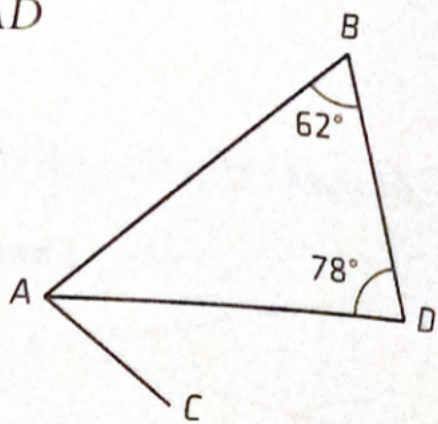


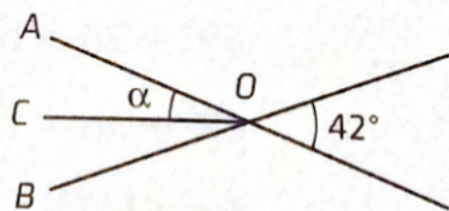
5108 I figuren är sträckan AD bisektris till $\triangle BAC$.
Beräkna vinkeln BAC .



5108. $\triangle BAD = 180 - 62 - 78 = 40^\circ$

$\triangle BAC = 2 \cdot 40^\circ = \underline{80^\circ}$

5109 Sträckan CO är bisektris till vinkeln AOB .
Hur stor är vinkeln α ?



5109. $\alpha = 42/2 = \underline{21^\circ}$

5110 Gäller följande olikheter? Motivera ditt svar.

- En rak vinkel + spetsig vinkel $< 270^\circ$
- En trubbig vinkel - en spetsig vinkel $> 90^\circ$
- En rät vinkel - en trubbig vinkel $< 0^\circ$

5110. a) Ja, ty spetsig $< 90^\circ$ och rak 180°

b) Nej, ex. v är $95^\circ - 10^\circ < 90^\circ$

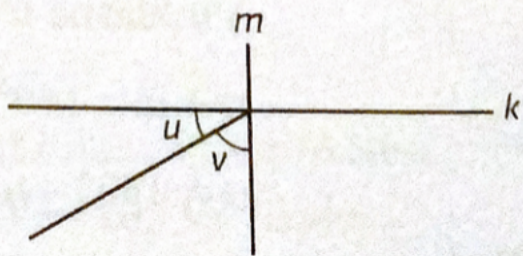
c) Ja, ty spetsig $< 90^\circ$ och trubbig $> 90^\circ$

5111 Beräkna den mindre vinkeln mellan visarna.



5111. $\frac{20}{60} \cdot 360^\circ = \underline{120^\circ}$

5112 I figuren är linjerna k och m rätvinkliga mot varandra och vinkeln u är en tredjedel av vinkeln mellan k och m . Bestäm vinkeln v .

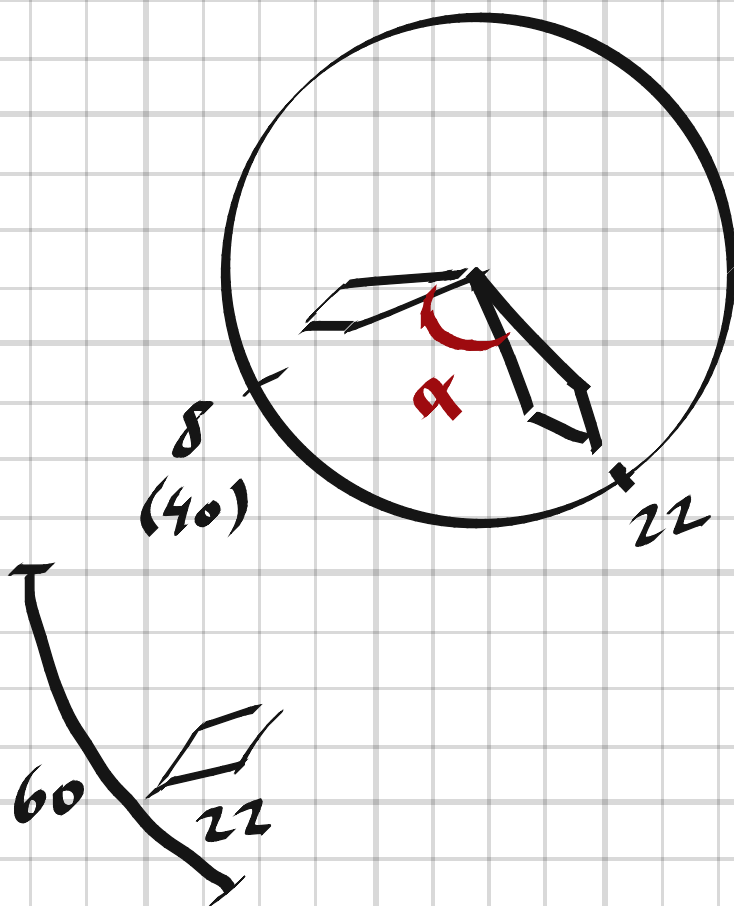


5112. $v = \frac{2}{3} \cdot 90^\circ = \underline{60^\circ}$

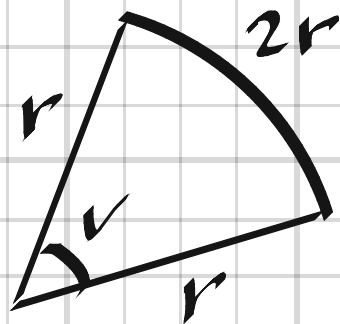
5113 Beräkna den mindre vinkeln mellan visarna när klockan är tjugotvå minuter över åtta.

5113.

$$\alpha = \frac{40-22}{60} \cdot 360^\circ + \frac{22}{60} \cdot \frac{360^\circ}{12} = \underline{119^\circ}$$



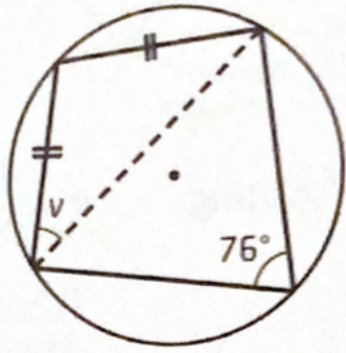
5114 Simon har ritat en cirkelbåge med medelpunkten i vinkelpetsen mellan två vinkelben. Cirkelbågens längd är lika med summan av längden av de två vinkelbenen. Hur stor är vinkeln mellan vinkelbenen?



$$5114. \quad \frac{v}{360^\circ} = \frac{2r}{2\pi r} \Rightarrow v = \underline{114.6^\circ}$$

Alt. lösning: $2r = v \cdot r \Rightarrow v = 2 \text{ rad} = 2 \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = 114.6^\circ$
(förutsätter kunskap om radianer.)

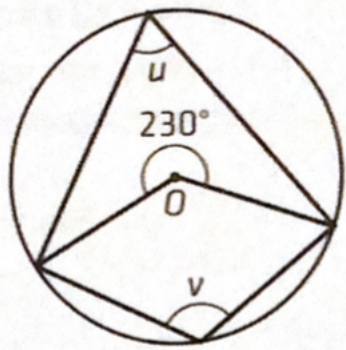
5121 I figuren är lika långa sträckor markerade.
Bestäm vinkeln v .



$$5121 \quad (180^\circ - 76^\circ) + 2v = 180^\circ \Rightarrow$$

$$v = \frac{76}{2} = \underline{38^\circ}$$

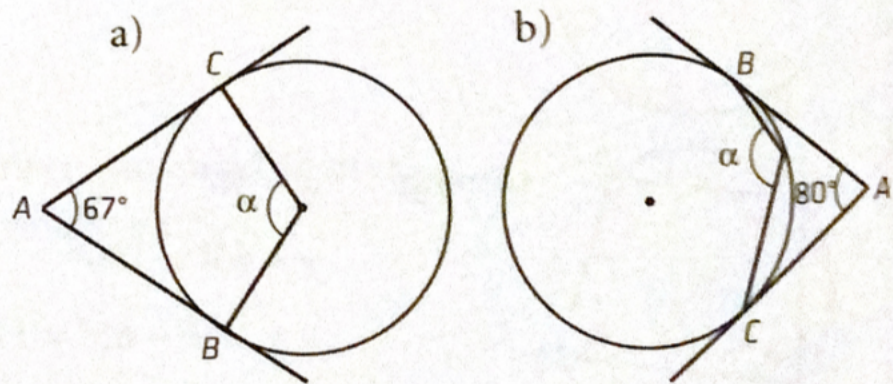
5122 Bestäm de obekanta vinklarna u och v .



