1 Vilka tal mellan 100 och 200 är primtal?

1. 101, 103, 107, 109, 113, 127, 131, 137, 139, 149,
151, 157, 163, 167, 173, 179, 181, 191, 193, 197, 199

2 Vilket eller vilka av följande tal är delbara med 3?

43, 1 287, 325 972, 496 724

2. 1287 (1+2+8+7 = 18 delbar med 3).

3 Faktoruppdela

a) 327
b) 1890
c) 1287
d) 2048

3. a) $3 \cdot 109$

b) $1890 = 2 \cdot 945 = 2 \cdot 5 \cdot 189 = 2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 63 = 2 \cdot 5 \cdot 3^3 \cdot 7$

c) $1287 = 3 \cdot 429 = 3 \cdot 3 \cdot 143 = 3 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 13 = 3^2 \cdot 11 \cdot 13$

d) $2048 = 2^{11}$

4 Skriv som ett bråk

a) $\frac{2}{105} - \frac{5}{77}$ b) $\frac{7}{990} + \frac{5}{231}$

4. a) $\frac{2}{3 \cdot 5 \cdot 7} - \frac{5}{11 \cdot 7} = \frac{11 \cdot 2 - 5 \cdot 15}{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11} = \underline{-\frac{53}{1155}}$

b) $\frac{7}{2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11} + \frac{5}{3 \cdot 7 \cdot 11} = \frac{7 \cdot 7 + 5 \cdot 30}{2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11} = \underline{\frac{199}{6930}}$

---

5 Formulera en regel för delbarhet med 6.

5. Om talet är delbart med både 2 och 3.

---

6 Bestäm den periodiska decimalutvecklingen av

a) $\frac{3}{11}$ b) $\frac{8}{7}$ c) $\frac{5}{17}$

6. a) $\underline{0{,}27\,27\,27}$

b) $\underline{1{,}142857\,142857}$

---

7 Vilket bråktal tal skrivs i decimalform

a) 0,275

b) 0,384615384…

c) 0,2462462…

a) $275 = 5 \cdot 5 \cdot 11 \Rightarrow 0{,}275 = \frac{5 \cdot 5 \cdot 11}{1000} = \underline{\frac{11}{40}}$

b) $x = 0{,}384615$

$10^6 x = 384615{,}384\ldots$

$10^6 x - x = 384615 \Rightarrow 999999x = 384615$

$x = \frac{384615}{999999} = \frac{1}{2{,}6} = \frac{10}{26} = \underline{\frac{5}{13}}$

c) $x = 0{,}246\ldots$

$1000x = 246{,}246\ldots$

$1000x - x = 246 \Rightarrow 999x = 246$

$x = \frac{246}{999} = \frac{3 \cdot 82}{3 \cdot 333} = \underline{\frac{82}{333}}$

8 Bestäm den största gemensamma delaren till

a) 924 och 990

b) 366 och 782

c) 211 och 516

d) 97461 och 19635

8. Geogebra : gcd() greatest common divisor

a) gcd(924,99) = 66

b) gcd(366,782) = 2

c) gcd(211,516) = 1

d) gcd(97461,19635) = 357

---

9 Bestäm värdet av det femte elementet om element n ges av

a) $a_n = 3n - 1$

b) $a_n = n^2 - n$

c) $a_n = (n^2 + 1)/(n^2 - 1)$

d) $a_n = (-1/2)^n$

9. a) $a_5 = 3 \cdot 5 - 1 = \underline{14}$

b) $a_5 = 5^2 - 5 = \underline{24}$

c) $a_5 = (5^2+1)/(5^2-1) = 26/24 = \underline{13/12}$

d) $a_5 = (-\frac{1}{2})^5 = -\frac{1}{2^5} = \underline{-\frac{1}{32}}$

10 Bestäm ett uttryck för element n om mönstret fortsätter

a) $-1, 2, 5, 8, 11, \ldots$

b) $2/3, 3/4, 4/5, 5/6, 6/7, \ldots$

c) $3, 9, 27, 81, 243, \ldots$

d) $3{,}14, 3{,}22, 3{,}30, 3{,}38, 3{,}46, \ldots$

10. a) $\underline{a_n = 3n - 4}$, $n \geq 1$ (aritmetisk talföljd)

b) $\underline{a_n = \frac{n+1}{n+2}}$, $n \geq 1$

c) $\underline{a_n = 3^n}$, $n \geq 1$

d) $\underline{a_n = 0{,}08n + 3{,}06}$ (aritmetisk talföljd)

---

11 Bestäm a_{17} i den aritmetiska talföljden om

a) $a_1 = 26$ och $d = -4$.

b) $a_1 = -8$ och $a_4 = -2$.

c) $a_{15} = 2\,872$ och $a_{19} = 3\,418$.

