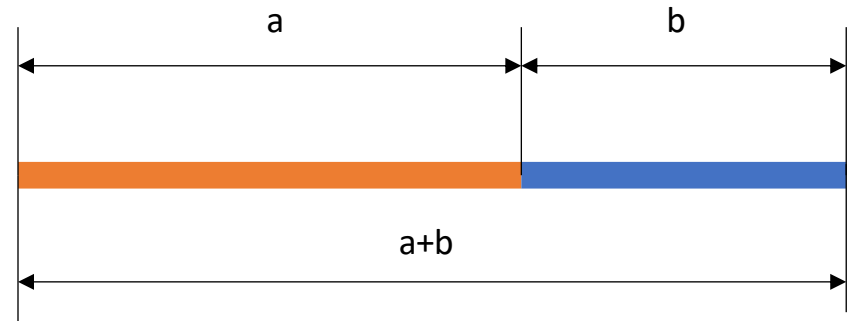


# Gyllene snittet (The golden ratio)



# Talet $\phi$ (den gyllene kvoten)

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi = \frac{a+b}{a} \\ \phi = \frac{a}{b} \end{array} \right.$$



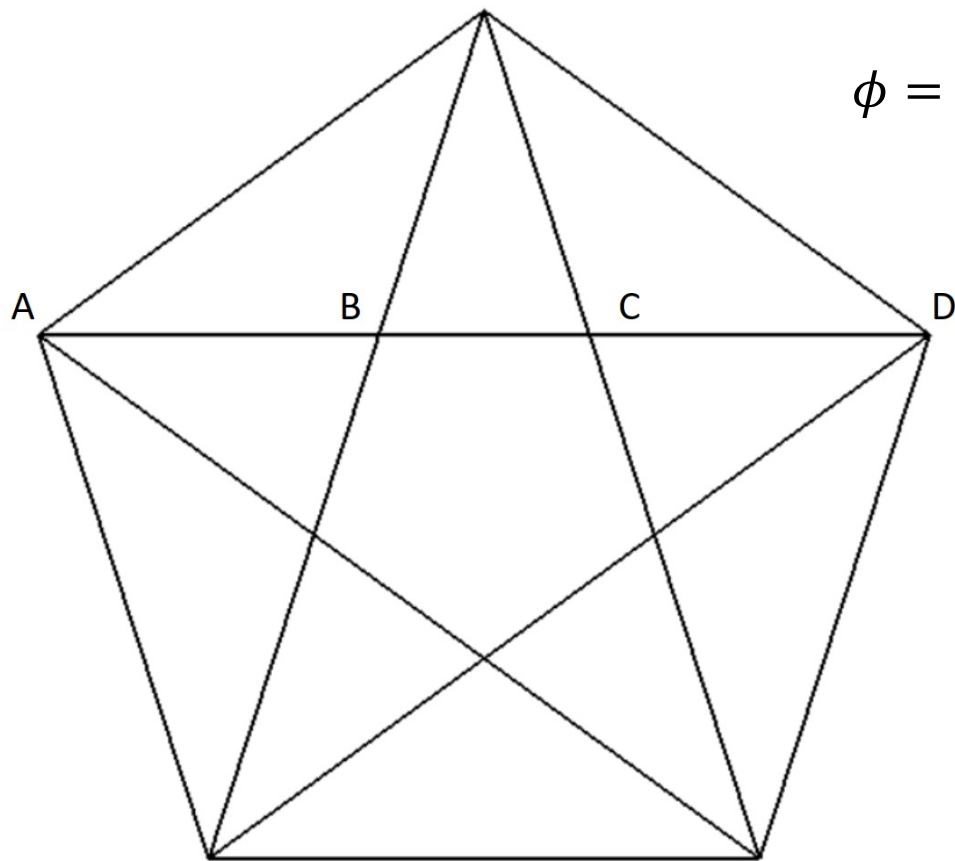
$$\phi = \frac{(a+b) \cdot \frac{1}{b}}{a \cdot \frac{1}{b}} = \frac{\frac{a}{b} + 1}{\frac{a}{b}} = \frac{\phi + 1}{\phi}$$

$$\phi \cdot \phi = \frac{\phi + 1}{\phi} \cdot \phi \Rightarrow \phi^2 = \phi + 1 \Leftrightarrow \phi^2 - \phi - 1 = 0$$

$$\phi = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + 1} = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{4}{4}} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = \mathbf{1.618 \dots} \quad (\text{positiva roten})$$

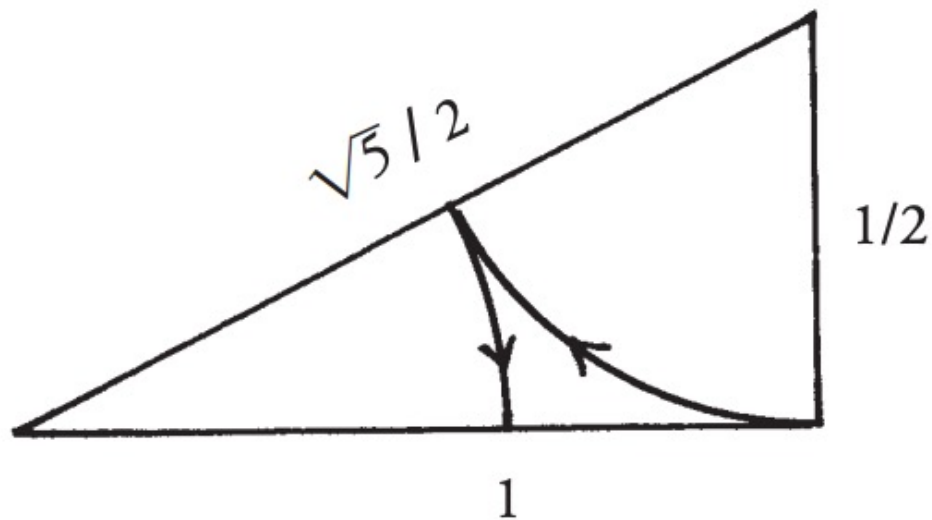
$$\varphi = \frac{1}{\phi} = \mathbf{0.618 \dots}$$

# Pentagon



$$\phi = \frac{AD}{AC} = \frac{AC}{AB} = \frac{AB}{BC} = \mathbf{1.618 \dots}$$

# Konstruktion av gyllene snittet



# Fibonacci talserie

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, ...



