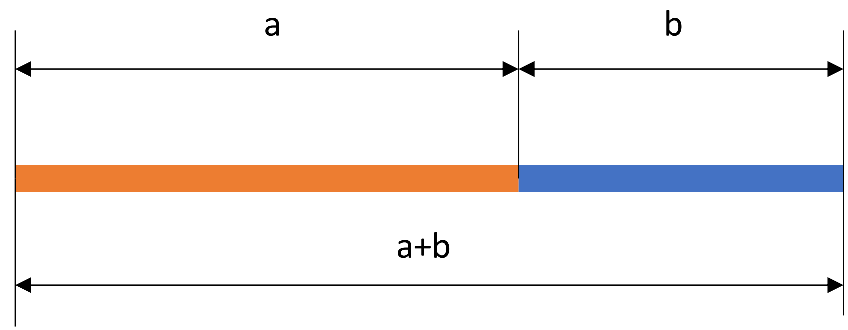
Gyllene snittet
(The golden ratio)

Det irrationella talet ϕ (den gyllene kvoten)

$$\begin{cases} \phi = \dfrac{a+b}{a} \\ \phi = \dfrac{a}{b} \end{cases}$$



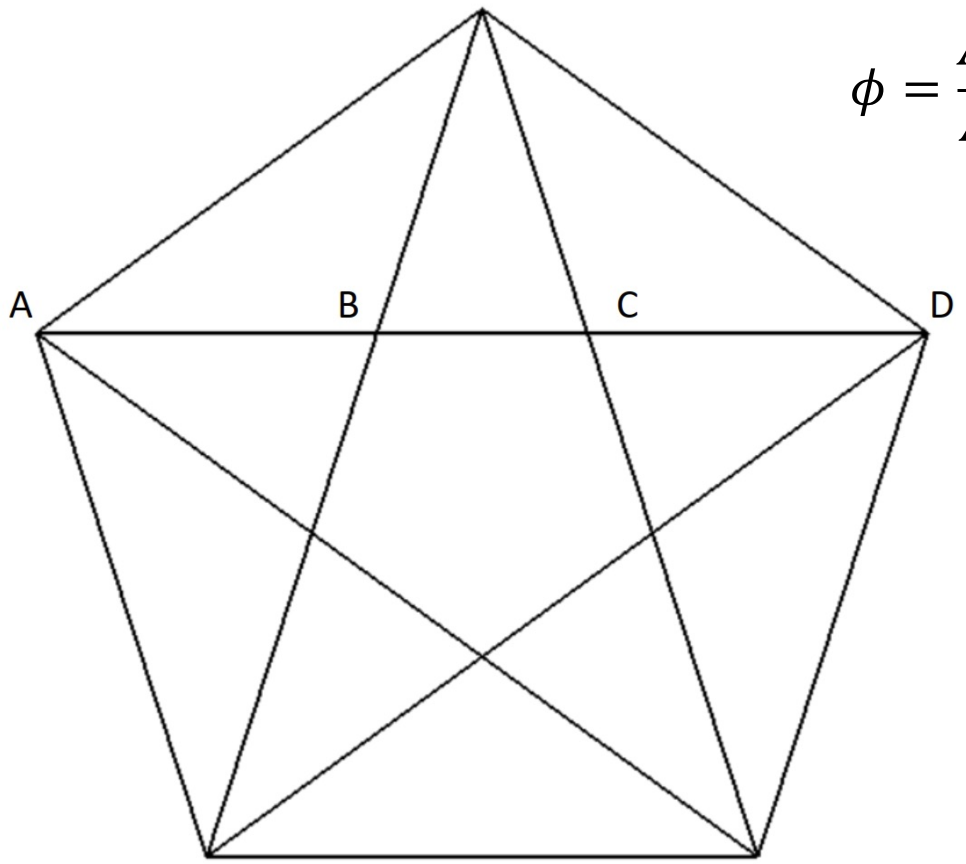
$$\phi = \frac{(a+b)\cdot\frac{1}{b}}{a\cdot\frac{1}{b}} = \frac{\frac{a}{b}+1}{\frac{a}{b}} = \frac{\phi+1}{\phi}$$

$$\phi\cdot\phi = \frac{\phi+1}{\phi}\cdot\phi \qquad \Rightarrow \qquad \phi^2 = \phi + 1 \qquad \Leftrightarrow \qquad \phi^2 - \phi - 1 = 0$$

$$\phi = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4}+1} = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4}+\frac{4}{4}} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = \mathbf{1.618\ldots}$$ (positiva roten)

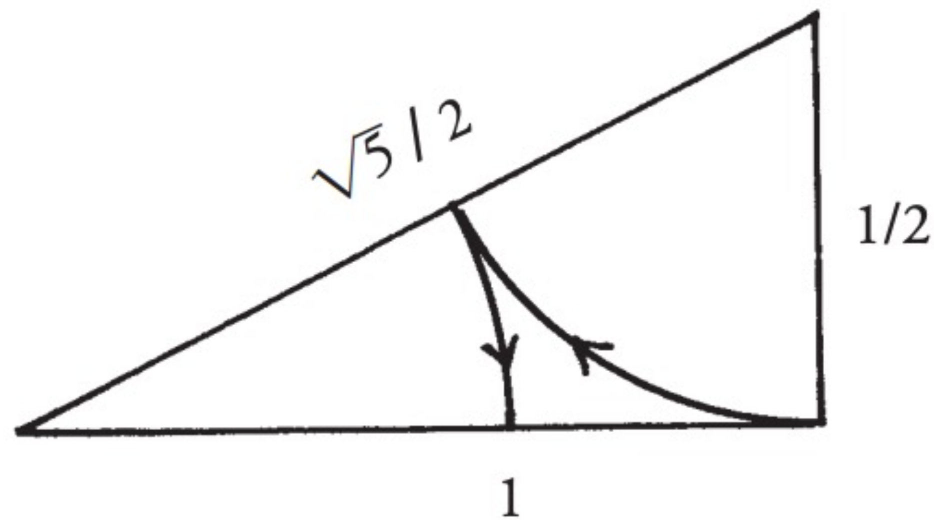
$$\varphi = \frac{1}{\phi} = \mathbf{0.618\ldots}$$

