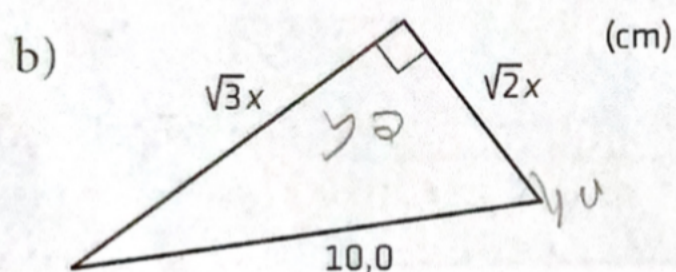
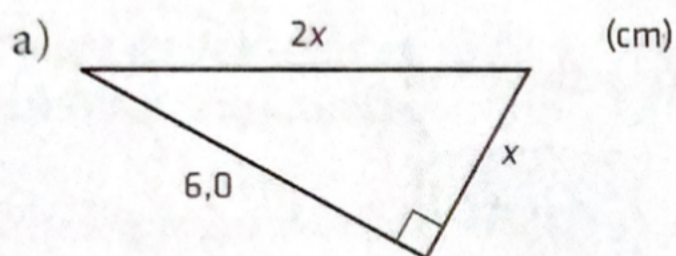


23 Bestäm längden av alla sidorna i trianglarna.



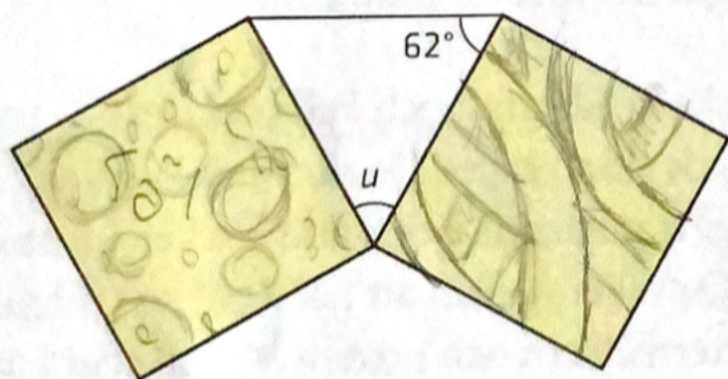
23. a)  $4x^2 = 6^2 + x^2 \Rightarrow x = \sqrt{12}$

$x = \sqrt{12} \approx \underline{3,5 \text{ cm}}$ ,  $2x \approx \underline{6,9 \text{ cm}}$ ,  $\underline{6,0 \text{ cm}}$

b)  $10^2 = 3x^2 + 2x^2 \Rightarrow x = \sqrt{20}$

$\sqrt{3}x = \sqrt{60} \approx \underline{7,7 \text{ cm}}$ ,  $\sqrt{2}x = \sqrt{40} \approx \underline{6,3 \text{ cm}}$ ,  $\underline{10,0 \text{ cm}}$

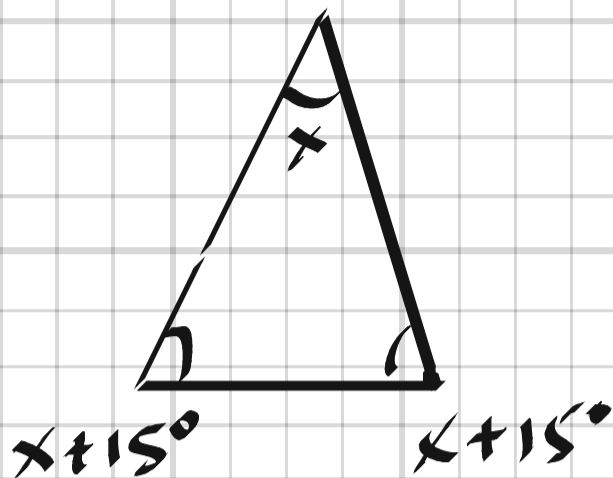
24 Mellan de två lika stora kvadraterna i figuren bildas en triangel. Hur stor är vinkeln  $u$ ?