$$5122, \quad v = \frac{230}{2} = \underline{115^\circ}$$

$$u = 180^\circ - v = \underline{65^\circ}$$

5123 I figur a) och b) är sträckorna AB och AC tangenter till cirkeln. Bestäm vinkeln α .

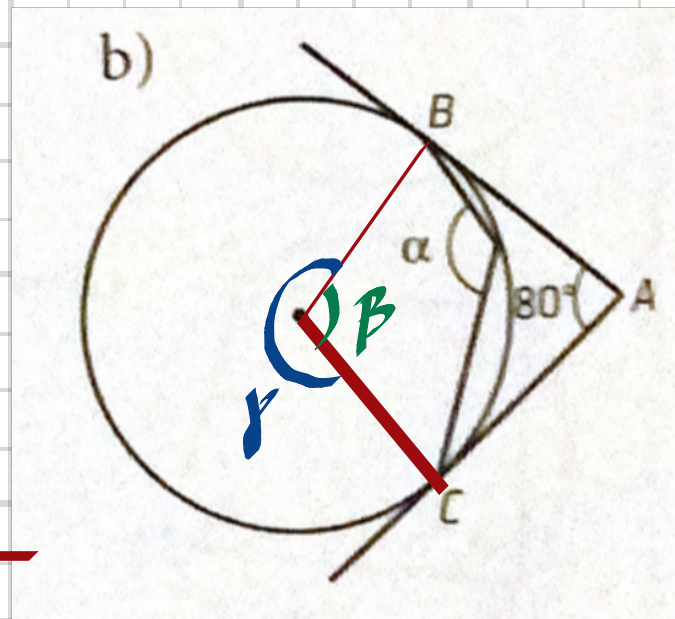


5123, a) $\alpha = 180^\circ - 67^\circ = \underline{113^\circ}$

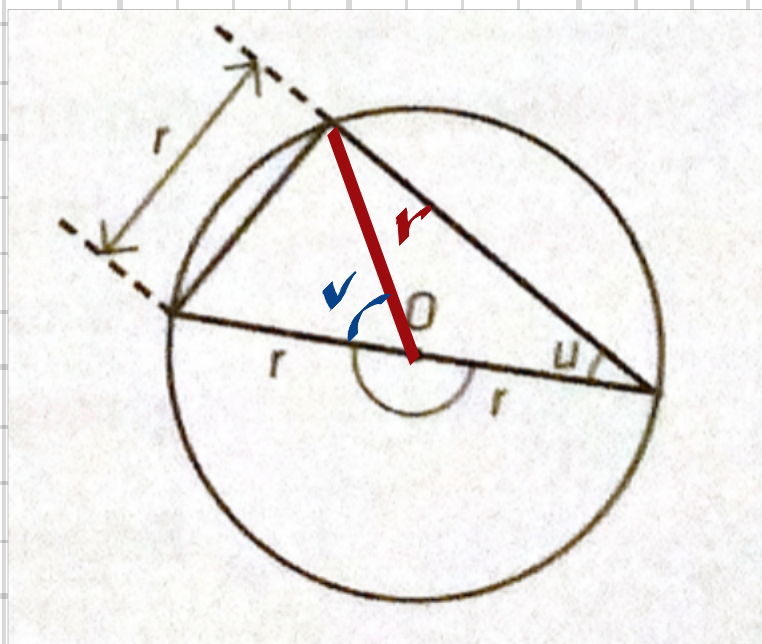
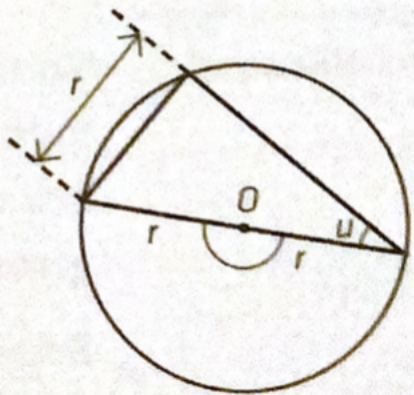
b) $\beta = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$

$\gamma = 360^\circ - \beta = 260^\circ$

$\alpha = \frac{\gamma}{2} = \frac{260^\circ}{2} = \underline{130^\circ}$



5124 Bestäm vinkeln u .



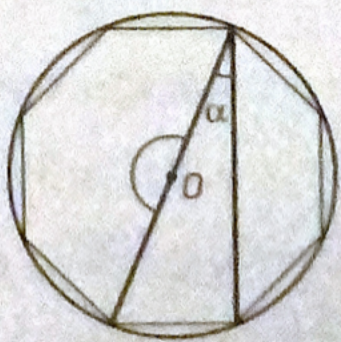
5124,

$v = 60^\circ$

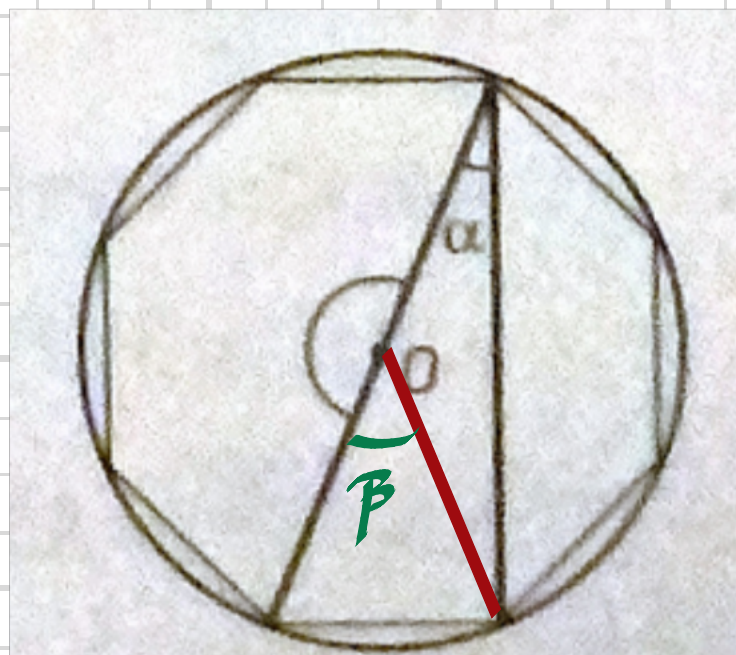
$u = \frac{v}{2} = \underline{30^\circ}$

All lösning: $u = \arcsin \frac{r}{2r} = \underline{30^\circ}$

5125 I figuren är en oktagon (regelbunden åttahörning) inskriven i en cirkel. Bestäm vinkeln α .



En inskriven månghörning har alla sina hörn på cirkelns rand.



5125.

$$\beta = \frac{360^\circ}{8} = 45^\circ$$

$$\alpha = \frac{\beta}{2} = \underline{22,5^\circ}$$

5126 Bevisa Thales sats, det vill säga att randvinklar till en halvcirkelbåge är räta vinklar.

5126.

$$\theta = 180^\circ - 2\alpha$$

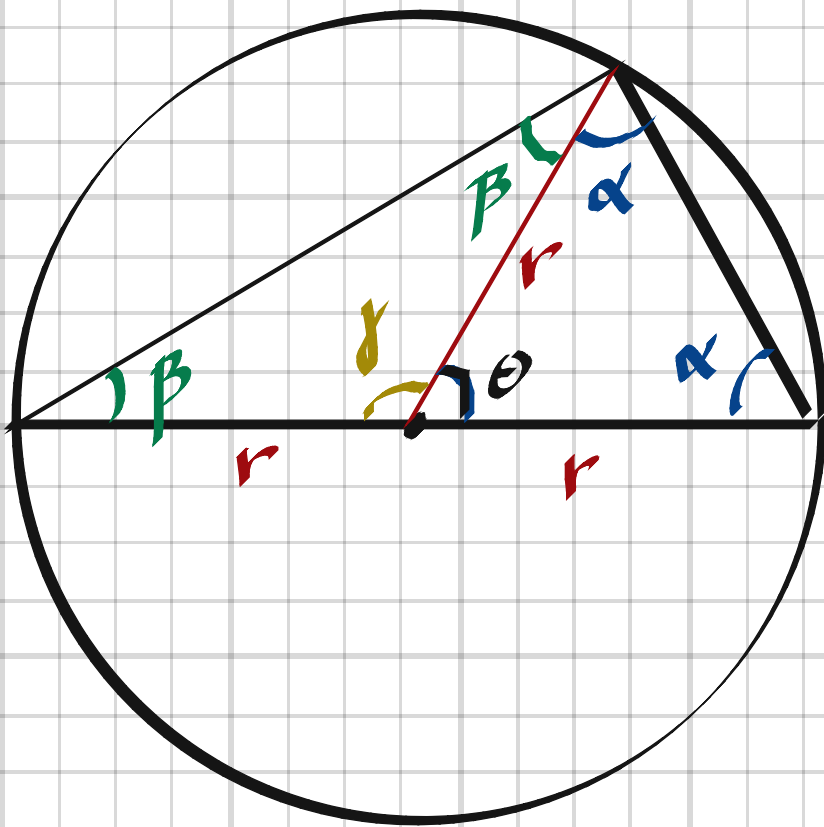
$$\gamma = 180^\circ - 2\beta$$

$$\gamma + \theta = 180^\circ$$

$$180^\circ - 2\beta + 180^\circ - 2\alpha = 180^\circ$$

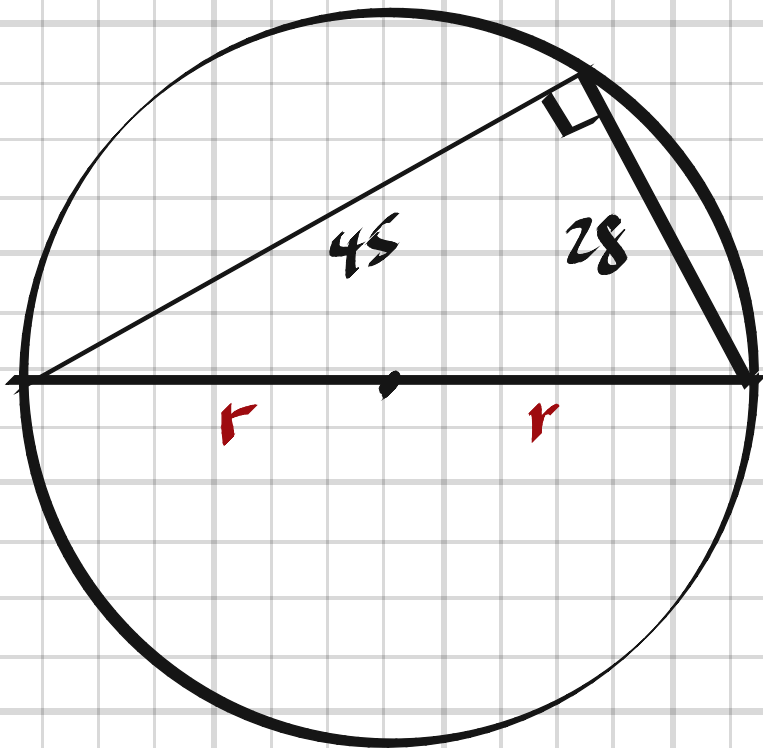
$$2\alpha + 2\beta = 180^\circ$$

$$\alpha + \beta = 90^\circ$$



5127 Enligt omvändningen av Thales sats gäller att "Varje randvinkel som är rät hör till en halvcirkelbåge". En rätvinklig triangel med kate-terna 28 cm och 45 cm är inskriven i en cir- kel. Beräkna cirkelns radie.

