

30 Teckna uttrycket som beskrivs av $\sum_{n=4}^7 2n$

$$\underline{2(4+5+6+7) = 44}$$

$$30, \quad n \cdot \frac{a_1 + a_n}{2} = 4 \cdot \frac{8 + 14}{2} = 44$$

31 Sidan i en kvadrat är 7,5 cm längre än sidan i en annan kvadrat. Arean hos den större kvadraten är 131,25 cm². Hur långa är kvadraternas sidor?

$$31, \quad (x + 7,5)^2 = 131,25$$

$$x + 7,5 = \pm \sqrt{131,25} = 11,46 \Rightarrow$$

$$\underline{x \approx 4,0 \text{ cm}}$$

$$\underline{x + 7,5 = 11,5 \text{ cm}}$$

32 Förenkla uttrycken så långt som möjligt

a) $\frac{a}{2} - \frac{4b}{5} - \frac{a}{4} + \frac{2b}{5}$

b) $\frac{6a+2}{9} - \frac{7-2a}{6}$

32. a) $\underline{\frac{a}{4} - \frac{2b}{5}}$

b) $\underline{\frac{6(6a+2) - 9(7-2a)}{54} = \frac{54a-51}{54} = a - \frac{17}{18}}$

33 Lös ekvationerna

a) $\frac{5x}{6} - \frac{3}{8} = \frac{11}{24} + \frac{5x}{12}$

b) $\frac{1}{2x} + \frac{2}{3} = \frac{13}{15}$

33. a) $20x - 9 = 11 + 10x$

$$10x = 20$$

$$\underline{x = 2}$$

b) $15 + 20x = 26x$

$$6x = 15$$

$$\underline{x = \frac{5}{2}}$$

34 Skriv uttrycket $9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19$ med hjälp av summatecken.

$$34. \quad \sum_{n=1}^6 (2n+7)$$

35 Karin cyklar till Emma för att hämta en bok. Hennes medelfart är 25 km/h. Hon pratar med Karin i 15 minuter och cyklar sedan hem igen. Eftersom hon har motvind så är hennes medelfart nu bara 20 km/h. Hon är hemma igen efter 42 minuter. Hur långt har hon cyklat?

35.

$$\left. \begin{array}{l} s = 25 \cdot t_1 \\ s = 20 \cdot t_2 \end{array} \right\} \Rightarrow t_2 = \frac{25}{20} \cdot t_1$$

$$t_1 + \frac{15}{60} + t_2 = \frac{42}{60}$$

$$\frac{60}{60} t_1 + \frac{15}{60} + \frac{75}{60} t_1 = \frac{42}{60} \Rightarrow$$

$$135 t_1 = 27 \Rightarrow$$

$$t_1 = 0,2 \text{ h}$$

$$s = 2 \cdot 25 \cdot 0,2 = 10 \text{ km}$$

36 Kerstin tycker om att vandra i bergen och är också intresserad av matematik. På en vandring noterar hon att det är 11 grader varmt i dalen på 1 587 meters höjd över havet. Vid hyttan på toppen 2 446 meter över havet visar termometern 4 °C. Kerstin bedömer att temperaturen sjunker med konstant hastighet beroende på höjden över havet. Hon vill konstruera en formel som visar temperaturen T °C vid höjden h meter över havet. Hjälp Kerstin att konstruera formeln.

$$-19,9 +$$

$$36. \quad k = \frac{11 - 4}{1587 - 2446} = -8,15 \cdot 10^{-3} \text{ °C/m}$$

$$T - T_1 = k(h - h_1)$$

$$T - 11 = -8,15 \cdot 10^{-3} \cdot h + 8,15 \cdot 10^{-3} \cdot 1587 \Rightarrow$$

$$\underline{T(h) = -8,15 \cdot 10^{-3} \cdot h + 23,9}$$

37 Beräkna värdet av uttrycken för $a = 3$ och $b = -2$.

a) $a - 7$ b) $ab + b^2$ c) $\frac{a}{b} + ab^2$

$$37. \quad a) \quad 3 - 7 = \underline{-4}$$

$$b) \quad 3 \cdot (-2) + (-2)^2 = -6 + 4 = \underline{-2}$$

$$c) \quad \frac{3}{-2} + 3 \cdot (-2)^2 = \frac{24 - 3}{2} = \underline{\frac{21}{2}}$$

38 Ron har fått nedanstående uppgift:

"Albus är 3 år äldre än sin bror Severus. Deras syster Minerva är dubbelt så gammal som Albus. Tillsammans är de 29 år. Hur gammal är Albus?"

