

31 Arean av Norges landyta är $385\,610\text{ km}^2$ (inklusive Svalbard), och dess invånarantal var 4,9 miljoner i januari år 2011. Sverige hade en area på $449\,960\text{ km}^2$ och 9,4 miljoner invånare vid samma tidpunkt.

- Bestäm antalet värdesiffror som har använts för att ange ländernas yta.
- Vilken är skillnaden mellan det genomsnittliga antalet invånare per kvadratkilometer?

31. a) 5 värdesiffror

$$b) \frac{9,4 \cdot 10^6}{449\,960} - \frac{4,9 \cdot 10^6}{385\,610} \approx \underline{8 \text{ inv/km}^2}$$

32 Hur stort är avståndet på tallinjen mellan ett tal och dess dubbla motsatta tal?

32. $x - (-2x) = 3x$ (3 ggr talet)

33 Bestäm två heltal a och b , ($a \neq b$), så att $a \cdot a = 36$ och $b \cdot b = 36$

33. $a=6, b=-6$

34 Skriv om följande tal från det decimala talsystemet till det hexadecimala talsystemet.

a) 33

b) 5

c) 160

d) 4 567

$$34. \ a) \ 33_{10} = \underline{2} \cdot 16^1 + \underline{1} \cdot 16^0 = \underline{21}_{16}$$

$$b) \ 5_{10} = \underline{5} \cdot 16^0 = \underline{5}_{16}$$

$$c) \ 160_{10} = \underline{10} \cdot 16^1 + 0 \cdot 16^0 = \underline{A0}_{16}$$

$$d) \ 4567_{10} - \underline{1} \cdot 16^3 = 471$$

$$471 - \underline{1} \cdot 16^2 = 215 \quad \Rightarrow \ 4567_{10} = \underline{11D7}_{16}$$

$$215 - \underline{13} \cdot 16^1 = 7$$

$$7 - \underline{7} \cdot 16^0 = 0$$

Alt. method

$$\begin{aligned} 4567 &= 16 \cdot 285 + 7 = \\ &= 16 \cdot (16 \cdot 17 + 13) + 7 \\ &= 16 \cdot (16 \cdot (16 \cdot \underline{1} + \underline{1}) + \underline{13}) + \underline{7} \\ &= \underline{11D7}_{16} \end{aligned}$$

35 En burk som är fylld till $\frac{1}{4}$ med sylt väger 250 g. När burken är fylld till $\frac{3}{4}$ så väger den 350 g. Hur mycket väger den tomma burken?

35. $x =$ vikt av tom burk
 $y =$ vikt av sylt.

$$\begin{array}{r} 3. \left\{ \begin{array}{l} x + \frac{y}{4} = 250 \\ x = \frac{3y}{4} = 350 \end{array} \right. \end{array}$$

$$2x = 400$$

$$\underline{x = 200 \text{ g}}$$

36 Vårens tröjor finns i fyra olika färger: lila, gul, blå och röd. En tredjedel av tröjorna är röda, en fjärdedel är gula, två femtedelar är lila och resten är blå. Beräkna andelen blå tröjor.

36 $x =$ Andelen blå tröjor

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{2}{5} + x = 1 \quad \Rightarrow$$

$$20 + 15 + 24 + 60x = 60$$

$$\underline{x = \frac{1}{60}}$$

37 Bestäm exponenten m i följande likheter

a) $5^m \cdot 5^9 = 5^{17}$

b) $\frac{x^m}{x^2} = x$

c) $\frac{7^3}{7^2} \cdot 7^m = 1$

d) $\frac{a}{a^m} = a^2$

37. a) $5^{m+9} = 5^{17} \Rightarrow \underline{m = 8}$

b) $x^{m-2} = x^1 \Rightarrow \underline{m = 3}$

c) $7^{3-2+m} = 7^0 \Rightarrow \underline{m = -1}$

d) $a^{1-m} = a^2 \Rightarrow \underline{m = -1}$

38 James hittade ett lårben från en dinosaurie och ett fotavtryck i fossil. Längden på fotavtrycket var 40 cm och längden av lårbenet 100 cm. Tidigare hade man på den platsen hittat ben som visade att hela dinosaurien var 700 cm lång.