Leonardo av Pisa (1170-1250)

$$\frac{3}{2} = 1.5$$

$$\frac{5}{3} = 1.667$$

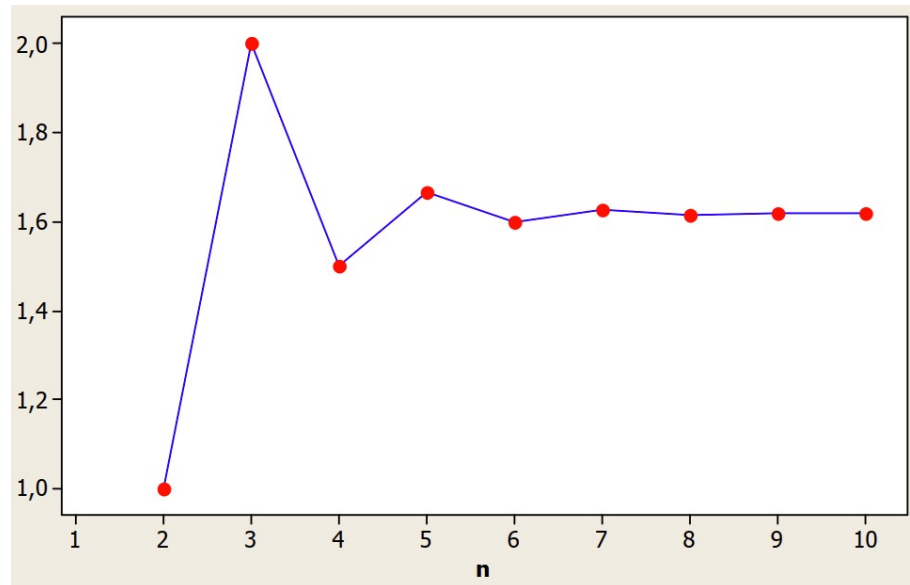
$$\frac{8}{5} = 1.6$$

$$\frac{13}{8} = 1.625$$

$$\frac{21}{13} = 1.615$$

$$\frac{34}{21} = 1.619$$

$$\frac{55}{34} = 1.618$$



$$f(n) = \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \left[ \left( \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)^n - \left( \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \right)^n \right], \quad n \geq 1$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{f(n-1)} = \mathbf{1.61803 \dots}$$

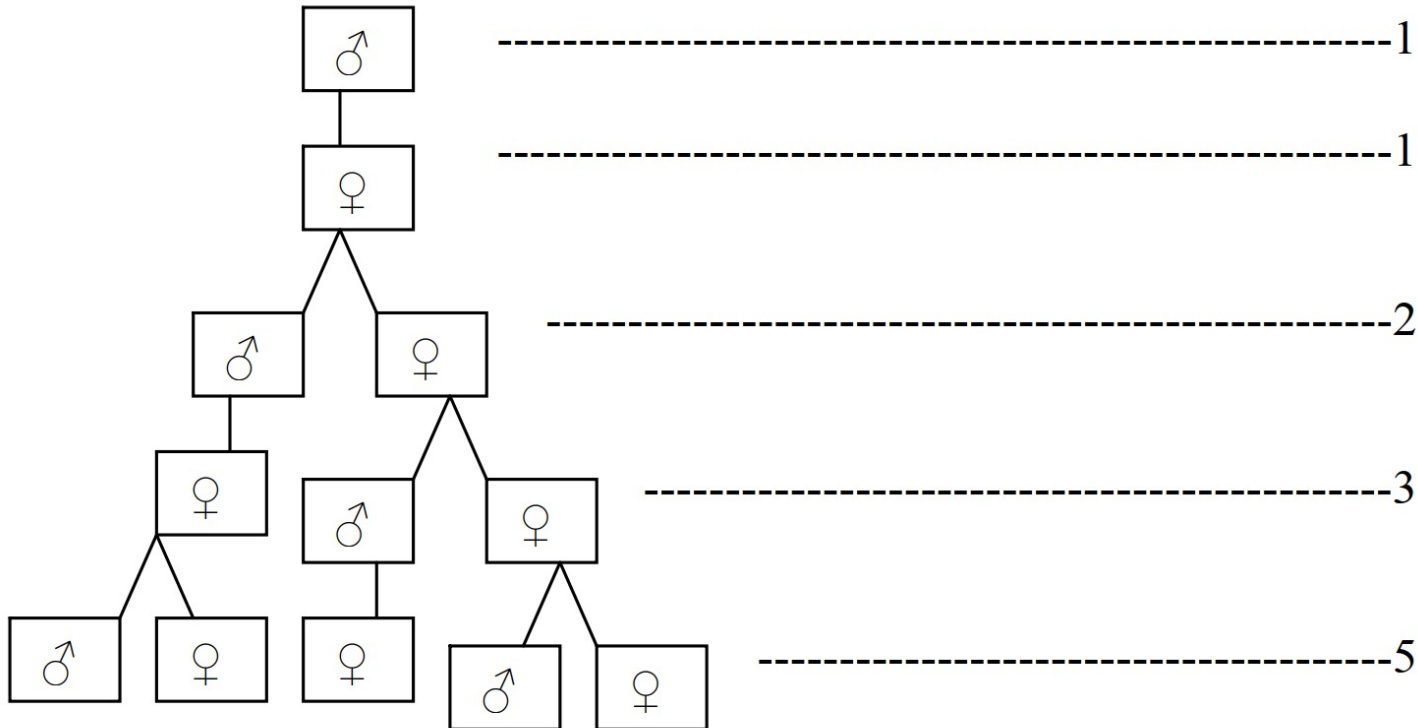
# Släkträd för hanbin

Hanbin kläcks ur obefruktade ägg, d v s de har en förälder.

