

6109 Tre klasser tävlar i luftgevärsskytte med fem representanter från varje klass. Resultaten blev:

Klass A	62	94	95	98	98
Klass B	62	63	98	98	99
Klass C	58	62	95	99	99

Var och en av de tre klassernas mentorer ansåg att deras egen klass hade lyckats bäst. Hur kan de ha resonerat?

6109. A har använt "medelvärde",
B "—" "median",
C "—" "typvärde".

6110 På en vårdcentral med 11 anställda var medelåldern 41 år och medianåldern 37 år. En anställd som var 57 år slutade och ersattes av en person som var 39 år.

- Hur ändras medelåldern?
- Hur ändras medianåldern?

6110. a)
$$\frac{41 \cdot 11 - 57 + 39}{11} = \underline{39.4}$$

b) Påverkas ej

6111 Medlemmarna i en idrottsklubb hade löpträning. Sara tyckte att man skulle flytta träningen till en annan plats eftersom hon hade räknat ut att medlemmarna i genomsnitt hade 1,5 km till träningen. Tränaren tyckte att det var konstigt eftersom han hade räknat ut att de flesta hade mindre än 1 km till träningen.

Avståndet till träningen för medlemmarna i kilometer var:

0,8 0,6 0,6 0,7 0,9 1,3 0,8 0,4 1,1 1,1
5,2 0,9 4,7 2,3 0,5

Vem har rätt, Sara eller tränaren? Motivera ditt svar.

Sara har använt medelvärdet och tränaren medianen.
Båda har rätt var och en på sitt sätt.

6112 Förklara med hjälp av ett exempel när det är
ö lämpligare att använda median i stället för
medelvärde.

6112. Median kan ge en mer rättvisande
bild då några få värden sticker ut
mycket från övriga mängden.

6113 När Stinas lärare meddelar klassens resultat på ett prov i matematik skriver läraren på tavlan:

Maximal poäng: 40p
Medelvärde: 25p
Median: 21p
Antal elever som deltog: 29

Stina har 25 poäng på provet. Hon påstår att antalet klasskamrater som har bättre resultat på provet än hon har är lika många som antalet klasskamrater som har sämre resultat än vad hon har. Avgör om Stinas påstående är sant eller falskt. Motivera varför.

(Np MaB vt 2002)

6113. Stinas påstående är falskt då medianen är lägre än Stinas resultat. Fler klasskamrater har färre poäng än antalet klasskamrater som har fler poäng än Stina.

6114 Jens skulle undersöka beståndet av abborre i en sjö och hade därför provfiskat. Han mätte längden på alla abborrarna han fångat och förde in resultatet i en tabell.

Längd (cm)	Frekvens
$15 \leq x < 20$	14
$20 \leq x < 25$	21
$25 \leq x < 30$	29
$30 \leq x < 35$	27
$35 \leq x < 40$	9

Beräkna abborrarnas medellängd.

$$6114. \quad \frac{15 \cdot 14 + 20 \cdot 21 + 25 \cdot 29 + 30 \cdot 27 + 35 \cdot 9}{100} = 24.8 \text{ cm}$$

$$\frac{20 \cdot 14 + 25 \cdot 21 + 30 \cdot 29 + 35 \cdot 27 + 40 \cdot 9}{100} = 29.8 \text{ cm}$$

$$\frac{24.8 + 29.8}{2} = \underline{27.3 \text{ cm}}$$

6115 I en familj med sex barn är fyra av barnen flickor. De två pojkarna är 7 och 13 år. Barnens medelålder är 12 år.

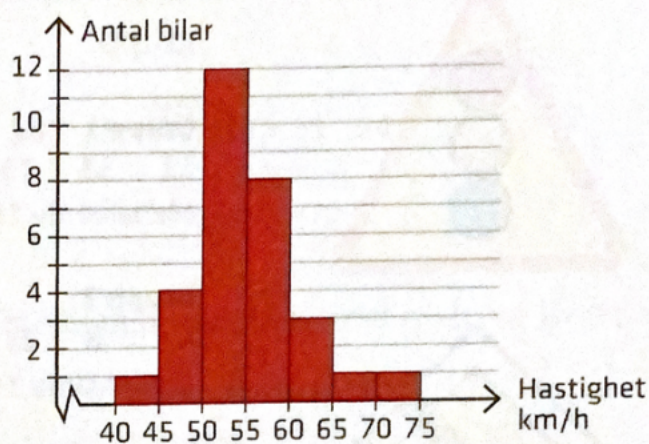
- a) Vilken är flickornas medelålder?
b) Ge exempel på hur gamla flickorna kan vara?

$$6115. \quad a) \quad \frac{4 \cdot x + 7 + 13}{6} = 12$$

$$x = \frac{6 \cdot 12 - 7 - 13}{4} = \underline{13}$$

b) 9, 11, 15 och 17

6116 Vid en fartkontroll där hastighetsgränsen var 50 km/h kontrollerades 30 bilar. Resultatet ser du i histogrammet här nedanför. Beräkna bilarnas medelhastighet.



$$6116. \quad \frac{40 \cdot 1 + 45 \cdot 4 + 50 \cdot 12 + 55 \cdot 8 + 60 \cdot 3 + 65 \cdot 1 + 70 \cdot 1}{30} = 52.5 \text{ km/h}$$

$$\frac{45 \cdot 1 + 50 \cdot 4 + 55 \cdot 12 + 60 \cdot 8 + 65 \cdot 3 + 70 \cdot 1 + 75 \cdot 1}{30} = 57.5 \text{ km/h}$$

$$\frac{52.5 + 57.5}{2} = \underline{55 \text{ km/h}}$$

6117 Medelvärde av fem tal är 70. Om man tar bort ett av talen så minskar medelvärdet med 5. Vilket tal har man tagit bort?

$$6117, \quad x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + y = 5 \cdot 70$$

$$- \quad x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4 \cdot 65$$

$$y = 5 \cdot 70 - 4 \cdot 65 = \underline{90}$$

6118 I tabellen ser du ett testresultat för två klasser. Varje klass består av 24 elever.

	Flickor (medelvärde)	Pojkar (medelvärde)
Klass Sp1a	81 p	73 p
Klass Sp1b	78 p	70 p

Uno som är lärare för Sp1b, påstår att hans klass hade bättre resultat på testet än klass Sp1a. Klassmedelvärdena var enligt honom 76 poäng för Sp1b och 74 poäng för Sp1a. Britta som är lärare för Sp1a menar att han måste ha räknat fel eftersom både pojkarna och flickorna i hennes klass har bättre medelvärde än i Unos klass. Kan Uno ha rätt? Motivera ditt svar.