- Bestäm förhållandet mellan längden på fotavtrycket och dinosauriens längd.
- Sedan hittade James ett fotavtryck till som var 30 cm långt och som han trodde kom från samma art. Hur lång var dinosaurien som lämnat 30-cm avtrycket, om förhållandet var detsamma?
- På samma plats fann han också ett lårben som var 50 cm. Är det troligt att det kan vara från samma dinosaurie som lämnat 30-cm fotavtrycket?

38. a)
$$\frac{40}{700} = \frac{4}{70} = \frac{2}{35}$$

b)
$$\frac{30}{40} \cdot 700 = \underline{525 \text{ cm}}$$

c)
$$\frac{50}{100} \cdot 700 = \underline{350 \text{ cm}} \neq 525 \Rightarrow \text{ej troligt}$$

39 En svala flyger 2 940 m på 3 minuter och 50,2 sekunder. Beräkna svalans medelhastighet i

a) m/s

b) km/h

$$39. \quad a) \quad v = \frac{2940}{60 \cdot 3 + 50.2} = \underline{12.8 \text{ m/s}}$$

$$b) \quad v = 12.8 \cdot 3.6 = \underline{46.0 \text{ km/h}}$$

40 Beräkna och avgör om resultatet är ett primtal

a) $(4^2 + 5 \cdot 3) - (7^2 - 6 \cdot 8 + 1)$

b) $77 + 3^5 + (4^3 - 1)^2 - 8 \cdot 90 + 4$

$$40. \quad a) \quad 16 + 15 - 49 + 48 - 1 = 29$$

$$\sqrt{29} \approx 5.4 \Rightarrow \text{kontroll mot primtal} < 5.4$$

$$29 \text{ ej delbar med } 2, 3 \text{ eller } 5 \Rightarrow \underline{\text{primtal}}$$

$$b) \quad 77 + 243 + 3969 - 720 + 4 = 3573$$

$$\text{Siffersumman} = 3 + 5 + 7 + 3 = 18$$

$$\text{Delbar med } 3 \Rightarrow \underline{\text{ej primtal}}$$

41 Sätt ut parenteser som ändrar räkneordningen så att värdet av uttrycket

$$2^3 \cdot 7 - 9 \cdot 5$$

a) blir så stort som möjligt

b) blir så litet som möjligt

41. a) $(2^3 \cdot 7 - 9) \cdot 5 = 47 \cdot 5 = \underline{235}$

b) $2^3(7 - 9 \cdot 5) = 8 \cdot (-38) = \underline{-304}$

42 Eva och Mari har var sin orm. Båda säger att deras orm är 14 dm lång.

a) Betyder det att båda ormarna är precis lika långa?

b) Hur stor skillnad kan det högst vara mellan ormarnas längd?

42. a) Nej, talet är angivet med 2 värdesiffror

b) $14,4999 \dots - 13,5 = 0,999 \dots \text{ dm}$

- 43 Ange två bråk, vars summa är $\frac{7}{16}$
ö Båda bråkenska vara skrivna i enklaste form.

43.
$$\frac{1}{4} + \frac{3}{16}$$

- 44 Vilket bråk ska subtraheras från $\frac{8}{15}$ för att differensen ska bli $\frac{1}{4}$?

44.
$$\frac{8}{15} - x = \frac{1}{4} \Rightarrow x = \frac{4 \cdot 8 - 15}{60} = \frac{17}{60}$$

- 45 Redaktören uppmanar Ellinor att skriva om några tal i artikeln så att den blir mera begriplig. Här är delar av artikeln. Kan du hjälpa Ellinor att klara uppgiften?

”Det känns underbart att bli utvald bland 1 000 000 000 människor till äventyret. Det tog 19 000 timmar att förbereda sig för den 385 000 000 m långa färden.”

”En kubikmeter väte innehåller 26 900 000 000 000 000 000 000 000 atomer och väger $0,9 \cdot 10^{-1}$ kg ... Kosttillskottet som man får innehåller 0,0025 kg vitamin B1, $4,5 \cdot 10^{-6}$ g vitamin B12 och $2,15 \cdot 10^{-4}$ kg magnesium och ... Traktamentet blir ungefär 125 000 kronor ...”

45 en miljard, drygt 2 år, 38500 mil
 $26,9 \cdot 10^{21}$, 90 g, 2,5 g, 4,5 µg,
215 mg, en kvarts miljon

46 Lovid tycker att det är lite knepigt att veta om en nolla ska räknas som en värdesiffra eller inte. Hjälp Lovid genom att förklara varför

- a) den sista nollan i 0,260 är en värdesiffra, men inte nollan som står framför decimaltecknet.
- b) den första nollan i 8 070 säkert är en värdesiffra, men den sista nollan inte självklart är det.

