1. Ange ett komplext tal z på formen $z = a + b\mathrm{i}$ så att

a) $\operatorname{Im} z = 4$ ____________________ (1/0/0)

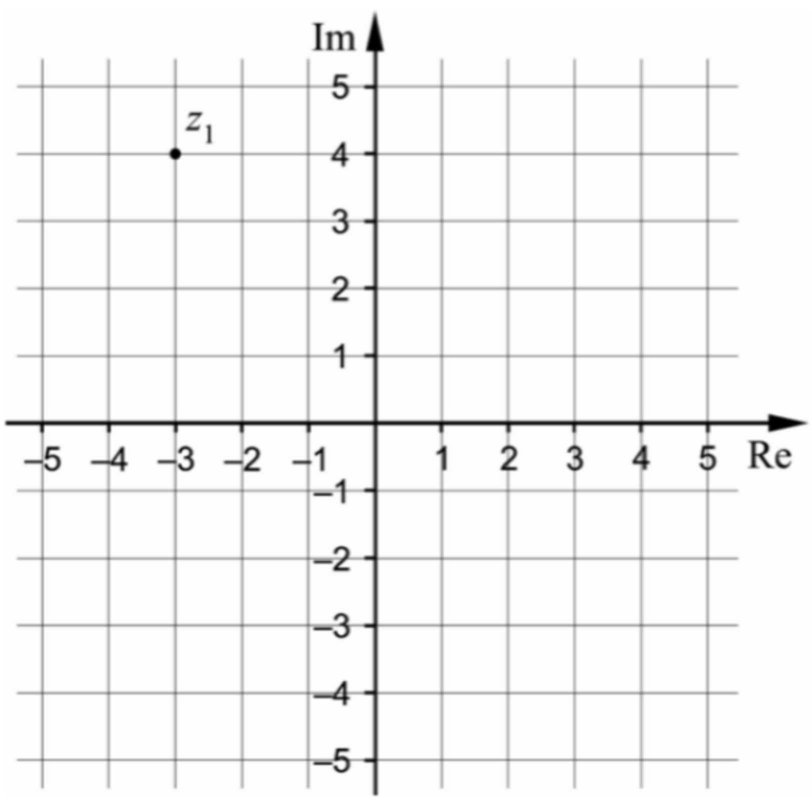
b) $\arg z = 45°$ ____________________ (1/0/0)

2. Derivera

a) $f(x) = \cos 5x$ ____________________ (1/0/0)

b) $g(x) = x \cdot \mathrm{e}^{x}$ ____________________ (1/0/0)

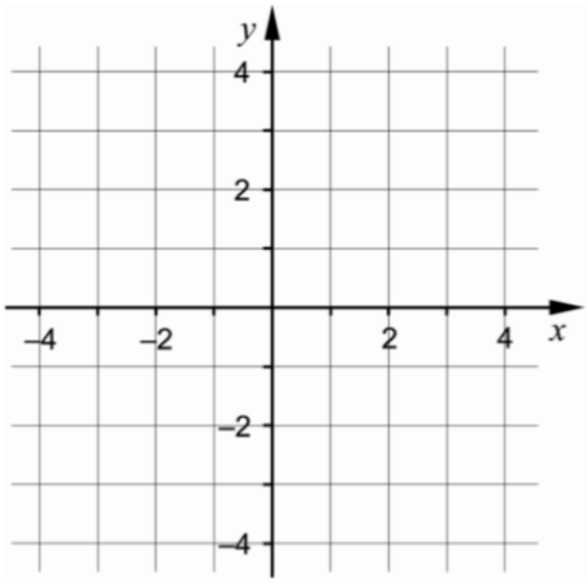
3. Figuren nedan visar ett komplext talplan där talet z_1 är markerat.



a) Beräkna $|z_1|$ ____________________ (1/0/0)

