

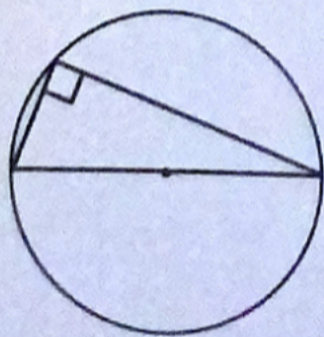
5 Visa med ett indirekt bevis att "om $(n^3 + 2)$ är ett udda tal, så är n ett udda tal".

5. om n är ett jämnt tal $\Rightarrow n = 2k$

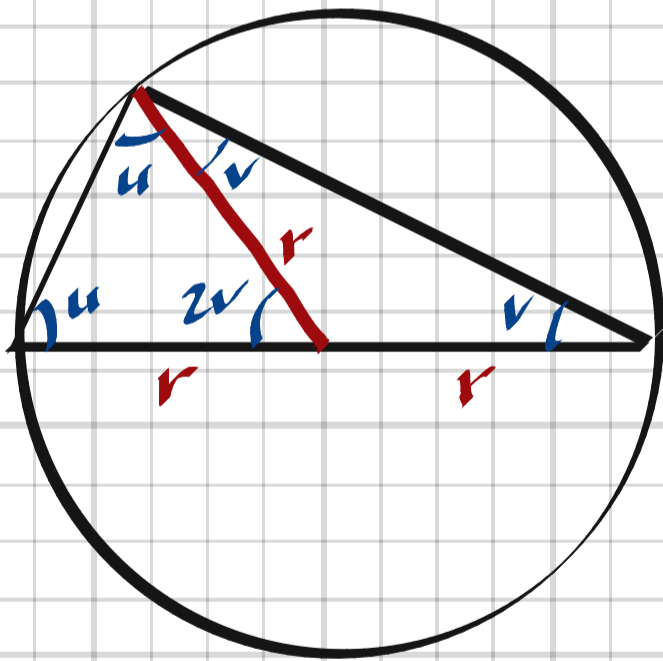
$$\Rightarrow (n^3 + 2) = (2k)^3 + 2 = 8k^3 + 2 = 2(4k^3 + 1)$$

$2(4k^3 + 1)$ är delbart med 2 \Leftrightarrow jämnt tal

6 Visa att varje randvinkel som är rät hör till en halvcirkelbåge.



6.



$$2v + 2u = 180^\circ \Rightarrow u + v = 90^\circ$$

7 Andersson, Pettersson och Lundström står och pratar med varandra. De gör följande uttalande:

Andersson: "Jag har varit i London mer än 5 gånger."

Pettersson: "Nej, nu ljuger du."

Lundström: "Du har i alla fall varit i London minst en gång."

Dessa tre uttalanden kan inte alla vara sanna.

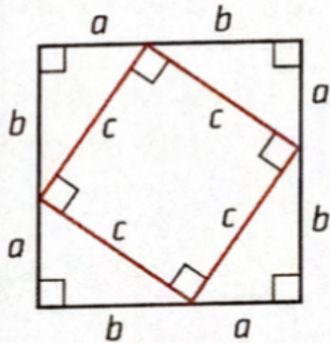
Bevisa att Andersson aldrig har varit i London under förutsättning att endast ett av dessa uttalanden är sant.

7. Om bara ett uttalande är sant måste det vara P.

P sant \Rightarrow A osant och B osant

8 Det finns över 400 olika bevis för Pythagoras sats. Här ska du få genomföra ett av bevisen.

Runt en kvadrat med sidan c ritas fyra rätvinkliga trianglar med sidorna a , b och c enligt figuren här nedanför.



Använd figuren och bevisa Pythagoras sats genom att utnyttja att arean av den stora kvadraten kan beräknas på två olika sätt.

$$(a+b)^2 = c^2 + 4 \cdot \frac{ab}{2}$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = c^2 + 2ab \Rightarrow$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

9 Visa att om k är ett udda tal, så saknar ekvationen $x^3 - x = k$ heltalslösningar.

$$9. \quad k \text{ udda} \Rightarrow k = 2x + 1$$

$$x^3 - x = 2x + 1$$

$$x^3 - 3x = 1$$

$$x(x^2 - 3) = 1$$

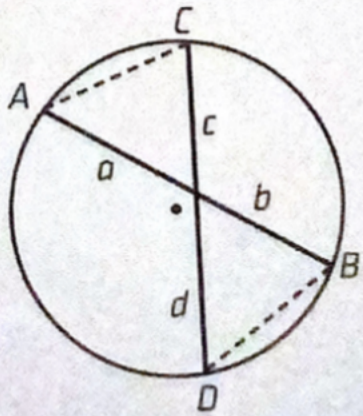
$$x(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3}) = 1$$

produkten kan bara bli 1 om alla faktorerna är 1 vilket är omöjligt.

$$\text{Om } x = 1 \Rightarrow x^2 - 3 \neq 1$$

$$\text{Om } x^2 - 3 = 1 \Rightarrow x \neq 1$$

10 En korda är en sträcka mellan två punkter på en cirkel. Om två kordor skär varandra så bildas det fyra sträckor a , b , c och d . Dessa sträckor förhåller sig till varandra enligt $a \cdot b = c \cdot d$. Detta samband kallas för kordasatsen.



