1) Ge ett exempel på ett rationellt uttryck som uppfyller följande villkor

- uttrycket får värdet 0 då $x = 3$
- uttrycket är odefinierat då $x = 2$
- uttrycket får värdet 8 då $x = 5$

1/1/1

1.

$$-\frac{12\cdot(3-x)}{x-2}$$

---

2) Låt $f(x) = 2x$ och $g(x) = 3x + 6$ och lös följande ekvation

$$\frac{f(g(x))}{f(x)} = 3x$$

0/1/1

2.

$$\frac{2(3x+6)}{2x} = 3x$$

$$6x + 12 = 6x^2$$

$$6(x^2 - x - 2) = 0$$

$$6(x+1)(x-2) = 0$$

$$x_1 = -1, \quad x_2 = 2$$

3) Förenkla nedanstående uttryck så långt som möjligt.

$$\frac{-x^2+2x+8}{2x^2+8x+8}$$

0/1/1

3.

$$\frac{-(x^2-2x-8)}{2(x^2+4x+4)} = \frac{-(x+2)(x-4)}{2(x+2)^2} = \underline{\frac{4-x}{2(x+2)}}$$

---

4) Förenkla så långt som möjligt.

$$\frac{(x-5)^{17}-3(x-5)^{16}}{x-8}$$

0/1/1

4.

$$\frac{(x-5)^{16}(x-5-3)}{x-8} = \underline{(x-5)^{16}}$$

---

5) Förenkla så långt som möjligt

$$1-\frac{1-\frac{x}{x+y+1}}{1-\frac{x+1}{x+y+1}}$$

0/1/1

5,

$$\frac{1-\frac{x+1}{x+y+1}-1+\frac{x}{x+y+1}}{1-\frac{x+1}{x+y+1}} = -\frac{\frac{1}{x+y+1}}{1-\frac{x+1}{x+y+1}} =$$

$$= -\frac{1}{x+y+1-x-1} = \underline{-\frac{1}{y}}$$

6) För vilka värden på x är följande uttryck inte definierat? Motivera ditt svar.

$$\frac{3x+\frac{1}{x}}{\frac{x}{2x+1}-\frac{1}{2x+2}}$$

0/1/2

6.

$\underline{x = 0}$

$2x+1=0 \Rightarrow \underline{x = -\frac{1}{2}}$

$2x+2=0 \Rightarrow \underline{x=-1}$

$$\frac{3x+\frac{1}{x}}{\frac{x(2x+2)-2x-1}{(2x+1)(2x+2)}} = \frac{(3x+\frac{1}{x})(2x+1)(2x+2)}{2x^2-1}$$

$2x^2-1=0 \Rightarrow \underline{x = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}}$

7) Förenkla så långt som möjligt

$$\frac{x^2+x-2}{x^2+8x+15}\Bigg/\frac{x^2+5x+6}{x^2+4x-5}$$

0/1/2

7.

$$\frac{(x-1)\cancel{(x+2)}}{\cancel{(x+5)}(x+3)} \cdot \frac{(x-1)\cancel{(x+5)}}{\cancel{(x+2)}(x+3)} = \frac{(x-1)^2}{(x+3)^2}$$

---

8) a) Ange ett rationellt uttryck $f(x)$ som inte är definierat för varken $x = 4$ eller $x = -5$.

b) Anpassa uttrycket i a) så att det även antar värdet 3 när $x = 5$.

c) Anpassa ditt svar i b) så att det även uppfyller att $f(-6) = 14$

1/2/2

8. a) $$f(x) = \frac{1}{(x-4)(x+5)}$$

b) $$f(5) = \frac{a}{(5-4)(5+5)} = 3$$

$$f(5) = \frac{a}{10} = 3 \quad \Rightarrow \quad f(x) = \frac{30}{(x-4)(x+5)}$$

b)

Ansatz: $f(x) = \dfrac{ax+b}{(x-4)(x+5)} \Rightarrow$

$$\begin{cases} f(5) = \dfrac{5a+b}{(5-4)(5+5)} = 3 \\[2ex] f(-6) = \dfrac{-6a+b}{(-6-4)(-6+5)} = 14 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5a + b = 30 \\ -6a + b = 140 \end{cases}$$

$$11a = -110$$

$$\begin{cases} a = -10 \\ b = 30 + 5 \cdot 10 = 80 \end{cases}$$

$$f(x) = \frac{-10x + 80}{(x-4)(x+5)}$$

9) Förenkla så långt som möjligt

a) $\dfrac{2x^3 - 8x}{4x^2 - 2x^3}$

b) $\dfrac{3^{4+x} - 3^x \cdot 5^{2x}}{3^{2+x} + 15^x}$

0/2/2

9. a) $\dfrac{2x(x^2-4)}{2x^2(2-x)} = \dfrac{-2x(2-x)(x-2)}{2x^2(2-x)} = \underline{\dfrac{2-x}{x}}$

b) $\dfrac{3^x(3^4-5^{2x})}{3^x(3^2+5^x)} = \dfrac{81-5^{2x}}{9+5^x} = \dfrac{(9+5^x)(9-5^x)}{9+5^x} = \underline{9-5^x}$

10) Lös ekvationen algebraiskt.

$$\frac{1}{x^2+x-6} - \frac{1}{x^2-2x} = \frac{1}{2x}$$

0/0/3

10. $\frac{1}{(x+3)(x-2)} - \frac{1}{x(x-2)} = \frac{1}{2x} \Rightarrow$

$2x - 2(x+3) = (x+3)(x-2)$, $\begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq -3 \\ x \neq 2 \end{cases}$

$-6 = x^2 + x - 6$

$x(x+1) = 0$

$(x=0)$ falsk lösning

$\underline{x = -1}$

11) Lös ekvationen $1 + \dfrac{4 - x^2}{x - 2} - \dfrac{3}{x - 3} = 0$

0/0/3

11.

$$1 + \frac{(2-x)(2+x)}{x-2} - \frac{3}{x-3} = 0 \quad , \quad x \neq 2$$

$$1 - (2+x) - \frac{3}{x-3} = 0$$

$$-(x+1)(x-3) - 3 = 0 \quad , \quad x \neq 3$$

$$-(x^2 - 2x - 3) - 3 = 0$$

$$x^2 - 2x = 0$$

$$x(x-2) = 0$$

$(x = 2)$ falsk lösning

$\underline{x = 0}$

12) Lös ekvationerna, och svara exakt.

a) $\dfrac{(x+5)^{10}+(x+5)^{10}}{(x+5)^3}=6$

b) $\dfrac{x}{(x+3)^7}+\dfrac{3}{(x+3)^7}=0,5$

0/0/4

12.

a) $\dfrac{2(x+5)^3(x+5)^7}{(x+5)^3}=6 \quad \Rightarrow$

$x+5=3^{1/7}$

$x=3^{1/7}-5$

b) $(x+3)^{-6}=0.5$

$x+3=2^{1/6}$

$x=\pm 2^{1/6}-3$