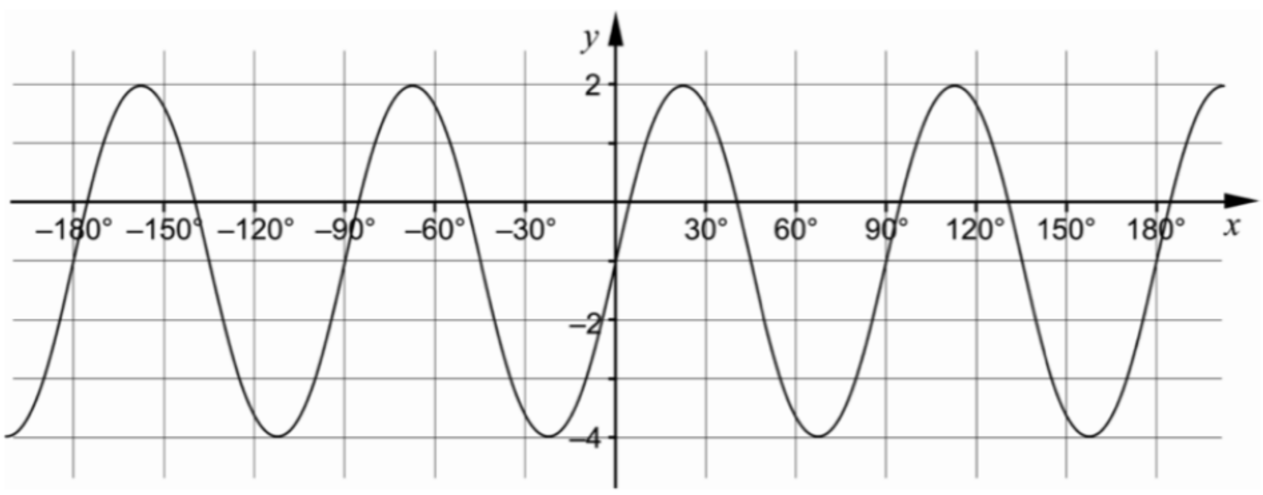
b) Markera talet $\bar{z}_2$ i det komplexa talplanet ovan då $z_2 = -5 - \mathrm{i}$ (1/0/0)

4. a) Använd koordinatsystemet nedan och markera ett område vars area kan beräknas med $\int_{-1}^{1}(3+x)\,dx$ (1/0/0)



b) Bestäm värdet av $\int_{-1}^{1}(3+x)\,dx$ ____________________ (1/0/0)

5. Figuren visar grafen till funktionen $y = A\sin kx + B$



Bestäm konstanterna *A*, *B* och *k*

$A =$ ____________________

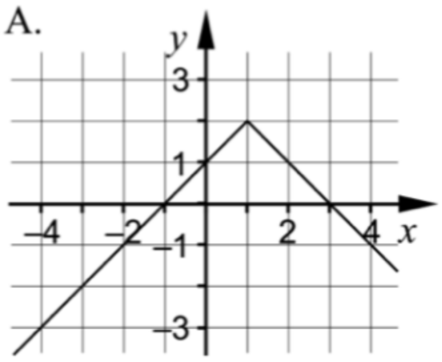
$B =$ ____________________

$k =$ ____________________ (1/1/0)

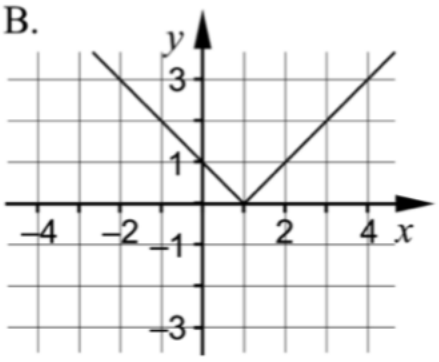
6. Ange vilken av följande figurer A-H som visar grafen till funktionen

$f(x) = 2 - |x - 1|$

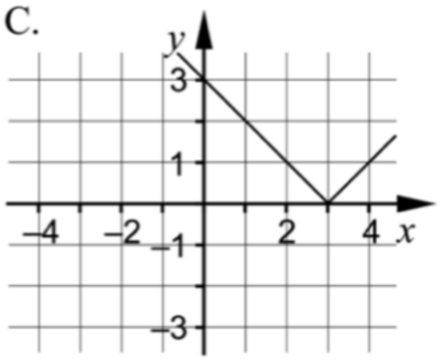
A.



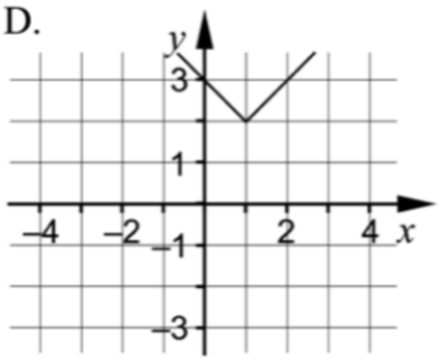
B.