24.  $u = 180^\circ - 2 \cdot 62^\circ = \underline{56^\circ}$

25 I en likbent triangel är en av vinklarna 15 grader större än en annan vinkel. Beräkna triangelns alla vinklar.

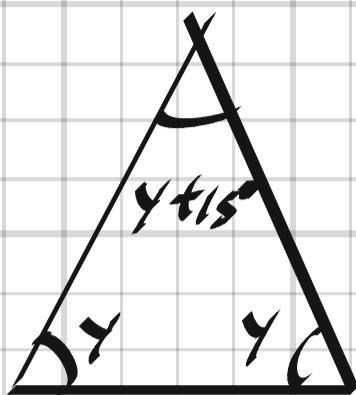
25.



$$3x + 30^\circ = 180^\circ \Rightarrow$$

$$\underline{x = 50^\circ}$$

$$\underline{x + 15^\circ = 65^\circ}$$

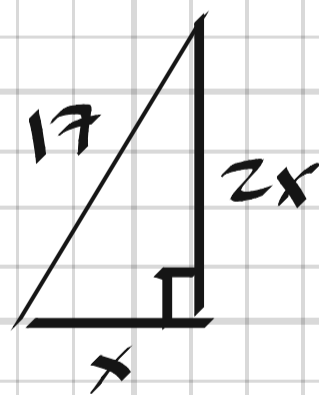


$$3y + 15^\circ = 180^\circ \Rightarrow$$

$$\underline{y = 55^\circ}$$

$$\underline{y + 15^\circ = 70^\circ}$$

26 Hypotenusan i en rätvinklig triangel är 17 cm. Den ena kateten är dubbelt så lång som den andra. Hur långa är kateterna?



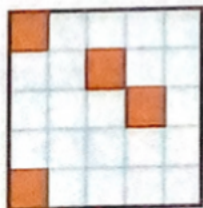
26.

$$4x^2 + x^2 = 17^2$$

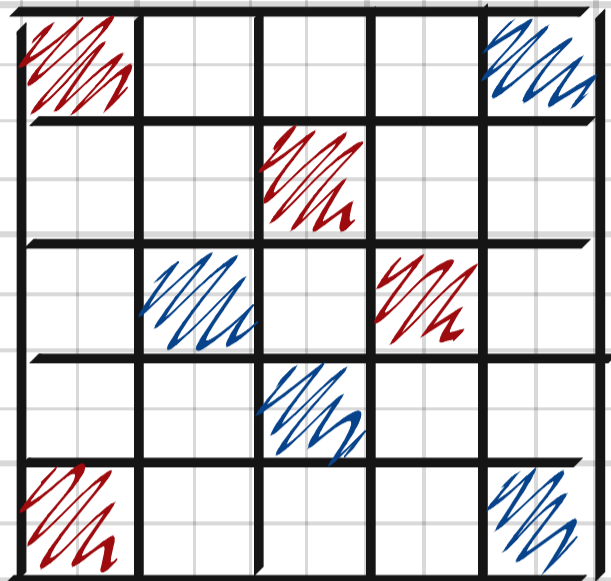
$$x = \frac{+}{-} \frac{17}{\sqrt{5}} = \underline{\underline{\frac{17}{\sqrt{5}} \approx 7.6 \text{ cm}}}$$

$$2x = \underline{\underline{\frac{34}{\sqrt{5}} \approx 15.2 \text{ cm}}}$$

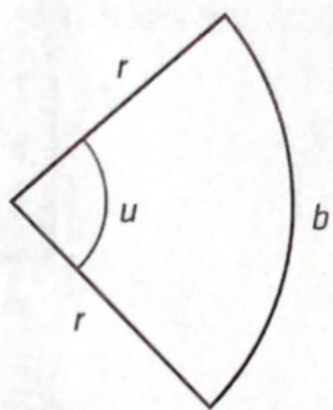
27 Rita av figuren och komplettera den med 4 rutor så att den blir spegelsymmetrisk och rotationssymmetrisk med  $90^\circ$ .



27.



28 I figuren är cirkelbågens längd  $b = 12$  cm. Cirkelns radie är  $r = 7$  cm. Bestäm vinkeln  $u$ .



28.

$$\text{Omkretsen av hel cirkel} = 2\pi r = 14\pi$$

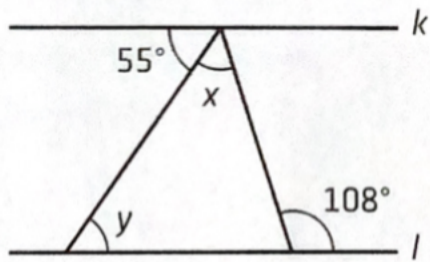
$$u = 360^\circ \cdot \frac{12}{14\pi} = \underline{98^\circ}$$

Alt. lösning

$$b = u \cdot r \quad (\text{i radianer}) \Rightarrow u = \frac{12}{7} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = \underline{98^\circ}$$



