

22 Vilket av följande uttryck A–F kan förenklas till 1?

- A  $(\sin x + \cos x)^2$
- B  $(\sin x - \cos x)^2$
- C  $(\sin x + \cos x)(\sin x - \cos x)$
- D  $\cos x (\tan x \cdot \sin x + \cos x)$
- E  $\frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x}$
- F  $2(\sin x + \cos x)$

(Np MaD vt 2005)

22. Alt D.

$$\cos x \cdot \frac{\sin x}{\cos x}, \sin x + \cos^2 x = \sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

23 Bestäm lösningarna till ekvationerna som ligger i intervallet  $180^\circ \leq x \leq 360^\circ$ .

- a)  $\sin 3x = 0,70$
- b)  $\frac{\cos x}{3} = 0,20$
- c)  $\tan(3x - 14^\circ) = 1,8$

23. a)  $3x_1 = 44,4^\circ + n \cdot 360^\circ, x_1 = 14,8^\circ + n \cdot 120^\circ$   
 $3x_2 = 135,6^\circ + n \cdot 360^\circ, x_2 = 45,2^\circ + n \cdot 120^\circ \Rightarrow$

$$180^\circ \leq x \leq 360^\circ \Rightarrow n=1 \Rightarrow x_1 = 254,8^\circ, x_2 = 285,2^\circ$$

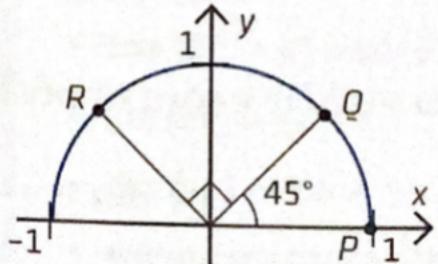
b)  $x = \pm 53,1^\circ + n \cdot 360^\circ$

$$180^\circ \leq x \leq 360^\circ \Rightarrow x = 306,9^\circ$$

c)  $3x - 14^\circ = 60,9^\circ + n \cdot 180^\circ$   
 $x = 25,0^\circ + n \cdot 60^\circ$

$$180^\circ \leq x \leq 360^\circ \Rightarrow x_1 = 205^\circ, x_2 = 265^\circ, x_3 = 325^\circ$$

24 Bestäm koordinaterna för punkterna  $P$ ,  $Q$  och  $R$ .



24.  $P = (1, 0)$   $Q = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$   $R = \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

---

25 Bestäm  $\sin 2x$  om  $\cos x = \frac{1}{2}$ .

25.  $\sin 2x = 2 \cdot \sin x \cdot \cos x = 2 \cos x \cdot \pm \sqrt{1 - \cos^2 x}$   
 $= \pm 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$

---

26 Visa att  $\frac{1}{\cos^2 x} - \tan^2 x = 1$

26. VL  $= \frac{1}{\cos^2 x} - \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} - \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{\cos^2 x}{\cos^2 x} = 1 \Rightarrow HL$

---

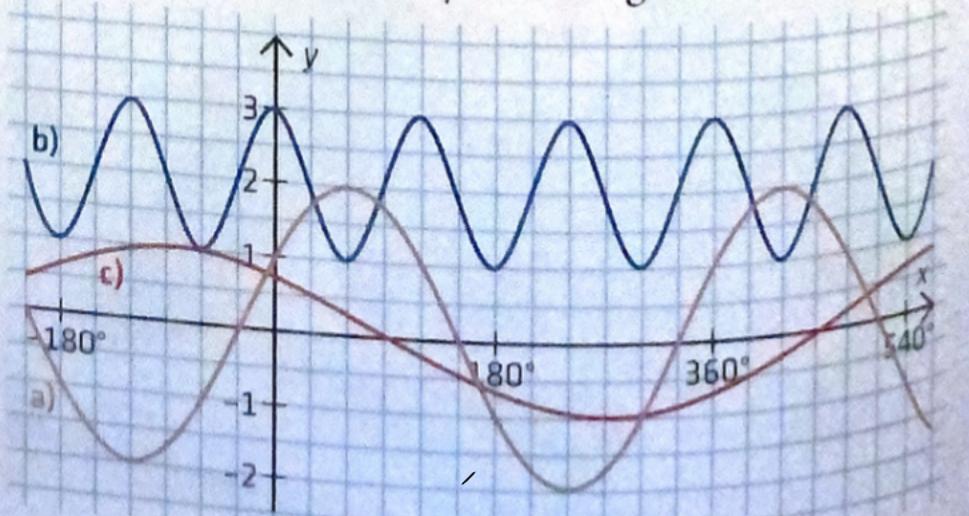
27 Lös ekvationen  $3 \sin^2 x = 5 \sin x$ .