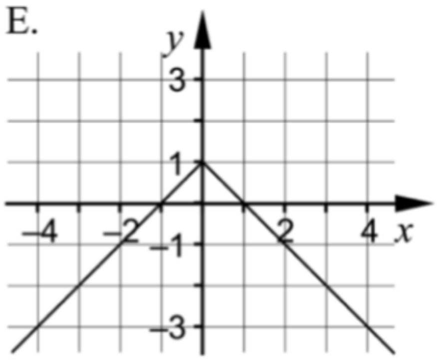
C.



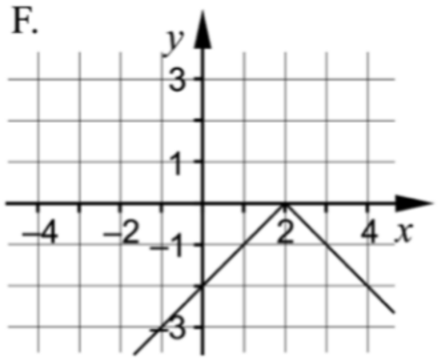
D.



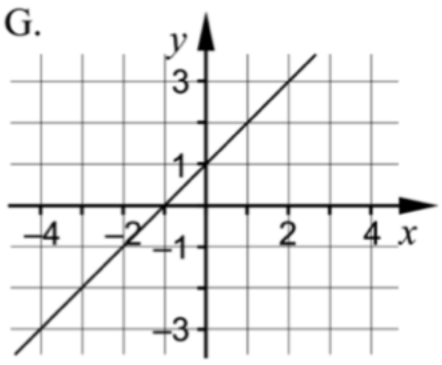
E.



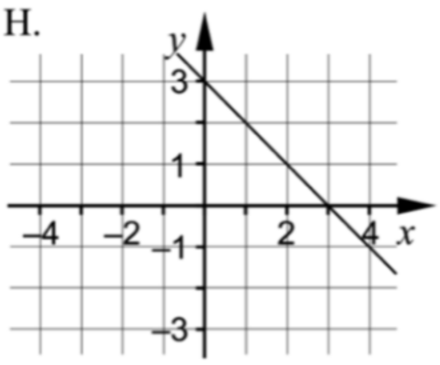
F.



G.

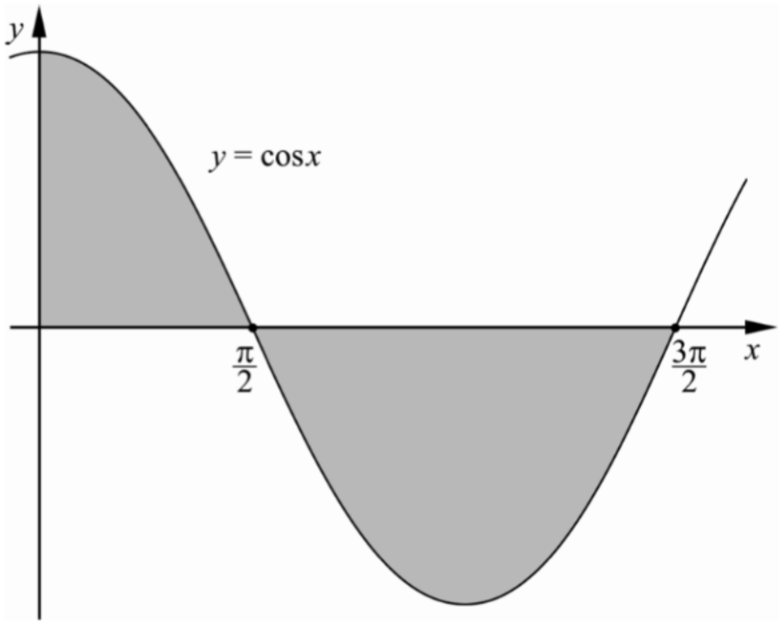


H.