Pentagon



$$\phi = \frac{AD}{AC} = \frac{AC}{AB} = \frac{AB}{BC} = \mathbf{1.618\ldots}$$

Konstruktion av gyllene snittet



Fibonaccis talserie

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, …

Leonardo av Pisa (1170-1250)

$$\frac{3}{2} = 1.5$$

$$\frac{5}{3} = 1.667$$

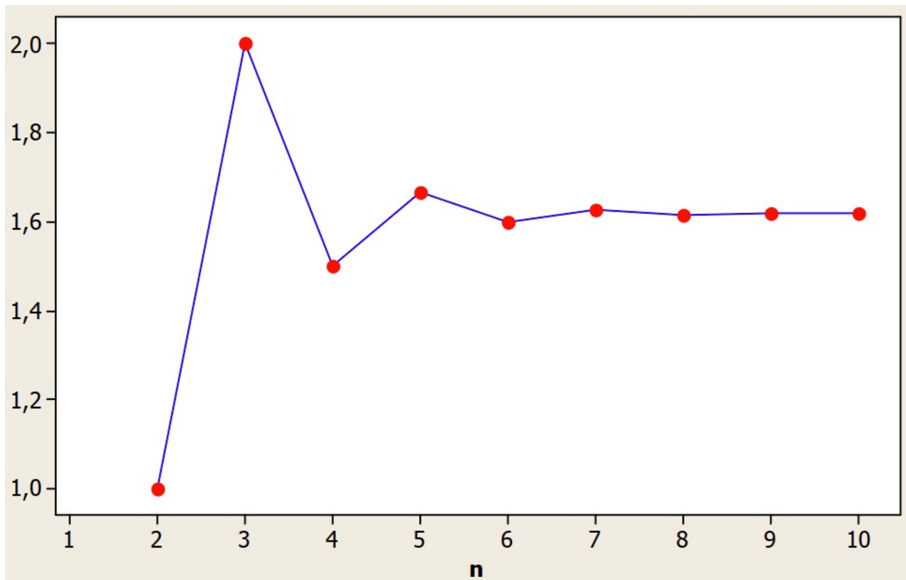
$$\frac{8}{5} = 1.6$$

$$\frac{13}{8} = 1.625$$

$$\frac{21}{13} = 1.615$$

$$\frac{34}{21} = 1.619$$

$$\frac{55}{34} = 1.618$$



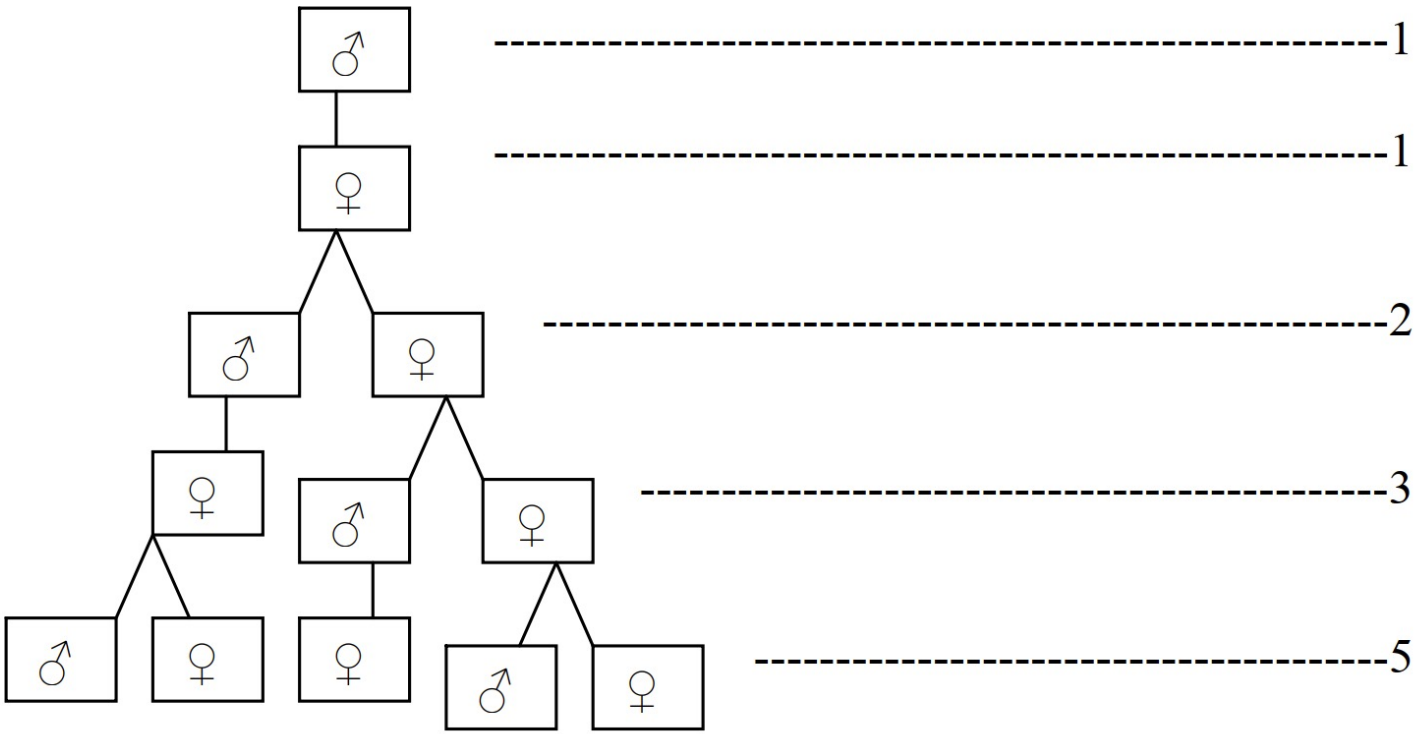
$$\mathrm{f(n)} = \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n\right],\ n \geq 1$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{f(n)}{f(n-1)} = \mathbf{1.61803}\ \ldots$$