Ron väljer att lösa uppgiften med hjälp av en ekvation och hans lösning ser ut så här:

$$x + (x - 3) + 2x = 29$$

$$x + x - 3 + 2x = 29$$

$$4x - 3 = 29$$

$$4x = 32$$

$$x = 8$$

$$\text{Svar: } x = 8$$

Ge Ron återkoppling på lösningen. Vad har han gjort som är bra? Vad kan förbättras?

38. Lösningen är tydlig och strukturerad.
Borde kanske angett att $x = \text{Albus ålder}$.

39 Den effekt som man kan få ut från ett vindkraftverk beskrivs av formeln $P = 0,5 \cdot \rho \cdot A \cdot v^3$, där P är effekten i W, ρ luftens densitet som kan sättas till $1,225 \text{ kg/m}^3$, A sveparean i m^2 som beror på vingarnas längd och v vindhastigheten i m/s .

- Hur stor effekt ger ett vindkraftverk med sveparean $2\,125 \text{ m}^2$ när vindhastigheten är 6 m/s ?
- Hur mycket ökar effekten om vindhastigheten ökar till 10 m/s ?
- Man ska bygga ett vindkraftverk som ska ge effekten $3,3 \text{ MW}$ när vindhastigheten är 12 m/s . Hur stor måste sveparean vara?
- Vilken vindhastighet krävs för att effekten ska bli $2,0 \text{ MW}$, om sveparean är $2\,500 \text{ m}^2$?

39. a) $P = 0,5 \cdot 1,225 \cdot 2125 \cdot 6^3 = \underline{281 \text{ kW}}$

b) $\left(\frac{10}{6}\right)^3 = 4,63$ ggr till $\underline{1300 \text{ kW}}$

c) $A = \frac{P}{0,5 \rho \cdot v^3} = \frac{3,3 \cdot 10^6}{0,5 \cdot 1,225 \cdot 12^3} = \underline{3100 \text{ m}^2}$

d) $v = \left(\frac{P}{0,5 A \rho}\right)^{1/3} = \left(\frac{2 \cdot 10^6}{0,5 \cdot 2500 \cdot 1,225}\right)^{1/3} = \underline{11 \text{ m/s}}$

40 En sorts smågodis kostar 8 kr/hg och en annan 6 kr/hg. Gustav köper sammanlagt 5 hg och får betala 34 kr. Hur mycket har han köpt av varje sort?

40.

$$\begin{cases} 8x + 6y = 34 \\ x + y = 5 \end{cases}$$

$$2x = 4$$

$$\underline{x = 2 \text{ hg}, y = 3 \text{ hg}}$$

- 41 a) Beräkna summan av de 10 första positiva heltalen.
b) Beräkna summan av de 100 första positiva heltalen.
c) Beräkna summan av de 1 000 första positiva heltalen.
d) Finn ett mönster i uppgift a)–c) och gissa summan av de 10 000 första positiva heltalen.
e) Beräkna summan som nämns i uppgift d).

Antalet mellanliggande
nollor är $\frac{n}{10}$.

41. a) $10 \cdot \frac{10+1}{2} = \underline{55}$

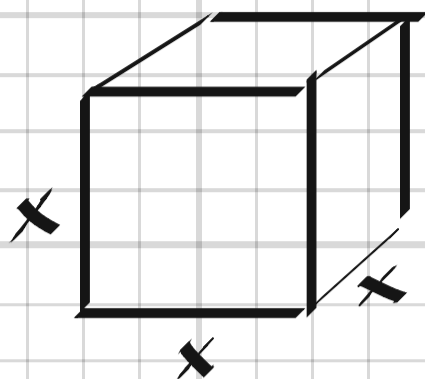
b) $100 \cdot \frac{100+1}{2} = \underline{5050}$

c) $1000 \cdot \frac{1000+1}{2} = \underline{500500}$

d) $n \cdot \frac{n+1}{2}$ e) $10000 \cdot \frac{10000+1}{2} = \underline{50005000}$

42 En kubformad låda med lock har volymen 60 dm^3 . Hur stor volym har en likadant formad låda utan lock, om man använder lika mycket material som till lådan med lock?