27.  $\sin x = t \Rightarrow 3t^2 = 5t \Rightarrow 3t(t - \frac{5}{3}) = 0 \Rightarrow$   
 $\sin x = 0 \text{ eller } \sin x = \frac{5}{3}$  (falsk lösning)

$x = n \cdot 180^\circ$

---

28 Ange funktionsuttrycken till graferna i figuren.



$$y = \sin k(x + \varphi)$$

$$k = \frac{360^\circ}{T}$$

28.

a)  $2\sin(x + 30^\circ)$

b)  $\sin(3x + 90^\circ) + 2 = \cos 3x + 2$

c)  $\sin(\frac{x}{2} + 135^\circ) = \cos(\frac{x}{2} + 45^\circ)$

---

29 Ange tangensfunktioner  $f(x)$  som inte är definierade för

a)  $x = 70^\circ$

b)  $x = 0$

c)  $x = n \cdot 90^\circ$ ; för  $n = 1, 2, 3, \dots$

29. a)  $f(x) = \tan(x + 20^\circ)$

b)  $f(x) = \tan(x + 90^\circ)$

c)  $f(x) = \tan(2x - 90^\circ)$

---

30 En växelspänning beskrivs av

$u = 50 \cdot \sin 100\pi t$ , där  $u$  mäts i volt och  $t$  i sekunder.

- Bestäm spänningens största värde.
- Ange frekvensen, dvs. antalet hela svängningar per sekund.
- Efter hur lång tid är spänningen 25 V första gången?

30. a)  $u_{\max} = \underline{50 \text{ V}}$

b)  $\omega = 2\pi f \Rightarrow f = \frac{100\pi}{2\pi} = \underline{50 \text{ Hz}}$

c)  $25 = 50 \cdot \sin 100\pi t \Rightarrow$

$$100\pi t = \arcsin(\frac{1}{2})$$

$$100\pi t = \frac{\pi}{6} \Rightarrow t = \frac{1}{6000} \text{ s} = \underline{0,17 \text{ ms}}$$

31 Bestäm alla lösningar till ekvationen  $\sin x = 0,6$  i intervallet  $0^\circ < x < 450^\circ$

(Np MaD vt 1999)

31.  $x = 36,9^\circ + n \cdot 360^\circ$

$$x = 143,1^\circ + n \cdot 360^\circ$$

$$\underline{x_1 = 36,9^\circ, x_2 = 143,1^\circ, x_3 = 396,9^\circ}$$

33 Visa att  $\sin x + \frac{\cos^2 x}{\sin x} = \frac{1}{\sin x}$

$$33. VL = \sin x + \frac{\cos^2 x}{\sin x} = \frac{\sin x + \cos^2 x}{\sin x} = \frac{1}{\sin x} = HL.$$

34 Visa att  $\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x$

$$34. VL = \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = (1 - \sin^2 x) - \sin^2 x = \\ = 1 - 2 \sin^2 x = HL.$$

35 Lös ekvationen  $\cos x (\sin x - 0,20) = 0$

$$35. \cos x = 0 \Rightarrow x_1 = \underline{90^\circ + n \cdot 180^\circ}$$

$$\sin x - 0,20 = 0 \Rightarrow x_2 = \underline{11,5^\circ + n \cdot 360^\circ}$$
$$x_3 = \underline{168,5^\circ + n \cdot 360^\circ}$$

**36** Trigonometriska ekvationer kan också lösas med grafiska metoder. Lös följande ekvationer grafiskt i intervallet  $0^\circ < x < 360^\circ$  med hjälp av en grafritande räknare.