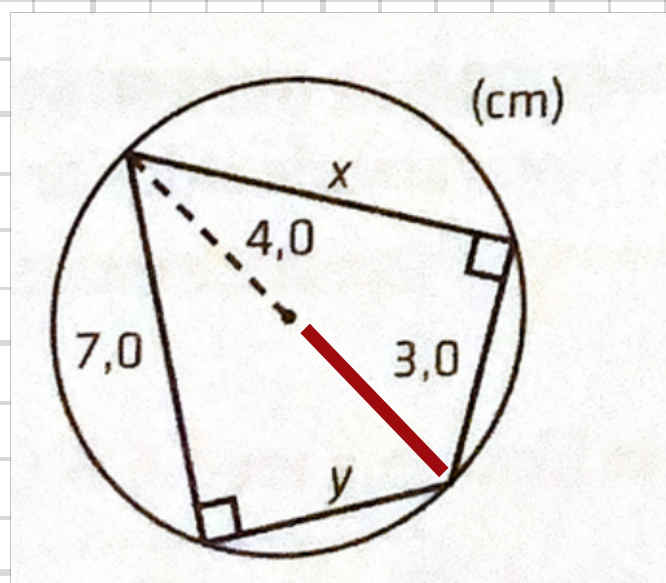
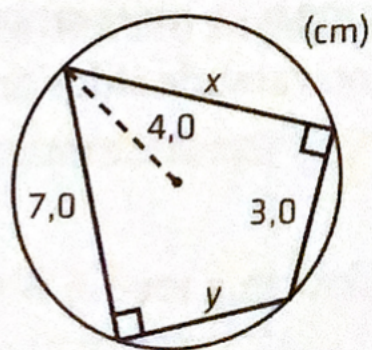
5127



$$(2r)^2 = 45^2 + 28^2 \Rightarrow$$

$$r = \left(\frac{45^2 + 28^2}{4} \right)^{1/2} = \underline{26.5 \text{ cm}}$$

5128 Beräkna sträckorna markerade med x och y.

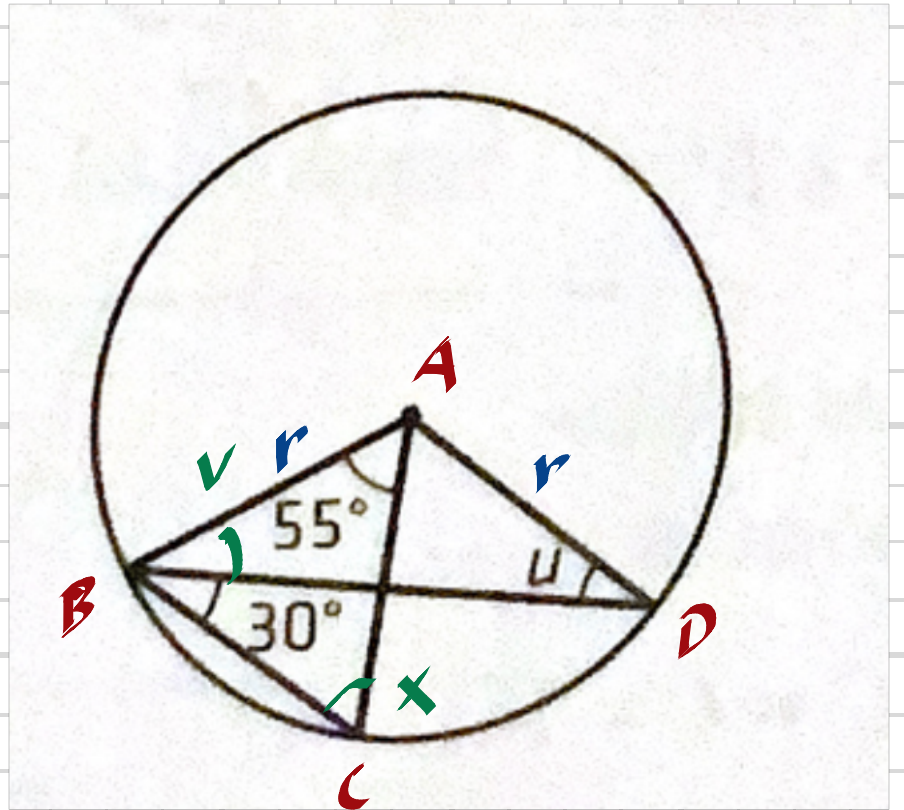
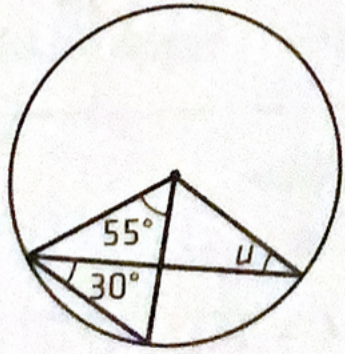


5128

$$x = (8^2 - 3^2)^{1/2} = \underline{7.4 \text{ cm}}$$

$$y = (8^2 - 7^2)^{1/2} = \underline{3.9 \text{ cm}}$$

5129 Hur stor är vinkeln u ?



5129.

$\triangle ABC$ likbent \Rightarrow

$$x = v + 30^\circ$$

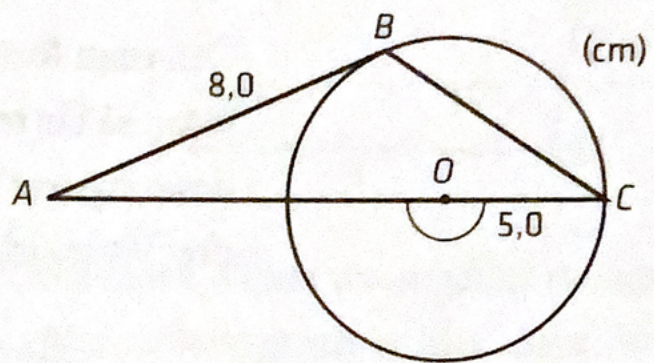
$$2x + 55^\circ = 180^\circ$$

$$x = 62.5^\circ$$

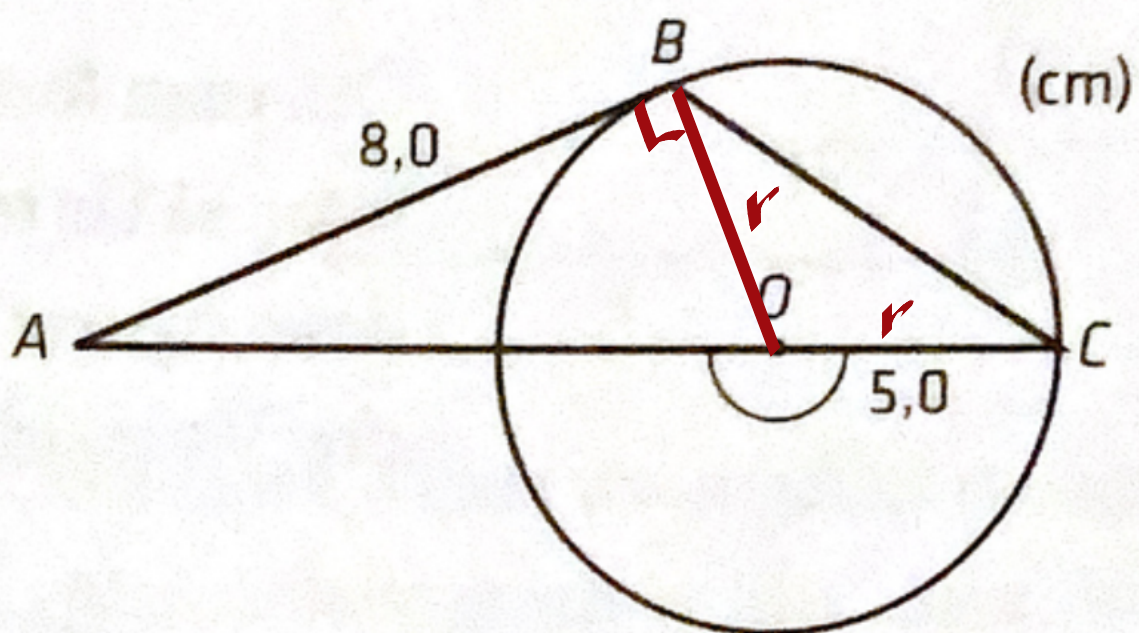
$$v = x - 30^\circ = 32.5^\circ$$

$\triangle ABD$ likbent \Rightarrow $u = v = 32.5^\circ$

5130 Bestäm längden av sträckan AC i figuren.
AB är tangent till cirkeln.



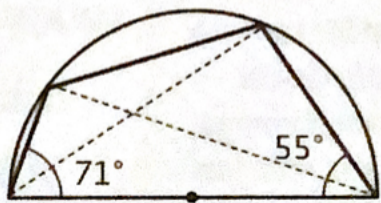
5130.