6118, Fördelningen flickor/pojkar påverkar resultatet.

$$Sp1a: f \cdot 81 + (24 - f) \cdot 73 = 24 \cdot 74 \Rightarrow f = 3, p = 21$$

$$Sp1b: f \cdot 78 + (24 - f) \cdot 70 = 24 \cdot 76 \Rightarrow f = 18, p = 6$$

Uno har räknat rätt om det går 3 flickor och 21 pojkar i Sp1a och 18 flickor och 6 pojkar i Sp1b.

6119 Medelvärde och medianen av fem olika positiva heltal är 22. Hur stort kan det största av de fem talen högst vara? Förklara hur du har kommit fram till ditt svar.

6119.

$$x_1, x_2, 22, x_4, x_5$$

$$x_1 + x_2 + 22 + x_4 + x_5 = 5 \cdot 22$$

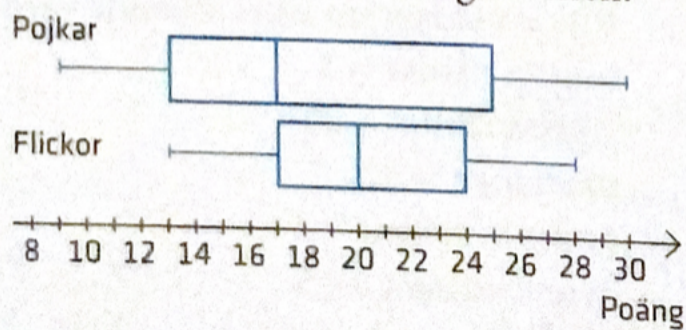
$$x_1 + x_2 + x_4 + x_5 = 4 \cdot 22 = 88$$

Minvärden på övriga tal:

$$x_1 = 1, x_2 = 2, x_4 = 23 \Rightarrow$$

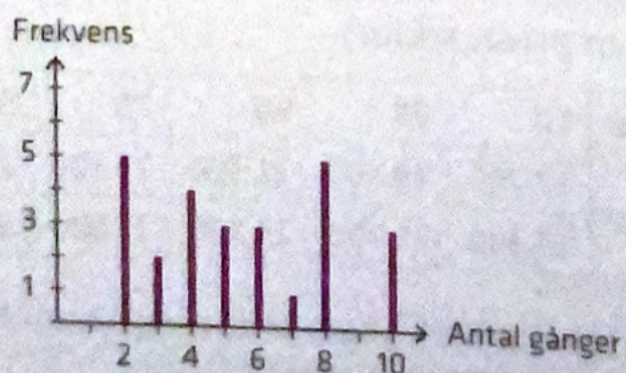
$$x_5^{\max} = 88 - 23 - 1 - 2 = \underline{62}$$

6128 Lådagrammen visar resultaten på ett matteprov för flickor respektive pojkar. Jämför och kommentera de båda lådagrammen.



6128. Medianen är lägre hos pojkarna och spridningen är högre med både större variationsbredd och större kvartilavstånd.

6129 Stolpdiagrammet visar resultatet av en undersökning där man har frågat eleverna i en klass hur många gånger de har varit på bio den senaste terminen.



- Bestäm variationsbredden.
- Rita ett lådagram som beskriver spridningen.

6129. a) $Vb = 10 - 2 = 8$ besök

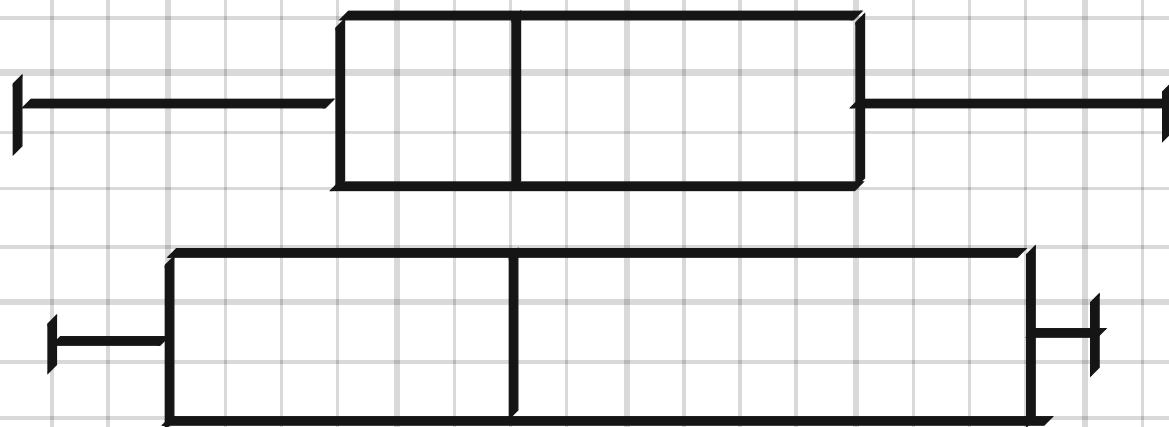
b) Maxvärde = 10, Minvärde = 2, Median = 5, ökv. = 8, ukv. = 3



6130 Rita två lådagram som har samma median.

ö Det ena lådagrammet ska ha större variationsbredd, medan det andra lådagrammet ska ha större kvartilavstånd.