11. a) $a_n = -4n + 30$

$a_{17} = -4 \cdot 17 + 30 = \underline{-38}$

b) $a_n = 2n - 10$

$a_{17} = 2 \cdot 17 - 10 = \underline{24}$

c) $d = \frac{3418 - 2872}{4} = 136.5$

$a_n = 136.5n + 824.5$ $a_{17} = \underline{3145}$

---

12 Bestäm det sjätte elementet om

a) $a_1 = 12$, $a_{n+1} = a_n + 6$

b) $a_1 = a_2 = 1$, $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$

c) $a_1 = 3/2$, $a_{n+1} = 0,5 \cdot a_n$.

12. a)

$$a_6 = a_5 + 6 = a_4 + 12 = a_3 + 18 = a_2 + 24 = a_1 + 30 = \underline{42}$$

b)

$$a_6 = a_5 + a_4 = a_4 + a_3 + a_3 + a_2 = a_3 + a_2 + a_2 + a_1 + a_2 + a_1 + a_2$$

$$= a_3 + 4a_2 + 2a_1 = a_2 + a_1 + 4a_2 + 2a_1 = 5a_2 + 3a_1 = \underline{8}$$

c)

$$a_6 = 0.5 a_5 = \frac{1}{2^2} \cdot a_4 + \ldots + \frac{1}{2^5} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{2^6} = \underline{\frac{3}{64}}$$

13 Beräkna

a) a_3, a_4 och a_5, om $a_{n+2} = 3a_{n+1} - 4a_n$ och $a_1 = 1$, $a_2 = 5$.

b) a_4, a_5 och a_6, om $a_{n+3} = 2a_{n+2} - a_{n+1} - 3a_n$ och $a_1 = 5$, $a_2 = -3$, $a_3 = 7$.

13. a)

$a_3 = 3a_2 - 4a_1 = 15 - 4 = \underline{11}$

$a_4 = 3a_3 - 4a_2 = 33 - 20 = \underline{13}$

$a_5 = 3a_4 - 4a_3 = 39 - 44 = \underline{-5}$

b)

$a_4 = 2a_3 - a_2 - 3a_1 = 14 + 3 - 15 = \underline{2}$

$a_5 = 2a_4 - a_3 - 3a_2 = 4 - 7 + 9 = \underline{6}$

$a_6 = 2a_5 - a_4 - 3a_3 = 12 - 2 - 21 = \underline{-11}$

14 Avgör om talföljderna är geometriska, aritmetiska eller ingetdera. Bestäm om möjligt en formel för element nummer n.

a) $-100, 100, -100, 100, \ldots$

b) $-100, 100, 300, 500$

c) $-100, -90, -81, -72{,}9, \ldots$

d) $0, 1, 2, 4, \ldots$

e) $5a + 3, 6a + 5, 7a + 7, 8a + 9, \ldots$

f) $e^x, e^{2x}, e^{3x}, e^{4x}, \ldots$

14. a) Geometrisk talföljd med $k = -1$

$a_n = 100 \cdot (-1)^n$

b) Aritmetisk talföljd med $d = 200$

$a_n = 200n - 300$

c) Geometrisk talföljd med $k = 0{,}9$

$a_n = -100 \cdot k^{(n-1)}$

c) Ingetdera

d) Aritmetisk talföljd $d = a + 2$

$a_n = (a+2)n + 4a + 1$

e) Geometrisk talföljd me $k = e^x$

$a_n = e^{nx}$

15 De aritmetiska talföljderna

3, 15, 27, …

2, 9, 16, …

har oändligt många gemensamma tal.
Bestäm de tre minsta gemensamma talen.

