

15 Vilket värde har uttrycket $b - a$ om $a - b = 4$?

15, $b - a = -(a - b) = \underline{-4}$

16 Johanna har ett eget företag. Förra året ökade vinsten med 50% jämfört med året innan. I år minskade vinsten med 50%. Gör hon större eller mindre vinst nu, jämfört med för två år sedan? Motivera ditt svar.

16, $1.50 \cdot 0.50 = 0.75 < 1 \Rightarrow \underline{\text{Mindre vinst nu}}$

17 Skriv text till en uppgift som kan lösas med hjälp av ekvationen $x + (x + 5) = 13$

17. Kalle är x år gammal. Hans bror Bosse är 5 år äldre. Tillsammans är de 13 år. Bestäm Kalles och Bosses åldrar.

18 Beräkna värdet av uttrycket.

$$2(6x - 2) - \frac{4x + 2}{2}$$

då $x = 148$.

18, $2(6x - 2) - \frac{4x + 2}{2} = 4(3x - 1) - 2x - 1 = 10x - 5$

$x = 148 \Rightarrow 10 \cdot 148 - 5 = 1480 - 5 = \underline{1475}$

19 Utgå från uttrycket $2ab - 3b$.

Bestäm a om $b = -2$ och uttryckets värde är 24.

$$19. \quad 2a \cdot (-2) - 3 \cdot (-2) = 24$$

$$-4a + 6 = 24$$

$$a = \frac{6 - 24}{4} = \underline{\underline{-4,5}}$$

20 Du vet att $x + 4y = 124$.

Hur mycket är då

a) $2x + 8y$

b) $\frac{x}{2} + 2y$

c) $0,25x + y$?

$$20. \quad a) \quad 2 \cdot 124 = \underline{\underline{248}}$$

$$b) \quad 124/2 = \underline{\underline{62}}$$

$$c) \quad 124/2 = \underline{\underline{31}}$$

21 Leila påstår att en ökning med 100% följt av en minskning med 15% motsvaras av förändringsfaktorn 1,7.

Är detta sant? Motivera ditt svar.

$$21. \quad 2 \cdot 0,85 = 1,7 \quad - \quad \underline{\underline{\text{Ja, det är sant.}}}$$

22 Lös ekvationerna.

a) $\frac{3z}{3+1} + \frac{2}{6-2} = 0$

b) $\frac{2x+1}{2} - \frac{x+2}{3} = 9$

22. a) $\frac{3z}{4} = -\frac{1}{2} \Rightarrow z = -\frac{4}{2 \cdot 3} = -\frac{2}{3}$

b) $x + \frac{1}{2} - \frac{x}{3} - \frac{2}{3} = 9$

$$\frac{2x}{3} = 9 + \frac{2}{3} - \frac{1}{2}$$

$$\frac{2x}{3} = \frac{9 \cdot 6 + 2 \cdot 2 - 1 \cdot 3}{6}$$

$$2x = \frac{55}{2}$$

$$x = \frac{55}{4}$$

23 Bestäm de två tal x och y sådana att x är dubbelt så stort som y och $(10\% \text{ av } x) + (5\% \text{ av } y) = 30$

23.

$$x = 2y$$

$$0.1 \cdot 2y + 0.05y = 30$$

$$y = \frac{30}{0.25} = 120$$

$$x = 2 \cdot 120 = 240$$

24 Anta att du blandar 990 g vatten med 10 g salt. Hur mycket vatten ska avdunsta för att salthalten i blandningen ska fördubblas?
Besvara frågan med hjälp av en ekvation som du tecknar och löser.

$$24. \quad \text{Nuvärdande salthalt} = \frac{10}{990+10} = 0,01$$

$$\text{Ny salthalt} = 2 \cdot 0,01 = 0,02$$

$$\frac{10}{1000-x} = 0,02$$

$$1000 - x = 500$$

$$x = 1000 - 500 = \underline{500 \text{ g}}$$

25 Efter en idrottsskada ändrade Bella sin träningsmängd vid tre tillfällen:
Vecka 1: minskning med 50%
Vecka 2: ökning med 20%
Vecka 3: ökning med 50%
Vilken total förändring i procent motsvarade det?

$$25. \quad 0,50 \cdot 1,20 \cdot 1,50 = 0,9 \Rightarrow \underline{\text{Minskning med 10\%}}$$

26 Vilket tal ska stå i den tomma rutan?

$2x$	$y/2$	x/y^2
$1/3$	$1/4$	

26. $x = 1/6, y = 1/2 \Rightarrow x/y^2 = \frac{1/6}{(1/2)^2} = \frac{1/6}{1/4} = \frac{4}{6} = \underline{\underline{2/3}}$

27 Stina och Wilma gick på café och betalade 20 kr för en kopp kaffe. De tyckte det var alldeles för dyrt och kallade på ägaren.

