

Eulers formel

Taylorutveckling ger

$$e^{i\varphi} = 1 + \frac{i\varphi}{1!} + \frac{i^2\varphi^2}{2!} + \frac{i^3\varphi^3}{3!} + \frac{i^4\varphi^4}{4!} + \frac{i^5\varphi^5}{5!} + \frac{i^6\varphi^6}{6!} + \frac{i^7\varphi^7}{7!} + \dots$$

$$i^2 = -1, i^3 = -i, i^4 = 1, i^5 = i, i^6 = -1, i^7 = -i \Rightarrow$$

$$e^{i\varphi} = 1 + i\varphi - \frac{\varphi^2}{2!} - \frac{i\varphi^3}{3!} + \frac{\varphi^4}{4!} + \frac{i\varphi^5}{5!} - \frac{\varphi^6}{6!} - \frac{i\varphi^7}{7!} + \dots$$

$$e^{i\varphi} = \underbrace{1 - \frac{\varphi^2}{2!} + \frac{\varphi^4}{4!} - \frac{\varphi^6}{6!} + \dots}_{\text{Taylorutveckling av } \cos \varphi} + i \underbrace{\left(\varphi - \frac{\varphi^3}{3!} + \frac{i\varphi^5}{5!} - \frac{i\varphi^7}{7!} + \dots\right)}_{\text{Taylorutveckling av } \sin \varphi} + \dots$$

Taylorutveckling
av $\cos \varphi$

Taylorutveckling
av $\sin \varphi$

$$e^{i\varphi} = \cos \varphi + i \sin \varphi$$

$$\varphi = \pi \Rightarrow e^{i\pi} = -1$$