15.

$$a_n = 12n - 9$$

$$b_m = 7m - 5$$

$$a_n = b_m \Rightarrow 12n - 9 = 7m - 5 \Rightarrow n = \frac{7}{12}m + \frac{1}{3}$$

Löst i Excel $\Rightarrow$ $\underline{51, 135, 219}$

m	n	bm	an
1	1	2	3
2	2	9	15
3	3	16	27
4	4	23	39
5	5	30	51
6	6	37	63
7	7	44	75
8	8	51	87
9	9	58	99
10	10	65	111
11	11	72	123
12	12	79	135
13	13	86	147
14	14	93	159
15	15	100	171
16	16	107	183
17	17	114	195
18	18	121	207
19	19	128	219
20	20	135	231
21	21	142	243
22	22	149	255
23	23	156	267
24	24	163	279
25	25	170	291
26	26	177	303
27	27	184	315
28	28	191	327
29	29	198	339
30	30	205	351
31	31	212	363
32	32	219	375
33	33	226	387

16 Ett bibliotek har för tillfället 120 000 böcker. De kommande åren planerar biblioteket att köpa in 4 000 böcker per år. Samtidigt slits böckerna så man räknar med att 2,5 % av böckerna måste kasseras. Efter hur många år inträffar det att lika många böcker som köps kasseras? Hur många böcker har biblioteket då?

16. $a_0 = 120\,000$

$a_n = 4000 + 0.975 \cdot a_{n-1}$

Vid vilket n år $0.025 \cdot a_n = 4000$?

Löst i Excel => $n = 483$ år, $a_n = 160\,000$

n	an	kasseras
0	120000	0
1	121000	3025
2	121975	3049
3	122926	3073
4	123852	3096
5	124756	3119
6	125637	3141
7	126496	3162
8	127334	3183
9	128151	3204

17 Ett nystartat trädgårdsmästeri planterar 30 000 kryddväxter för försäljning de kommande åren. Från och med ett år efter planteringen säljer trädgårdsmästeriet varje år 10 % av sina växter och nyplanterar varje år 1 000 st. När antalet växter har minskat till hälften av det ursprungliga måste en större nyplantering ske. När inträffar detta?

17. $a_0 = 30\,000$

$a_n = 1000 \cdot 0.90 \cdot a_{n-1}$

Vid vilket n är $a_n = 15000$?

Löst i Excel $\Rightarrow$ $n = 13$ år efter planteringen

n	an
0	30000
1	28000
2	26200
3	24580
4	23122
5	21810
6	20629
7	19566
8	18609
9	17748
10	16974
11	16276
12	15649
13	15084
14	14575

nyplantering ...

18 Halveringstiden för ett radioaktivt ämne är 1 dygn. Anta att det idag finns 800 mg av ämnet. n står för antalet dygn från och med idag.

a) Ange en geometrisk talföljd som visar hur mycket av ämnet det finns de sex första dygnen.

b) Skriv en formel för hur mycket av ämnet det finns vid dygn n.

c) Efter hur många dygn finns det 0,1 mg av ämnet kvar?

18.

a) $\underline{800, 400, 200, 100, 50, 25, 12.5}$

b) $a_n = \underline{800 \cdot 0.5^n}$

c) $800 \cdot 0.5^n = 0.1 \implies$

$$n = \frac{\ln\left(\frac{0.1}{800}\right)}{\ln 0.5} = \underline{13 \text{ dygn}}$$

19 Bestäm ett uttryck för element n om mönstret fortsätter

a) $\sqrt{2}, \sqrt{4}, \sqrt{6}, \sqrt{8}, \sqrt{10}, \ldots$

b) $\sqrt{2}, \sqrt{4}, \sqrt{8}, \sqrt{16}, \sqrt{32}, \ldots$

c) lg 1, lg 10, lg 100, lg 1 000, …

d) $a - b, a, a + b, \ldots$

19. a) $a_n = \underline{\sqrt{2n}}$

b) $a_n = \sqrt{2^n} = \underline{2^{n/2}}$

c) $a_n = \lg 10^{n-1} = \lg(10^n \cdot 10^{-1}) = \lg 10^n + \lg 10^{-1} = \underline{n-1}$

d) $a-b, a, a+b, a+2b \Rightarrow$

$$a_n = a + n \cdot b - 2b = \underline{a + (n-2) \cdot b}$$

---

20 I ett tresiffrigt positivt heltal är entalssiffran lika med summan av de båda andra siffrorna. Hundratalssiffran är två enheter mindre än tiotalssiffran. Om man dividerar talet med den mellersta siffran får man kvoten 71 och resten 3. Vilket är talet?