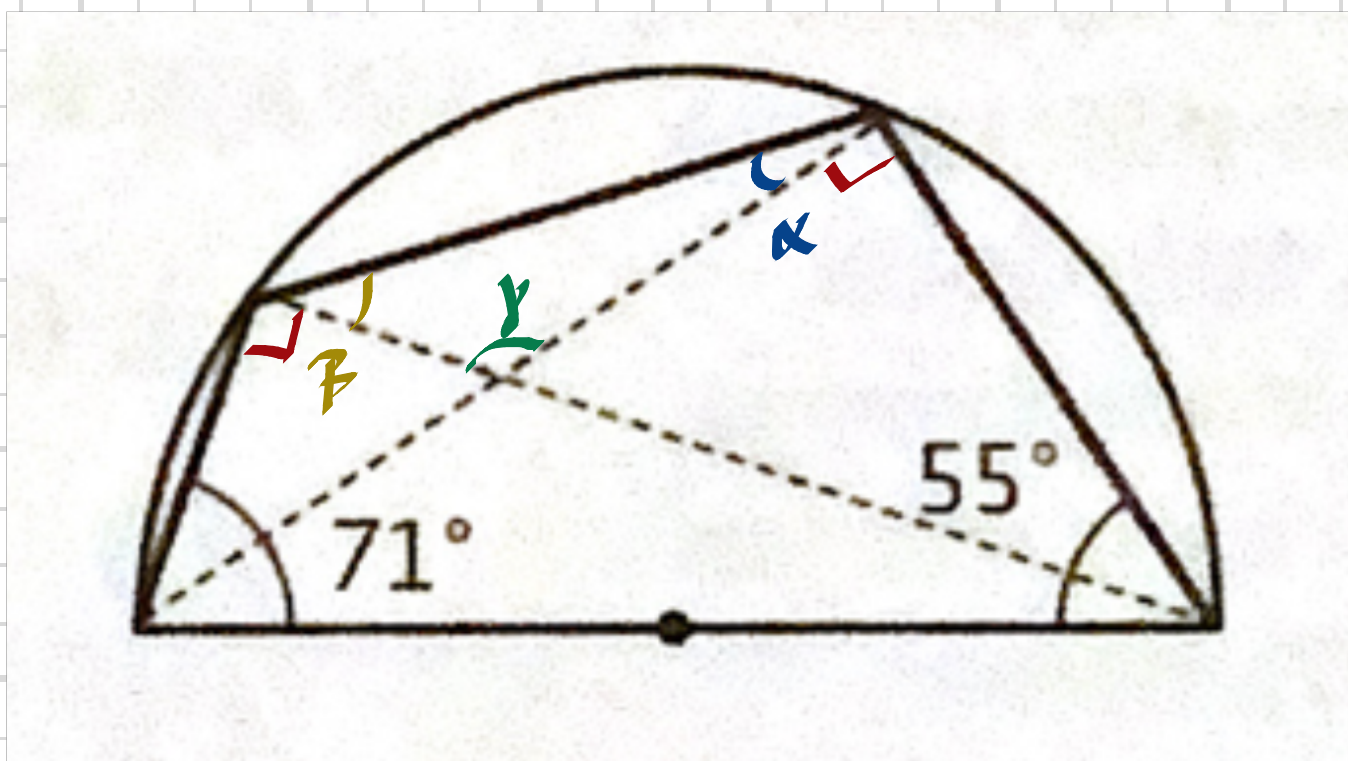
$$AO = (8^2 + 5^2)^{1/2} =$$

$$AC = AO + 5 = \underline{14.4 \text{ cm}}$$

5131 En fyrhörning är inskriven i en halvcirkel. Beräkna den större vinkeln mellan fyrhörningens diagonaler.



5131.

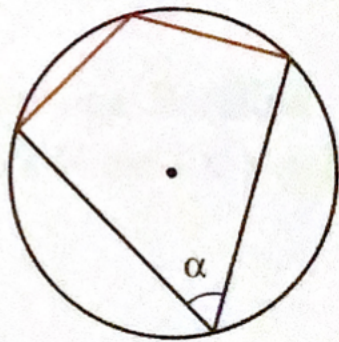


$$90^\circ + \alpha = 180^\circ - 71^\circ \Rightarrow \alpha = 19^\circ$$

$$90^\circ + \beta = 180^\circ - 55^\circ \Rightarrow \beta = 35^\circ$$

$$\gamma = 180^\circ - \alpha - \beta = 180^\circ - 19^\circ - 35^\circ = \underline{126^\circ}$$

5132 De markerade sidorna i fyrhörningen är lika långa som den omskrivna cirkelns radie. Visa att vinkeln α är 60° .

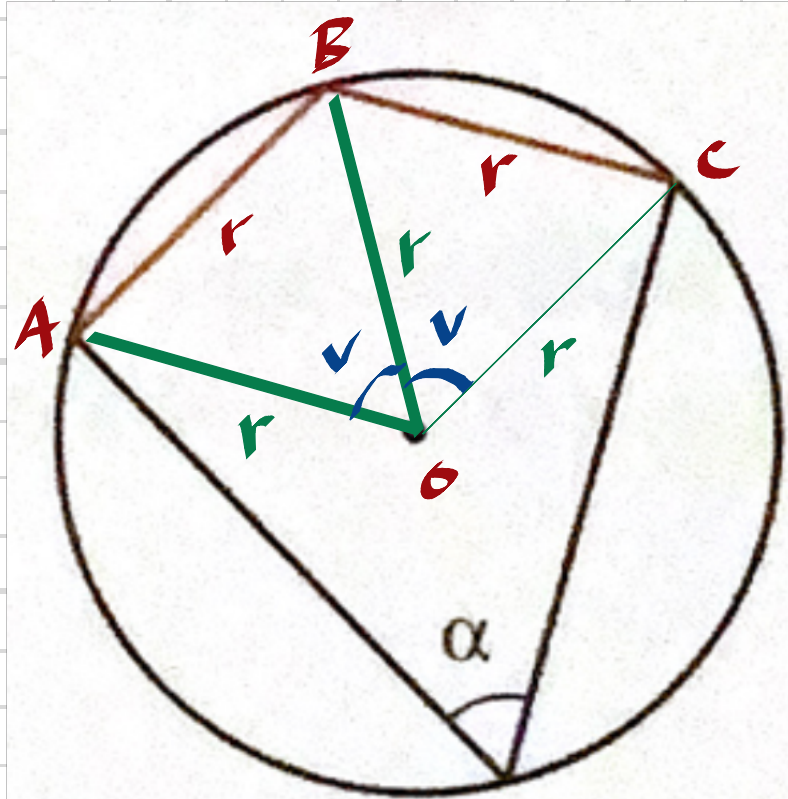


5132.

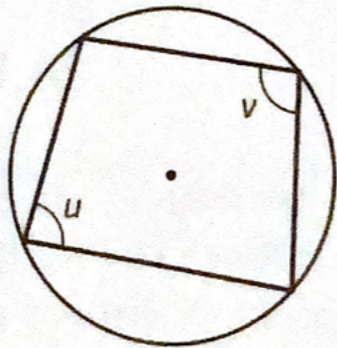
$\triangle ABO$ och $\triangle BCO$
liksidiga $\Rightarrow v = 60^\circ$

Raudvinkelsatsen ger

$$2v = 2\alpha \Rightarrow \alpha = v = 60^\circ$$

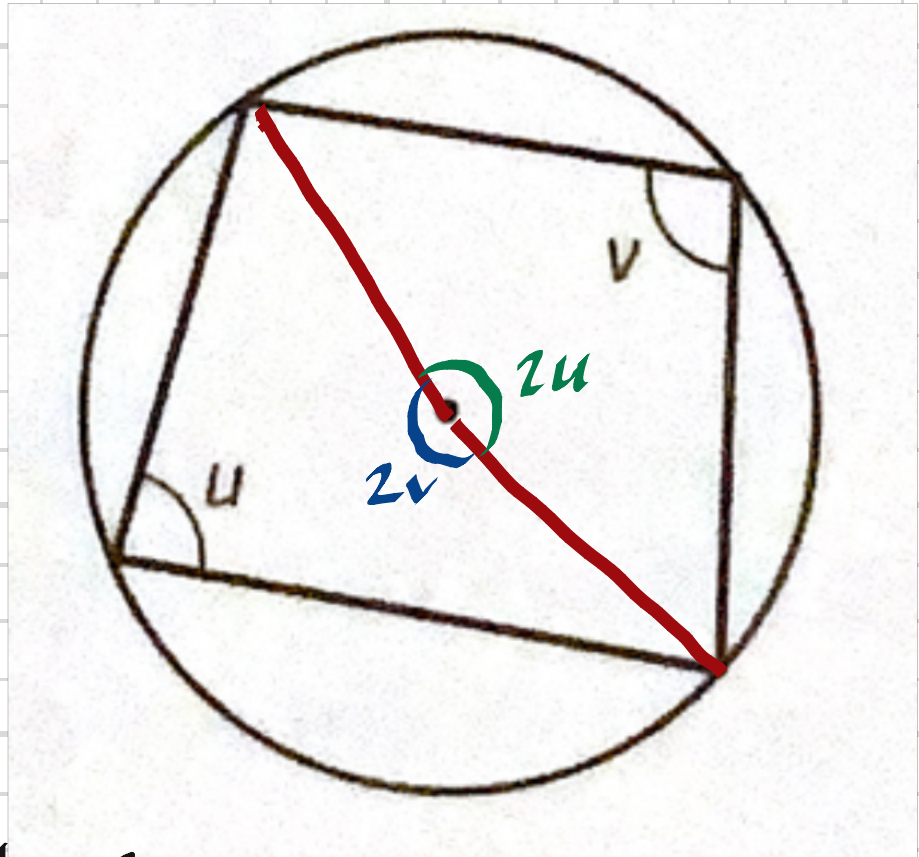


5133 Visa att summan av motstående vinklar i en inskriven fyrhörning är 180° , dvs. att u och v i figuren tillsammans blir 180° .



