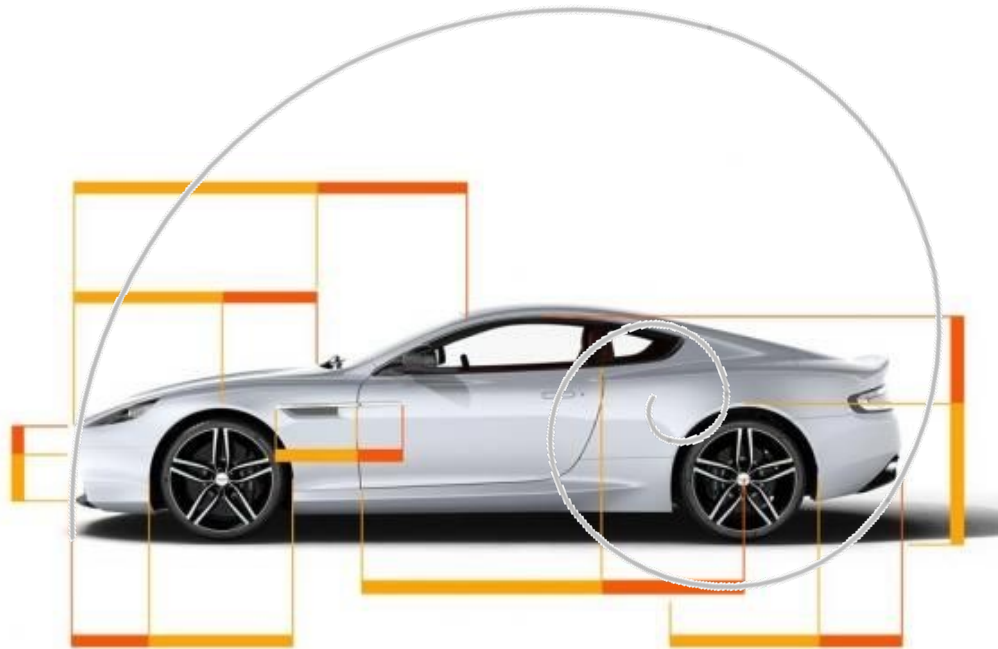


Det gyllene snittet inom konst och arkitektur



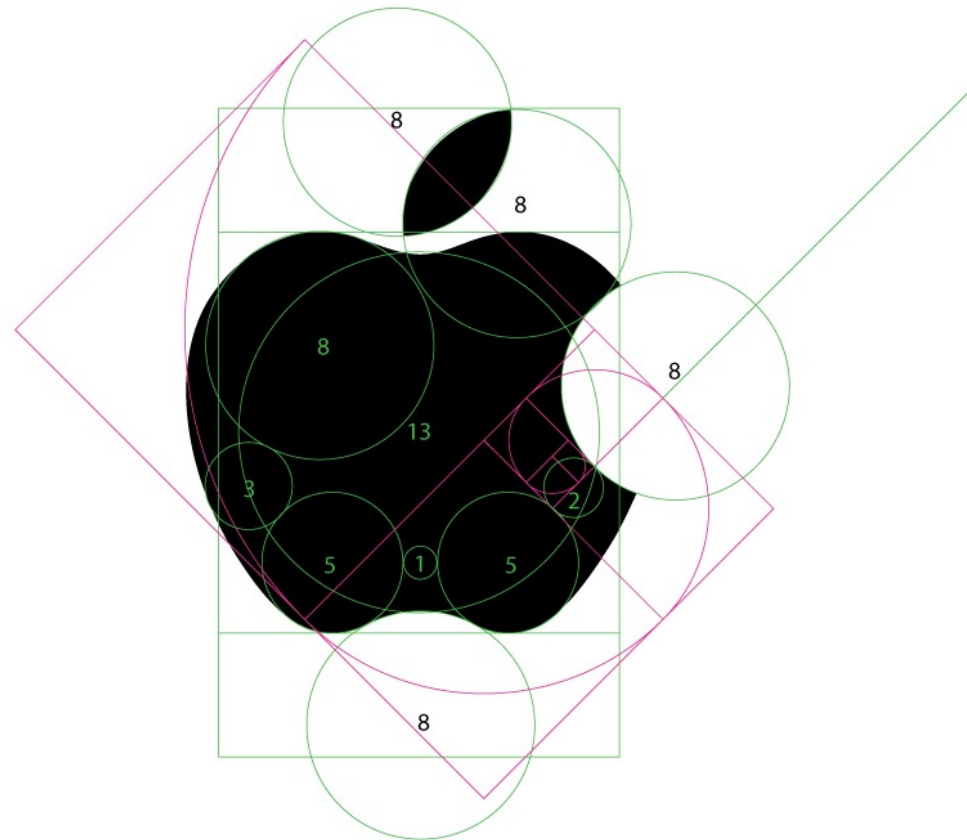
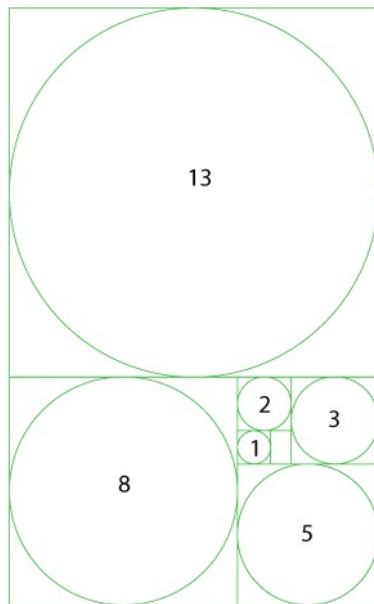
$$\frac{L}{B} \approx 1.6$$

Det gyllene snittet inom konst och arkitektur



Aston Martin DB9

Det gyllene snittet inom konst och arkitektur



Apple logotype

Det gyllene snittet inom konst och arkitektur



Twitter logotype

Det gyllene snittet inom konst och arkitektur



$A_1 : A_2 = \text{Golden Ratio}$

$B_1 : B_2 = \text{Golden Ratio}$

$C_1 : C_2 = \text{Golden Ratio}$