Släktträd för hanbin

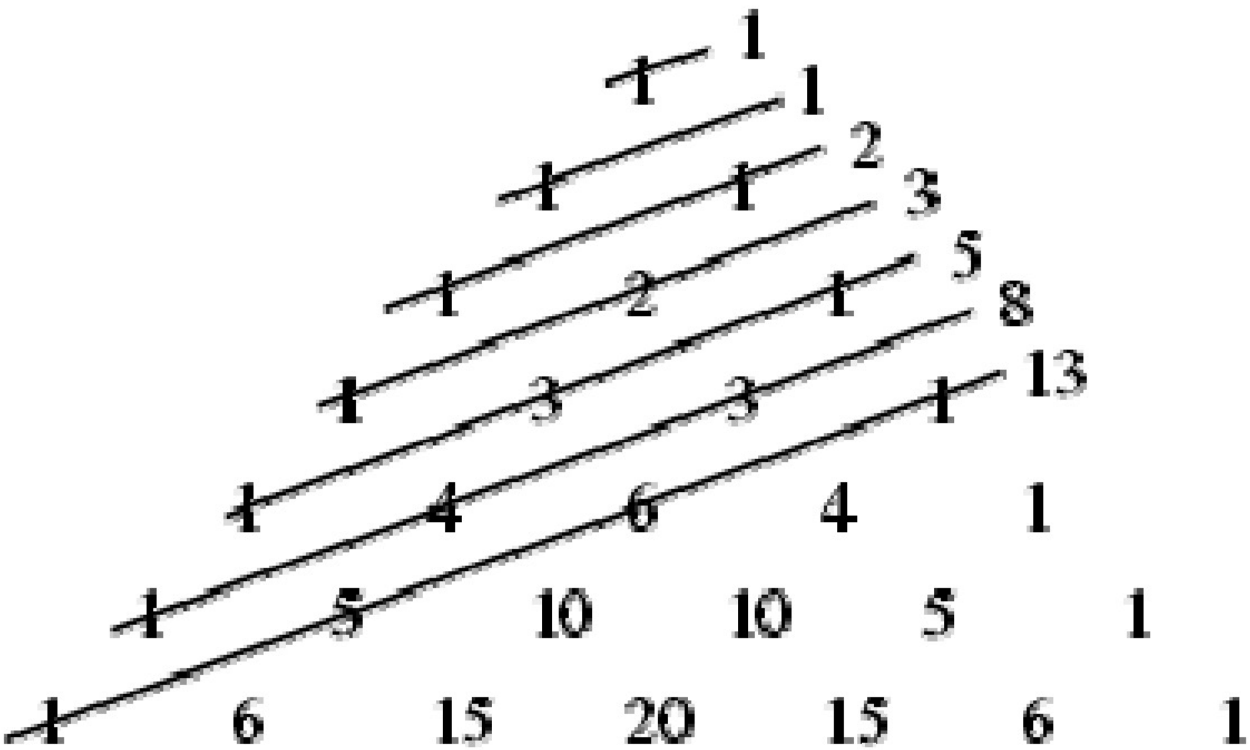
Hanbin kläcks ur obefruktade ägg, d v s de har <u>en</u> förälder.
Honbin kläcks ur befruktade ägg och har således två föräldrar.

Leonardo av Pisa (1170-1250)



Pascals triangel

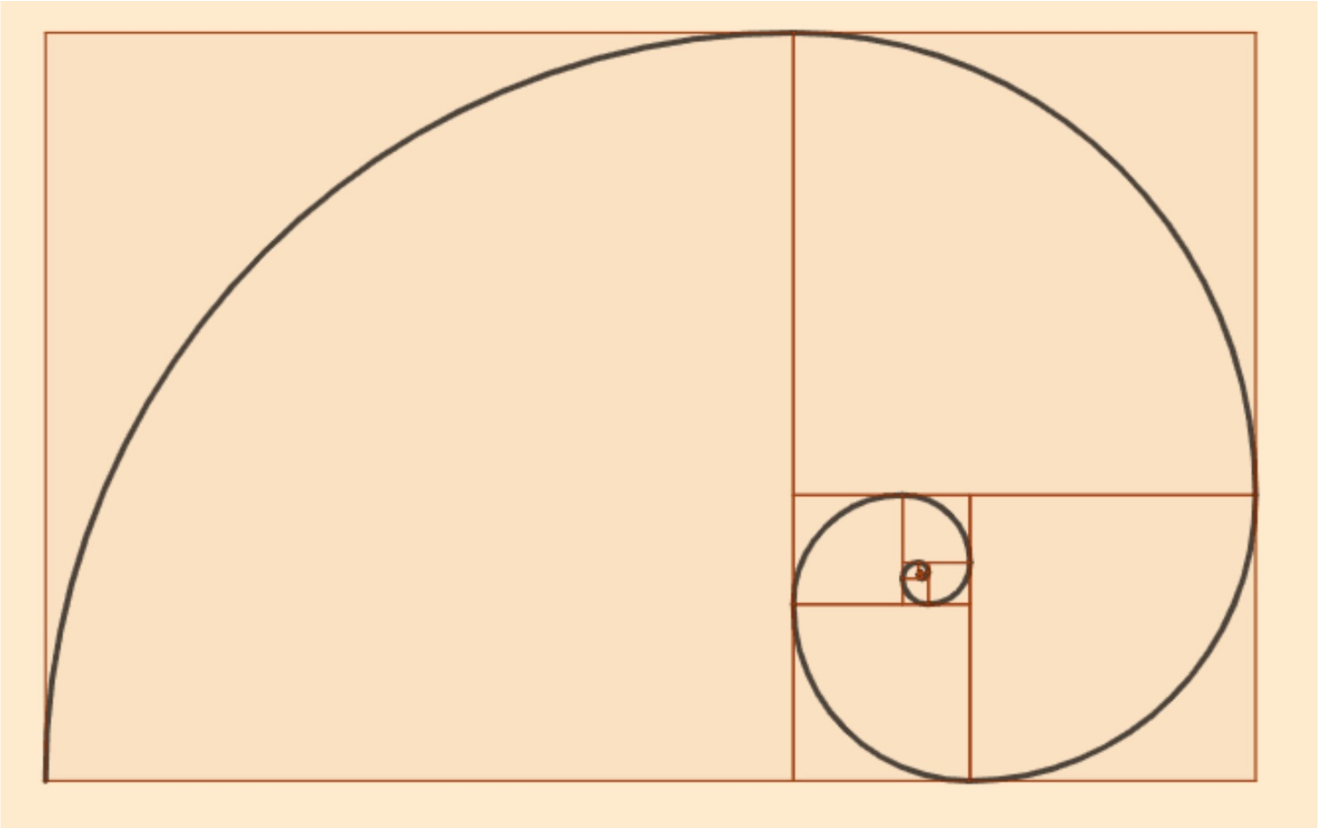
Summan av diagonalerna i Pascals triangel följer Fibonaccis talserie.