Raudvinkelsatsen ger att centrumvinklarna är $2v$ och $2u$.

$$2u + 2v = 360^\circ \Rightarrow u + v = 180^\circ$$



5205 Arealn av en röd kvadrat är 36 cm^2 . Sidan av en grön kvadrat är 15 cm .

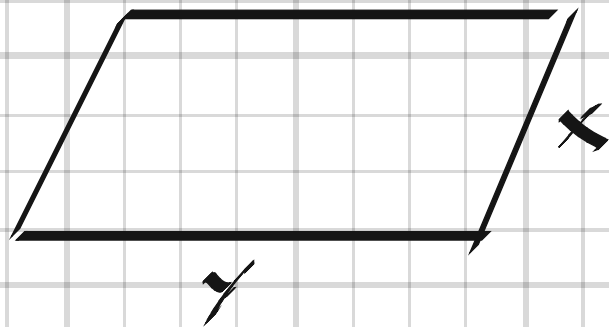
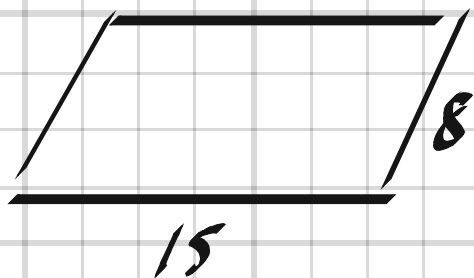
- Bestäm förhållandet mellan sidorna i den gröna och den röda kvadraten.
- Är kvadraterna likformiga? Motivera ditt svar.

5205. a) $\frac{15}{\sqrt{36}} = \frac{5}{2} = \underline{2.5}$

b) Alla kvadrater oberoende av storlek är likformiga.

5206 Två sidor i en parallelogram är 8 cm och 15 cm . En annan likformig parallelogram har omkretsen 64 cm . Hur långa är sidorna i den större parallelogrammen?

5206

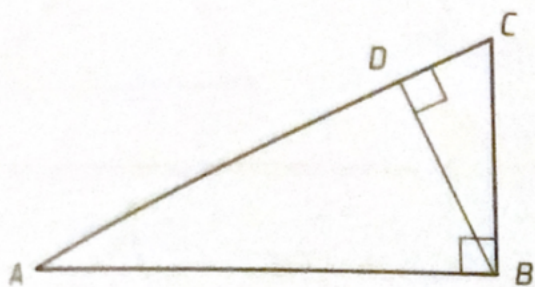


$$\begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{8}{15} \\ 2x + 2y = 64 \Rightarrow y = 32 - x \end{cases}$$

$$x = (32 - x) \cdot \frac{8}{15} \Rightarrow 15x = 256 - 8x$$

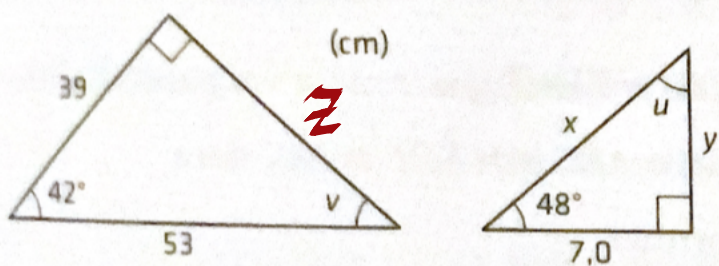
$$x = \frac{256}{23} = \underline{11 \text{ cm}}, \quad y = 32 - 11 = \underline{21 \text{ cm}}$$

5212 Vilka trianglar i figuren är likformiga?
Motivera ditt svar.



5212, $\triangle ABC \sim \triangle ABD \sim \triangle BCD$ då
vinklarna A och C och därigenom alla
vinklarna lika stora

5213 Bestäm vinklarna u och v samt sidorna
markerade med x och y .



5213, $u = 90 - 48 = 42^\circ$
 $v = 90 - 42 = 48^\circ \Rightarrow$ Trianglarna likformiga

$$z = (53^2 - 39^2)^{1/2} = 35.9 \text{ cm}$$

$$\frac{z}{7.0} = \frac{53}{x} \Rightarrow x = \frac{53 \cdot 7.0}{35.9} = 10.3 \text{ cm}$$

$$\frac{y}{39} = \frac{x}{53} \Rightarrow y = \frac{39 \cdot 10.3}{53} = 7.6 \text{ cm}$$

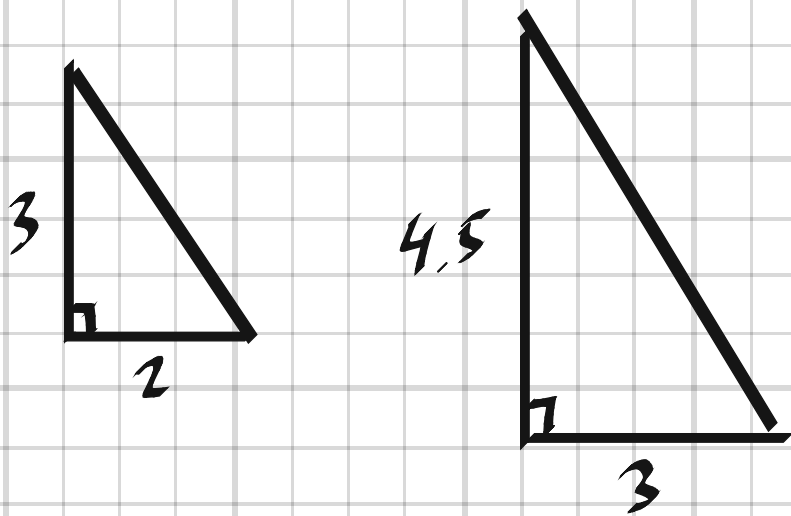
5214 Vilka ord saknas i nedanstående texter?

- a) "Trianglar är likformiga om de ... i två vinklar."
- b) "Trianglar är likformiga om ... mellan motsvarande sidor är ..."
- c) "Det är inte säkert att månghörningar är likformiga bara för att ... mellan motsvarande sidor är ..."
- d) "Det är inte säkert att två månghörningar är likformiga även om ... i den ena månghörningen är ... som vinklarna i den andra."

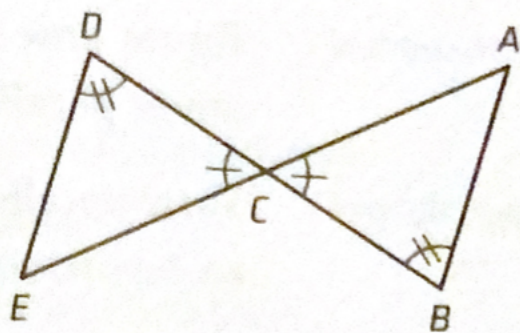
5214. a) överensstämmer
b) förhållandet, lika
c) ---, "
d) vinklarna, lika stora

5215
6 Konstruera två likformiga trianglar, där förhållandet mellan motsvarande sidor är $\frac{3}{2}$.

5215



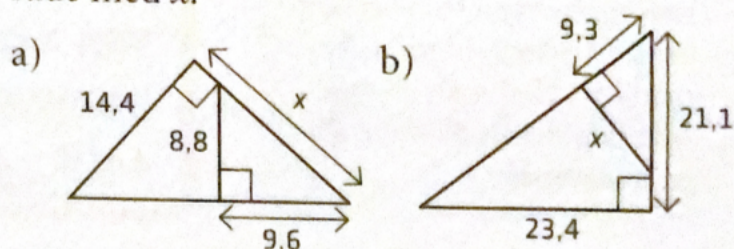
5216 I figuren är sidan DE parallell med AB . Sidan $DE = 4,5$ cm, $AC = 6$ cm och $EC = 5$ cm. Beräkna sidan AB .



5216.

$$\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{EC} \Rightarrow AB = 4,5 \cdot \frac{6}{5} = \frac{27}{5} = \underline{\underline{5,4 \text{ cm}}}$$

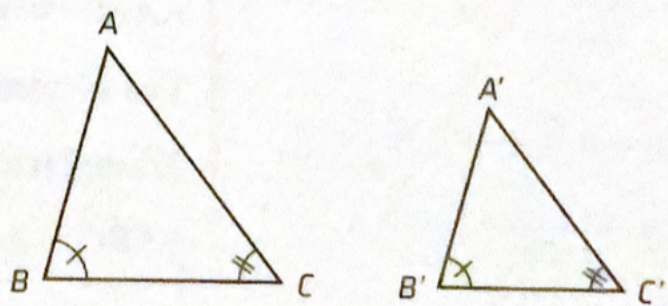
5217 Bestäm längden av sträckorna som är markerade med x .



5217. a) $\frac{x}{9,6} = \frac{14,4}{8,8} \Rightarrow \underline{\underline{x = 15,7 \text{ l.e.}}}$

b) $\frac{x}{23,4} = \frac{9,3}{21,2} \Rightarrow \underline{\underline{x = 10,3 \text{ l.e.}}}$

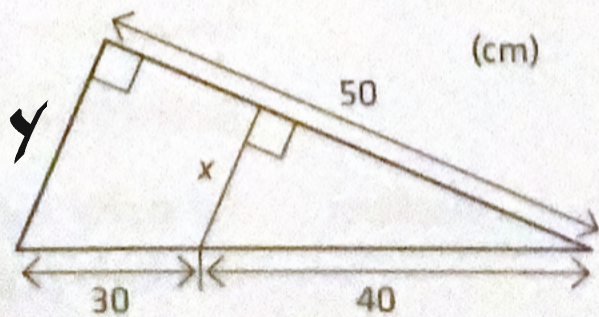
5218 Trianglarna i figuren är likformiga. Visa att likformigheten medför att förhållandet mellan två sidor i den ena triangeln är lika med förhållandet mellan motsvarande sidor i den andra triangeln.