29 I figuren är linjerna  $k$  och  $l$  parallella. Bestäm vinklarna  $x$  och  $y$ .

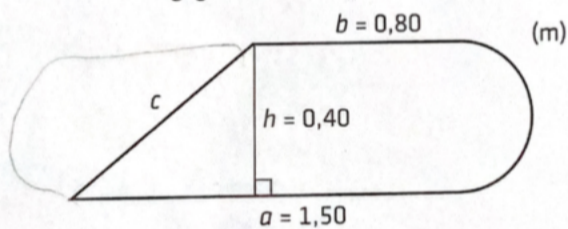


29.

$$x + y = 108^\circ$$

$$y = 55^\circ, x = 53^\circ$$

30 Anders studerar på konstfack. Hans examensarbete är en kombinerad rutschkana och förvaringslåda. Han har gjort en ritning som visar prylen från den ena sidan. Den sidan ska målas i rosa eller ljusblått och kanten ska kläs in med en gummilist. Beräkna arean som ska målas och hur lång gummilist som behövs.



30a)

$$A = \frac{(a-b) \cdot h}{2} + b \cdot h + \pi \cdot \frac{h^2}{8} =$$

$$= \frac{a \cdot h}{2} + \frac{b \cdot h}{2} + \pi \frac{h^2}{8} = \frac{h}{2} (a + b + \pi \frac{h}{4}) =$$

$$= \frac{0.4}{2} \cdot (1.5 + 0.8 + \pi \cdot \frac{0.4}{4}) = \underline{0.523 \text{ m}^2}$$

b)

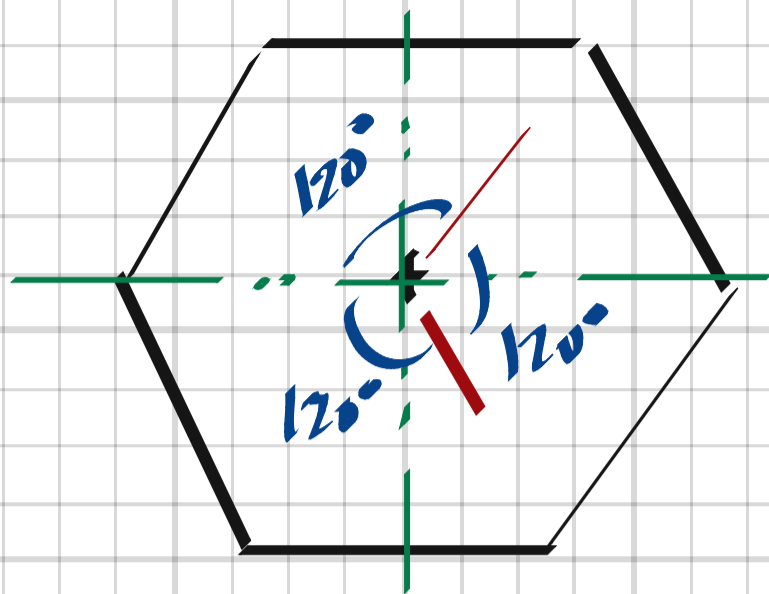
$$L = \sqrt{(a-b)^2 + h^2} + a + b + \pi \cdot \frac{h}{2} =$$

$$= \sqrt{0.7^2 + 0.4^2} + 1.5 + 0.8 + \pi \cdot 0.2 = \underline{3.73 \text{ m}}$$

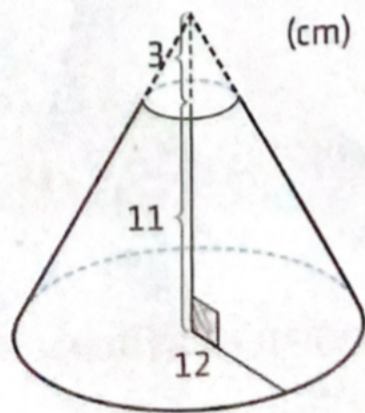


**31** Rita en figur som är både spegelsymmetrisk och  
**ö** rotationssymmetrisk med  $120^\circ$ .

31.