a)  $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

b)  $\sin x = \cos 2x$

c)  $\cos 3x = \cos x$

36. a)  $\underline{x_1 = 60^\circ}$   
 $\underline{x_2 = 120^\circ}$

b)  $\sin x = 1 - 2\sin^2 x$

$$\sin x = t \Rightarrow t^2 + \frac{1}{2}t - \frac{1}{2} = 0$$

$$t = -\frac{1}{4} \pm \frac{\sqrt{3}}{4} \quad t_1 = -1, \quad t_2 = \frac{1}{2}$$

$$\sin x = -1 \Rightarrow \underline{x_1 = 270^\circ}$$

$$\sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow \underline{x_2 = 30^\circ}, \quad \underline{x_3 = 150^\circ}$$

c)  $\cos 3x = \cos x \Rightarrow$

$$3x = x + n \cdot 360^\circ \Rightarrow x = n \cdot 180^\circ$$

$$3x = -x + n \cdot 360^\circ \Rightarrow x = n \cdot 90^\circ \Rightarrow$$

$$\underline{x_1 = 90^\circ}, \quad \underline{x_2 = 180^\circ}, \quad \underline{x_3 = 270^\circ}$$

37 Kan man säkert säga att graferna till funktionerna här nedanför skär grafen till  $y = \sin x$  om

$$a_0, a_1, a_2, a_3 \neq 0?$$

- a)  $y = a_1x + a_0$
- b)  $y = a_2x^2 + a_1x + a_0$
- c)  $y = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$

37. a) Ja, en rät linje med lutningen  $a$ , kommer alltid att skära  $\sin x$

b) Nej, en parabel kan ligga entingen över eller under  $1$  och därmed  $\sin x$

c) Ja, en tredjegradskurva skär alltid  $x$ -axeln och därmed också  $\sin x$ .

38 Ljuset kan betraktas som elektromagnetiska vågor som i vakuum rör sig framåt med hastigheten  $3,0 \cdot 10^8$  m/s. Vågorna kan beskrivas med  $f(t) = A \sin Bt$ . Vilket är värdet på  $B$  för

- a) blått ljus med våglängden 450 nm
- b) gult ljus med våglängden 580 nm

$$B = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

38. a)  $\lambda = \frac{c}{f} = \frac{c \cdot 2\pi}{B}$ ;  $B = \frac{c \cdot 2\pi}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8 \cdot 2\pi}{450 \cdot 10^{-9}} = 4,2 \cdot 10^{15}$

b)  $B = 3,2 \cdot 10^6$

**39** Beräkna det exakta värdet av

- $\sin v$  då  $\cos v = -0,2$  och  $180^\circ < v < 270^\circ$
- $\cos v$  då  $\sin v = \frac{1}{3}$  och  $v$  ligger i andra kvadranten
- $\sin v$  då  $\cos v = \frac{3}{12}$  och  $270^\circ < v < 360^\circ$

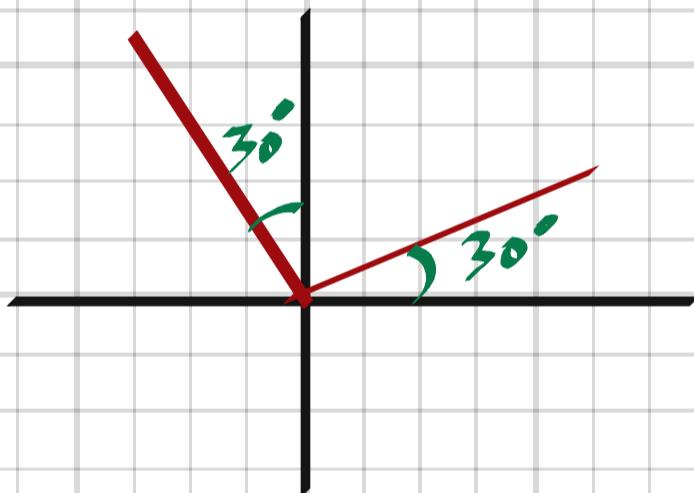
39. a)  $\sin v = \pm (1 - \cos^2 v)^{1/2} = \pm \sqrt{0,96} = \pm \sqrt{0,96}$

b)  $\cos v = \pm (1 - \sin^2 v)^{1/2} = \pm \frac{\sqrt{8}}{3} = \pm \frac{\sqrt{8}}{3}$

c)  $\sin v = \pm (1 - \cos^2 v)^{1/2} = \pm \frac{\sqrt{141}}{12} = \pm \frac{\sqrt{135}}{12}$

**40** Punkten  $P$  på enhetscirkeln har koordinaterna  $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$ . Vilka koordinater får punkten om den förflyttas  $90^\circ$  motsols?