20.

$$\begin{cases} t = x \cdot 100 + y \cdot 10 + z \\ z = x + y \\ x = y - 2 \\ \dfrac{t}{y} = 71 + \dfrac{3}{y} \end{cases}$$

$t = (y-2) \cdot 100 + y \cdot 10 + 2y - 2$

$t = 112y - 202$

$\dfrac{112y - 202}{y} = 71 + \dfrac{3}{y}$

$112y - 205 = 71y \Rightarrow y = \dfrac{205}{41} = 5$

$x = 5 - 2 = 3$

$z = 3 + 5 = 8$ $\quad \underline{t = 358}$

21 För heltalet n gäller att $n \equiv$ (mod 9).

a) Ange det minsta positiva heltal $n \neq 5$ för vilket detta gäller.

b) Ange det tal med minst absolutbelopp för vilket det gäller.

Feltryck!

Skall vara $n \equiv 5 \pmod{9}$

21. Vilka tal har gemensam rest med 5 och delare 9?

Löst i Geogebra till a) 14, b) -4.

List

$l2 = \text{RemoveUndefined}\left(\text{Sequence}\left(\text{If}\left(\text{Mod}(k, \text{delare}) \stackrel{?}{=} \text{Mod}(\text{tal}, \text{delare}), k, ?\right), k, \text{min}, \text{max}\right)\right)$

$\rightarrow$ {-22, -13, -4, 5, 14, 23}

Number

delare = 9

max = 30

min = -30

tal = 5

22 Visa att talföljden a, $(a + b)/2$, b är aritmetisk.

22. $d_1 = (a+b)/2 - a = (b-a)/2$

$d_2 = b - (a+b)/2 = (b-a)2$

$d_1 = d_2 \Rightarrow$ aritmetisk

---

23 Visa att för positiva a och b så är talföljden a, $\sqrt{ab}$, b geometrisk.

23. $k_1 = \frac{\sqrt{ab}}{a} = \sqrt{\frac{b}{a}}$

$k_2 = \frac{b}{\sqrt{ab}} = \sqrt{\frac{b}{a}}$

$k_1 = k_2 \Rightarrow$ geometrisk

---

24 De fyra första termerna i en aritmetisk talföljd är a, x, b, $2x$. Bestäm förhållandet mellan a och b.

24. $b - x = x - a$

$x = \frac{a+b}{2}$

$2x - b = b - x$

$a + b - b = b - \frac{a+b}{2}$

$a = \frac{b}{2} - \frac{a}{2}$; $\frac{3a}{2} = \frac{b}{2} \Rightarrow$

$\underline{b = 3a}$

25 Visa att a_1^2, a_2^2, a_3^2, … bildar en geometrisk talföljd om a_1, a_2, a_3, … är en geometrisk talföljd.

25. $k_1 = \frac{a_2^2}{a_1^2} = \left(\frac{a_2}{a_1}\right)^2 = k_2^2 = m$

---

26 Skriv ett uttryck för alla tal större än 80 som är delbara med 7.

26. $k \equiv 80 \pmod{7}$, $k > 80$

$a_n = 84 - 7 + n \cdot 7 = \underline{77 + n \cdot 7}$

---

27 Skriv ett uttryck för det tjugonde talet i den geometriska talföljden $a^2b^3, a^3b^6, a^4b^9, \ldots$.

27. $k = \frac{a^3b^6}{a^2b^3} = ab^3$

$a_n = a^2b^3 \cdot (ab^3)^{n-1}$

$a_{20} = a^2b^3 \cdot (ab^3)^{19} = \underline{a^{21} \cdot b^{60}}$

---

28 Bevisa med matematisk induktion att
$2^{n-1} \le n!$

28. **Sats:**

$$2^{n-1} \le n!$$

1. **Bas**

$n=1$: $2^0 \le 1!$, $1 \le 1$ ok!

2. **Antagande**

Satsen gäller för alla $n \ge 1$

3. **Bevis**

Om antagandet är sant, så är det även sant för $n+1$.

$$2^n \le (n+1)!$$

$$2 \cdot 2^{n-1} \le (n+1) \cdot n! \quad \Rightarrow$$

$$\frac{2}{n+1} \cdot 2^{n-1} \le n!$$

$\frac{2}{n+1} \le 1$ för alla $n \ge 1$ $\Rightarrow$ Antagandet sant!