**32** Konen i figuren kapades parallellt med basen.  
 Beräkna volymen av den återstående delen.

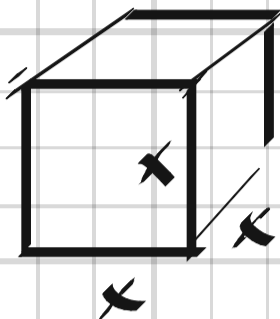


32.  $\frac{r}{R} = \frac{3}{14} \Rightarrow r = \frac{3R}{14}$

$$V = \frac{B \cdot H^2}{3} - \frac{b \cdot h^2}{3} = \frac{1}{3} \left( \pi \cdot 12^2 \cdot 14^2 - \pi \cdot \frac{9 \cdot 12^2}{14^2} \right) = 2.96 \text{ dm}^3$$

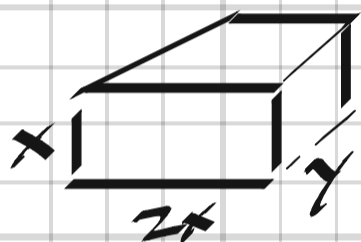
**33** En grekisk olivodlare vill sälja olivolja i halvlitersförpackningar som av praktiska skäl ska ha formen av ett rätblock. Vilka olika mått kan rätblocket ha? Svara med två exempel.

33.



$$x^3 = \frac{1}{2} \text{ dm}^3$$

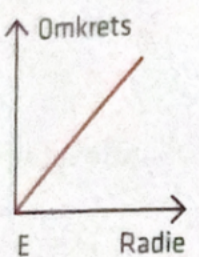
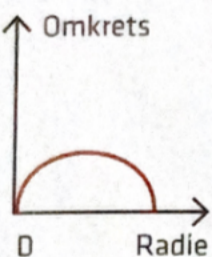
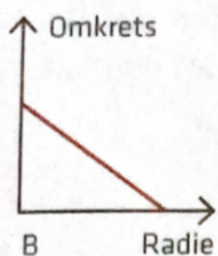
$$x = \left(\frac{1}{2}\right)^{1/3} = 7,94 \text{ cm}$$



$$2x^2 \cdot y = \frac{1}{2} \text{ dm}^3$$

$$x \text{ väljes } 10 \text{ cm} \Rightarrow y = 2,5 \text{ cm}$$

**34** Vilken av följande grafer visar sambandet mellan cirkelns omkrets och dess radie?



(NP MaA vt 2005)

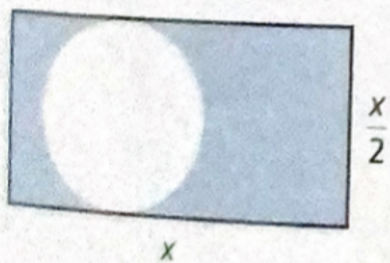
$$34, O = 2\pi R \Rightarrow \underline{E}$$

35 Fyll i lämpliga påståenden i de tomma rutorna, så  
ö att symbolen gäller mellan påståendena.

- a) "... " → hon är född i augusti  
b) "... " → fyrhörningens motstående vinklar är  
lika stora

35. a) Hon fyller år den 3/8  
b) Fyrhörningen är en romb

36 Visa att cirkelns area upptar  $\frac{\pi}{8}$  av rektangelns  
area.



36.

$$A_c = \pi \cdot \left(\frac{x}{4}\right)^2 = \pi \cdot \frac{x^2}{16}$$

$$A_R = x \cdot \frac{x}{2} = \frac{x^2}{2}$$

$$\frac{A_c}{A_R} = \frac{\pi \cdot \frac{x^2}{16}}{\frac{x^2}{2}} = \frac{\pi}{8}$$

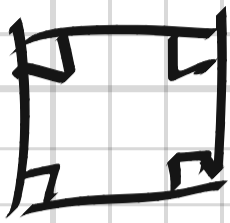


37 Finns det något samband mellan antalet hörn i en månghörning och månghörningens vinkelsumma? Försök finna en formel för att beräkna vinkelsumman i en månghörning. Motivera dina svar.

37.



$$n = 3$$



$$4$$

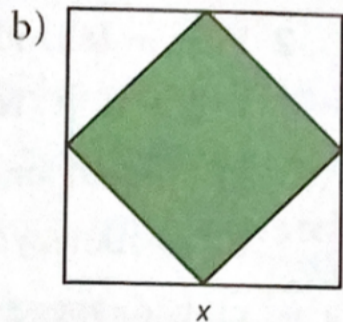
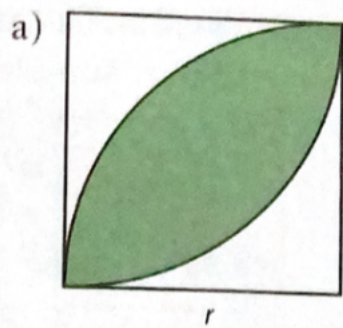


$$5$$

$$\text{Antal hörn} = 180^\circ + (n-3) \cdot 180^\circ = \underline{180^\circ n - 360^\circ}$$

