

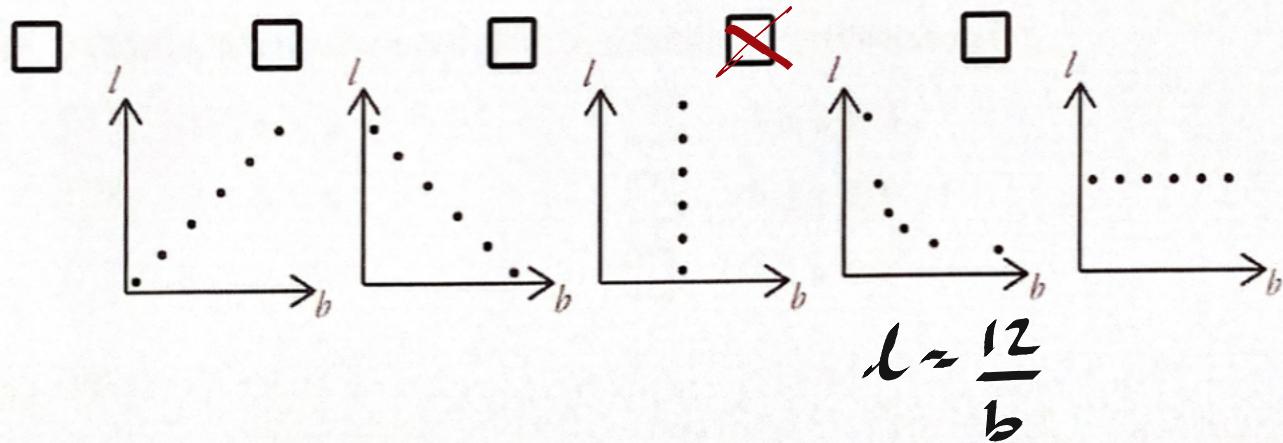
1) Bestäm  $f(2a)$  då funktionen  $f$  är sådan att  $f(x) = 3x^2 - x$ .

0/0/1

1.  $f(2a) = 3 \cdot (2a)^2 - 2a = \underline{12a^2 - 2a}$

2) Berit ska undersöka olika möjliga värden på längd (l) och bredd (b) i en rektangel med arean  $12 \text{ cm}^2$ . Hon markerar olika värden för längd och bredd i ett diagram. Hur bör hennes diagram se ut?

Markera ditt svar.



0/0/1

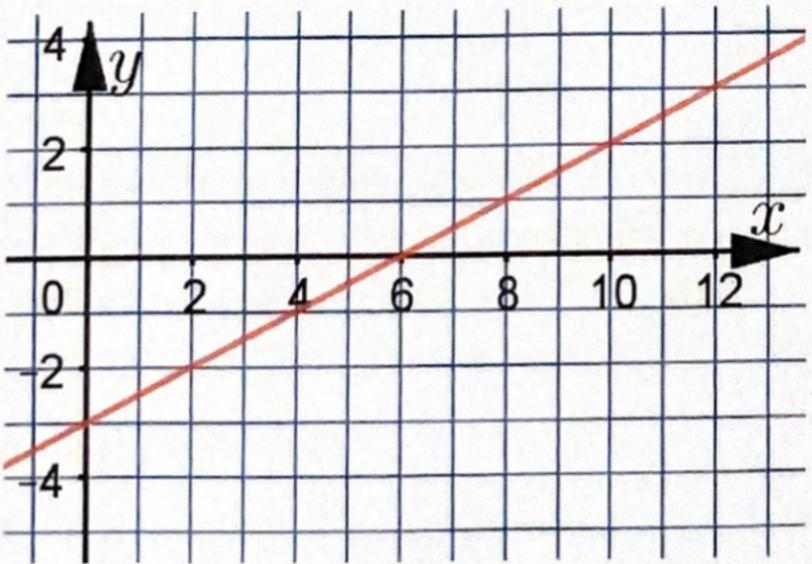
3) Bestäm  $f(-1) - f\left(\frac{2}{3}\right)$  om  $f(x) = \frac{3-2x}{2+x}$

1/1/1

3.