Honbin kläcks ur befruktade ägg och har således två föräldrar.



Leonardo av Pisa (1170-1250)



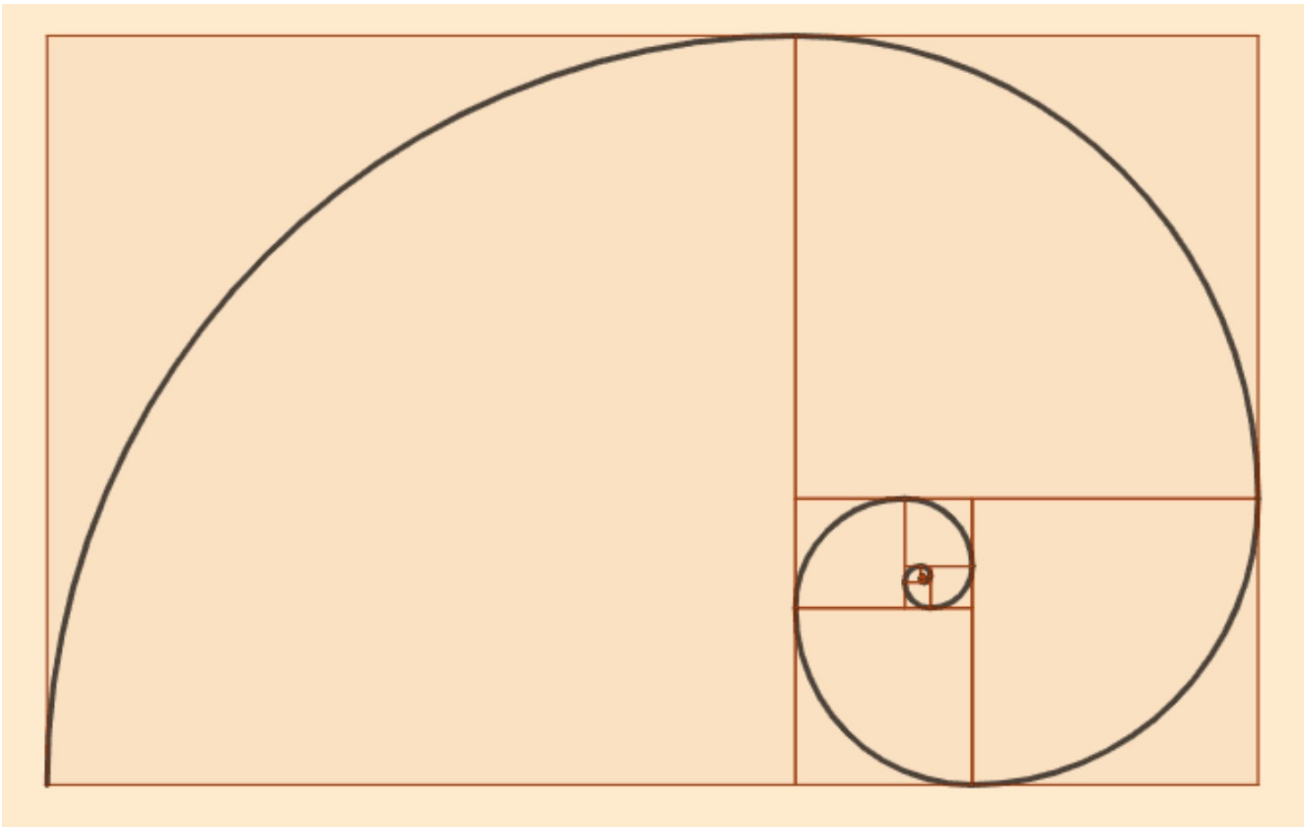


# Den gyllene spiralen

Den gyllene spiralen skapas m h a rektanglar där  
längd/bredd-förhållandet i varje rektangel = **1.618...**



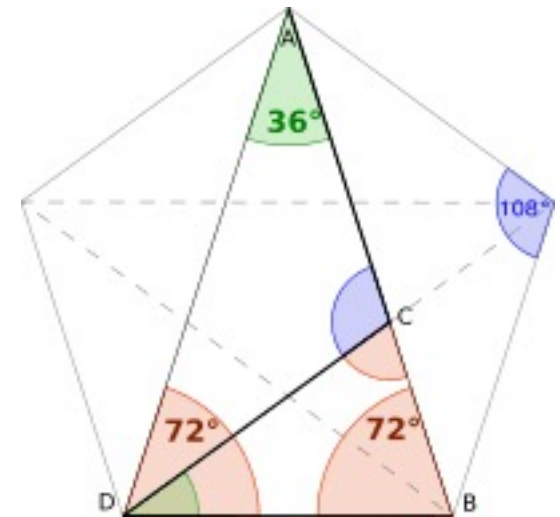
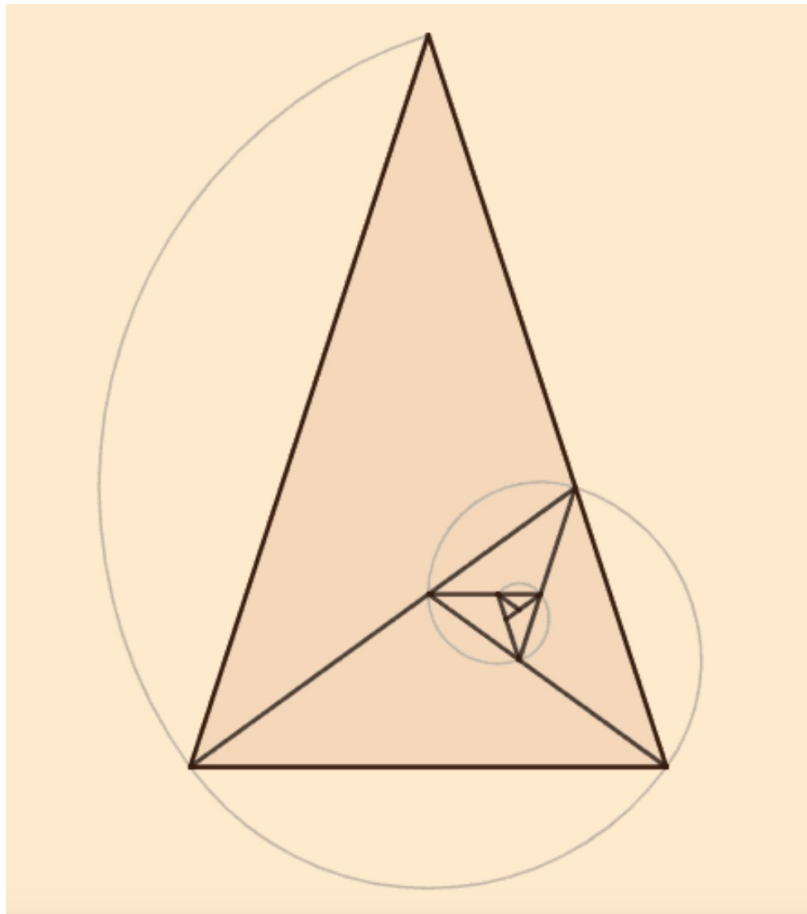
Pärlbåtssnäcka