_______________ (0/1/0)

11. Beräkna den sammanlagda arean av de skuggade områdena i figuren nedan.



(2/0/0)

12. Visa att $\sin^2 30° + \cos^2 30° = \sin^2 51° + \cos^2 51°$ (2/0/0)

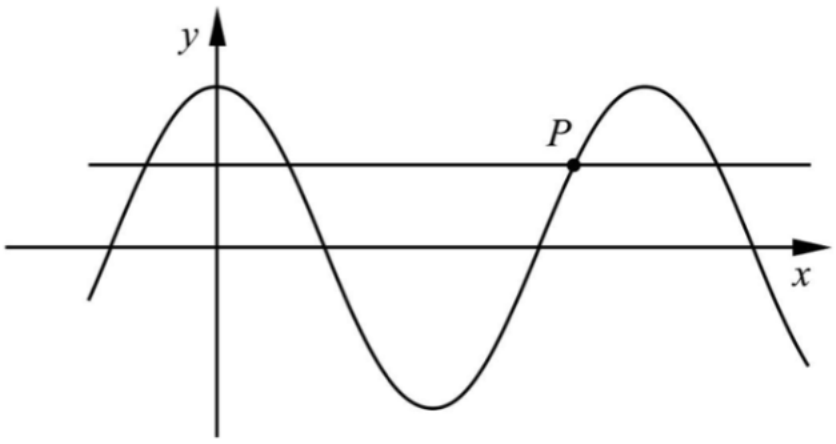
13. Bestäm det komplexa talet $z = a + bi$ så att $\bar{z} + 3z = iz + 9$ (1/1/0)

14. Ekvationen $x^3 + 2x^2 + x - 18 = 0$ är given.

a) Visa att $x = 2$ är en rot till ekvationen. (1/0/0)

b) Bestäm ekvationens övriga rötter. (0/2/0)

15. Figuren nedan visar kurvan $y = \cos 2x$ och linjen $y = \frac{1}{2}$



Bestäm x-koordinaten för skärningspunkten P (1/2/0)

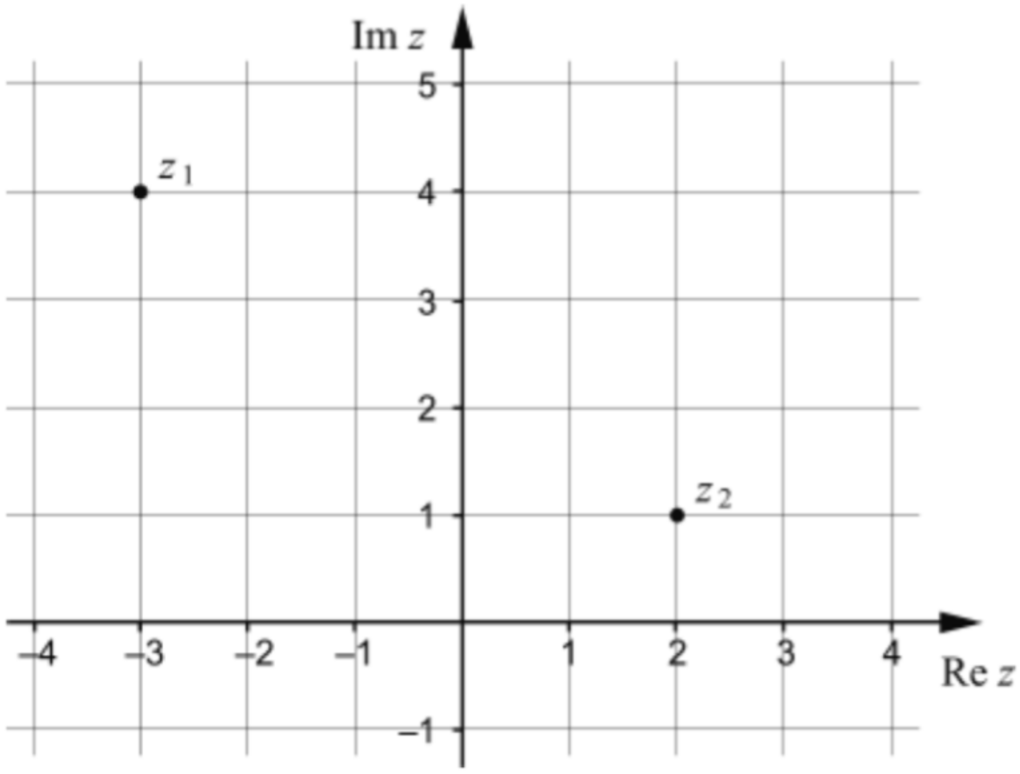
16. Lös ekvationen $z^3 + 27\text{i} = 0$ (0/3/0)