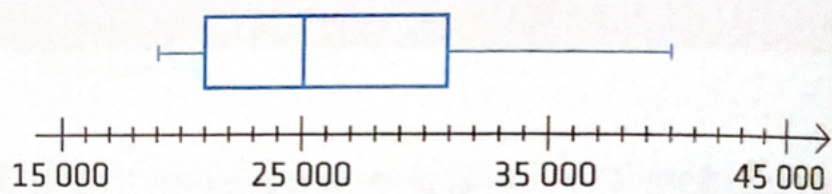
6130,



6131 Ge förslag på en statistisk undersökning som

ö skulle kunna resultera i följande lådagram.

Motivera ditt val.



6131, T.ex inkomstfördelningen i ett mindre handelsföretag.

6132 Tabellen visar chefers månadslön i kronor före och efter skatt vid olika percentiler.

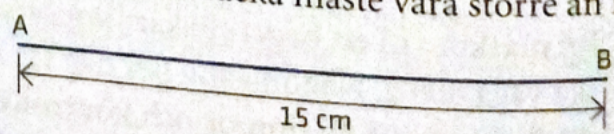
	p_{10}	p_{40}	p_{60}	p_{90}
Chefer, före skatt	27 050	38 000	47 089	72 600
Chefer, efter skatt	20 539	26 819	31 118	42 145

- Avläs p_{40} för chefer före skatt och tolka resultatet.
- Hur många procent skatt betalar chefer vid den 60:e percentilen?
- Rita ett diagram, liknande det i exempel 2 på föregående sida, som visar lönespridningen för chefer före och efter skatt.

6132. a) 40% av alla chefer tjänar mindre än 38 000 och 60% tjänar mer.

$$b) \frac{47089 - 31118}{47089} = 34\%$$

6133 En sträcka AB är 15 cm lång. Sträckan kan delas i fem delsträckor på olika sätt. Längden av varje delsträcka måste vara större än noll.



- Gör en indelning av sträckan AB så att variationsbredden för delsträckornas längder blir 12,5 cm.
- Beroende på hur man delar in sträckan AB i fem delsträckor kan variationsbredden variera. Utred vilka värden som är möjliga för variationsbredden när man ändrar på de fem delsträckornas längder.

(Np MaB vt 2011)

6133. a) ex.v 0.5, 0.5, 0.5, 0.5 och 13.0

$$b) \underline{0 \leq vb < 15}$$

6137 En ingenjör utvecklade en ny batterityp. Han använde två olika framställningsmetoder. Han tog ett stickprov på 8 batterier från varje grupp och mätte livslängden i månader. Resultatet förde han in i två tabeller.

Metod I

21	24	22	23	25	23	26	20
----	----	----	----	----	----	----	----

Metod II

23	27	20	22	26	20	27	19
----	----	----	----	----	----	----	----

- Beräkna medelvärde och standardavvikelse för de bägge metoderna.
- Vilken av metoderna skulle du rekommendera ingenjören att använda i fortsättningen? Motivera ditt svar.

6137. a) $\bar{x}_1 = 23$, $\bar{x}_2 = 23$, $s_1 = 2$, $s_2 = 3.3$

b) Metod 1, då spridningen är lägre.

```
15:14 tors 29 apr. 95%
Metod1
Metod2
Metod1 = {A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, A9}
→ {21, 24, 22, 23, 25, 23, 26, 20}
Metod2 = {B2, B3, B4, B5, B6, B7, B8, B9}
→ {23, 27, 20, 22, 26, 20, 27, 19}
a = mean(Metod1)
→ 23
b = mean(Metod2)
→ 23
c = stdev(Metod1)
→ 2
d = stdev(Metod2)
→ 3.3
+ Input...
```

6138 Petra gillar att spela bangolf och har gjort en sammanställning över alla sina resultat. Beräkna medelvärdet och standardavvikelsen för antal slag per bana.

Antal slag	1	2	3	4	5	6	7
Antal banor	1	2	4	6	3	1	1

6138.

$$\text{Antal banor, } n = 1 + 2 + 4 + 6 + 3 + 1 + 1 = 18$$


$$\bar{x} = \frac{1 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 6 + 5 \cdot 3 + 6 \cdot 1 + 7 \cdot 1}{18} = \underline{3.83 \text{ slag/bana}}$$

x	$x - \bar{x}$	$(x - \bar{x})^2$	$(x - \bar{x})^2 \cdot f$
1	-2.83	8.03	8.03
2	-1.83	3.36	6.72
3	-0.83	0.69	2.78
4	0.17	0.03	0.17
5	1.17	1.36	4.08
6	2.17	4.69	4.69
7	3.17	10.03	10.03

$$\Sigma : 36.5$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma((x - \bar{x})^2 \cdot f)}{n}} = \sqrt{\frac{36.5}{18}} = \underline{1.42 \text{ slag/bana}}$$

Lösung i Geogebra:



$l1 = \{A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7\}$
 $\rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$l2 = \{B1, B2, B3, B4, B5, B6, B7\}$
 $\rightarrow \{1, 2, 4, 6, 3, 1, 1\}$

$a = \text{mean}(l1, l2)$
 $\rightarrow 3.83$

$b = \text{stdevp}(l1, l2)$
 $\rightarrow 1.42$

+ Input...