29 a) Visa att $13^3 - 13$ är delbart med 6.

b) Visa att $(5\,876\,332)^3 - 5\,876\,332$ är delbart med 6.

c) För vilka heltal n större än 1 är $n^3 - n$ delbart med 6?

29. a) $13(13^2-1) = 13\cdot(13+1)(13-1) = 13\cdot 14\cdot 2\cdot 6$

b+c) $n(n^2-1) = n(n+1)(n-1) = (n-1)\cdot n\cdot(n+1) =$

$= \underbrace{k\cdot(k+1)}_{\text{jämnt tal}}\cdot\underbrace{(k+2)}_{\text{jämnt eller udda}}$

$n(n^2-1)$ representerar produkten av 3 på varandra följande heltal. Talen består då av antingen två jämna tal och ett udda eller två udda och ett jämnt tal. Om någon av två faktorer är jämnt så blir produkten jämn. Alltså blir $n(n^2-1)$ alltid ett jämnt tal och eftersom $1\cdot 2\cdot 3$ är delbart med 6 =>

$n(n^2-1)$ är delbart med alla $n>1$

30 I talföljden 4, x, y, 18 bildar de tre första talen en aritmetisk talföljd och de tre sista talen en geometrisk talföljd. Vilka värden är möjliga för x och y?

30.

$$x-4=y-x \Rightarrow x=\frac{y+4}{2}$$

$$\Rightarrow$$

$$\frac{18}{y}=\frac{y}{x} \Rightarrow x=\frac{y^2}{18}$$

$$\frac{y^2}{18}=\frac{y+4}{2}$$

$$y^2-9y-36=0$$

$$(y+3)(y-12)=0$$

$$y_1=-3 \Rightarrow x_1=\frac{1}{2}$$

$$y_2=12 \Rightarrow x_2=8$$

$$(x,y)=\left(\tfrac{1}{2},-3\right) \text{ eller } (8,12)$$

31 Bestäm de åtta första elementen i en aritmetisk talföljd där summan av det första och sjunde elementet är 40 och produkten av första och fjärde elementet är 160.

$T = a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, \ldots$

$$\begin{cases} 1)\ a_1 + a_7 = 40 \\ 2)\ a_1 \cdot a_4 = 160 \end{cases}$$

$$\frac{a_4 - a_1}{3} = \frac{a_7 - a_1}{6} \Rightarrow$$

$$2a_4 - 2a_1 = a_7 - a_1 \Rightarrow a_1 = 2a_4 - a_7$$

1) $2a_4 - a_7 + a_7 = 40 \Rightarrow a_4 = 20$

2) $(2a_4 - a_7) \cdot a_4 = 160$

$$2 \cdot 20^2 - 20 a_7 = 160$$

$$a_7 = \frac{2 \cdot 400 - 160}{20} = 32$$

$$a_1 = 2 \cdot 20 - 32 = 8$$

$$d = \frac{20 - 8}{3} = 4 \Rightarrow$$

$T = 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36$

32 Bevisa genom matematisk induktion att
$1 + 3 + 6 + \ldots + n(n+1)/2 = n(n+1)(n+2)/6$.

32. <u>Sats:</u>

$$1+3+6+\ldots+n(n+1)/2 = n(n+1)(n+2)/6$$

VL kan skrivas $1+3+6+\ldots+(n-1)n/2+n(n+1)/2 \Rightarrow$

$$1+3+6+\ldots+(n-1)n/2+n(n+1)/2-n(n+1)(n+2)/6=0$$

<u>1. Bas</u>

$n=2 \Rightarrow 1+3-2\cdot3\cdot4/6=0$ ok!

<u>2. Antagande</u>

Satsen gäller för alla $n \geq 1$

<u>3. Bevis</u>

Om antagandet är sant, så är det även sant för $n+1 \Rightarrow$

$$1+3+6+\ldots+n(n+1)/2+(n+1)(n+2)/6-(n+1)(n+2)(n+3)/6=0$$

$$1+3+6+\ldots+n(n+1)/2+\underline{(n+1)(n+2)}/2-n(n+1)(n+2)/6-\underline{(n+1)(n+2)}/2=0$$

$$\Rightarrow 1+3+6+\ldots+n(n+1)/2-n(n+1)(n+2)/6=0$$

33 Bevisa genom matematisk induktion att
$1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + n^3 = n^2(n + 1)^2 / 4$.