$$\frac{3-2(-1)}{2+(-1)} - \frac{3-2\left(\frac{2}{3}\right)}{2+\frac{2}{3}} = \frac{5}{1} - \frac{\frac{9}{3}-\frac{4}{3}}{\frac{6}{3}+\frac{2}{3}} = 5 - \frac{5}{8} = \underline{\frac{35}{8}}$$

- 4) I figuren nedan visas grafen till funktionen  $y = f(x)$



- a) Bestäm  $f(0)$
- b) Lös ekvationen  $f(x) = 0$
- c) Lös ekvationen  $f(x + 1) = 2$

1/1/1

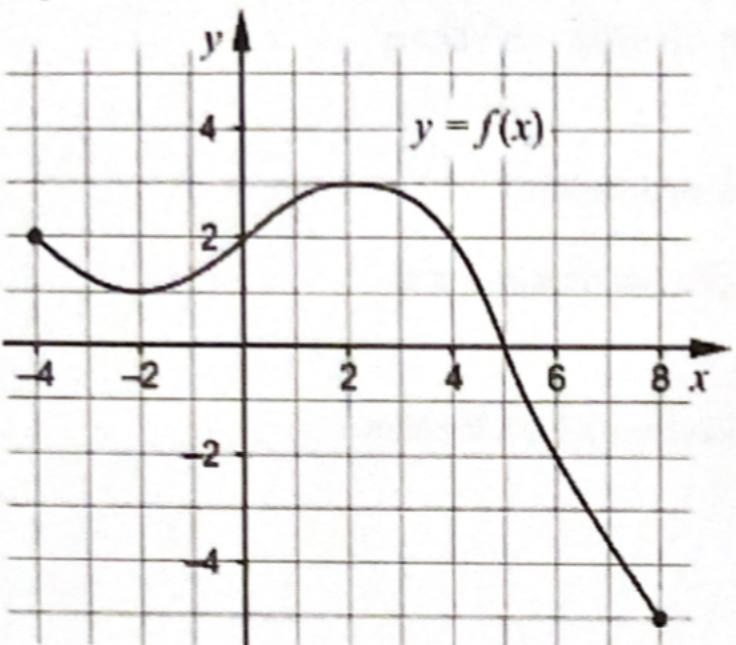
4. a)  $f(0) = \underline{-3}$

b)  $x = \underline{6}$

c)  $f(x+1) = 2 \Rightarrow x+1 = 10 \Rightarrow x = \underline{9}$

---

5) Figuren visar grafen till funktionen  $f$



a) Vilket av alternativen nedan anger funktionens värdemängd?

- |   |  |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> $-5 \leq x \leq 2$ | <input type="checkbox"/> $-4 \leq y \leq 8$            |
| <input type="checkbox"/> $-4 \leq x \leq 8$ | <input checked="" type="checkbox"/> $-5 \leq y \leq 3$ |
| <input type="checkbox"/> $-5 \leq x \leq 3$ | <input type="checkbox"/> $-5 \leq y \leq 2$            |

b) Bestäm  $f(a)$  då  $f(a+1) = -2$

0/1/1

5, b)  $f(x) = -2 \Rightarrow x = 6$

$$a+1 = 6 \Rightarrow a = 5$$

$$f(a) = f(5) = \underline{\underline{0}}$$

- 6) Decembernumret av en tidskrift väger 125 g. Det sänds ut i brev av Posten enligt ett särskilt avtal. Varje brev kostar 2,58 kr/st och dessutom finns en avgift på hela utsändningen på 16 kr/kg. Det kostar  $y$  kr att sända ut  $x$  exemplar av decembernumret. Ange  $y$  som funktion av  $x$ .

$$y = 2,58x + 16 \cdot 0,125x$$

Svar:  $y = 4,58x$

0/1/1

- 7) Maria samlar regnvatten i en cylindrisk tunna. Tunnans bottenarea är  $0,5$   $\text{m}^2$ . Vattenvolymen  $V(x)$   $\text{m}^3$  beror av hur högt vattnet står i tunnan,  $x$  m och beräknas genom funktionen  $V(x) = 0,50x$

Tunnen rymmer 400 liter regnvatten då den är fylld upp till kanten.

- a) Hur hög är tunnan?  
b) Vilken definitionsmängd har funktionen  $V(x)$ ?