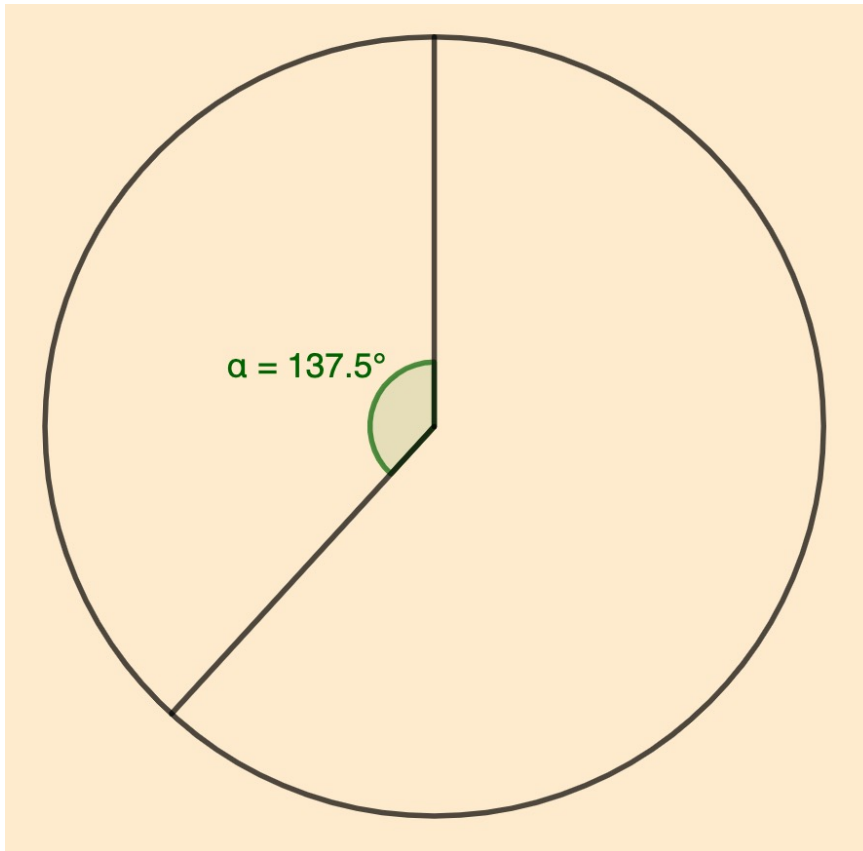
# Den gyllene triangeln

Den gyllene triangeln är en likbent triangel med basvinklarna 72 grader.  
Delas triangeln i förhållandet = **1.618...** erhålls en ny gyllene triangel.

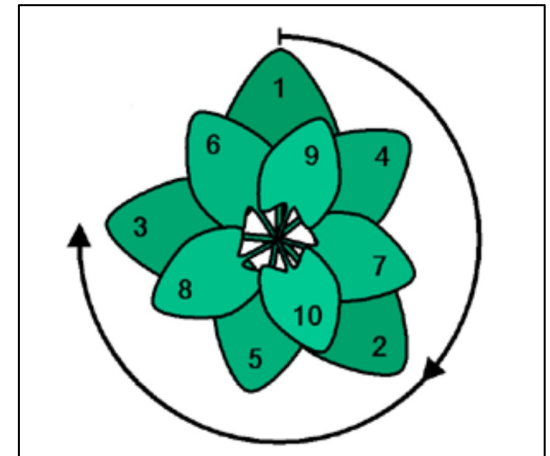


# Den gyllene vinkeln

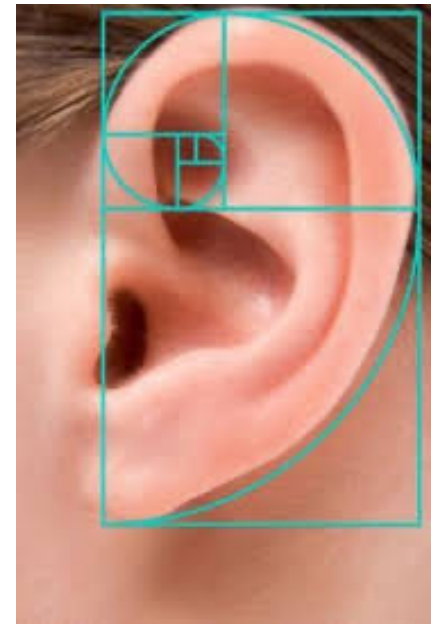
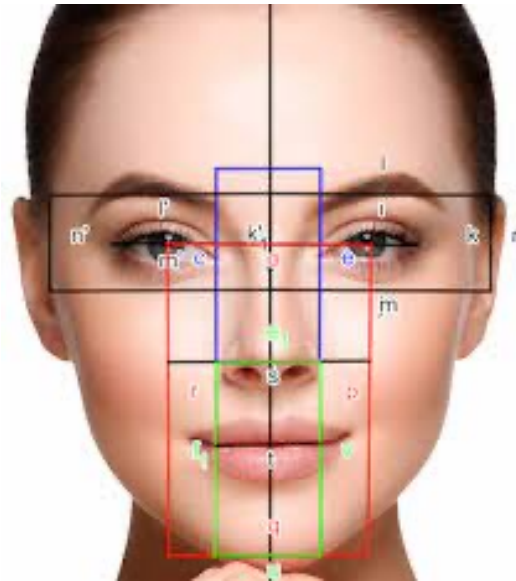
Om en cirkel delas i i förhållandet = **1.618...** fås den gyllene vinkeln 137.5 grader.