Visa att $\frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'}$

$$5218. \quad \frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} \iff \frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'}$$

5219 Bestäm längden av sträckan markerad med x .

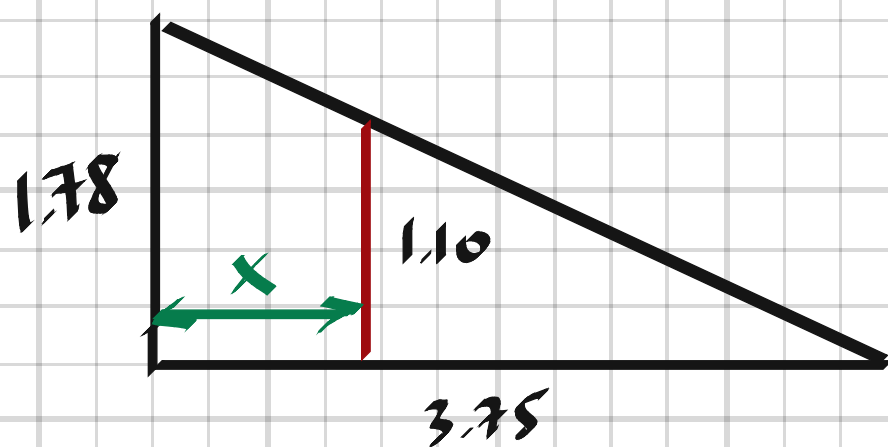


$$5219. \quad y = (70^2 - 50^2)^{1/2} = 49.0$$

$$\frac{x}{y} = \frac{40}{70} \Rightarrow \underline{x = 28 \text{ cm}}$$

5220 Johanna som är 1,78 m lång får en viss tid under en solig dag en skugga som är 3,75 m. Hon vill helt skugga sin lillebror Torsten. Han är 1,10 m lång. Vilket är det längsta avstånd från honom som hon kan stå?

5220,

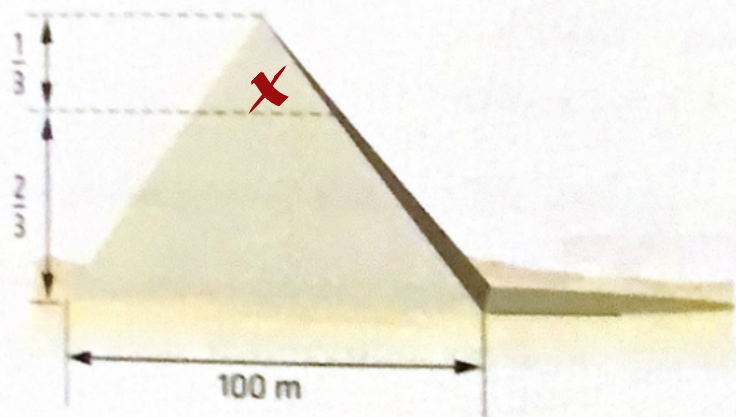


$$\frac{1.78}{3.75} = \frac{1.10}{3.75 - x}$$

$$3.75 - x = \frac{1.10 \cdot 3.75}{1.78}$$

$$x = 3.75 - \frac{1.10 \cdot 3.75}{1.78} = \underline{1.43 \text{ m}}$$

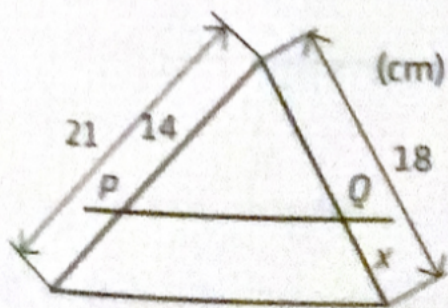
5228 Pyramidens topp kapas med ett tvärsnitt parallellt med basen, vid två tredjedelar av pyramidens höjd. Beräkna det kvadratiska tvärsnittets area.



$$5228, \quad \frac{x}{100} = \frac{1}{3} \Rightarrow \text{Area } x^2 = 33,3^2 = \underline{1110 \text{ m}^2}$$

Alt. lösning: $\frac{A_{top}}{A_{bot}} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 \Rightarrow A_{top} = 10000 \cdot \frac{1}{9} = 1110 \text{ m}^2$

5229 I figuren är PQ en parallelltransversal. Beräkna längden av sträckan markerad med x.

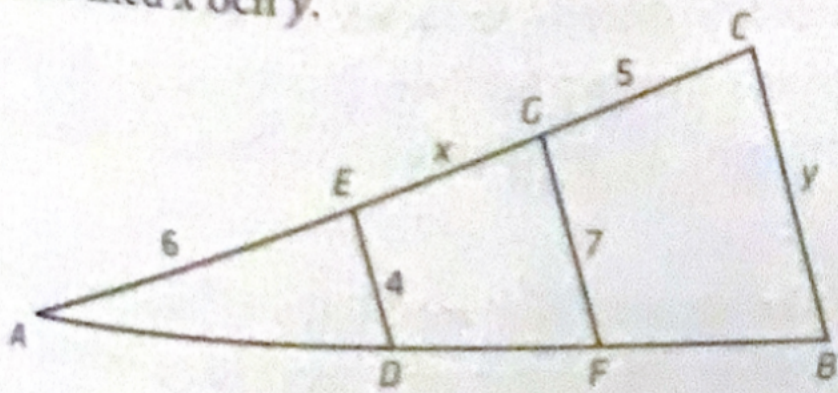


$$5229, \quad \frac{x}{18-x} = \frac{21-14}{14}$$

$$2x = 18 - x$$

$$x = \frac{18}{3} = \underline{6 \text{ cm}}$$

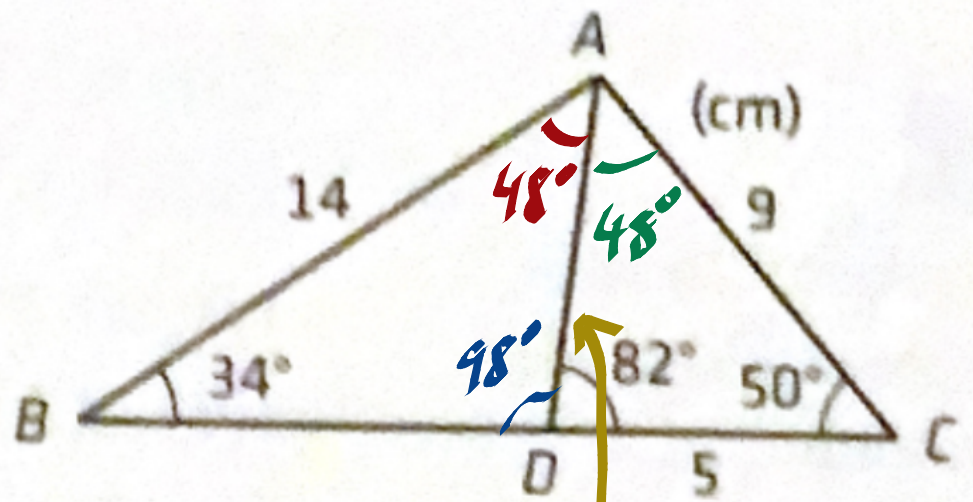
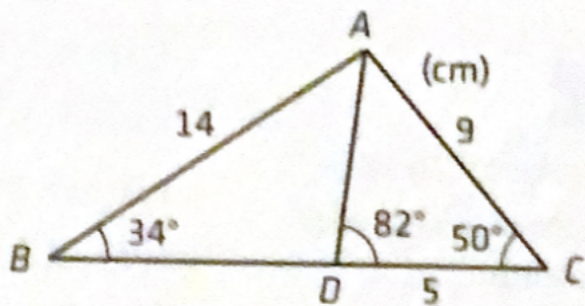
5230 I figuren är sträckorna DE , FG och BC parallella. Beräkna längden av sträckorna markerade med x och y .



$$5230. \quad \frac{x+6}{7} = \frac{6}{4} \Rightarrow x = \frac{7 \cdot 3}{2} - 6 = \underline{4.5 \text{ cm}}$$

$$\frac{y}{5+x+6} = \frac{4}{6} \Rightarrow y = \frac{2 \cdot 15.5}{3} = \frac{31}{3} = \underline{10.3 \text{ cm}}$$

5231 Beräkna längden av sträckan BD .

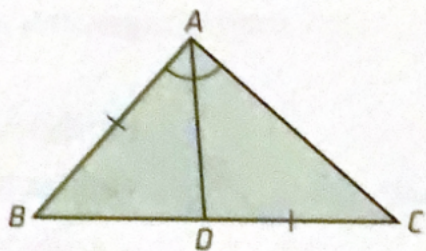


5231,

$$\frac{BD}{14} = \frac{5}{9} \Rightarrow$$

$$BD = \frac{14 \cdot 5}{9} = \underline{7.8 \text{ cm}}$$

5232 I figuren är AD bisektris. Lika långa sträckor är markerade. Visa att längden av sträckorna uppfyller $AC \cdot BD = AB^2$.



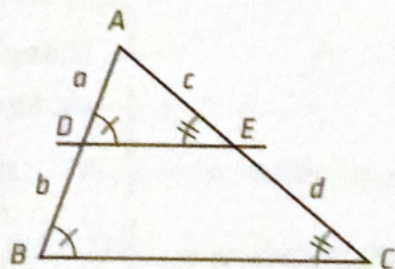
5232,

Bisektrissatsen ger:

$$\frac{AB}{BD} = \frac{AC}{CD} \quad ; \quad AC \cdot BD = AB \cdot CD$$

$$CD = AB \Rightarrow AC \cdot BD = AB^2$$

5233 Enligt transversalsatsen delar en parallelltransversal två sidor i en triangel enligt samma förhållande. Bevisa transversalsatsen med hjälp av figuren.