0/1/1

7, a)

$$400 \text{ liter} = 400 \text{ dm}^3 = 0,4 \text{ m}^3$$

$$0,50x = 0,4 \Rightarrow x = 0,8 \text{ m}$$

b)

$$\underline{0 \leq x \leq 0,8 \text{ m}}$$

- 8) Klassen ska ordna en vårkonsert för att samla in pengar till klasskassan. De får hyra matsalen för 2500 kronor och säljer biljetter till släkt och vänner för 50 kr/st.
- Hur många biljetter måste de sälja för att inte gå med förlust?
  - Ange en funktion,  $V(x)$ , för den vinst klassen gör om de säljer  $x$  st biljetter.
  - I lokalen får max 200 personer vistas (utöver eleverna själva). Bestäm funktionens värdemängd.

3/2/1

8 a)  $50x - 2500 = 0$

$x = 50 \text{ st}$

b)  $V(x) = 50x - 2500$

c)  $V_{\min} = -2500$

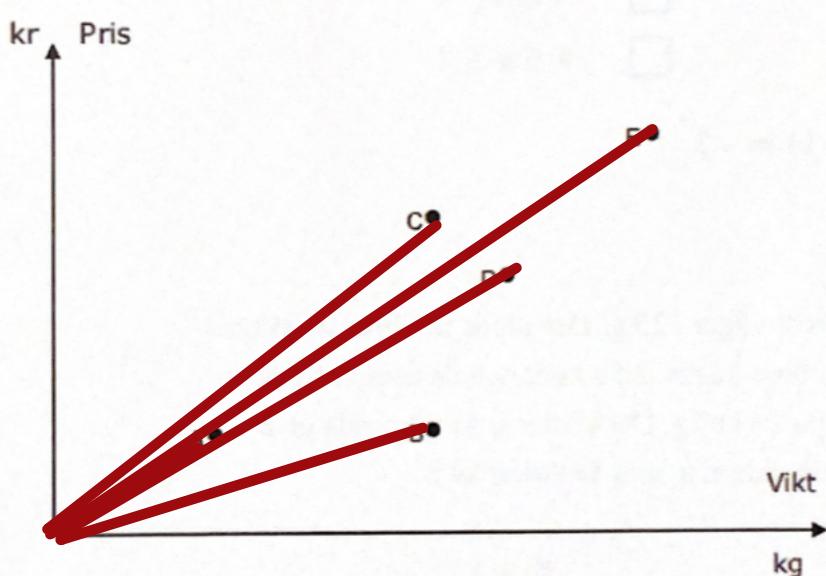
$V_{\max} = 50 \cdot 200 - 2500 = 7500$

$-2500 \leq V \leq 7500$

---

- 9) En butik gjorde en undersökning om vikt och pris på chokladkakor.

Resultatet visas i följande diagram.



- a) Vilka chokladkakor väger lika mycket?  
b) Vilken chokladkaka har det högsta kilopriset? Motivera din lösning i diagrammet och i rutan.

1/2/1

9. a) B och C

b) c har högst kilopris för att  
linjen från origo har störst lutning

- 10) Hjalmar ska åka på festival och hyr en minibuss för 2700 kr, inkl. bensinkostnad.

Det finns åtta passagerarplatser i minibussen och han erbjuder sina kompisar att följa med på resan för 500 kr per person.

- a) Ställ upp en funktion för hur mycket han går plus minus när man räknar med utgift för minibuss och intäkter från kompisar.

Låt  $y$  kr vara hans resultat och  $x$  vara antalet passagerare som följer med.

*Endast svar krävs.*

- b) Ange funktionens definitionsmängd och värdemängd. Motivera dina svar.

0/2/1

10. a)  $y = \underline{500x - 2700}$

b) Def. mängd:  $\underline{0 \leq x \leq 8}$

Värde mängd:  $\underline{-2700 \leq y \leq 500.8 - 2700}$

$\underline{-2700 \leq y \leq 1300}$

---

11) För en funktion  $f$  där  $f(x) = kx + m$  gäller att

- $f(x+2) - f(x) = 3$
- $f(4) = 2m$

Bestäm funktionen  $f$ .