---

38 Beräkna andelen av det färgade områdets area i varje figur.



38. a)  $A_g = \square + \square - \square$

$$A_g = \frac{\pi r^2}{4} + \frac{\pi r^2}{4} - r^2 = r^2 \left( \frac{\pi}{2} - 1 \right)$$

$$A_v = r^2$$

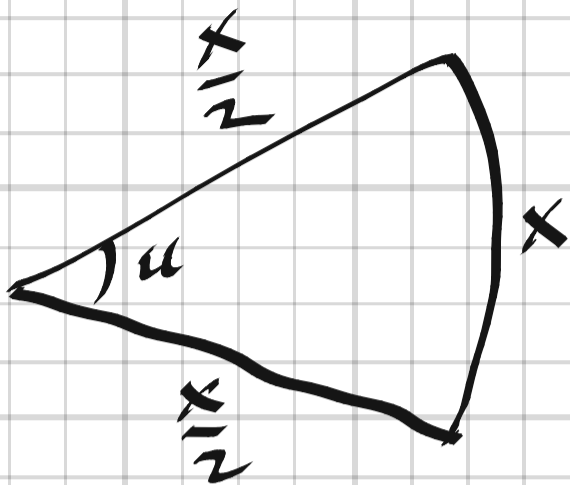
$$\frac{A_g}{A_v} = \underline{\underline{\frac{\pi}{2} - 1}}$$

b)  $A_g = \left( \frac{x}{2} \right)^2 \cdot 4 = \frac{x^2}{2}$

$$A_v = x^2$$

$$\frac{A_g}{A_v} = \underline{\underline{\frac{1}{2}}}$$

39 Simon har ritat en cirkelbåge med medelpunkten i vinkelspetsen mellan två vinkelben. Cirkelbågens längd är lika med summan av längden av de två vinkelbenen. Hur stor är vinkeln mellan vinkelbenen?



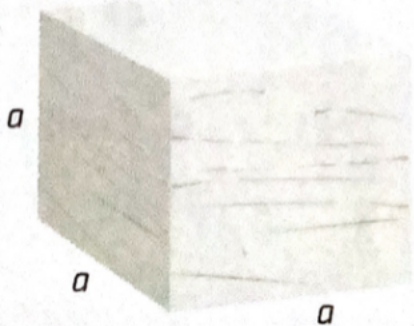
$$x = \frac{u}{360^\circ} \cdot 2\pi \cdot \frac{x}{2} \Rightarrow u = \frac{360^\circ}{\pi} \approx \underline{114.6^\circ}$$

All. lösning

$$x = u \cdot \frac{x}{2} \quad (\text{där } u \text{ är i radianer})$$

$$u = 2 \text{ rad} = 2 \cdot \frac{180^\circ}{\pi} \approx \underline{114.6^\circ}$$





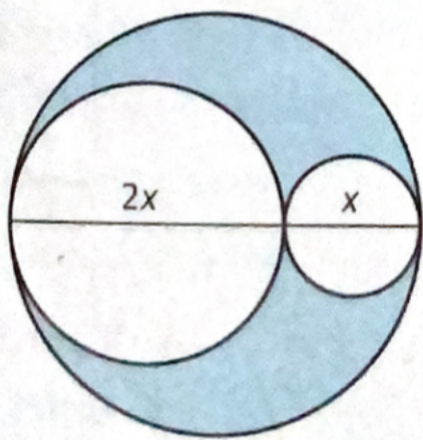
40 Michelangelo fick i uppdrag av påven att hugga ut det största möjliga marmorklotet ur en marmorkub. Beräkna förhållandet mellan klotets och kubens volymer.

$$40. \quad V_{\text{klot}} = \frac{4\pi \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^3}{3}$$

$$V_{\text{kub}} = a^3$$

$$\frac{V_{\text{klot}}}{V_{\text{kub}}} = \frac{\pi}{6}$$

41 Beräkna kvoten mellan det färgade området area och hela cirkelns area.



$$41. \quad V_f = \pi \cdot \left(\frac{3x}{2}\right)^2 - \pi x^2 - \pi \cdot \left(\frac{x}{2}\right)^2 = \pi x^2$$