Kronbladens position hos exempelvis Tusensköna och många andra växter.



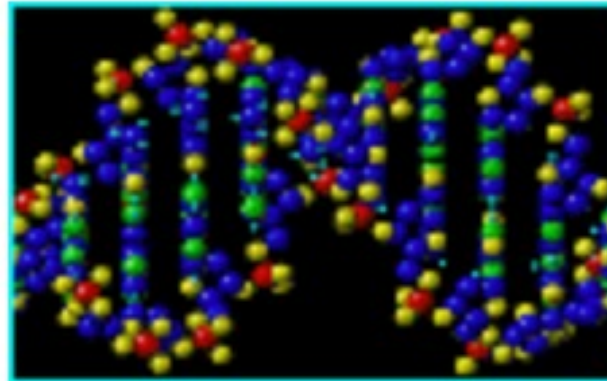
# Det gyllene snittet och människan



1 : 1.618

# Det gyllene snittet och människan

DNA – spiral (en cykel)



$$L = 34\text{\AA} = 34 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

$$B = 21\text{\AA} = 21 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

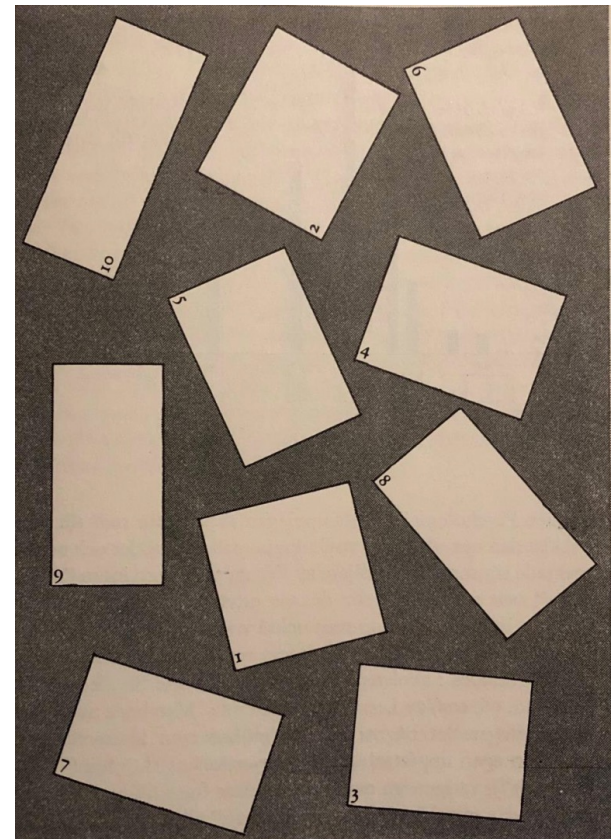
$$L/B \approx 1.618$$

# Det gyllene snittet inom konst och arkitektur

Flera undersökningar har visat att människan finner förhållandet = **1.618...** som det mest estetiskt tilltalande. Hur är det i den här klassen?