0/0/2

$$11. \quad f(4) = 2m \Rightarrow$$

$$k \cdot 4 + m = 2m \Rightarrow k = \frac{m}{4}$$

$$x = 2 \Rightarrow$$

$$f(4) - f(2) = 3$$

$$2m - f(2) = 3 \Rightarrow f(2) = 2m - 3$$

$$k = \frac{f(4) - f(2)}{4 - 2}$$

$$\frac{m}{4} = \frac{2m - (2m - 3)}{4 - 2}$$

$$m = 4 \cdot \frac{3}{2} = 6 \Rightarrow k = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$$\underline{\underline{f(x) = \frac{3}{2}x + 6}}$$

- 12) Låt  $f(x) = 3x + 5$  och  $g(x) = 4x + m$ . För vilket värde på  $m$  är  $f(g(x)) = g(f(x))$ ?

0/0/2

$$12, \quad f(g(x)) = 3(4x + m) + 5 = 12x + 3m + 5$$

$$g(f(x)) = 4(3x + 5) + m = 12x + 20 + m$$

$$f(g(x)) = g(f(x)) \Rightarrow$$

$$12x + 3m + 5 = 12x + 20 + m$$

$$2m = 15$$

$$m = \underline{\frac{15}{2}}$$

13) Två funktioner är givna:  $f(x) = 8x - 5$  och  $g(x) = 3x$ .

Beräkna  $f(g(1)) + 2$

0/0/2

13,

$$f(g(x)) = 8 \cdot 3x - 5 = 24x - 5$$

$$\underline{f(g(1)) + 2 = 24 \cdot 1 - 5 + 2 = 21}$$

14) Förenkla  $f(a) - f(a-1)$ , om  $f(x) = x(x+1)(x+2)$

0/0/2

14,

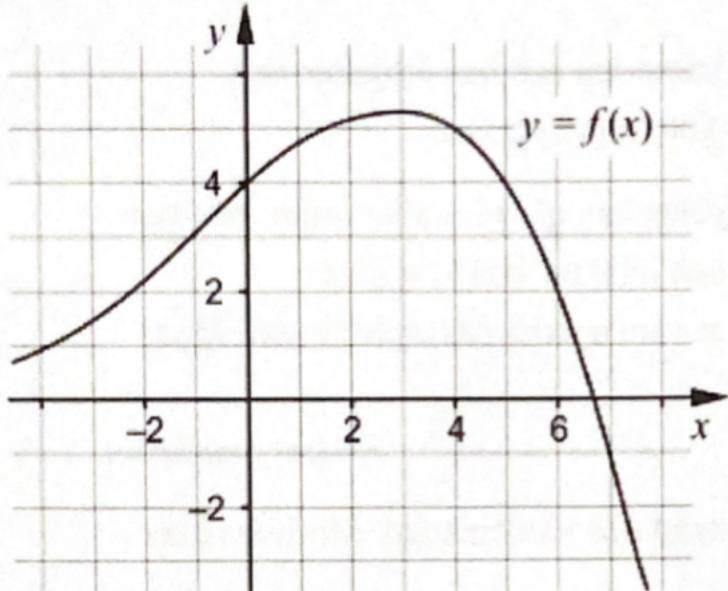
$$f(a) = a(a+1)(a+2)$$

$$f(a-1) = (a-1) \cdot a \cdot (a+1) = a(a+1)(a-1)$$

$$f(a) - f(a-1) = a(a+1)(a+2) - a(a+1)(a-1) =$$

$$= a(a+1)(a+2-a+1) = a(a+1) \cdot 3 = \underline{3a^2+3a}$$

15) Figuren visar grafen till funktionen  $f$  där  $y = f(x)$ .



- a) Använd grafen och bestäm  $a$  om  $f(a) = -1$   
b) Använd grafen och bestäm  $f(b)$  då  $f(b-1) = 4$

0/1/2

15, a)  $a = 7$

b)  $f(x) = 4 \Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 5$

$$b_1 = x_1 + 1 = 0 + 1 = 1 \quad | \Rightarrow$$
$$b_2 = x_2 + 1 = 5 + 1 = 6 \quad |$$