5233,

$$\triangle ABC \sim \triangle ADE \Rightarrow$$

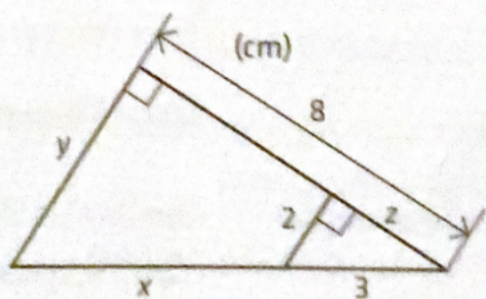
$$\frac{a}{c} = \frac{a+b}{c+d}$$

$$a(c+d) = c(a+b)$$

$$ac + ad = ac + bc$$

$$ad = bc \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

5234 Beräkna längden av sträckorna markerade med x , y och z .

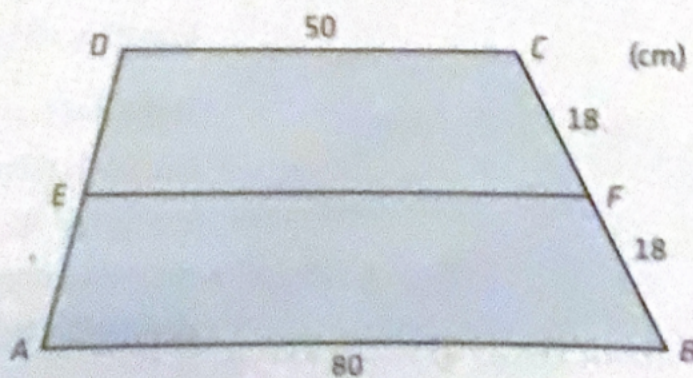


$$5234, \quad z = (3^2 - 2^2)^{1/2} = \sqrt{5} = \underline{2,2 \text{ cm}}$$

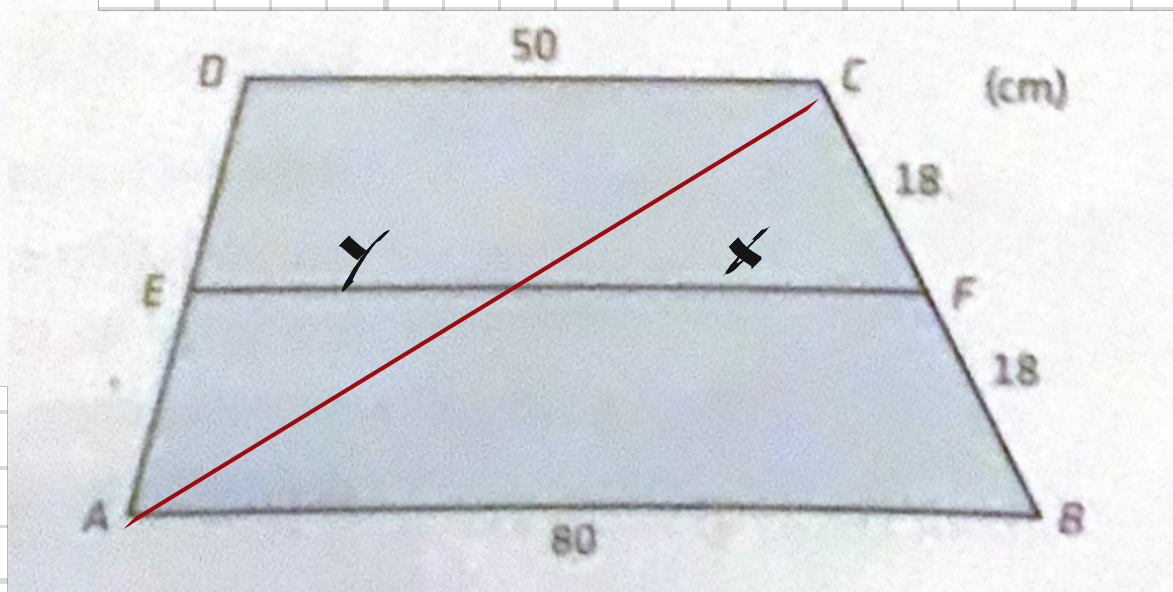
$$\frac{y}{2} = \frac{8}{z} \Rightarrow y = \frac{16}{\sqrt{5}} = \underline{7,2 \text{ cm}}$$

$$\frac{x+3}{y} = \frac{3}{z} \Rightarrow x = \frac{3 \cdot 16}{2 \cdot \sqrt{5}} - 3 = 3 \left(\frac{8}{\sqrt{5}} - 1 \right) = \underline{7,7 \text{ cm}}$$

5235 I figuren är sträckorna AB , CD , och EF parallella. Bestäm längden av sträckan EF .



5235,

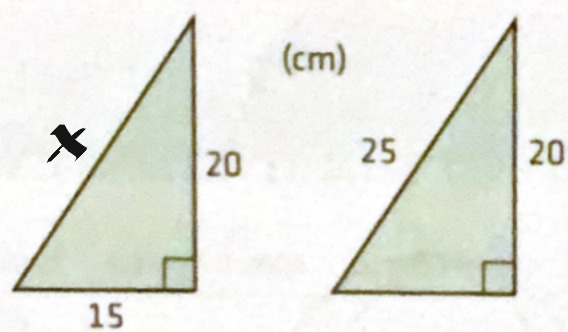


$$\frac{x}{18} = \frac{50}{36} \Rightarrow x = 40$$

$$\frac{y}{18} = \frac{50}{36} \Rightarrow y = 25$$

$$EF = x + y = 40 + 25 = \underline{65 \text{ cm}}$$

5242 Är trianglarna kongruenta? Motivera ditt svar.



5242. $x = (20^2 + 15^2)^{1/2} = 25$

Ja, de är kongruenta då alla sidor är lika långa.

5243 Vilka ord saknas i nedanstående texter?

- a) "Om två trianglar ... i motsvarande vinklar och ... , så är de kongruenta."
- b) "Trianglar är kongruenta om de överensstämmer i ... sidor och den ... vinkeln."
- c) "Trianglar är kongruenta om de överensstämmer i ... sidor."
- d) "Om två trianglar överensstämmer i ... vinklar och den ... sidan, så är de kongruenta."

5243. a) överensstämmer, sidor

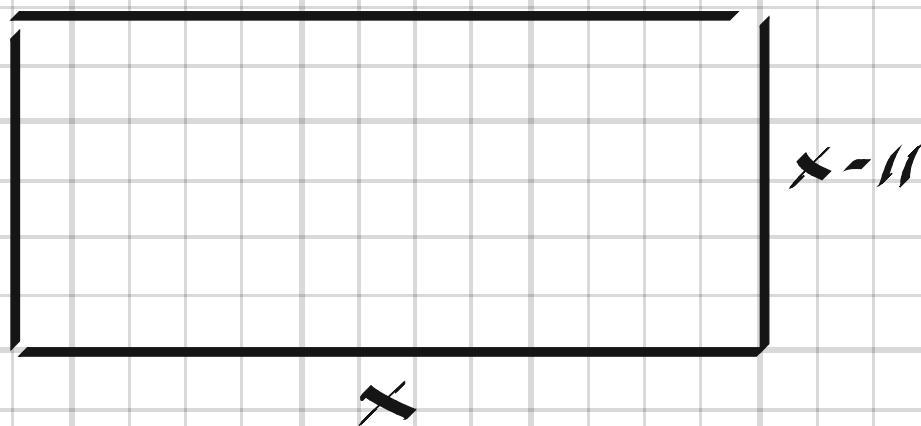
b) två, mellanliggande

c) alla

d) två, mellanliggande

5244 Omkretsen av en svart rektangel är 58 cm och rektangelns ena sida är 11 cm kortare än den andra sidan. Hur stor är arean av en grön rektangel som är kongruent med den svarta rektangeln?

5244.



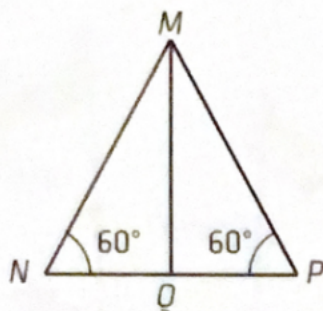
$$2(x-11) + 2x = 58$$

$$4x = 80$$

$$x = 20$$

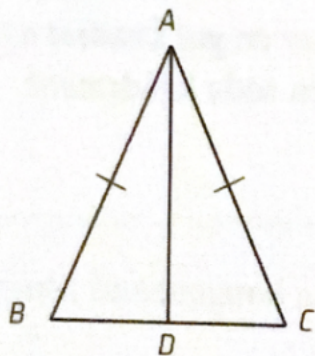
Arean är $x(x-11) = \underline{180 \text{ cm}^2}$
Arean för den gröna är lika stor.