46. a) Efterföljande nollor som decimaler räknas som värdesiffror.

b) Efterföljande nollor i heltalsdelen räknas inte som värdesiffror om talet är avrundat.

47 Bilderna visar additions- och multiplikationstabellerna för ensiffriga tal i bas 2 och 5.

Tabellerna är endast delvis ifyllda.

Bas 2			Bas 2			Bas 5			Bas 5					
+	0	1	·	0	1				·	0	1	2	3	4
0	0	1	0	0		0		2	0		0			
1			1	0		1			1					
						2		4	2				11	
						3			3					
						4		12	4					

- Rita av tabellerna och komplettera genom att fylla i de tomma rutorna.
- Testa gärna att göra additions- och multiplikationstabeller för någon annan bas.

47

+	0	1
0	0	1
1	1	10

·	0	1
0	0	0
1	0	1

+	0	1	2	3	4
0	0	1	2	3	4
1	1	2	3	4	10
2	2	3	4	10	11
3	3	4	10	11	12
4	4	10	11	12	13

·	0	1	2	3	4
0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4
2	0	2	4	11	13
3	0	3	11	14	22
4	0	4	13	22	31

48 Ett hus ökar varje år i värde till $\frac{12}{11}$ av värdet jämfört med året innan. I dag är huset värt 1,2 miljoner kronor.

- a) Hur mycket blir huset värt om två år?
b) Hur mycket var huset värt för tre år sedan?

48. a) $1,2 \cdot \left(\frac{12}{11}\right)^2 = \underline{1,43 \text{ miljoner.}}$

b) $1,2 \cdot \left(\frac{12}{11}\right)^{-3} = \underline{920\,000}$

49 "Ett träd står 21 längdenheter ovan jord och har $\frac{7}{12}$ av dess hela längd under jorden. Hur långt är hela trädet?" (Leonardo från Pisa, 1180–1250, mera känd som Fibonacci)

49. $x = \text{hela längden}$

$$x \cdot \frac{7}{12} = x - 21$$

$$x \left(1 - \frac{7}{12}\right) = 21$$

$$\underline{x = 21 \cdot \frac{12}{5} = 50,4 \text{ l.e}}$$

50 I bas tre får siffrorna till höger om "decimaltecknet" platsvärdena 3^{-1} , 3^{-2} , 3^{-3} etc. Egentligen är det inte korrekt att använda ordet *decimal* när man räknar i bas 3, eftersom decimal är knutet till bas 10. Av praktiska skäl väljer vi här att göra ett lätt missbruk av språket.

- Skriv talet $0,212_{\text{tre}}$ i bas 10. Avrunda till fyra "decimaler".
- Skriv bråket $\frac{1}{3}$ (bas 10) som "decimaltal" i bas 3.
- Skriv bråket $\frac{1}{2}$ (bas 10) som "decimaltal" i bas 3. Avrunda till fyra "decimaler".
- Finn ytterligare några bråk förutom $\frac{1}{3}$ (bas 10) som har ändlig "decimalutveckling" i bas 3.

So. a) $0,212_3 = 2 \cdot 3^{-1} + 1 \cdot 3^{-2} + 2 \cdot 3^{-3} = \frac{2}{3} + \frac{1}{9} + \frac{2}{27} = \underline{0,852}$

b) $\frac{1}{3} = 3^{-1}_{10} = 1 \cdot \frac{1}{3} = \underline{0,1_3}$

c) $\frac{1}{2} = 1 \cdot \frac{1}{3} + 1 \cdot \frac{1}{9} + 1 \cdot \frac{1}{27} + \dots + 1 \cdot \frac{1}{3^n} = \underline{0,11111}$

d) $\underline{\frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}, \frac{1}{3^3} = \frac{1}{27}, \frac{1}{3^4} = \frac{1}{81}}$

51 För vilka positiva heltalsvärden på m och n gäller

$$\frac{(m+1)}{(n+1)} > \frac{m}{n}?$$

$$51, \quad m+1 > \frac{m}{n}(n+1)$$

$$m+1 > m + \frac{m}{n}$$

$$m < n$$

Svar: För alla m och n så länge

kvoten $\frac{m}{n} < 1$