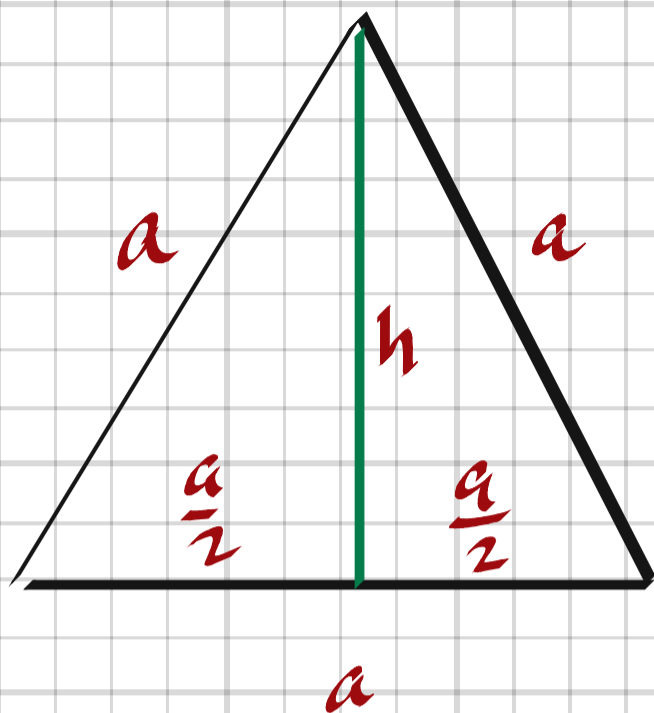
$$V_c = \pi \cdot \left(\frac{3x}{2}\right)^2$$

$$\frac{V_f}{V_c} = \frac{\pi x^2}{\pi \left(\frac{3x}{2}\right)^2} = \frac{4}{9}$$

42 Visa att i en liksidig triangel med sidan  $a$  gäller

$$\text{Area} = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot a^2$$

42,



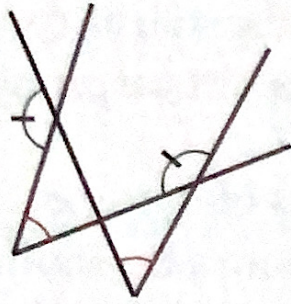
$$h = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{a^2 \left(1 - \frac{1}{4}\right)} = a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$A = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{a \cdot a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot a^2$$

---

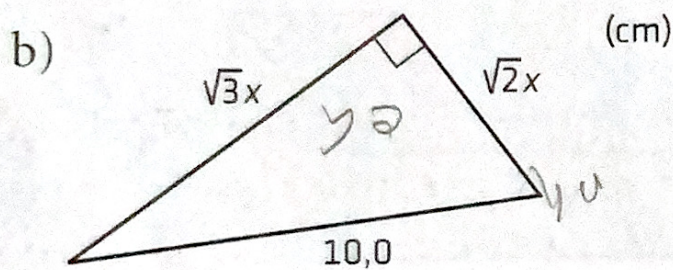
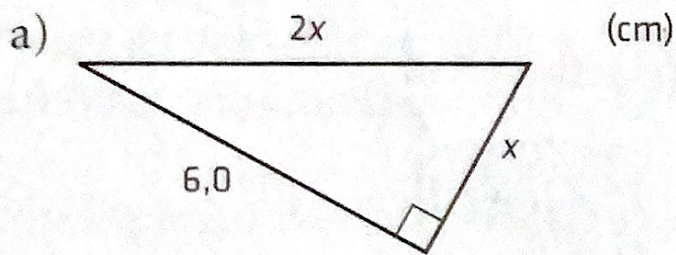


22 Visa att de färgade vinklarna är lika stora.

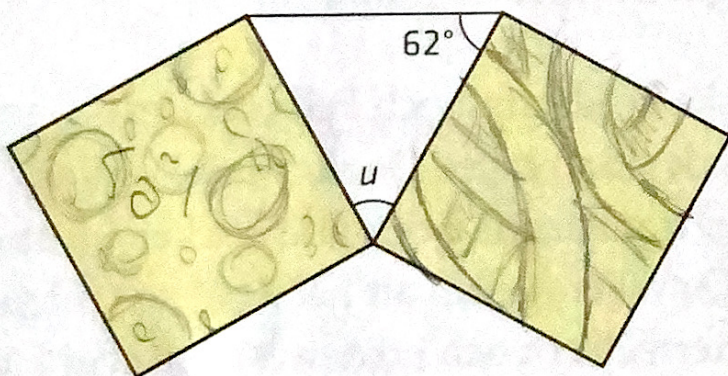


**NIVÅ 2**

23 Bestäm längden av alla sidorna i trianglarna.



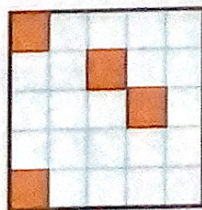
24 Mellan de två lika stora kvadraterna i figuren bildas en triangel. Hur stor är vinkeln  $u$ ?