Lösung i Excel:

	A	B	C	D	E	F
1						
2						
3	number	frequency	number*frequency	number-mean	(number-mean) ²	(number-mean) ² *frequency
4	1	1	1	-2.83	8.03	8.03
5	2	2	4	-1.83	3.36	6.72
6	3	4	12	-0.83	0.69	2.78
7	4	6	24	0.17	0.03	0.17
8	5	3	15	1.17	1.36	4.08
9	6	1	6	2.17	4.69	4.69
10	7	1	7	3.17	10.03	10.03
11	n=	18			Sum:	36.5
12		mean=	3.83			
13					stdevp=	1.42
14						
15						
16						

6139 Vad händer med medelvärdet och standardavvikelsen om samma tal adderas till alla observationsvärden i en undersökning?

6139. Medelvärdet ökar med samma tal
Standardavvikelsen påverkas ej.

NIVÅ 3

6140 En bonde gjorde i ordning påsar med morötter som han skulle leverera till en affär. Han vägde alla påsar och förde in resultatet i en tabell.

Vikt (g)	Frekvens
956-968	7
969-981	18
982-994	30
995-1 007	25
1 008-1 020	10

- Beräkna standardavvikelsen.
- Nästa dag upptäckte bonden att hans våg var felinställd och visade 50 g för lite. Vilket värde får standardavvikelsen i a) om han räknar med de rätta vikterna?

Vikt	Frekvens, f
962	7
975	18
988	30
1001	25
1014	10

$$n = 90$$

$$\bar{x} = \frac{962 \cdot 7 + 975 \cdot 18 + 988 \cdot 30 + 1001 \cdot 25 + 1014 \cdot 10}{90} = 990 \text{ g/påse}$$

x	$x - \bar{x}$	$(x - \bar{x})^2$	$(x - \bar{x})^2 \cdot f$
962	-28	784	5488
975	-15	225	4050
988	-2	4	120
1001	11	121	3025
1014	24	576	5760

Summa: 18443


a) Standardavv:

$$\sqrt{\frac{\sum((x - \bar{x})^2 \cdot f)}{n}} =$$

$$= \sqrt{\frac{18443}{90}} = 14,3 \text{ g/påse}$$

b) Stavn påverkas ej!

Lösung i Geogebra:



$l1 = \{C1, C2, C3, C4, C5\}$
 $\rightarrow \{962, 975, 988, 1001, 1014\}$

$l2 = \{D1, D2, D3, D4, D5\}$
 $\rightarrow \{7, 18, 30, 25, 10\}$

$a = \text{mean}(l1, l2)$
 $\rightarrow 989.88$

$b = \text{stdevp}(l1, l2)$
 $\rightarrow 14.31$

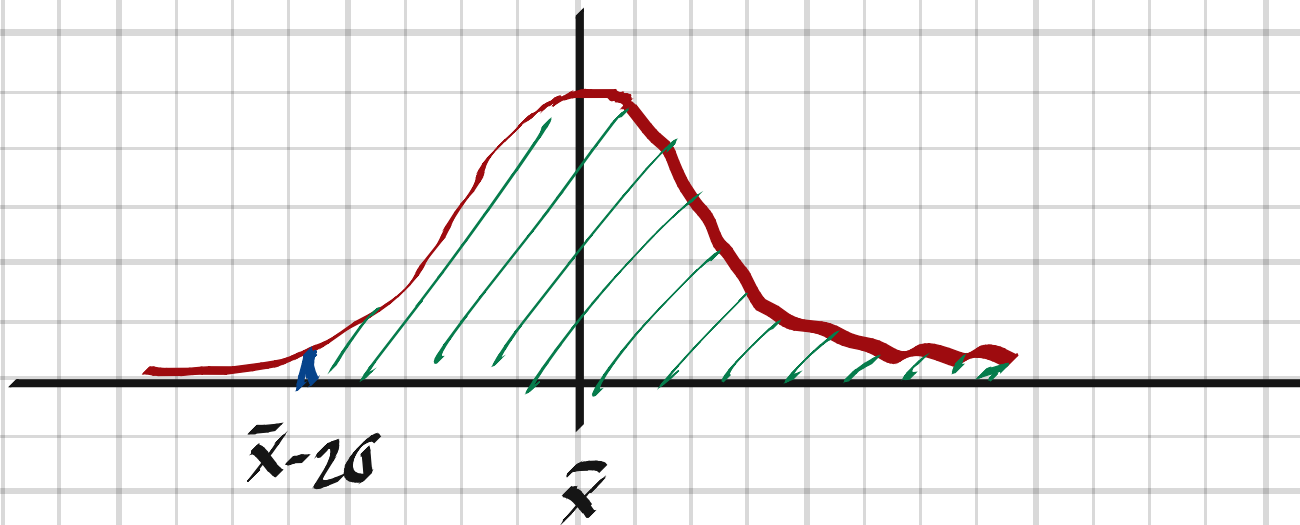
+ Input...

Lösung i Excel:

	A	B	C	D	E	F
1						
2						
3	number	frequency	number*frequency	number-mean	(number-mean)^2	(number-mean)^2*frequency
4	962	7	6734	-27.88	777.17	5440.19
5	975	18	17550	-14.88	221.35	3984.27
6	988	30	29640	-1.88	3.53	105.78
7	1001	25	25025	11.12	123.70	3092.60
8	1014	10	10140	24.12	581.88	5818.82
9	n=	90			Sum:	18441.65556
10		mean=	989.88			
11					stdevp=	14.31
12						
13						
14						
15						
16						

6150 Vikten på burkar med fruktkonserver är normalfördelad med standardavvikelsen 15 g. Hur stor är medelvikten om 97,5 % av burkarna väger 450 g eller mer?

6150.



$$\bar{x} - 2\sigma = \bar{x} - 2 \cdot 15 = 450 \Rightarrow \underline{\bar{x} = 480 \text{ g}}$$

6153 En minkfarmare uppskattar att längden på minkarna är normalfördelad. Honorna har medellängden 34 cm och standardavvikelsen 4,0 cm. I farmen finns 1 200 djur och 75 % är honor.