1. Derivera

a) $f(x) = \sin 2x$ ____________________ (1/0/0)

b) $g(x) = (4x+1)^5$ ____________________ (1/0/0)

2. Figuren visar ett komplext talplan där talen z_1 och z_2 är markerade.

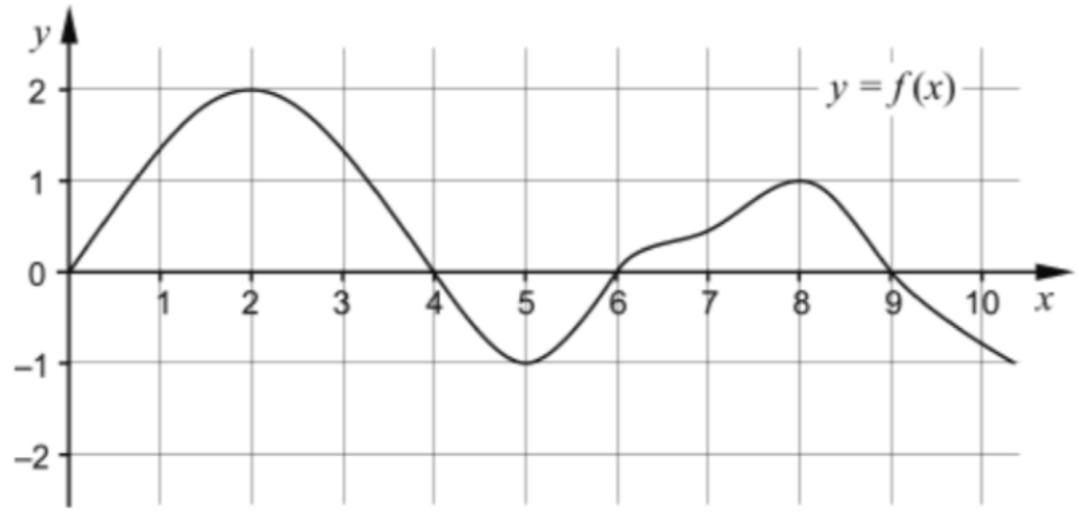


a) Bestäm $\bar{z}_2$ ____________________ (1/0/0)

b) Bestäm $z_1 + z_2$ ____________________ (1/0/0)

3. Ange den lodräta asymptoten till $f(x)=\dfrac{x-3}{x+2}$ ______________________ (1/0/0)

4. Figuren visar grafen till funktionen f.



För vilket värde på a i intervallet $0 \le a \le 10$ antar

$\int_0^a f(x)\,\mathrm{d}x$ sitt största värde? ______________________ (0/1/0)

5. För vilka vinklar i intervallet $0° < v < 90°$ gäller att $\sin 3v < \dfrac{1}{2}$?

______________________ (0/1/1)

6. Ange en kontinuerlig funktion f som är definierad för alla x och har värdemängden $-1 \le f(x) \le 7$

______________________ (0/0/1)

7. Några elever har fått i uppgift att beräkna $\int_1^e \frac{1}{x} dx$

Agnes får svaret e
Ingela får svaret 0
Kerstin får svaret 1

Har någon av dem räknat rätt? Motivera ditt svar. (2/0/0)

8. För två komplexa tal z_1 och z_2 gäller att:

- $z_1 \cdot z_2 = 7 + \mathrm{i}$
- $z_1 = 3 - \mathrm{i}$

Bestäm z_2 på formen $a + b\mathrm{i}$ (2/0/0)

9. a) Visa att $\cos^2 x\left(\dfrac{\sin^2 x}{\cos^2 x}+1\right)=1$ för alla x där uttrycken är definierade. (2/0/0)

b) Visa att $\sqrt{2}\cos(x+\dfrac{\pi}{4}) = \cos x - \sin x$ (0/2/0)

10. Lös ekvationen $\cos 2x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ (1/1/0)

11. För funktionen f gäller att $f(x)=\dfrac{x+1}{x-3}$

a) Ange asymptoterna till funktionen f *Endast svar krävs* (1/1/0)

b) Skissa grafen till funktionen f och dess asymptoter. (0/2/0)

c) Lös olikheten $|f(x)|>3$ där $f(x)=\dfrac{x+1}{x-3}$ (0/0/2)