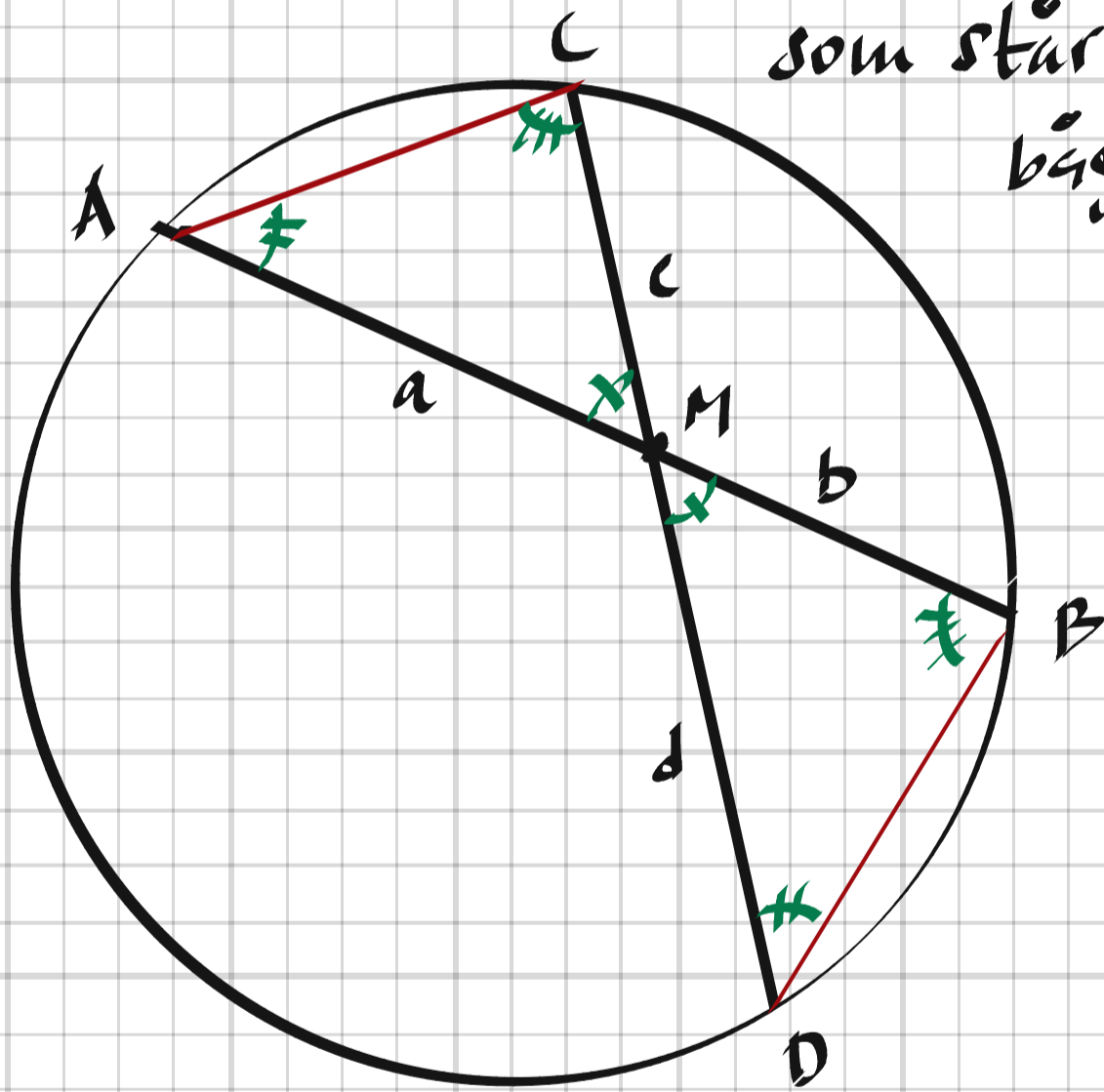
Ta hjälp av randvinkelsatsen för att bevisa kordasatsen.

C och B står mot samma båge.

A och D står mot samma båge.

Enligt randvinkelsatsen är alla vinklar som står mot samma båge lika.

10.



$$\triangle ACM \sim \triangle BDM \Rightarrow$$

$$\frac{c}{a} = \frac{b}{d}, \quad ab = cd$$