- Ungefär hur många minkhonor är mellan 30 och 42 cm långa?
- Bland hanarna är det bara 8 st som är kortare än 34 cm. Uppskatta standardavvikelsen för hanarnas längd om medellängden är 45 cm.

$$6153. \quad a) \quad \left. \begin{array}{l} 30 = \bar{x} - \sigma \\ 42 = \bar{x} + 2\sigma \end{array} \right\} \Rightarrow P = 34\% + 47,5\% = 81,5\%$$

$$\text{Ant. honor mellan 30 och 42 cm} = 0,815 \cdot 0,75 \cdot 1200 = \underline{733 \text{ st}}$$

$$b) \quad \text{Andel hanar kortare än } 34 \text{ cm} = \frac{8}{0,25 \cdot 1200} = 2,67\%$$

$$2,67\% \text{ motsvarar ungefär } \bar{x} - 2\sigma = 34$$

$$45 - 2\sigma = 34 \Rightarrow \underline{\sigma = 5,5 \text{ cm}}$$

6154 I ett område där hastigheten är begränsad till 30 km/h hade man en hastighetskontroll. Man mätte hastigheten hos 15 bilar. Resultatet i km/h såg ut så här:

35, 36, 28, 35, 31, 33, 38, 42, 30, 34, 29, 31, 35, 39, 37

Hur stor andel av bilarna körde för fort, om man antar att hastigheten för alla bilar är normalfördelad på samma sätt som stickprovresultatet?

6154.

$$\bar{x} = 34.2 \text{ km/h}$$

$$\sigma = 3.93 \text{ km/h}$$

$> 30 \text{ km/h}$ motsvarar $\mu\sigma$. $\bar{x} - \sigma \equiv 50\% + 34\% = \underline{84\%}$

6155 Brinntiden för en viss typ av lågenergilampor uppges till 10 000 timmar med standardavvikelsen 600 timmar. Ett år bytte man till sådana lampor i 12 gatlyktor längs en vägsträcka. Man räknade med att lyktorna är tända 8 timmar/dygn under halva året. Efter hur många år måste man byta lampor om man vill vara någorlunda säker på att högst två lampor gått sönder?

$$6155. \quad \bar{x} = 10\,000 \text{ h}$$
$$\sigma = 600 \text{ h}$$

$$2 \text{ gatlyktor sönder motsv. } \frac{2}{12} = 16.7\% \equiv \bar{x} - \sigma$$

$$\bar{x} - \sigma = 10\,000 - 600 = 9\,400 \text{ h}$$

$$\text{Ant. timmar tända} = 8 \cdot 365 / 2 = 1\,460 \text{ h / år}$$

$$\text{Ant. år} \approx \frac{9\,400}{1\,460} = \underline{\underline{6.4}} = 6 \text{ år}$$

6156 Jesper testar sin reaktionsförmåga. Reaktions- tiden vid testet kan anses normalfördelad kring medelvärdet 0,17 s med standardavvi- kelsen 0,04 s. Hans reaktionstid var i det tes- tet 0,14 s. Hans kompis Jonatan har testat sin reaktionstid i ett annat test, där resultatet ansågs normalfördelat kring 0,21 s med stan- dardavvikelsen 0,09 s. Hans reaktionstid var i det testet 0,19 s. Vem lyckades bäst? Motivera ditt svar.

$$6156. \text{ Jesper: } \bar{x} = 0.17 \text{ s}, \quad \sigma = 0.04 \text{ s}, \quad x = 0.14 \text{ s}$$

$$\text{Jonatan: } \bar{x} = 0.21 \text{ s}, \quad \sigma = 0.09 \text{ s}, \quad x = 0.19 \text{ s}$$

$$\text{Jesper: } x - \bar{x} = -0.03 \text{ s} \quad \text{motiv. } \frac{0.03}{0.04} \sigma = 0.75 \sigma$$

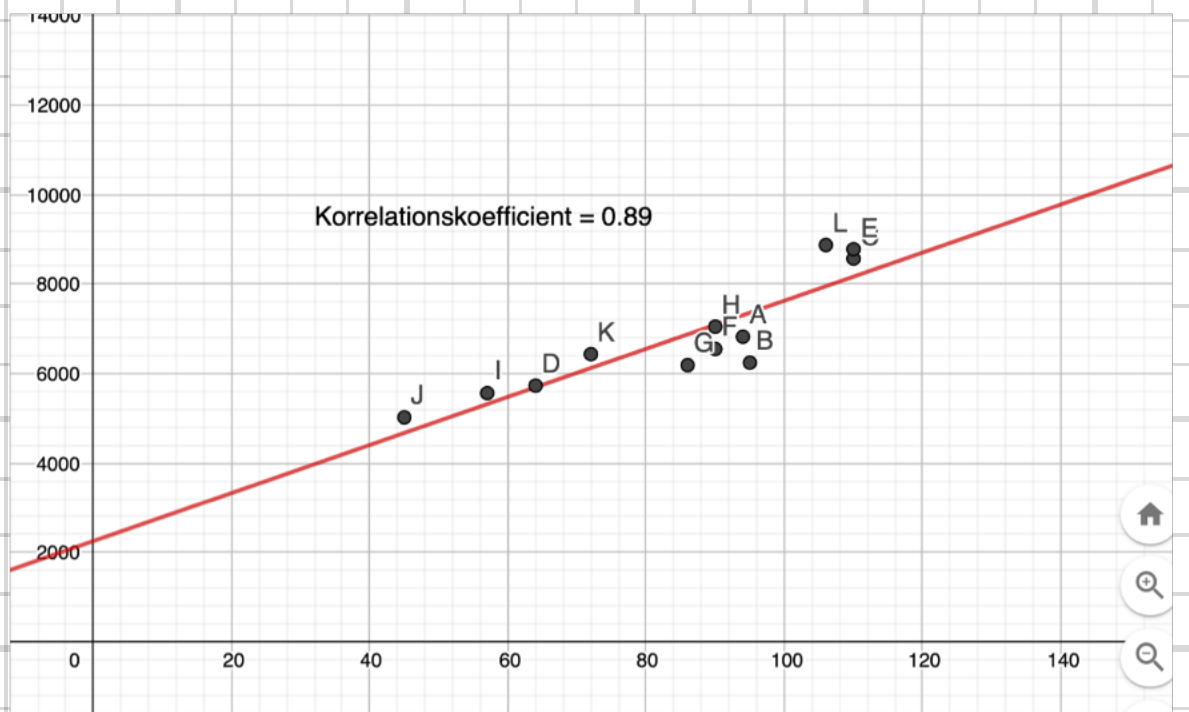
$$\text{Jonatan: } x - \bar{x} = -0.02 \text{ s} \quad \text{motiv. } \frac{0.02}{0.09} \sigma = 0.22 \sigma$$