1. Derivera

a) $f(x) = \sin 2x$ _______________ (1/0/0)

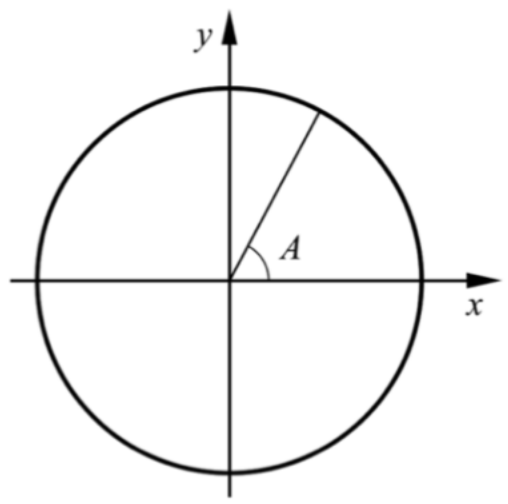
b) $f(x) = x \cdot e^x$ _______________ (1/0/0)

2. Funktionen f är definierad genom $f(z) = 2z - z^2$, där z är en komplex variabel.

a) Bestäm $f(\mathrm{i})$ _______________ (1/0/0)

b) Bestäm z så att $f(z) = 10$ _______________ (1/0/0)

3. I enhetscirkeln nedan är vinkeln A markerad där $A = 70°$



Ange två andra vinklar, v_1 och v_2, i intervallet $0° \leq v \leq 720°$ som har samma cosinusvärde som vinkeln A.

$v_1 =$ _______________

$v_2 =$ _______________ (2/0/0)

4. Ange

a) $\bar{z}_1$ om $z_1 = -2 - 3\mathrm{i}$ _______________ (1/0/0)

b) ett komplext tal z_2 så att $\operatorname{Re} z_2 = 3$ och $|z_2| > 4$

_______________ (0/1/0)

5. Ange det minsta värde som funktionen $g(x) = 3 + |x - 1|$ kan anta.

_______________ (1/0/0)

6. Vilket av alternativen A-F är lika med $\cos 25°$?

A. $1 - \sin^2 25°$ B. $\dfrac{\sin 25°}{\tan 25°}$ C. $\dfrac{\cos 75°}{3}$

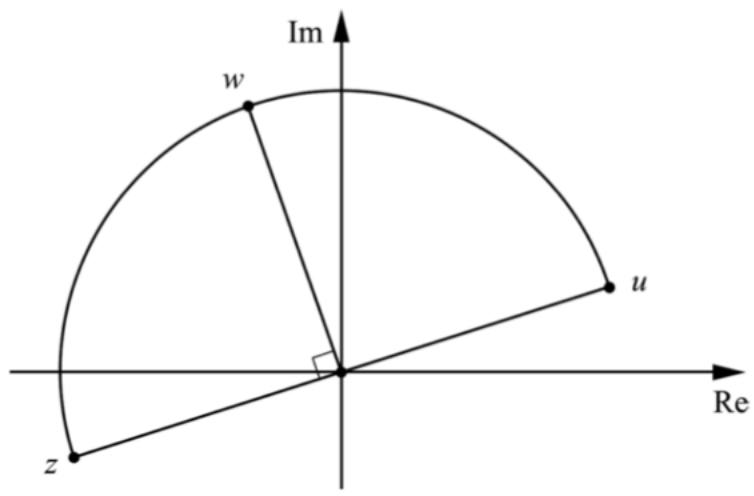
D. $\cos 75° - \cos 50°$ E. $\dfrac{\sin 50°}{2\cos 25°}$ F. $\dfrac{\tan 25°}{\sin 25°}$

_______________ (0/1/0)

7. Ange hur många lösningar ekvationen $\tan 2v = 0{,}7$ har i intervallet $0° \leq v \leq 360°$

_______________ (0/1/0)

8. I figuren är tre komplexa tal z, u och w markerade på en halvcirkel.



Vilka två av alternativen A-F beskriver talet u?