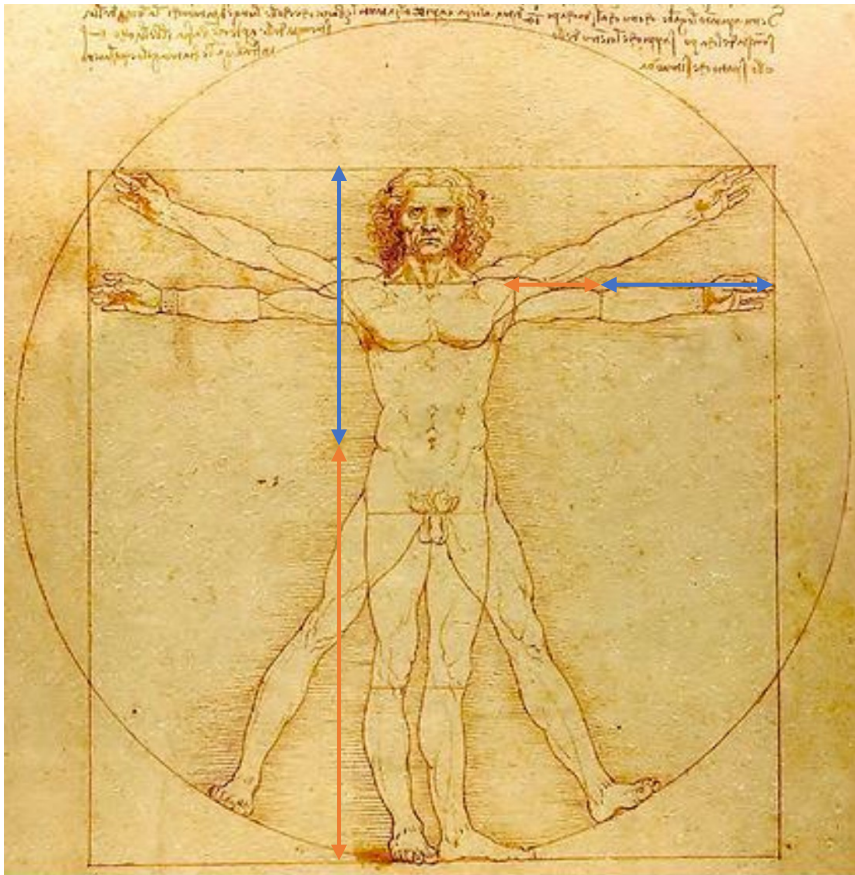
*De Fechnerska försöken.*

Rektangel nr	Proportion, $x$	Antal röstande, som betr. rektangeln i fråga avgivit omdöme om				Procentuell fördelning av skönhetsomdömena		
		<i>skönhet</i>		<i>fulhet</i>		$p(x)$		
		män	kvin- nor	män	kvin- nor	män	kvin- nor	båda könen
1	1 : 1 = 1,00	6,25	4,0	36,67	31,5	2,74	3,36	2,95
2	6 : 5 = 1,20	0,5	0,33	28,8	19,5	0,22	0,27	0,24
3	5 : 4 = 1,25	7,0	0,0	14,5	8,5	3,07	0,00	2,02
4	4 : 3 = 1,33	4,5	4,0	5,0	1,0	1,97	3,36	2,45
5	29 : 20 = 1,45	13,33	13,5	2,0	1,0	5,85	11,35	7,73
6	3 : 2 = 1,50	50,91	20,5	1,0	0,0	22,33	17,22	20,58
∅ 7	34 : 21 = 1,619	78,66	42,65	0,0	0,0	34,50	35,83	34,96
8	23 : 13 = 1,77	49,33	20,21	1,0	1,0	21,64	16,99	20,04
9	2 : 1 = 2,00	14,25	11,83	3,83	2,25	6,25	9,94	7,52
10	5 : 2 = 2,50	3,25	2,0	57,21	30,25	1,43	1,68	1,51
Sammanlagt		228	119	150	95	100,00	100,00	100,00

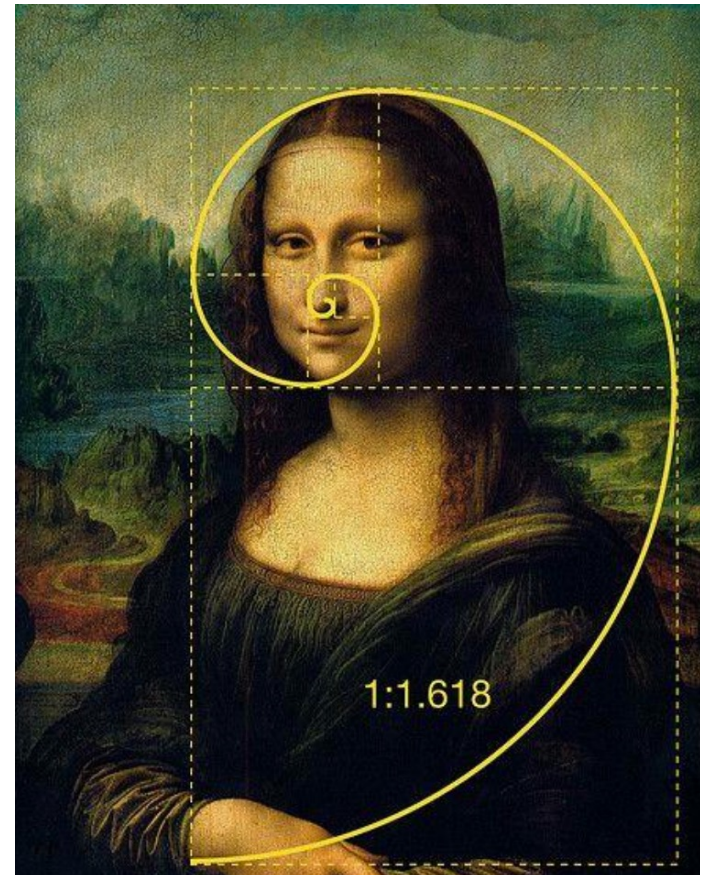


# Det gyllene snittet inom konst och arkitektur

Leonardo da Vinci använde sig mycket av gyllene snittet i sin konst.