Jesper lyckades bäst, då hans resultat var lägre i förhållande till medelvärdet.

6208 Tabellen visar månadshyra, antal rum och boyta för ett antal hyreslägenheter i ett bostadsområde.

Antal rum	Boyta (kvm)	Månadshyra (kr)
4	94	6 825
3	95	6 244
4	110	8 570
2	64	5 730
4	110	8 782
3	90	6 550
3	86	6 189
3	90	7 050
2	57	5 562
2	45	5 020
2	72	6 435
4	106	8 875

- Vilken typ av korrelation finns det mellan boyta och månadshyra? Är det samma korrelation mellan antal rum och månadshyra?
- Analysera sambandet mellan boyta och månadshyra utifrån de tre krav som gäller för ett kausalt samband. Är det ett kausalt samband?



a) Positiv korrelation (0.89)

b) Första kriteriet uppfyllt

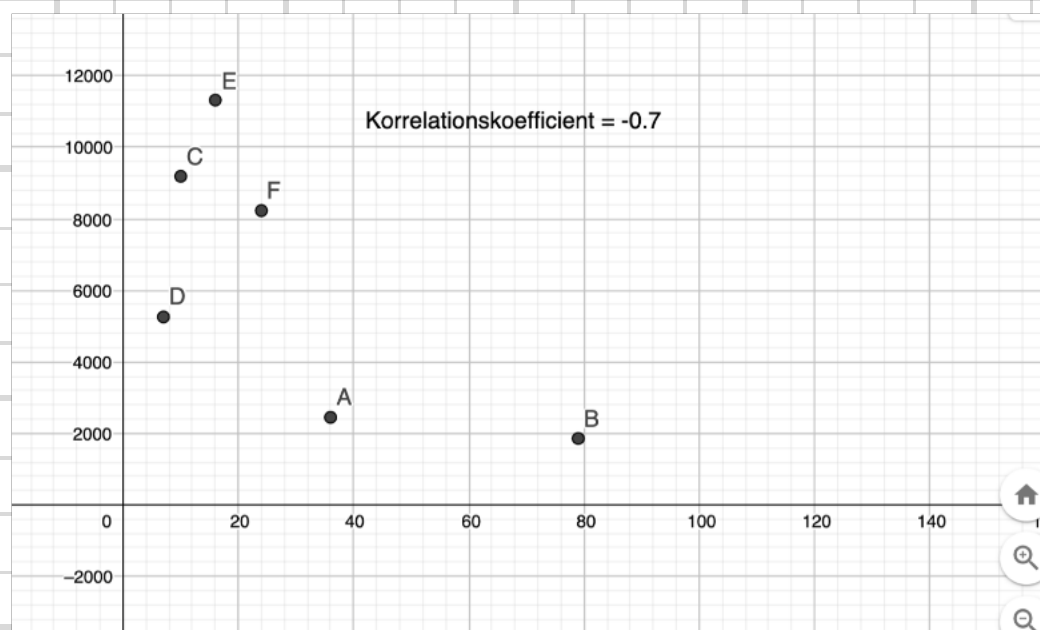
Andra " - ej " -

Tredje " - ej " -

6209 FN:s statistik från år 2003 visar spädbarnsdödlighet i promille av antal födda barn, och BNP i US-dollar/person, hos några latinamerikanska länder.

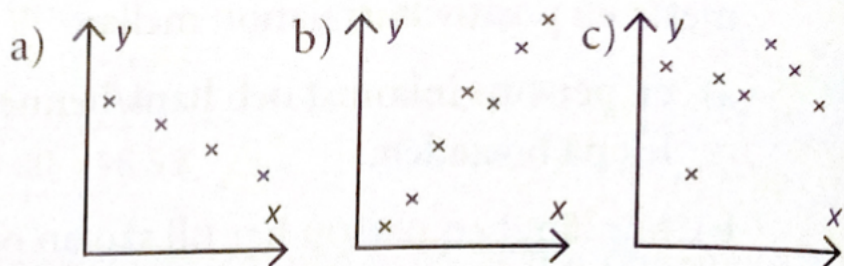
Land	Spädbarnsdödlighet	BNP
Nicaragua	36	2 450
Haiti	79	1 860
Chile	10	9 190
Kuba	7	5 259
Argentina	16	11 320
Mexiko	24	8 230

Gör ett spridningsdiagram över spädbarnsdödlighet och BNP. Verkar det finnas någon korrelation? Kan man dra någon allmän slutsats?