Den gyllene spiralen

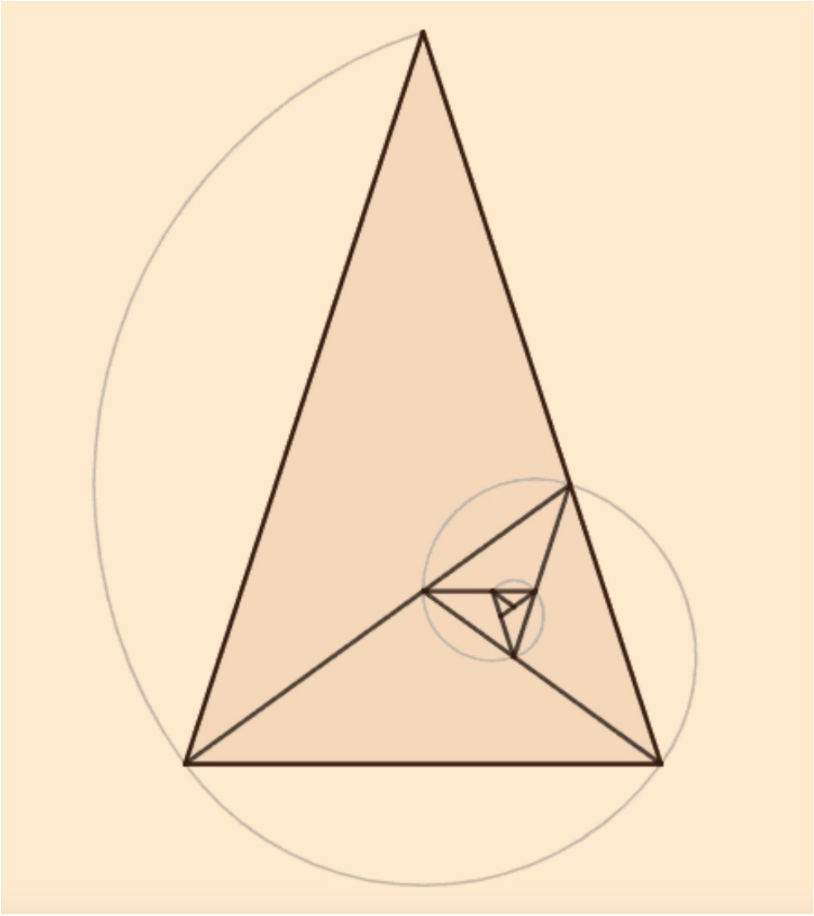
Den gyllene spiralen skapas m h a rektanglar där längd/bredd-förhållandet i varje rektangel = **1.618…**