Stina sa:

"Ett halvt kilo kaffe kostar 20 kr. Av det kan du få ut 40 koppar kaffe. En kopp kostar alltså 50 öre.

Du har lagt på $\frac{20 \text{ kr}}{0,50 \text{ kr}} = 40 = 400\%$ "

En gäst vid bordet bredvid la sig i diskussionen.

"Det är värre än så. De har lagt på 4000% eftersom $40 = 4000\%$."

Caféägaren påstod att båda hade fel men ville inte förklara varför.

Vem har rätt? Vi antar att man får 40 koppar kaffe av ett halvt kilo kaffeböner.

27, $\text{Kostnad} = \frac{20}{40} = 0,50 \text{ kr/kopp}$

Procentuella påslaget = $\frac{\Delta x}{x_0} = \frac{20 - 0,50}{0,50} = 39 = \underline{\underline{3900\%}}$

- 33 Isidor tjänar x kr/h, John tjänar $(x + 12)$ kr/h och Jonathan tjänar $x/2$ kr/h.
När de arbetar 8 timmar var tjänar de tillsammans 2 976 kr.
Hur mycket tjänar Jonathan?

$$33. \quad 8x + 8(x + 12) + 8 \cdot \frac{x}{2} = 2976$$

$$20x = 2976 - 8 \cdot 12$$

$$x = \frac{2976 - 8 \cdot 12}{20} = 144 \text{ kr/h} \Rightarrow$$

$$\text{Jonathan tjänar } \frac{144}{2} = \underline{72 \text{ kr/h}}$$

- 34 Lös ekvationerna.

a) $\frac{5x}{12} = \frac{14}{5}$

b) $\frac{70}{2a} = 14$

$$34. \quad \text{a) } x = \frac{14 \cdot 12}{5 \cdot 5} = \underline{6,72} \quad \text{b) } a = \frac{70}{2 \cdot 14} = \frac{5}{2} = \underline{2,5}$$

35 Vilken aktie har utvecklats bäst och vilken aktie har utvecklats sämst?

	År 1	År 2	År 3
Aktie 1 (kläder)	+2%	+2%	+3%
Aktie 2 (IT)	+6%	-4%	+4%
Aktie 3 (skog)	-5%	+12%	-9%
Aktie 4 (läkemedel)	+14%	-7%	-7%

35.

$$A1: 1,02 \cdot 1,02 \cdot 1,03 = 1,072 \quad \leftarrow \text{bäst}$$

$$A2: 1,06 \cdot 0,96 \cdot 1,04 = 1,058$$

$$A3: 0,95 \cdot 1,12 \cdot 0,91 = 0,968 \quad \leftarrow \text{sämst}$$

$$A4: 1,14 \cdot 0,93 \cdot 0,93 = 0,986$$

36 Diofantos var en grekisk matematiker som levde ca år 250 e.v.t. Vi vet hur gammal han blev tack vare en av hans beundrare som beskrev hans liv i en matematisk gåta:

"Diofantos barndom varade i $\frac{1}{6}$ av hans liv. Han började odla ett skägg efter ytterligare $\frac{1}{12}$ av sitt liv. Efter ytterligare $\frac{1}{7}$ av sitt liv gifte han sig. Fem år senare blev han pappa till en son. Sonen levde exakt hälften så länge som sin far, och Diofantos dog fyra år efter sin son. Hur gammal blev Diofantos?"

36.

$$x \cdot \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{7} \right) + 5 + \frac{x}{2} + 4 = x$$

$$\frac{x}{504} (7 \cdot 12 + 6 \cdot 7 + 6 \cdot 12) + 9 + \frac{x}{2} = x$$

$$\frac{252x}{504} - \frac{198x}{504} = 9$$

$$54x = 9 \cdot 504$$

$$\underline{x = 84 \text{ år}}$$

- 37 En hundvalp ökade i vikt med 20% från födelsen till andra vägningen.
Tredje gången valpen vägdes hade den ökat i vikt med 50% från födelsen.
Hur många procent ökade valpen i vikt mellan andra och tredje vägningen?