6209. Svag negativ korrelation (-0.7)
Ingen kausalitet.

6210 Beskriv korrelationen och ge exempel hämtade ur verkligheten för vart och ett av de tre spridningsdiagrammen.

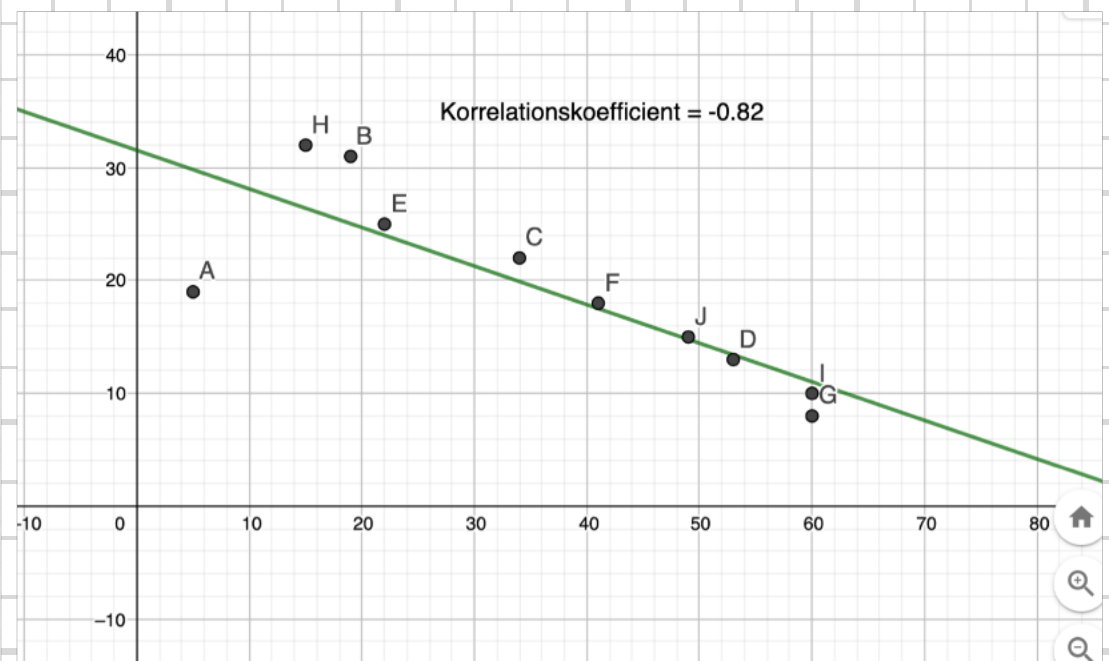


6210. a) Negativ korrelation
b) Positiv korrelation
c) Ingen korrelation

6211 I tabellen ser du breddgraden (latituden) och årsmedeltemperaturen för 10 städer på norra halvklotet.

Stad	Latitud (grader)	Årsmedeltemperatur (°C)
Bogotá	5	19
Mumbai	19	31
Casablanca	34	22
Dublin	53	13
Hong Kong	22	25
Istanbul	41	18
S:t Petersburg	60	8
Manila	15	32
Oslo	60	10
Paris	49	15

- Rita ett spridningsdiagram och dra en linje som ansluter så bra som möjligt till punkterna.
- En punkt avviker starkt från linjen. Vad kan det finnas för skäl till det?
- Umeås latitud är 64 grader. Vilken årsmedeltemperatur kan man förvänta sig där?



6211. b) Bogotá ligger på hög höjd med låg temp.
c) ca 9°C

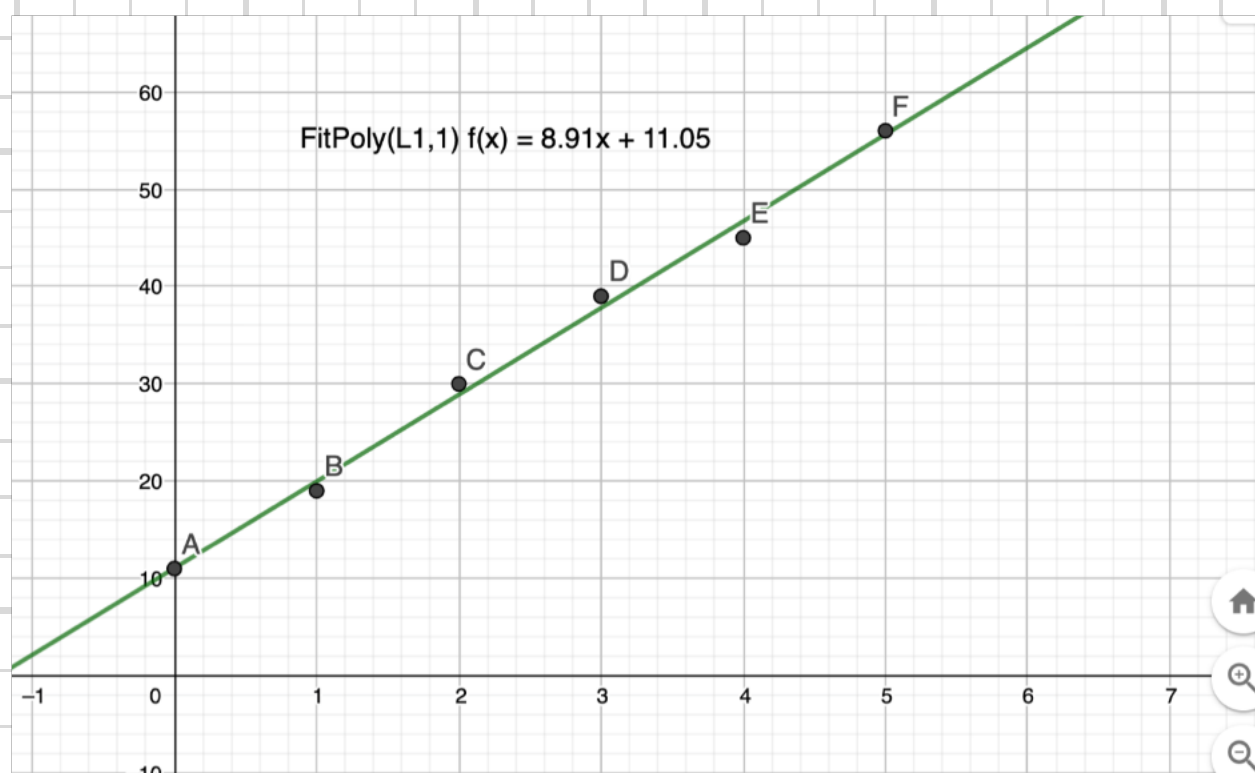
6215 Molly planterar skog. Medelhöjden på de planter som hon sätter ut är 11 cm. Varje år mäter hon sedan plantornas medelhöjd och för in resultatet i en tabell.