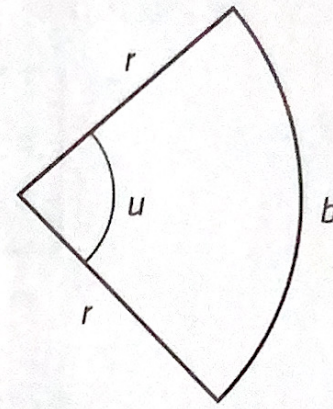
25 I en likbent triangel är en av vinklarna 15 grader större än en annan vinkel. Beräkna triangelns alla vinklar.

26 Hypotenusan i en rätvinklig triangel är 17 cm. Den ena kateten är dubbelt så lång som den andra. Hur långa är kateterna?

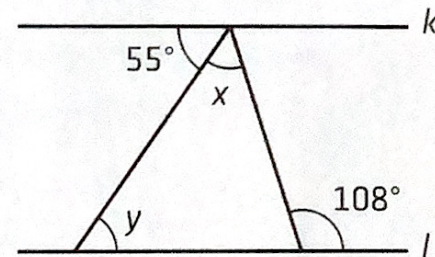
27 Rita av figuren och komplettera den med 4 rutor så att den blir spegelsymmetrisk och rotationssymmetrisk med  $90^\circ$ .



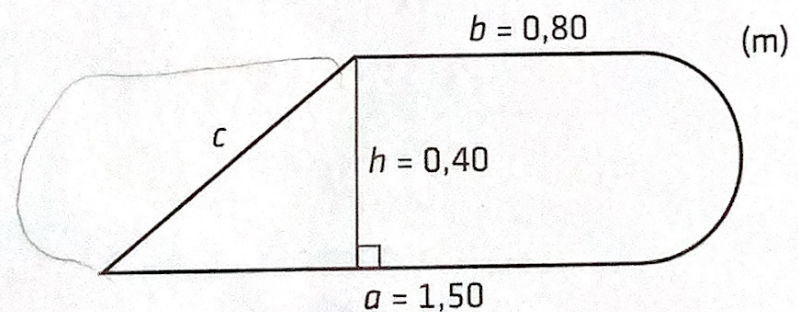
28 I figuren är cirkelbågens längd  $b = 12$  cm. Cirkelns radie är  $r = 7$  cm. Bestäm vinkeln  $u$ .



29 I figuren är linjerna  $k$  och  $l$  parallella. Bestäm vinklarna  $x$  och  $y$ .

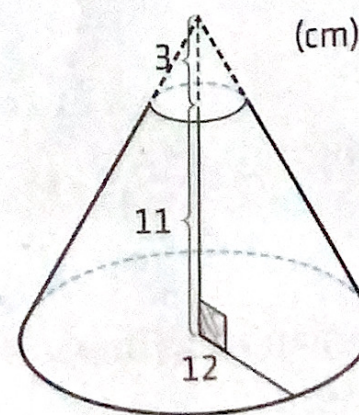


30 Anders studerar på konstfack. Hans examensarbete är en kombinerad rutschkana och förvaringslåda. Han har gjort en ritning som visar prylen från den ena sidan. Den sidan ska målas i rosa eller ljusblått och kanten ska kläs in med en gummilist. Beräkna arean som ska målas och hur lång gummilist som behövs.



31 Rita en figur som är både spegelsymmetrisk och rotationssymmetrisk med  $120^\circ$ .

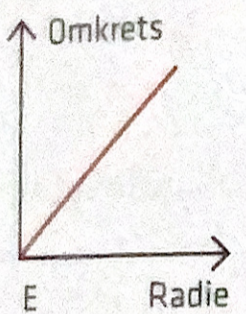
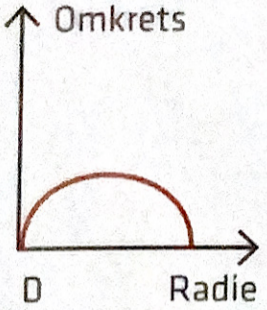
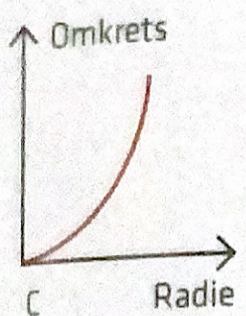
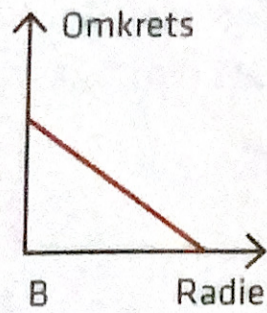
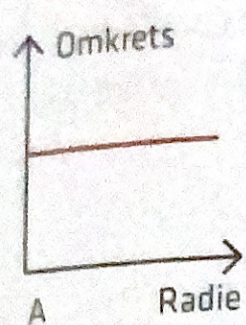
32 Konen i figuren kapades parallellt med basen. Beräkna volymen av den återstående delen.