37. Andra vägningen: $x \cdot 1,20$
Tredje vägningen: $x \cdot 1,50$

$$\text{ökningen} = \frac{1,5x - 1,2x}{1,2x} = 0,25 = \underline{25\%}$$

- 38 Peter och Karin ska köpa en begagnad bil. Karin fastnar för en fransk bil som kostar 114 000 kr.
Peter påstår att värdet på bilmodellen sjunker med ungefär 11% per år.
Han och Karin funderar på hur mycket den bilen skulle vara värd om 3 år och var och en räknar på sitt sätt.
Peters beräkning:
 $3 \cdot 0,11 = 0,33$
 $1 - 0,33 = 0,67$
 $0,67 \cdot 114\,000 \text{ kr} = 76\,380 \text{ kr}$
Karins beräkning:
 $1 - 0,11 = 0,89$
 $0,89^3 \cdot 114\,000 \text{ kr} = 80\,366 \text{ kr}$
Vem har tolkat problemet rätt? Motivera genom att beskriva hur Peter och Karin kan ha resonerat. (NP)

38. $114\,000 \cdot 0,89^3 = 80\,366 \text{ kr}$

Karins beräkning är korrekt.

Peter har felaktigt adderat istället för att multiplicera procentuella sänkningen/år

- 39) Temperaturen i en kopp varm dryck minskar med lika många procent varje minut. Efter tre minuter har temperaturen minskat till $\frac{7}{8}$ av den ursprungliga. Hur många procent minskar temperaturen på 24 minuter?

39.

$$\left(\frac{7}{8}\right)^{\frac{24}{3}} = \left(\frac{7}{8}\right)^8 = 0.3436$$

Temp. minskar $1 - 0.3436 = 0.656 \approx 66\%$
på 24 min.

- 40) Undersök om man i ekvationen $3x + 1 = 7 - x$ kan byta ut talen 1 och 7 mot två andra tal utan att ekvationens lösning ändras.

40.

$$3x + a = b - x$$

$2x = b - a \Rightarrow$ 1 och 7 kan ex.v
bytas ut mot 2 och 8.

- 41 Ett schampo säljs i tre olika storlekar, A, B och C.
 B innehåller 25 % mer än A och C innehåller 45 % mer än A.
 Priset för B är 10 % mer än A och priset för C är 30 % mer än A.
 Vilken av de tre flaskorna har lägst jämförpris, dvs. pris per volym?
 Motivera.

$$41. \quad B = 1,25A \quad P_B = 1,1P_A$$

$$C = 1,45A \quad P_C = 1,3P_A$$

$$\frac{P_B}{B} = \frac{1,1P_A}{1,25A} = 0,88 \cdot \frac{P_A}{A}$$

$$\frac{P_C}{C} = \frac{1,3P_A}{1,45A} = 0,90 \cdot \frac{P_A}{A}$$

} \Rightarrow B har lägst pris/volym

- 42 Nick och Nasra studerar två radioaktiva ämnen som sönderfaller snabbt. Massan av det ena ämnet minskar med 20 % var sjätte timme och massan av det andra ämnet minskar med 40 % var tolfte timme.
- Nick säger att det finns lika många procent kvar av båda ämnena efter ett dygn.
 - Nasra säger att det inte går att beräkna hur många procent som finns kvar efter ett dygn eftersom man inte vet massan från början.
- Undersök om Nick och Nasras påståenden stämmer.

$$42. \quad \text{Ämne 1: } 0,80^{\frac{24}{6}} = 0,8^4 = 0,41 = 41\% \text{ kvar}$$

$$\text{Ämne 2: } 0,40^{\frac{24}{12}} = 0,6^2 = 0,36 = 36\% \text{ kvar}$$

Båda har fel

43 Priset på en stor ryggsäck ökar med 15 % och priset på en liten ryggsäck minskar med 10%.

Efter förändringen är priset på den stora ryggsäcken 45 % högre än på den lilla.

Hur många procent dyrare var den stora säcken än den lilla, före förändringen?

$x = \text{pris stor ryggsäck}$

$y = \text{pris liten ryggsäck}$

$$43. \quad x \cdot 1.15 = (y \cdot 0.90) \cdot 1.45$$

$$x = 1.1348 y$$

$$\frac{x - y}{y} = \frac{1.1348 y - y}{y} \approx 0.135 = \underline{13.5\%}$$