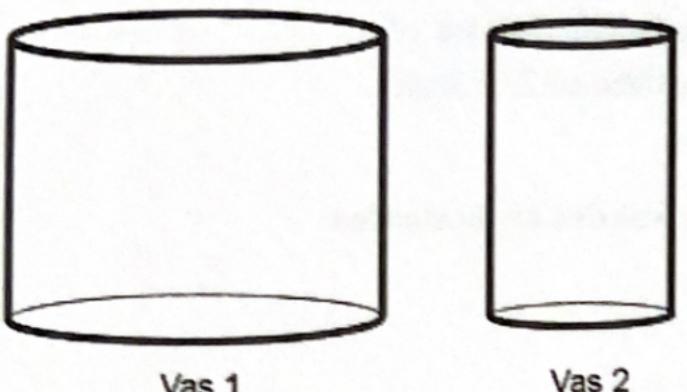
$$f(b_1) = f(1) \approx 4.7$$

$$f(b_2) = f(6) = 2$$

$f(b) \approx 4.7$  och  $2$

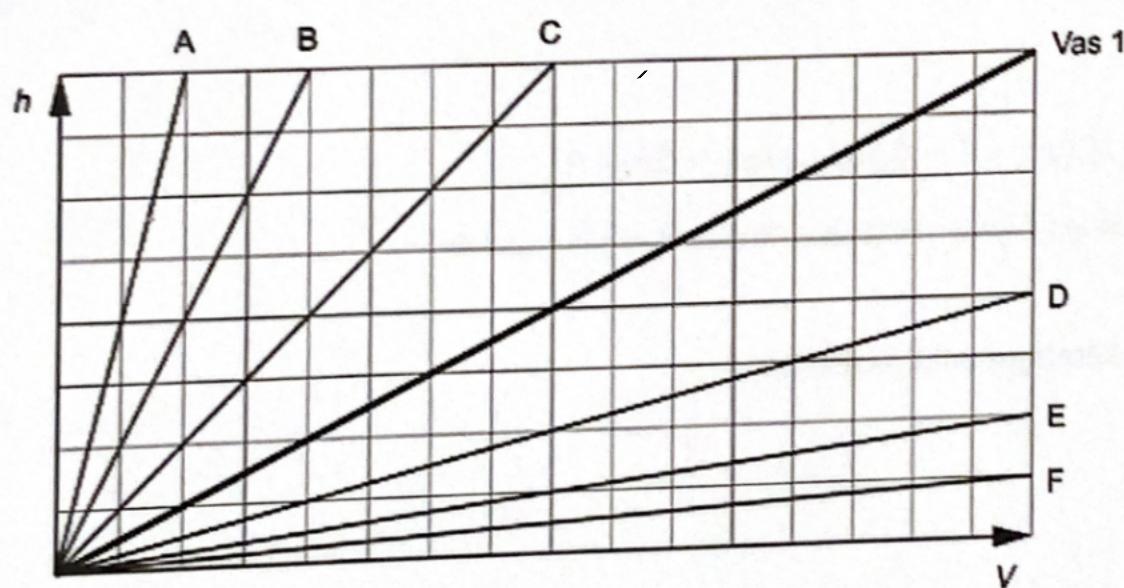
---

16)



Två cylinderformade vaser, vas 1 och vas 2, fylls med vatten. Vas 1 har dubbelt så stor radie som vas 2 men samma höjd. I diagrammet nedan visar den bredare linjen hur vattenhöjden  $h$  beror av vattenvolymen  $V$  i vas 1.

Utred vilken av de övriga linjerna A - F som visar hur vattenhöjden  $h$  beror av vattenvolymen  $V$  i vas 2.



0/1/2

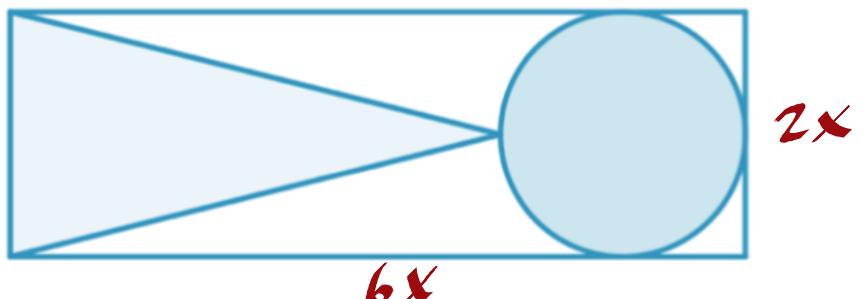
$$16. \quad r_1 = 2r_2 ; \quad h_2 = h_1 \Rightarrow$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{h_2 \pi r_2^2}{h_1 \pi r_1^2} = \frac{r_2^2}{r_1^2} = \frac{r_2^2}{(2r_2)^2} = \frac{1}{4}$$

$V_1$  motsvarar 16 rutor på V-axeln  $\Rightarrow$

$V_2$  motsvarar då  $\frac{16}{4} = 4$  rutor  $\Rightarrow \underline{\underline{B}}$

- 2) Från en rektangulär skiva med längden  $6x$  cm och bredden  $2x$  cm skär man bort en likbent triangel och en cirkel så som figuren visar.



