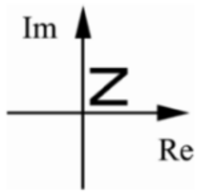
7. Bestäm $\lim_{h \to 0} \frac{f(h) - f(0)}{h}$ då $f(x) = 2x + \sin x$

_______________________ (0/0/1)

8. En mängd komplexa tal som tillsammans formar bokstaven Z är markerade i det komplexa talplanet.

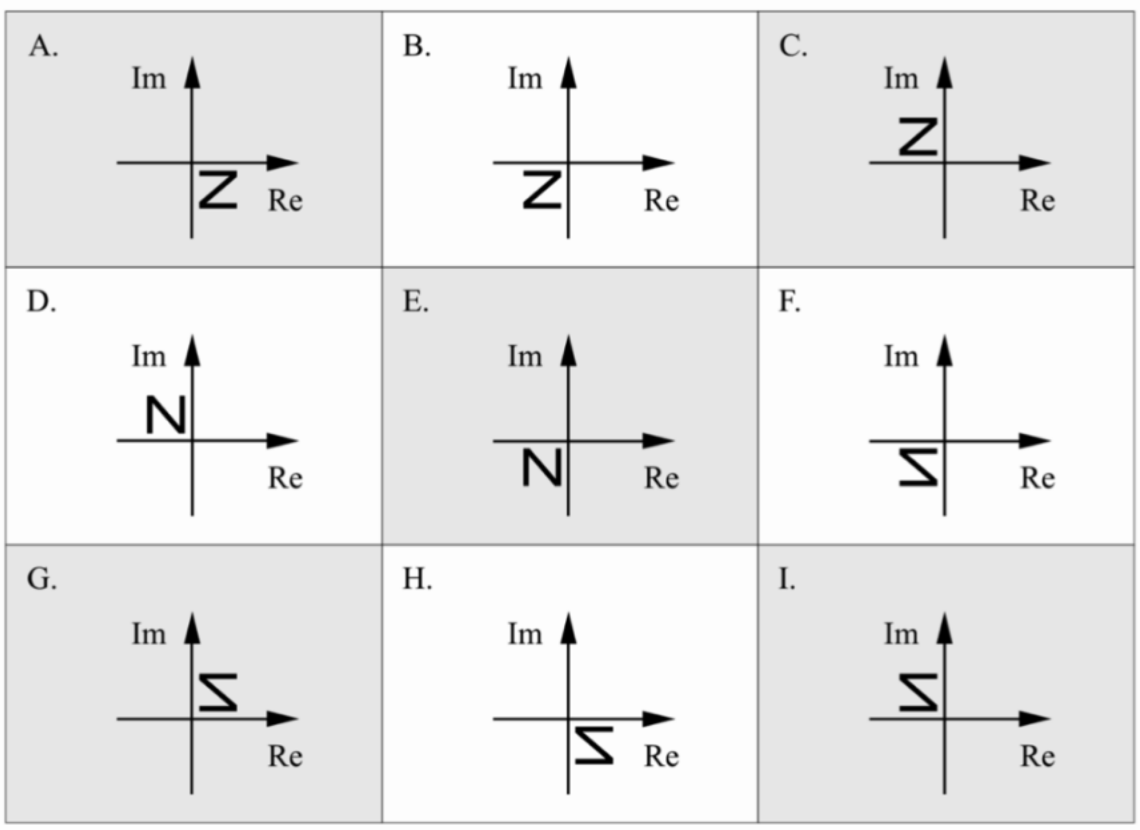


a) Vilket av alternativen A-I nedan visar den figur som bildas av konjugaten till de tal som formar Z i figuren ovan?

____________________ (0/1/0)

b) Vilket av alternativen A-I nedan visar den figur som bildas då de tal som formar Z i ursprungsfiguren ovan multipliceras med i ?

____________________ (0/0/1)

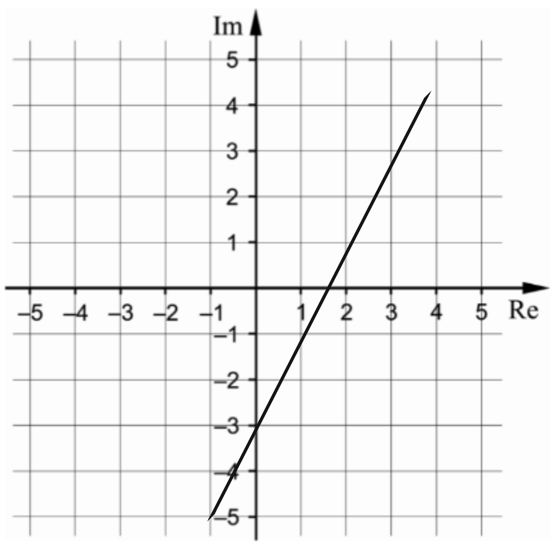


9. Ange en funktion f som har derivatan $f'(x) = x^2 \cdot e^{x^3+5}$

____________________ (0/0/1)

---

10. Markera i det komplexa talplanet de komplexa tal z för vilka det gäller att $|z-4| = |z-2i|$



(0/0/2)

---

6. Ange en kontinuerlig funktion f som är definierad för alla x och har värdemängden $-1 \le f(x) \le 7$

____________________ (0/0/1)

17. För de komplexa talen z_1 och z_2 gäller att $z_2 = z_1 \cdot (1 - \mathrm{i})$ och att z_1 ligger i området $45° < \arg z_1 < 135°$ i det komplexa talplanet.