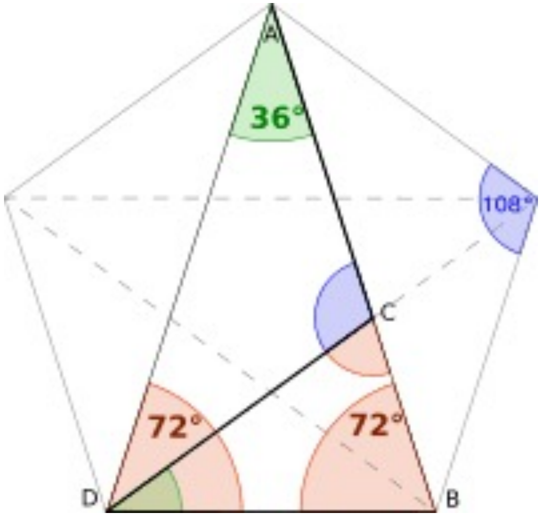
Pärlbåtssnäcka



Den gyllene triangeln

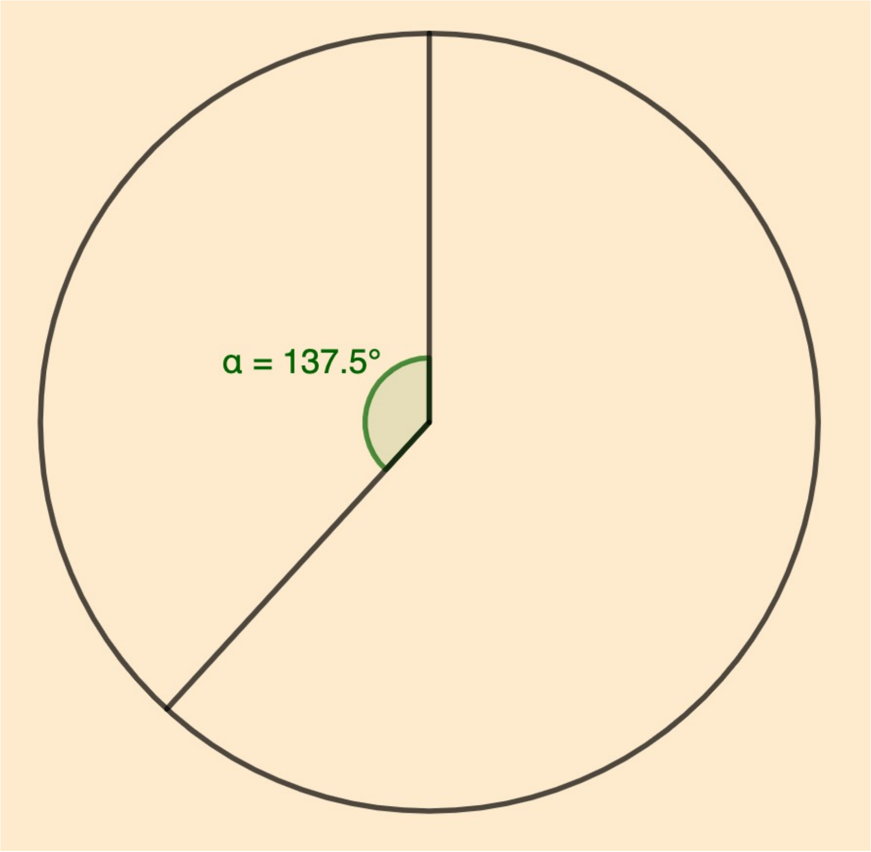
Den gyllene triangeln är en likbent triangel med basvinklarna 72 grader.
Delas triangeln i förhållandet = **1.618…** erhålls en ny gyllene triangel.



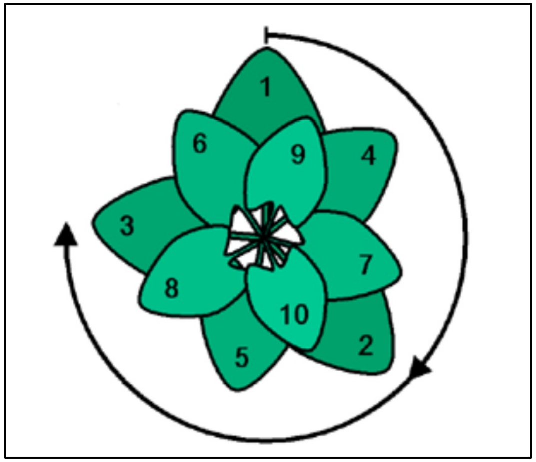


Den gyllene vinkeln 137.5 grader.

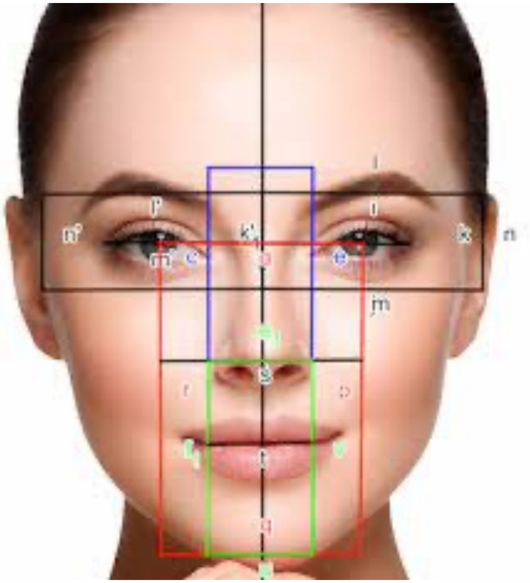
Om en cirkel delas i i förhållandet = **1.618…** fås den gyllene vinkeln 137.5 grader.

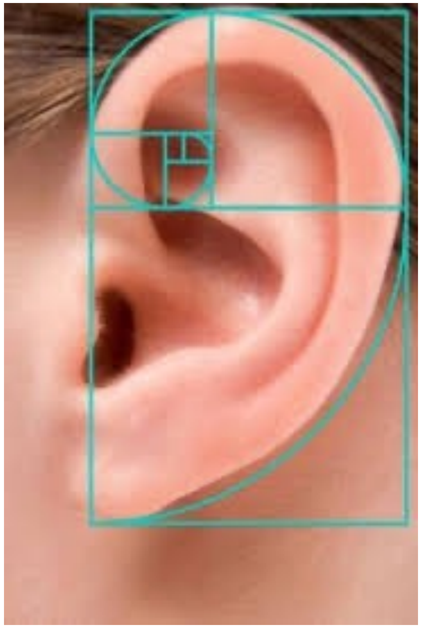


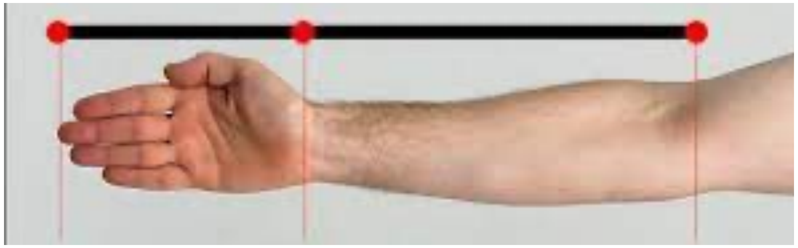
Kronbladens position hos exempelvis Tusensköna och många andra växter.