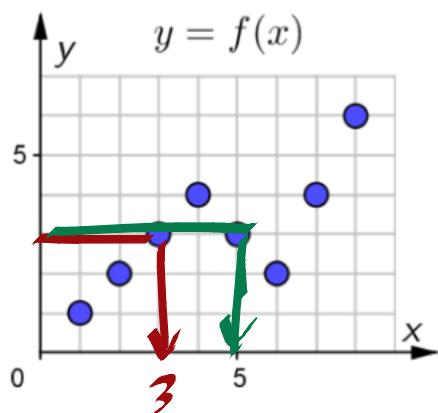
Den kvarvarande delen av skivan har arean  $y$  cm<sup>2</sup>. Ange en ekvation som visar hur  $y$  beror av  $x$ .

0/1/1

2. Cirkelns radie,  $R = x$   
Triangelns höjd,  $h = 4x$

$$y(x) = 6x \cdot 2x - \frac{2x \cdot 4x}{2} - \pi x^2 = \underline{\underline{(8-\pi)x^2}}$$

- 3) Figuren nedan visar grafen till funktionen  $y = f(x)$



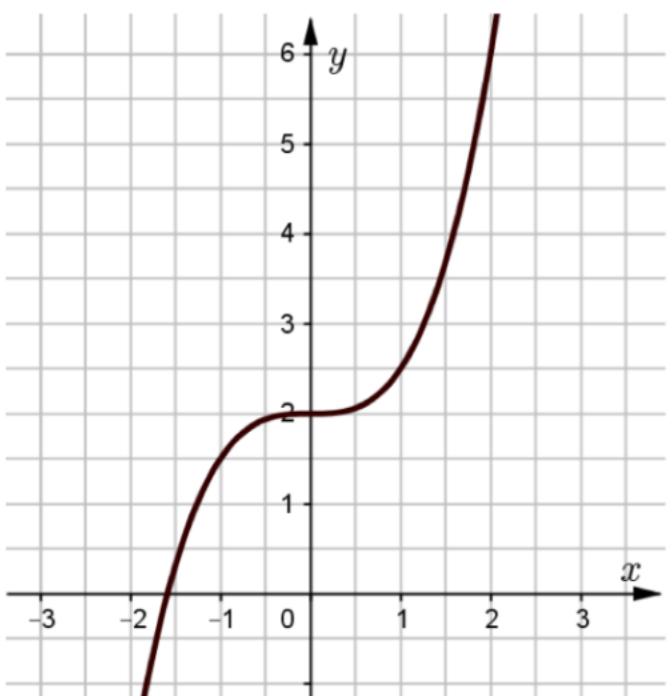
- a) Lös ekvationen  $f(x) = 3$   
b) Bestäm värdet på  $f(2 \cdot f(3))$

0/1/1

3. a)  $\underline{\underline{x_1 = 3, x_2 = 5}}$

b)  $f(2 \cdot f(3)) = f(2 \cdot 3) = f(6) = \underline{\underline{2}}$

- 4) Grafen till funktionen  $y = f(x)$  visas nedan. Använd grafen för att lösa uppgifterna.