Bestäm i vilket område i det komplexa talplanet talet z_2 ligger. (0/1/1)

11. För funktionen f gäller att $f(x) = \dfrac{x+1}{x-3}$

a) Ange asymptoterna till funktionen f *Endast svar krävs* (1/1/0)

b) Skissa grafen till funktionen f och dess asymptoter. (0/2/0)

c) Lös olikheten $|f(x)| > 3$ där $f(x) = \dfrac{x+1}{x-3}$ (0/0/2)

12. Ekvationen $z^p = \mathrm{i}$ ska undersökas för olika värden på heltalet p.
För vissa värden på heltalet p är $z_1 = \cos 9° + \mathrm{i}\sin 9°$ en lösning till ekvationen $z^p = \mathrm{i}$

a) Visa att detta gäller för $p = 50$, det vill säga visa att z_1 är en lösning till $z^{50} = \mathrm{i}$ (0/2/0)

b) Bestäm alla heltalsvärden på p för vilka z_1 är en lösning till ekvationen $z^p = \mathrm{i}$ (0/0/2)

13. För polynomet p gäller att $p(z) = z^5 + 4z^3 - 2z^2 - 8$

a) Visa att $(z^2 + 4)$ är en faktor i polynomet p. (0/2/0)

b) Lös ekvationen $z^5 + 4z^3 - 2z^2 - 8 = 0$ (0/1/2)

14. Beräkna $\displaystyle\int_0^{\pi/6} (2\sin x + 5)\cos x \, dx$ (0/0/2)

10. Bestäm $\lim_{h \to 0} \frac{g(h) - g(0)}{h}$ om $g(x) = 4x^2 + \sin 3x$ ____________________ (0/0/1)

11. Vilka två av följande linjer A-F är asymptoter till $y = \frac{x^2 - 2x + 1}{x}$?

A. $x = 0$

B. $y = 0$

C. $x = 1$

D. $y = -2x + 1$

E. $y = x - 2$

F. $y = 2x - 2$ ____________________ (0/0/1)

18. Beräkna $\int_0^1 f''(x)\,\mathrm{d}x$ då $f(x) = \sin(\pi x^2)$ (0/1/2)

19. Visa att funktionen $f(x) = x^3 + 3x^2 + ax$ saknar maximi- och minimipunkter om $a \geq 3$ (0/1/3)

15. Lasse och Niklas ska lösa följande uppgift:

> Undersök om funktionen $f(x) = \dfrac{1}{2x-5}$ antar något största värde då $x \geq 0$

Lasse löser uppgiften så här:

$$f(x) = \frac{1}{2x-5}$$

$$f'(x) = -\frac{2}{(2x-5)^2} < 0 \text{ för alla } x.$$

Då är f avtagande och har sitt största värde i den vänstra ändpunkten, d.v.s. för $x = 0$.

$$f(0) = -\frac{1}{5}$$

Svar: Det största värdet är $-\frac{1}{5}$

Niklas säger att Lasses svar är fel eftersom funktionen kan anta större värden än $-\dfrac{1}{5}$. Till exempel antar funktionen värdet 1 då $x = 3$

Utred vilket fel Lasse gör i sin lösning och lös den givna uppgiften. (0/0/3)

12. För de komplexa talen z_1 och z_2 gäller att $z_1 = 3\mathrm{i}$ och $|z_2| = 7$

Bestäm det minsta värde som $|z_1 + z_2|$ kan anta.

____________________ (0/0/1)

13. Ange en primitiv funktion till $f(x) = \cos^2 3x - \sin^2 3x$

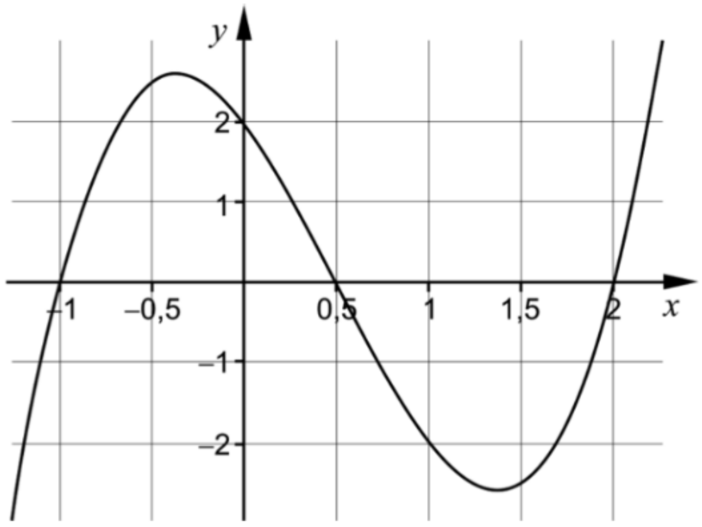
____________________ (0/0/1)

18. Bestäm eventuella maximi- och minimipunkter för funktionen f där

$f(x) = -x \ln x, \quad x > 0$ (0/1/1)

19. Bestäm alla heltal $n > 0$ för vilka $(1 + \mathrm{i})^n$ är ett reellt tal. (0/1/1)

20. I figuren visas grafen till funktionen $y = 2x^3 - 3x^2 - 3x + 2$



Lös ekvationen $2\cos^3 x - 3\cos^2 x - 3\cos x + 2 = 0$ (0/0/2)

21. En funktion f har derivatan $f'(x) = 4x + 6\cos\frac{x}{2}$

a) Visa att funktionen f inte kan ha någon maximipunkt. (0/1/1)

b) Undersök om f har någon minimipunkt. (0/0/2)