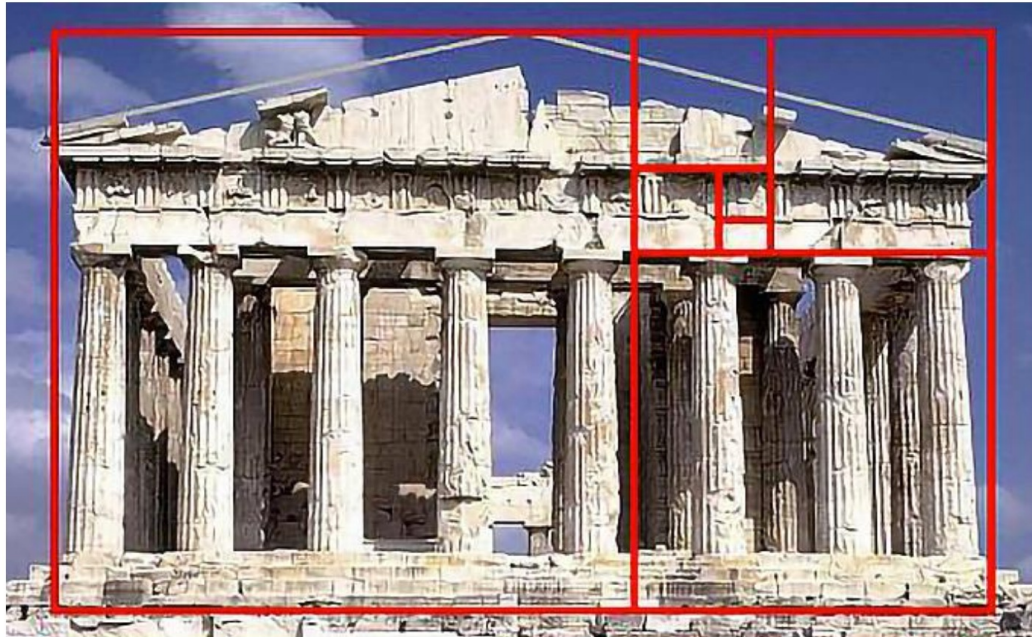


Den vitruvianska mannen

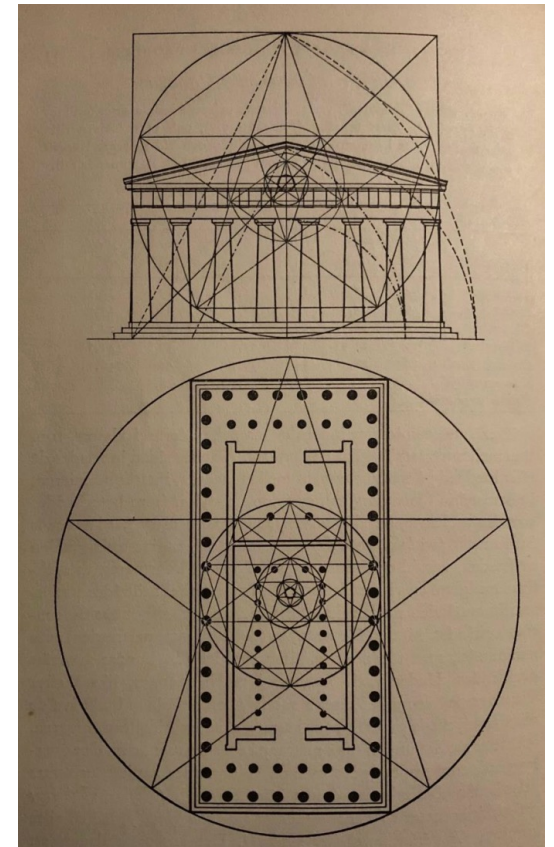


Mona Lisa

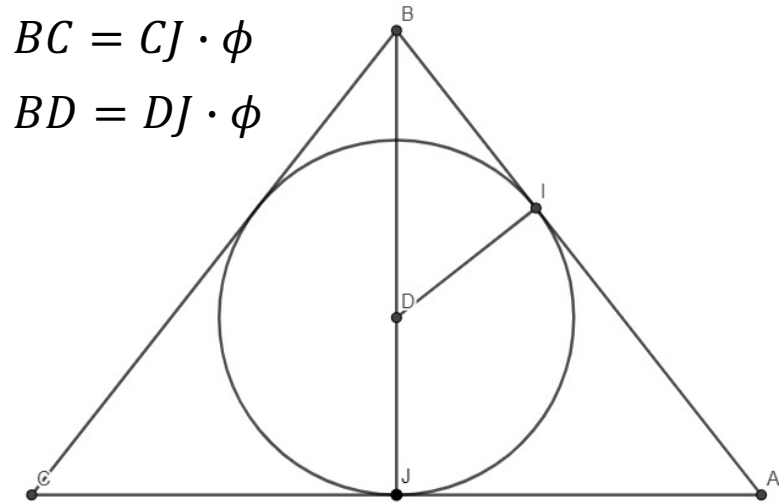
# Det gyllene snittet inom konst och arkitektur



Parthenon 438 f.Kr, Akropolis Grekland



# Det gyllene snittet inom konst och arkitektur

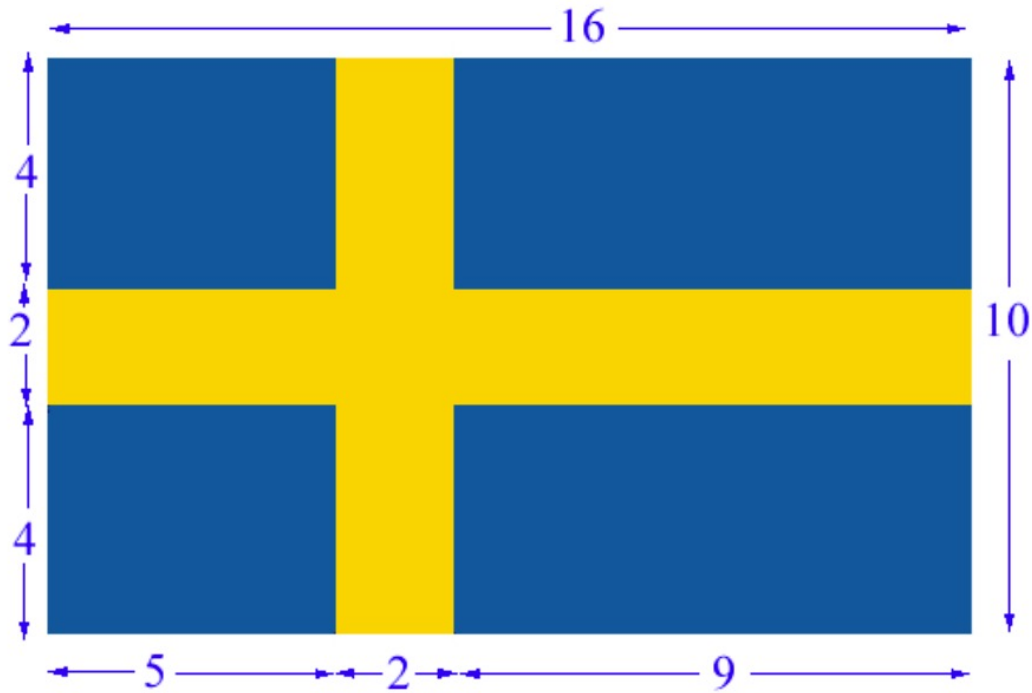


$$\begin{aligned}
 BC^2 &= CJ^2 + BJ^2 \Rightarrow CJ^2 \cdot \phi^2 = CJ^2 + BJ^2 \Rightarrow \left(\frac{BJ}{CJ}\right)^2 = \phi^2 - 1 = \phi \\
 &\Rightarrow \frac{BJ}{CJ} = \sqrt{\phi} \Rightarrow \frac{\text{Höjd}}{\text{Bas}} = \sqrt{\phi}/2
 \end{aligned}$$

	Bas	Höjd	Höjd / Bas	Avv. mot $\text{rot}(\phi)/2$
Cheops (Khufu)	230.4	146.6	0.63628	0.043%