42.



$$x = 60^{\frac{1}{3}} = 3,915 \text{ dm}$$

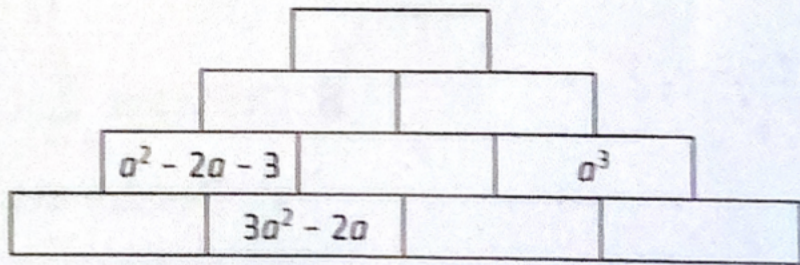
$$\text{Materialyta med lock} = 6x^2 = 6 \cdot 3,915^2 = 91,96 \text{ dm}^2$$

y = sidlängd på låda utan lock

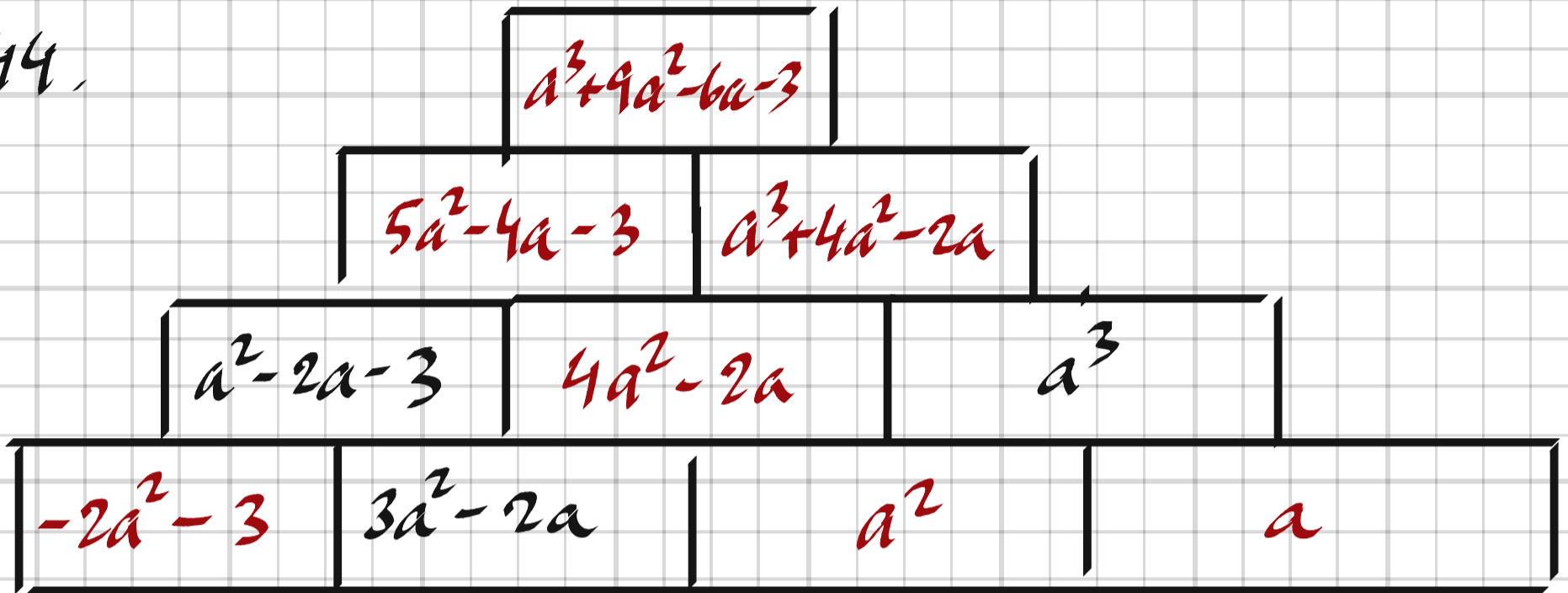
$$5y^2 = 91,96 \Rightarrow y = 18,39^{\frac{1}{2}} = 4,29 \text{ dm}$$

$$\text{Volymen} = y^3 = 4,29^3 \approx 79 \text{ m}^3$$

44 Fyll i de tomma fälten. Uttrycket i ett fält är summan av uttrycken i de två fält det står på.



44.



45 På ett matteprov stod frågan:

Hur många termer ska ingå i den aritmetiska summan $16 + 14 + 12 + \dots$ för att summan ska bli 60?

Både Gert och Adam har löst uppgiften, men kommit fram till olika svar. Ändå har båda gjort rätt. Hur har det gått till?

45.

$$n \cdot \frac{16 + 18 - 2n}{2} = 60$$

$$34n - 2n^2 = 120 \quad ; \quad n^2 - 17n + 60 = 0 \quad \Rightarrow$$

$$n = \frac{17 \pm \sqrt{17^2 - 4 \cdot 60}}{2} = \frac{17 \pm 7}{2}$$

$$n_1 = 5, \quad n_2 = 12$$

Svar: Både 5 och 12 termer ger summan 60. 12 termer inkluderar neg. termer