Det gyllene snittet och människan







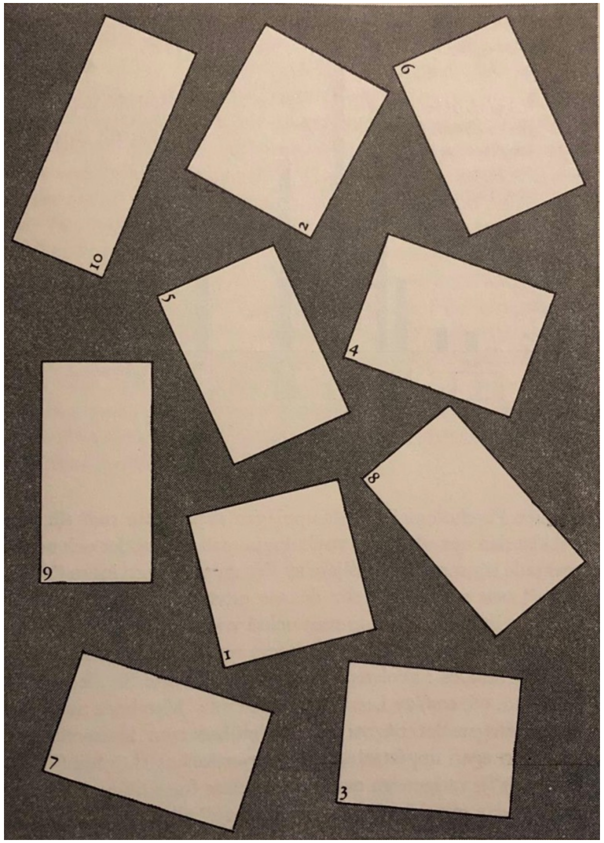
1 : 1.618

Det gyllene snittet inom konst och arkitektur

Flera undersökningar har visat att människan finner förhållandet = **1.618…** som det mest estetiskt tilltalande. Hur är det i den här klassen?

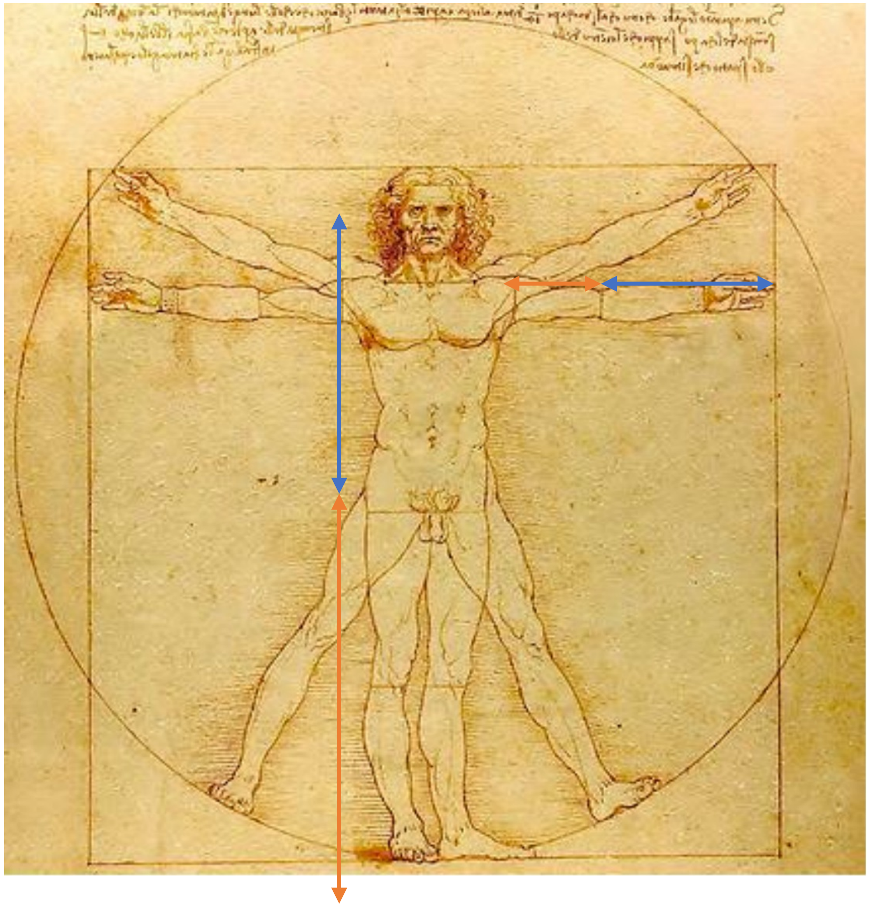
De Fechnerska försöken.

Rekt-angel nr	Proportion, x	Antal röstande, som betr. rektangeln i fråga avgivit omdöme om *skönhet* män	*skönhet* kvinnor	*fulhet* män	*fulhet* kvinnor	Procentuell fördelning av skönhetsomdömena $p(x)$ män	kvinnor	båda könen
1	1 :1=1,00	6,25	4,0	36,67	31,5	2,74	3,36	2,95
2	6 :5=1,20	0,5	0,33	28,8	19,5	0,22	0,27	0,24
3	5 :4=1,25	7,0	0,0	14,5	8,5	3,07	0,00	2,02
4	4 :3=1,33	4,5	4,0	5,0	1,0	1,97	3,36	2,45
5	29:20=1,45	13,33	13,5	2,0	1,0	5,85	11,35	7,73
6	3 :2=1,50	50,91	20,5	1,0	0,0	22,33	17,22	20,58
ø 7	34:21=1,619	78,66	42,65	0,0	0,0	34,50	35,83	34,96
8	23:13=1,77	49,33	20,21	1,0	1,0	21,64	16,99	20,04
9	2 :1=2,00	14,25	11,83	3,83	2,25	6,25	9,94	7,52
10	5 :2=2,50	3,25	2,0	57,21	30,25	1,43	1,68	1,51
	Sammanlagt	228	119	150	95	100,00	100,00	100,00