# Det gyllene snittet inom konst och arkitektur

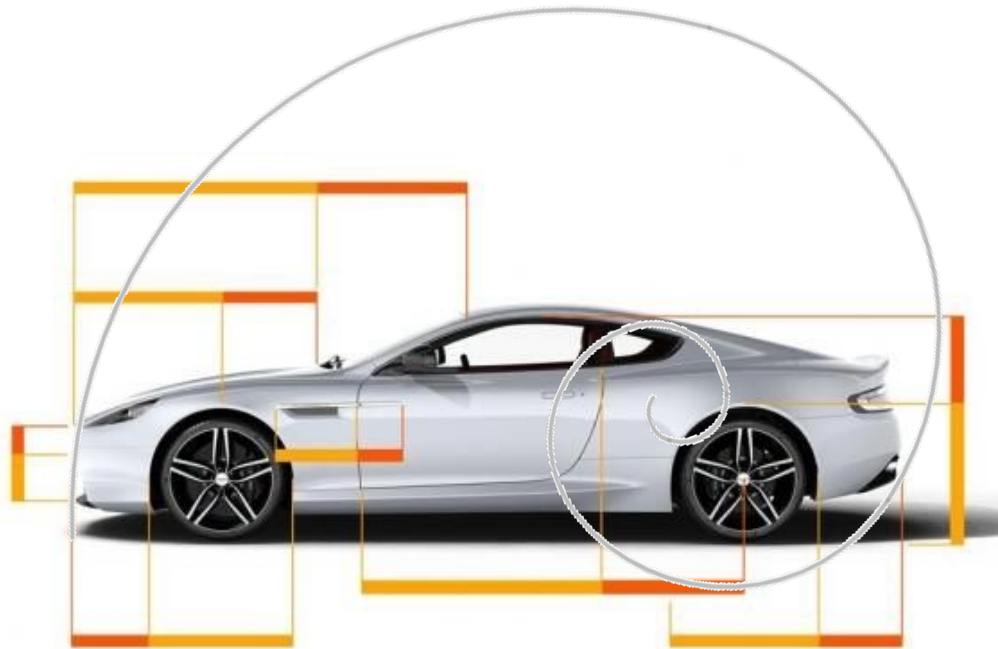


# Det gyllene snittet inom konst och arkitektur



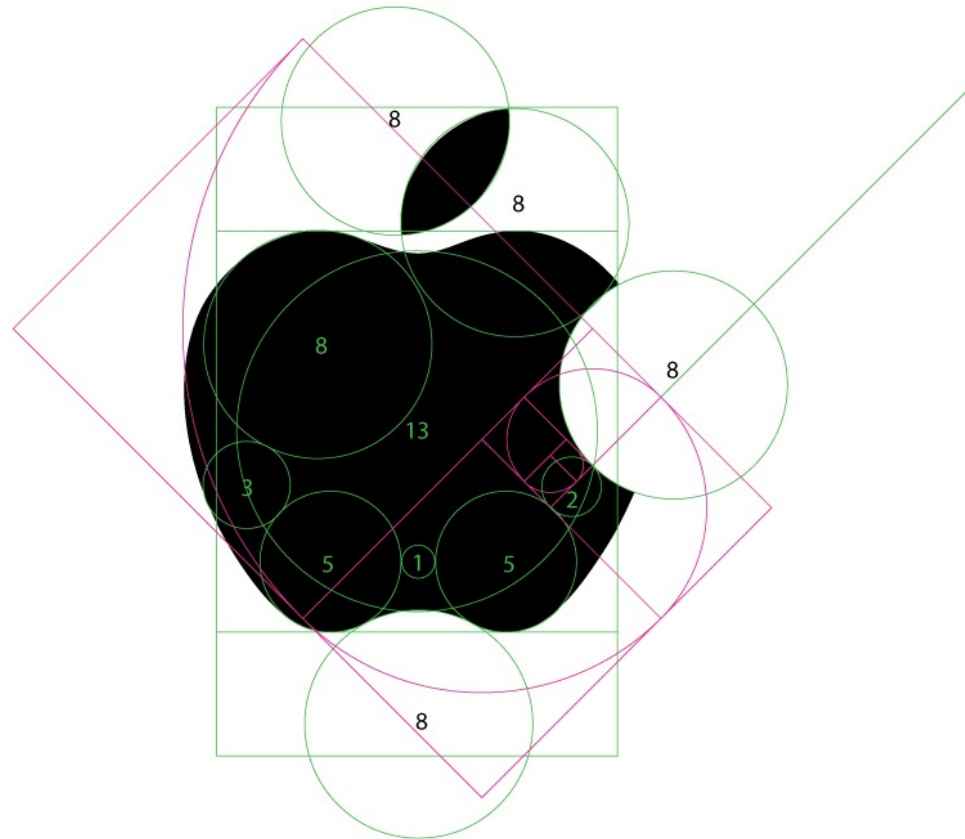
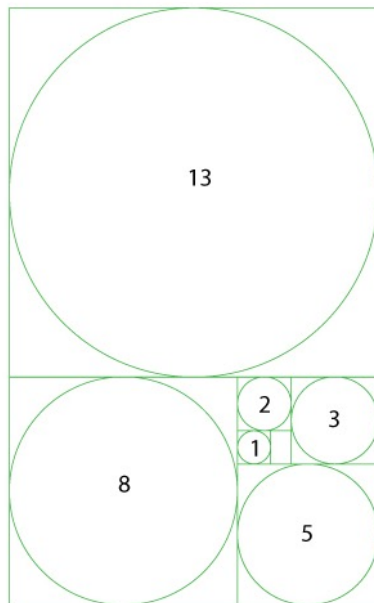
$$\frac{L}{B} \approx 1.6$$

# Det gyllene snittet inom konst och arkitektur



Aston Martin DB9

# Det gyllene snittet inom konst och arkitektur



Apple logotype

# Det gyllene snittet inom konst och arkitektur



Twitter logotype

# Det gyllene snittet inom konst och arkitektur



$A_1 : A_2 = \text{Golden Ratio}$

$B_1 : B_2 = \text{Golden Ratio}$

$C_1 : C_2 = \text{Golden Ratio}$