a) Bestäm  $f(2) - f(-1)$

b) Lös  $f(x + 2) = 2,5$

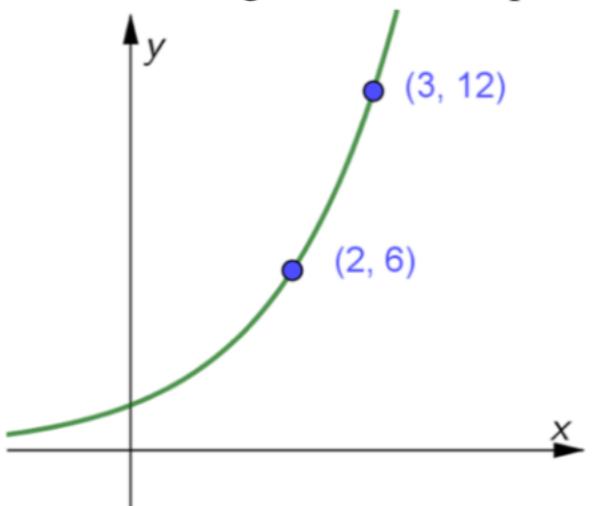
0/1/1

4. a)  $f(2) - f(-1) = 6 - 1,5 = \underline{4,5}$

b)  $x + 2 = 1 \Rightarrow x = \underline{-1}$

---

- 5) Nedan ser du grafen till en exponentialfunktion,  $f(x) = C \cdot a^x$



Bestäm ekvationen till denna funktion.

0/1/1

$$\begin{cases} C \cdot a^2 = 6 \\ C \cdot a^3 = 12 \end{cases}$$

$$\frac{a^3}{a^2} = \frac{12}{6} \Rightarrow a = 2$$

$$C = \frac{6}{2^2} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \Rightarrow f(x) = \underline{\underline{\frac{3}{2} \cdot 2^x}}$$

- 6) Ange rikningskoefficienten för den linjära funktionen  $f(x)$  om  
 $f(7) - f(-2) = -60$   
Svara exakt.

0/0/2

$$k = \frac{f(7) - f(-2)}{7 - (-2)} = \frac{-60}{9} = -\underline{\underline{\frac{20}{3}}}$$

7) Funktionerna  $f(x) = 5 - 3x$  och  $h(x) = 4x + 2$  är givna.

Lös ekvationen  $h(f(0)) = 2x - 3$

0/0/2

7.

$$h(f(x)) = 4(5 - 3x) + 2 = -12x + 22$$

$$h(f(x)) = 22 \Rightarrow$$

$$22 = 2x - 3 \Rightarrow x = \frac{25}{2}$$

---

8) Funktionerna  $f(x)$  och  $g(x)$  är givna.

$$f(x) = 2a - 4x$$

$$g(x) = 3x - 2$$

Bestäm  $a$  då  $f(g(x)) - 5 = g(f(x)) + a$

0/0/2

8.

$$\begin{aligned} f(g(x)) &= 2a - 4(3x - 2) = -12x + 2a + 8 \\ g(f(x)) &= 3(2a - 4x) - 2 = -12x + 6a - 2 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \uparrow \\ \downarrow \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$-12x + 2a + 8 - 5 = -12x + 6a - 2 + a$$

$$5a = 5$$

$$\underline{\underline{a = 1}}$$

---

9) För en rät linje,  $y = f(x)$ , gäller:

- $f(1) = 8$
- $f(x+2) = f(x) + 6$

Bestäm ekvationen för den räta linjen.

0/0/2

9.

$$x = 1 \Rightarrow$$

$$f(3) = 8 + 6 = 14$$

$$k = \frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = \frac{14 - 8}{2} = 3$$

$$y = 3x + m$$

$$(1, f(1)) = (1, 8) \Rightarrow 8 = 3 \cdot 1 + m \Rightarrow m = 5$$

$$\underline{\underline{y = 3x + 5}}$$

- 10) Vilket värde ska  $a$  ha för att en rät linje parallell med linjen  $y = 2x - 4$  ska gå genom punkterna  $(a - 1, 2)$  och  $(-2, a + 2)$ ?

0/0/2

10. Parallelle  $\Rightarrow k=2$

$$\frac{2 - (a+2)}{a-1 - (-2)} = 2 \Rightarrow \frac{-a}{a+1} = 2$$

$$-a = 2a + 2$$

$$a = -\frac{2}{3}$$

- 
- 11) Två funktioner är givna:  $f(x) = 8x - 5$  och  $g(x) = 3x$ .  
Beräkna  $f(g(1)) + 2$

0/0/2

11.  $g(1) = 3 \Rightarrow$

$$f(g(1)) + 2 = f(3) + 2 = 8 \cdot 3 - 5 + 2 = \underline{\underline{21}}$$

- 13) En funktion definieras enligt  $f(x) = 2^x$ .