33 En grekisk olivodlare vill sälja olivolja i halvlitersförpackningar som av praktiska skäl ska ha formen av ett rätblock. Vilka olika mått kan rätblocket ha? Svara med två exempel.



34 Vilken av följande grafer visar sambandet mellan cirkelns omkrets och dess radie?

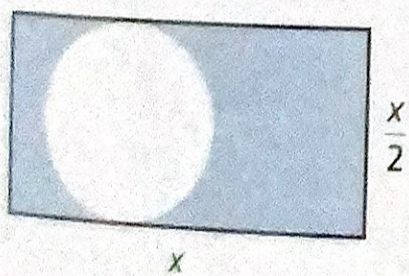


(NP MaA vt 2005)

35 Fyll i lämpliga påståenden i de tomma rutorna, så att symbolen gäller mellan påståendena.

- a) "... " → hon är född i augusti
- b) "... " → fyrhörningens motstående vinklar är lika stora

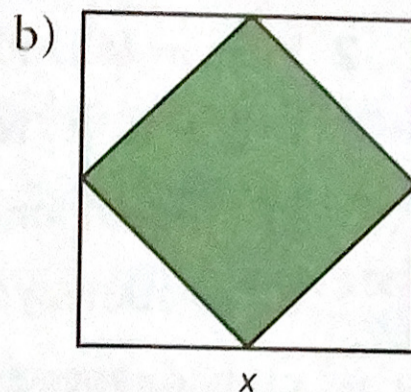
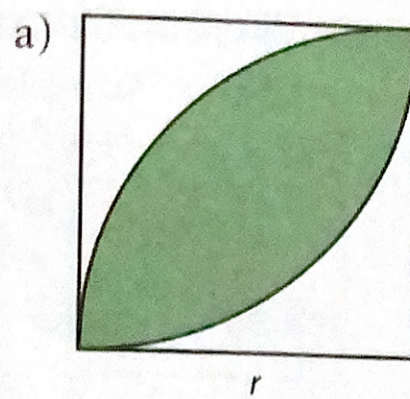
36 Visa att cirkelns area upptar  $\frac{\pi}{8}$  av rektangelns area.



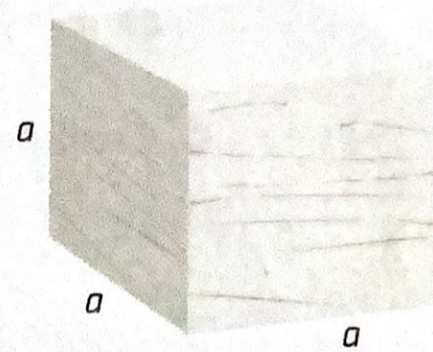
### NIVÅ 3

37 Finns det något samband mellan antalet hörn i en månghörning och månghörningens vinkelsumma? Försök finna en formel för att beräkna vinkelsumman i en månghörning. Motivera dina svar.

38 Beräkna andelen av det färgade områdets area i varje figur.

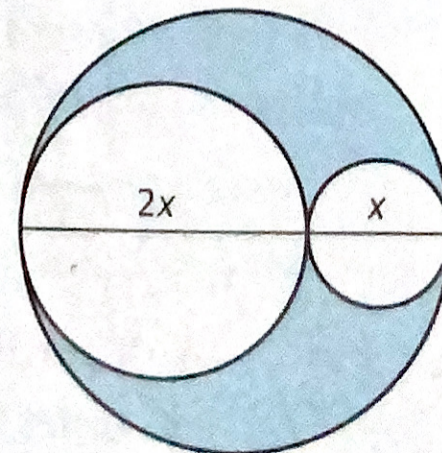


39 Simon har ritat en cirkelbåge med medelpunkten i vinkelspetsen mellan två vinkelben. Cirkelbågens längd är lika med summan av längden av de två vinkelbenen. Hur stor är vinkeln mellan vinkelbenen?



40 Michelangelo fick i uppdrag av påven att hugga ut det största möjliga marmorklotet ur en marmorkub. Beräkna förhållandet mellan klotets och kubens volymer.

41 Beräkna kvoten mellan det färgade områdets area och hela cirkelns area.



42 Visa att i en liksidig triangel med sidan  $a$  gäller

$$\text{Area} = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot a^2$$