5245 Sträckan MQ är höjd i triangeln. Vilka trianglar i figuren är kongruenta? Motivera ditt svar.



5245. $\triangle MNQ \cong \triangle MPQ$ då de är lika men spegelvända

5246 Sträckan AD är bisektris i den likbenta triangeln ABC. Visa att $\triangle ABD \cong \triangle ACD$.

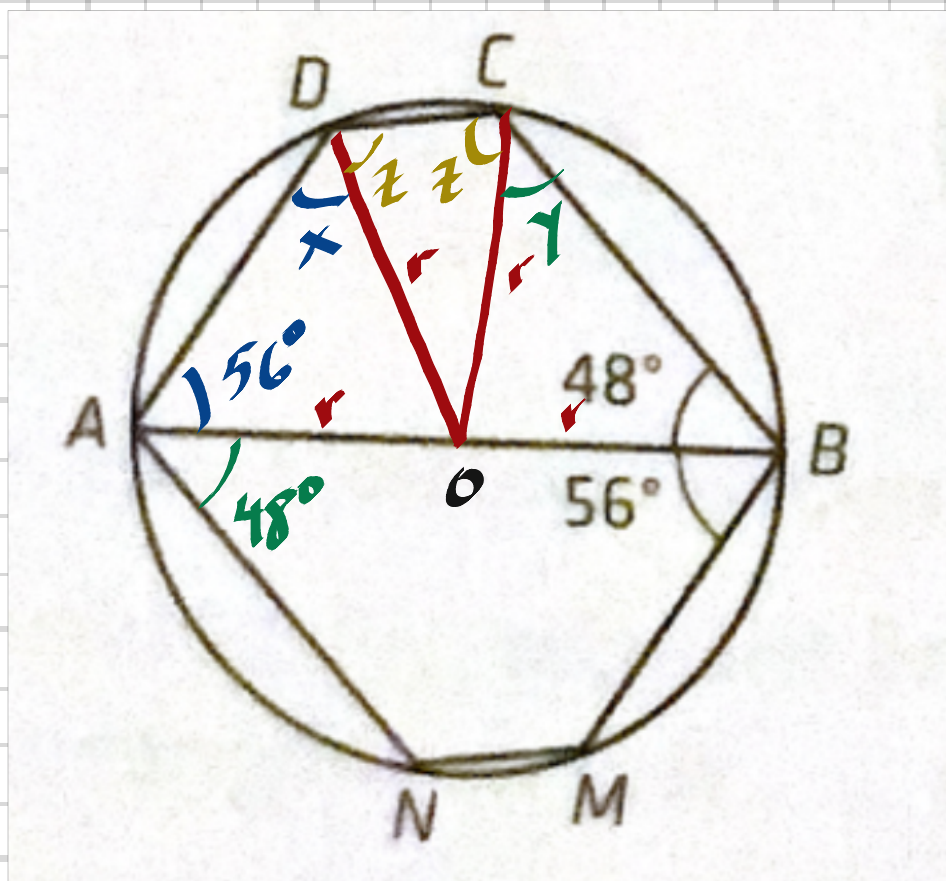
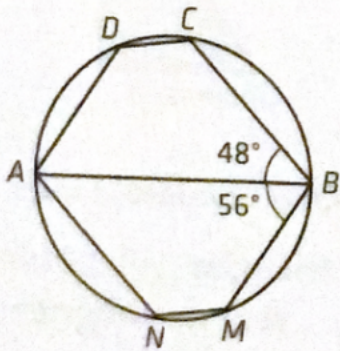


5246. Enligt bisektrissatsen är $\frac{AC}{CD} = \frac{AB}{BD}$

Då $AB=AC$ så är också $BD=CD$.

Då $\triangle ABC$ är likbent delar då också samma vinklar.

5247 Sträckan AB är diameter i cirkeln och $ABCD \cong BANM$. Beräkna vinklarna C och D.



5247.

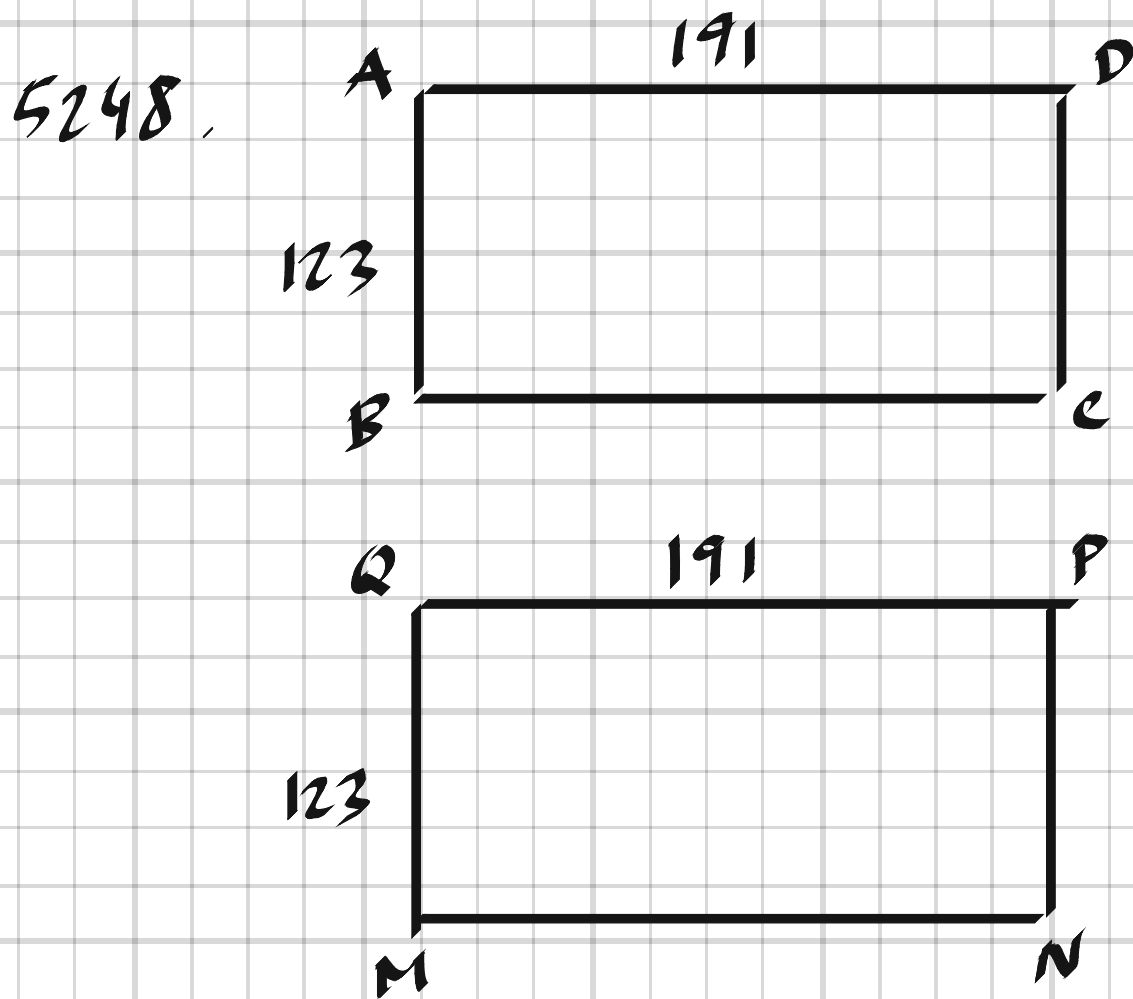
$\triangle AOD$ likbent $\Rightarrow x = 56^\circ$

$\triangle COB$ -"- $\Rightarrow y = 48^\circ$

$$x + y + 2z = 360^\circ - 56^\circ - 48^\circ \Rightarrow z = 76^\circ$$

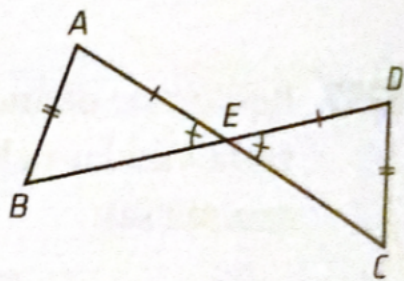
$$C = y + z = \underline{124^\circ}, \quad D = x + z = \underline{132^\circ}$$

5248 I en rektangel $ABCD$ är sidlängderna $AB = CD = 123$ l.e. och $BC = AD = 191$ l.e. Rektangeln $MNPQ$ har sidlängderna $MN = PQ = 191$ l.e. och $MQ = NP = 123$ l.e. Är de två rektanglarna kongruenta? Motivera ditt svar.



Ja, de "är kongruenta med samma
sidlängder och samma vinklar.

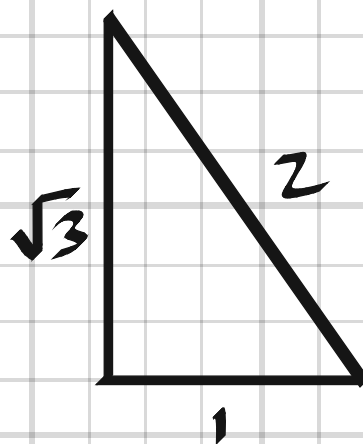
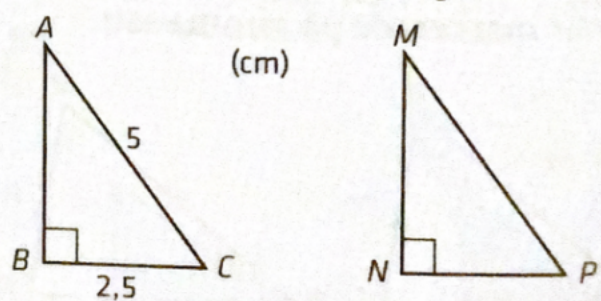
5249 Kan vi med den information vi får om figuren dra slutsatsen att $BE = EC$? Motivera ditt svar.



5249. Nej, vi vet bara två sidor och en vinkel som inte är mellanliggande.

5250 Trianglarna i figuren är kongruenta. Bestäm vinklar och sidor i triangeln MNP .

Tips: Vilken typ av triangel bildas om man gör en spegling av triangeln ABC så att man låter symmetrilinjen gå igenom AB ?



5250,
 $MP = 5 \text{ cm}$, $NP = 2.5 \text{ cm}$
 $MN = 2.5 \cdot \sqrt{3} = 4.3 \text{ cm}$
 $\angle P = 60^\circ$, $\angle M = 30^\circ$, $\angle N = 90^\circ$

Speglingen ger en liksidig triangel.

5251 Visa med hjälp av något av kongruensfallen att om två rätvinkliga trianglar överensstämmer i hypotenusan och en katet, så är de kongruenta.

5251. Den andra kateten är bestämd genom Pythagoras sats. Därmed är alla sidor lika och trianglarna kongruenta.