A. $\mathrm{i}z$ B. $\mathrm{i}^2 z$ C. $\dfrac{z}{\mathrm{i}}$

D. $\mathrm{i}w$ E. $\mathrm{i}^2 w$ F. $\dfrac{w}{\mathrm{i}}$

_______________ (0/1/0)

9. Vilka två av alternativen A-F är primitiva funktioner till $g(x)=\dfrac{2}{x}$ för $x>0$?

A. $G(x)=\dfrac{2}{x^2}$ B. $G(x)=1-\dfrac{2}{x^2}$ C. $G(x)=-2x^{-2}$

D. $G(x)=2\ln x+1$ E. $G(x)=\ln x^2$ F. $G(x)=(\ln x)^2$

______________________ (0/1/0)

10. Bestäm $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{g(h)-g(0)}{h}$ om $g(x)=4x^2+\sin 3x$ ______________________ (0/0/1)

11. Vilka två av följande linjer A-F är asymptoter till $y=\dfrac{x^2-2x+1}{x}$?

A. $x=0$

B. $y=0$

C. $x=1$

D. $y=-2x+1$

E. $y=x-2$

F. $y=2x-2$ ______________________ (0/0/1)

12. För de komplexa talen z_1 och z_2 gäller att $z_1=3\mathrm{i}$ och $|z_2|=7$

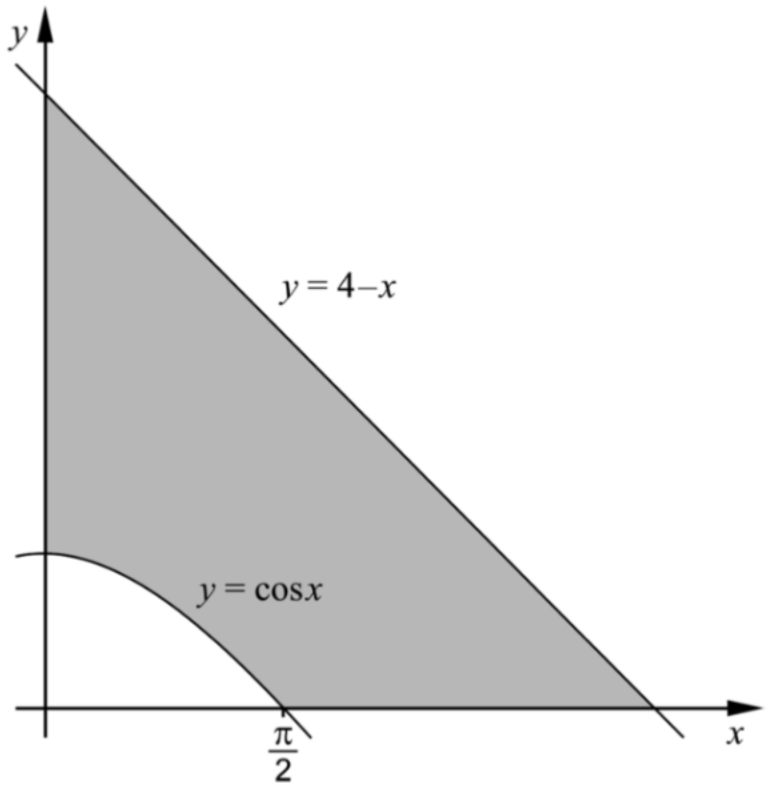
Bestäm det minsta värde som $|z_1+z_2|$ kan anta.

______________________ (0/0/1)

13. Ange en primitiv funktion till $f(x)=\cos^2 3x-\sin^2 3x$

______________________ (0/0/1)

14. Figuren nedan visar ett skuggat område som begränsas av kurvan $y = 4 - x$, kurvan $y = \cos x$ och de positiva koordinataxlarna.



Beräkna arean av det skuggade området. (2/1/0)

15. Visa att $\dfrac{\sin 2x}{2\cos x} = \sin x$ för alla x där uttrycken är definierade. (2/0/0)

16. Beräkna $\dfrac{9+2\mathrm{i}}{2+\mathrm{i}}$ och svara på formen $a+b\mathrm{i}$ (2/0/0)

17. Lös ekvationen $\cos(x-30°)-\cos(x+30°)=1$ (0/2/0)

18. Bestäm eventuella maximi- och minimipunkter för funktionen f där
$f(x) = -x \ln x, \quad x > 0$ (0/1/1)