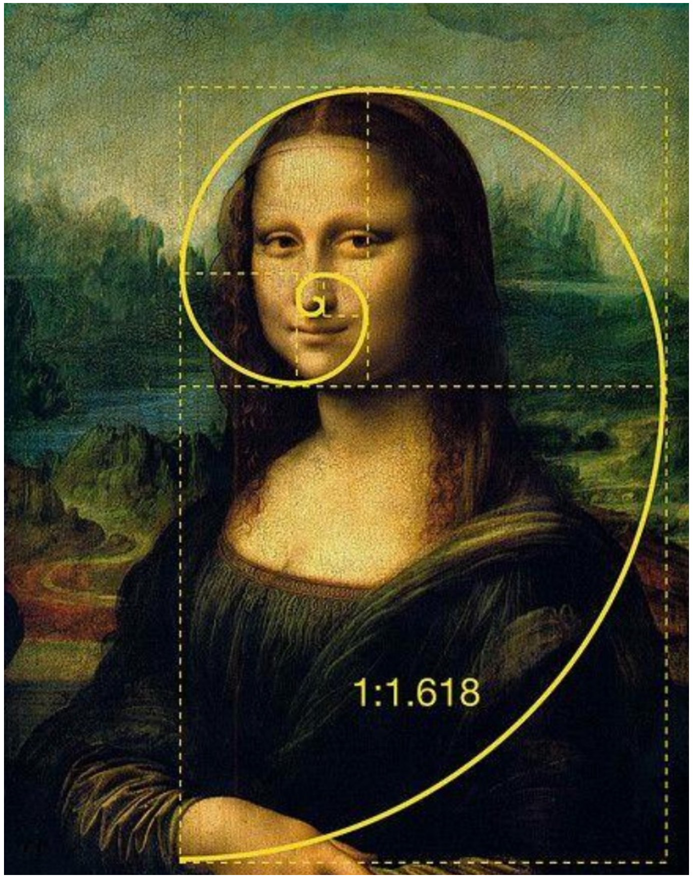


Det gyllene snittet inom konst och arkitektur

Leonardo da Vinci använde sig mycket av gyllene snittet i sin konst.