40.  $\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$



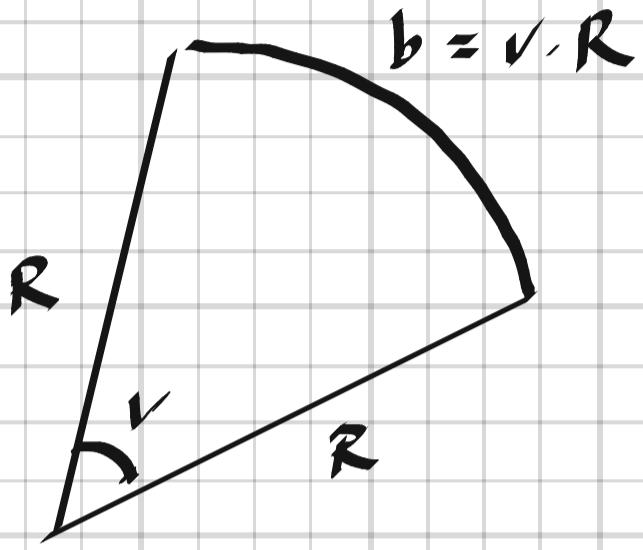
**41** Visa att  $\frac{1}{1/\tan^2 x + 1} = \sin^2 x$

41.  $VL = \frac{1}{\frac{1}{\tan^2 x} + 1} = \frac{1}{\frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} + 1} = \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x + \sin^2 x} = \sin^2 x = HL$

42 En cirkelsektor har omkretsen 50 l.e.

- Ange ett funktionsuttryck för hur medelpunktsvinkelns storlek beror av radien.
- Vilka är funktionens definitions- och värdemängder?

42. a)



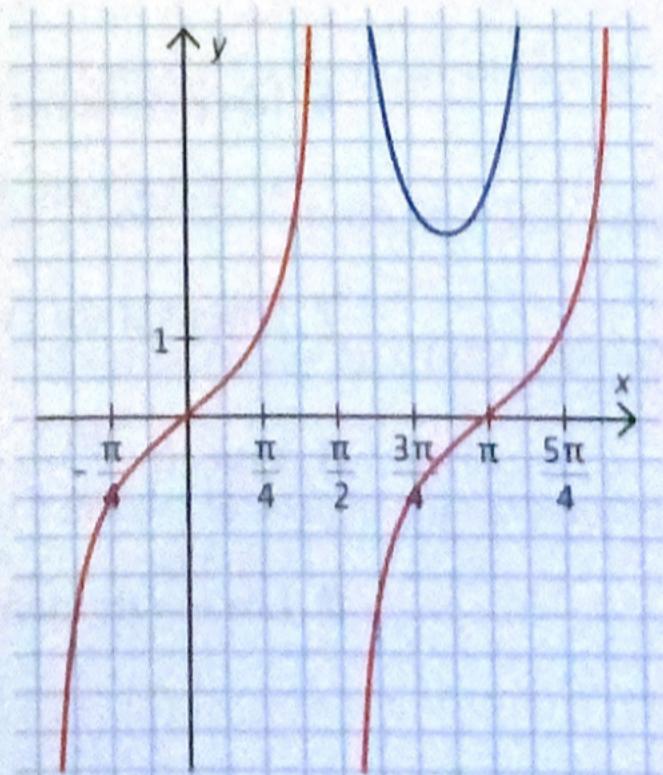
$$\nu \cdot R + 2R = 50$$

$$\nu = \frac{50 - 2R}{R}$$

b) Definitionsängd:  $0 < R < 25$  l.e

Värdeängd:  $0 < \nu < 2\pi$

- 43 Figuren visar dels grafen till en andragradsfunktion, dels till grafen  $y = \tan x$ . Kan man säga säkert att graferna inte skär varandra?



43. Nej. Tangensfunktionen har asymptoter i  $x = \frac{\pi}{2}$  och  $x = \frac{3\pi}{4}$ . En andragradskurva (parabol) saknar asymptoter.