Tid (år)	0	1	2	3	4	5
Medelhöjd (cm)	11	19	30	39	45	56

- Anpassa en rät linje till punkterna och ange linjens ekvation.
- Efter hur många år bör hon gallra skogen om man räknar med att det bör ske när plantornas medelhöjd är 2 meter?

6215.

a)



b)

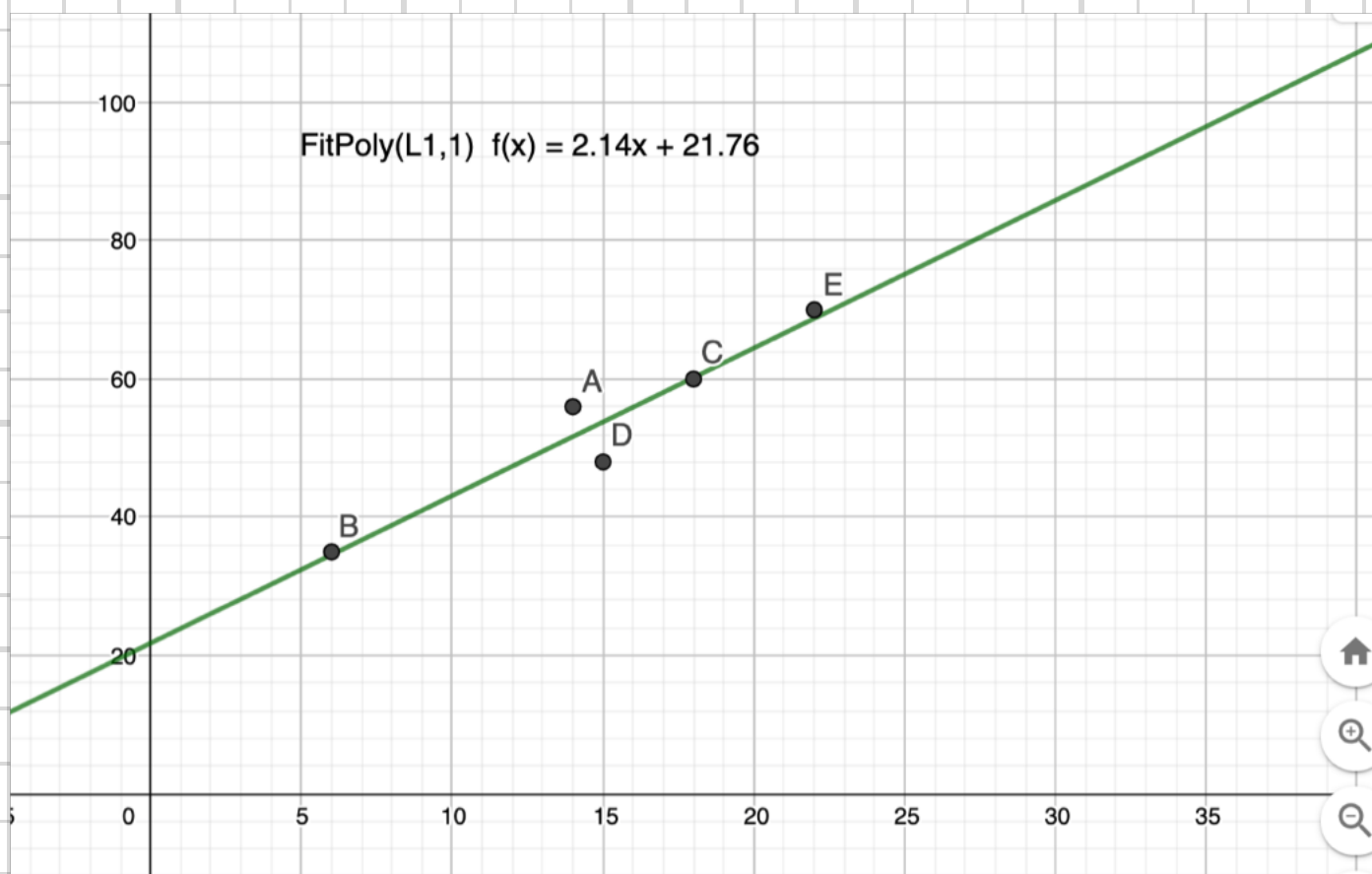
$$f(x) = 200 \Rightarrow 8.91x + 11.05 = 200$$

$$x = \frac{200 - 11.05}{8.91} = \underline{\underline{21 \text{ år}}}$$

6216 Elina säljer glass på stranden en sommar. Hon märker ganska snart att morgontemperaturen påverkar hur mycket glass hon säljer. Hon väljer slumpmässigt ut några dagar där hon känner till både morgontemperatur och glassförsäljning. Undersökningens resultat blev:

Morgontemp. (°C)	14	6	18	15	22
Såld glass (kg)	56	35	60	48	70

- En morgon är det 12 grader. Hur mycket glass är det troligt att hon säljer den dagen?
- Hon behöver sälja minst 45 kg per dag för att gå med vinst. Vilken morgontemperatur ska det minst vara då?



6126 a) $f(12) = 2,14 \cdot 12 + 21,76 = 47 \text{ kg}$

b) $> 11^\circ\text{C}$