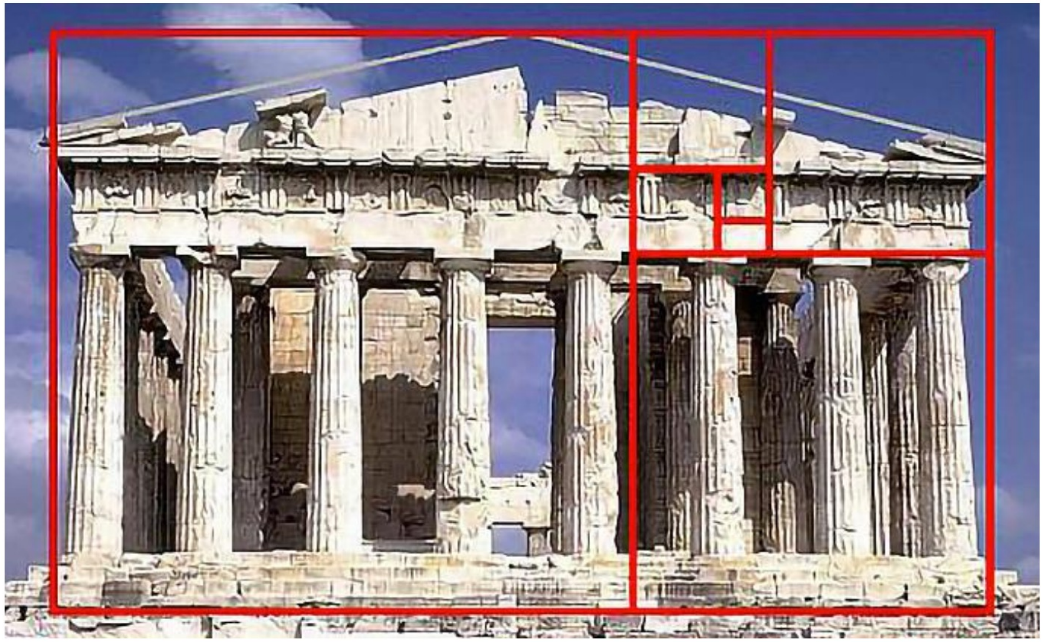


Den vitruvianska mannen

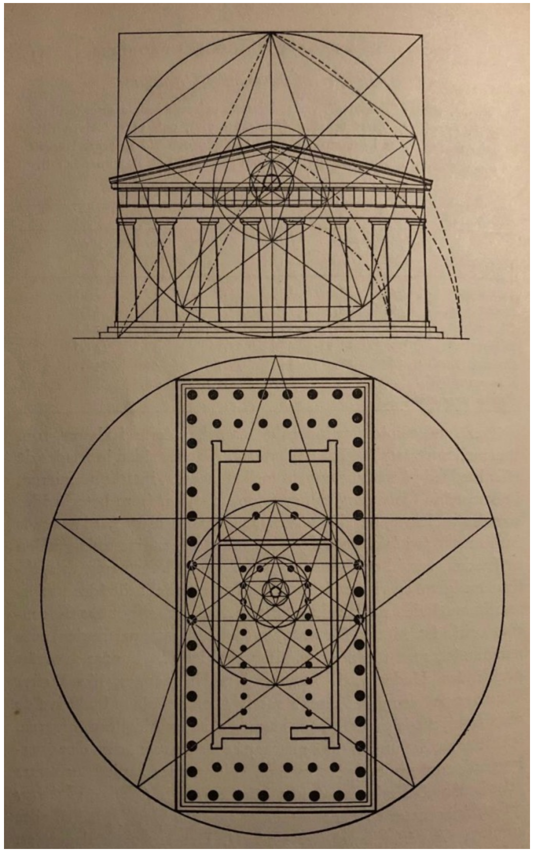


Mona Lisa

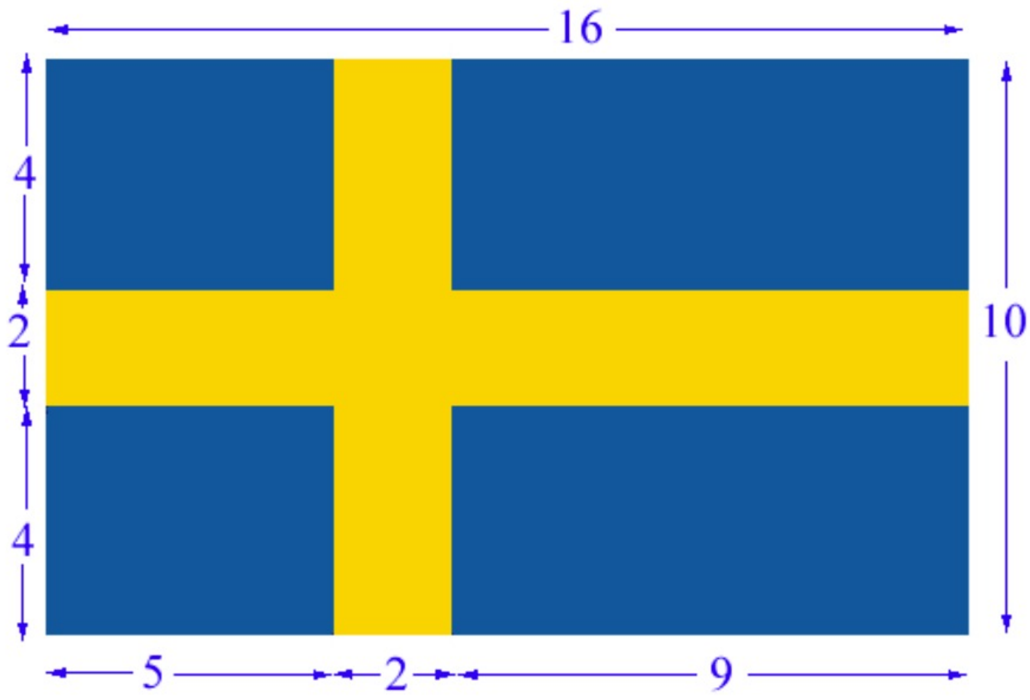
Det gyllene snittet inom konst och arkitektur



Parthenon 438 f.Kr, Akropolis Grekland

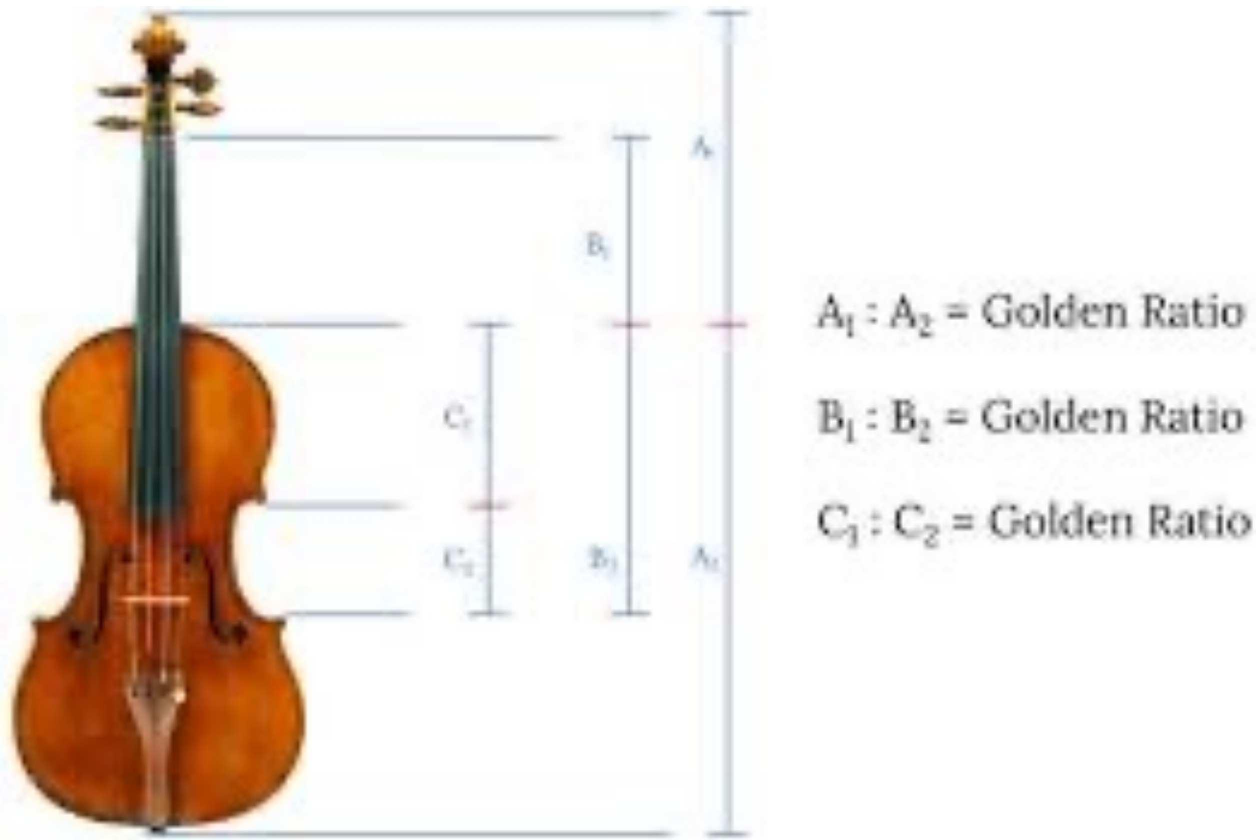


Det gyllene snittet inom konst och arkitektur



Det gyllene snittet inom konst och arkitektur

Det gyllene snittet inom konst och arkitektur



Det gyllene snittet inom konst och arkitektur

	Bas	Höjd (urspr.)	H/B	Avv. mot Φ
Cheops	230,4	147	0,64	3,24%
Chefren	215	136,4	0,63	2,66%
Menkauras	103	65,5	0,64	2,90%