33. **Sats:**

$$1^3+2^3+3^3+\ldots+n^3=n^2(n+1)^2/4$$

VL kan skrivas $1^3+2^3+3^3+\ldots+(n-1)^3+n^3 \Rightarrow$

$$1^3+2^3+3^3+\ldots+(n-1)^3+n^3-n^2(n+1)^2/4=0$$

1. **Bas**

$n=2 \Rightarrow 1+2^3-2^2\cdot 3^2/4=1+8-9=0$ ok!

2. **Antagande**

Satsen gäller för alla $n \geq 1$

3. **Bevis**

Om antagandet är sant, så är det även sant för $n+1 \Rightarrow$

$$1^3+2^3+3^3+\ldots+n^3+(n+1)^3-(n+1)^2(n+2)^2/4=0$$

$$1^3+2^3+3^3+\ldots+n^3+\underline{(n+1)^3}-n^2(n+1)^2/4-\underbrace{n(n+1)^2-(n+1)^2}_{=-(n+1)^3}=0$$

$$\Rightarrow 1^3+2^3+3^3+n^3-n^2(n+1)^2/4=0$$

34 Bevisa deriveringsregeln $Dx^n = nx^{n-1}$ med induktion.

34. <u>Sats:</u>

$$Dx^n = nx^{n-1}$$

$$Dx^n - nx^{n-1} = 0$$

1. <u>Bas</u>

$n=1$: $Dx = 1\cdot x^0 = 1$ ok!

2. <u>Antagande</u>

Satsen gäller för alla x.

3. <u>Bevis</u>

Om satsen är sann, så är den även sann för n+1.

$$Dx^{n+1} - (n+1)x^n = D(x^n\cdot x) - nx^n - x^n$$

$$= Dx^n\cdot x + x^n\cdot Dx - nx^n - x^n = Dx^n\cdot x + x^n\cdot 1 - nx^n - x^n =$$

$$Dx^n\cdot x - nx^n = n\cdot x^{n-1}\cdot x - nx^n = nx^n - nx^n = 0$$

35 Fiskeföreningen i Fölköpinge planterar ett år fiskar i en damm. Antalet fiskar efter n år betecknas med a_n. Följande rekursiva formel beskriver fisktillståndet om inga fiskar får fiskas:

$a_0 = 400$

$a_n = a_{n-1} + 0{,}10a_{n-1}(1 - a_{n-1}/4\,500)$

a) Hur många fiskar planteras?

b) Hur många fiskar kan det maximalt finnas i dammen?

c) Hur många fiskar finns i dammen efter 10 år?

Fiskeföreningen tillåter att man varje år tar upp 25 fiskar.

d) Hur blir nu formeln för a_n?

e) Hur många fiskar finns efter 10 år?

f) Hur många fiskar kommer det maximalt att finnas i dammen?

Fiskeföreningen planterar istället in 200 fiskar/år och tillåter ett uttag på 25 fiskar/år.

g) Hur blir nu formeln för a_n?

h) Hur många fiskar finns efter 10 år?

i) Hur många fiskar kommer det maximalt att finnas i dammen?

	A	B	C	D
1	n	an1	an2	an3
2	0	400	400	400
3	1	436	411	611
4	2	476	424	839
5	3	518	437	1083
6	4	564	452	1340
7	5	614	467	1609
8	6	667	484	1887
9	7	723	502	2172
10	8	784	522	2459
11	9	849	543	2746
12	10	918	566	3028
13	11	991	590	3302
112	110	4499	4228	5847
113	111	4500	4229	5847
114	112	4500	4229	5847
115	113	4500	4230	5847
116	114	4500	4230	5847
117	115	4500	4231	5847
118	116	4500	4231	5847

35.

a) 400

b) 4500 (parantesen = 0)

c) ≈ 900 (918)

d) $a_n = a_{n-1} + 0.1a_{n-1}\left(1 - \frac{a_{n-1}}{4500}\right) - 25$

e) 566

f) ≈ 4000 (4231)

g) $a_n = a_{n-1} + 0.1a_{n-1}\left(1 - \frac{a_{n-1}}{4500}\right) + 175$

h) 3028

i) ≈ 6000 (5847)