Visa att  $\frac{f(x+3)}{f(x-1)} = f(4)$

0/0/2

13,

$$VL = \frac{2^{x+3}}{2^{x-1}} = 2^{x+3-(x-1)} = 2^4$$
$$HL = 2^4, \quad VL = HL \neq$$

---

- 14) En linjär funktion  $f(x)$  går genom punkten  $(3, a)$ . Dessutom är  $f(a) = 17$ .

Bestäm  $a$  algebraiskt så att lutningen blir  $\frac{a}{3}$ . Svara i exakt form.

0/0/2

14,  $(a, f(a)) = (a, 17) \Rightarrow$

$$\frac{a}{3} = \frac{17-a}{a-3}$$

$$\frac{a}{3}(a-3) = 17-a \Rightarrow \frac{a^2}{3} - a = 17-a$$

$$a^2 = 17 \cdot 3 = 51$$

$$\underline{\underline{a = \pm \sqrt{51}}}$$

15) Bestäm  $a$  om du vet att

- $f(x) = x + 1$
- $g(x) = x - 1$
- $h(x) = 2(5 - x)$
- $f(g(h(a))) = 6$

0/0/2

$$15, \quad h(a) = 2(5-a)$$

$$g(h(a)) = 2(5-a) - 1 = 9 - 2a$$

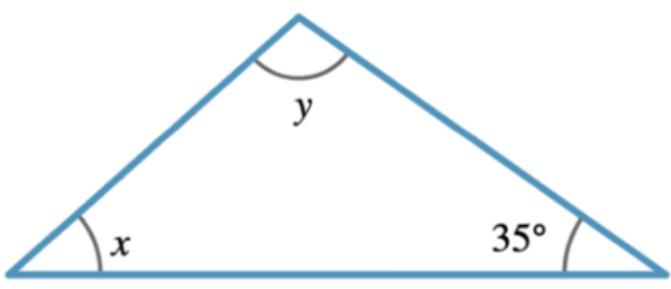
$$f(g(h(a))) = 9 - 2a + 1$$

$$9 - 2a + 1 = 6$$

$$\underline{\underline{a = 2}}$$

---

16) I en triangel är vinklarna angivna.



- a) Skriv  $y$  som en funktion av  $x$ .  
b) Ange funktionens värdemängd.

0/1/2

16, a)  $y = 180^\circ - 35^\circ - x = 145^\circ - x$

b)  $0^\circ < y < 145^\circ$

17) Funktionen  $f(x) = 2x^2 - 3$  är given.

- a) Bestäm  $f(-2)$  och förenkla svaret.  
b) Bestäm  $x$  så att  $f(x) = 15$ .

1/2/2

17, a)  $f(-2) = 2 \cdot (-2)^2 - 3 = 2 \cdot 4 - 3 = 5$

b)  $2x^2 - 3 = 15$

$$x^2 = 9$$

$x = \pm 3$

18) Givet två funktioner,  $f(x) = 5 - 3x$  och  $g(x) = 2x + 2$

- a) Teckna funktionen  $g(f(x))$ . Förenkla uttrycket så långt det är möjligt.
- b) Ange  $g(f(x))$  skärningspunkt med  $x$ -axeln.

0/0/3

18. a)

$$g(f(x)) = 2(5 - 3x) + 2 = \underline{\underline{12 - 6x}}$$

$$b) 12 - 6x = 0 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow \underline{\underline{(2, 0)}}$$

19) a) Bestäm ett uttryck för  $k$ -värdet hos linjen som ges av

$$(a+4)x + (a-3)y = -2$$

b) Bestäm algebraiskt talet  $a$  så att linjen blir parallel med  $x$ -axeln.

0/1/3

19. a)  $x = 0 \Rightarrow$

$$(a-3)y = -2 \Rightarrow y = -\frac{2}{a-3}$$

$$y = 0 \Rightarrow (a+4)x = -2 \Rightarrow x = -\frac{2}{a+4}$$

$$k = \frac{0 - \frac{2}{a-3}}{-\frac{2}{a+4} - 0} = \frac{a+4}{a-3}$$

b) Parallel med  $x$ -axeln  $\Rightarrow k = 0 \Rightarrow \underline{\underline{a = -4}}$