11 När eleverna frågade matematikläraren hur gammal han var svarade han: Vi är fem i familjen och medelåldern är 28 år. Om vi räknar bort mig är medelåldern 21 år. Hur gammal var läraren?

11. $\frac{21 \cdot 4 + x}{5} = 28$; $84 + x = 140 \Rightarrow$

$x = \underline{56}$ år

---

12 Vid en stickprovskontroll av spik mätte man 100 spikar. Medellängden var 75 mm och standardavvikelsen 1 mm. På paketet står längd: 75 ± 2 mm. Hur många procent av de spikar som tillverkas håller inte måttet?

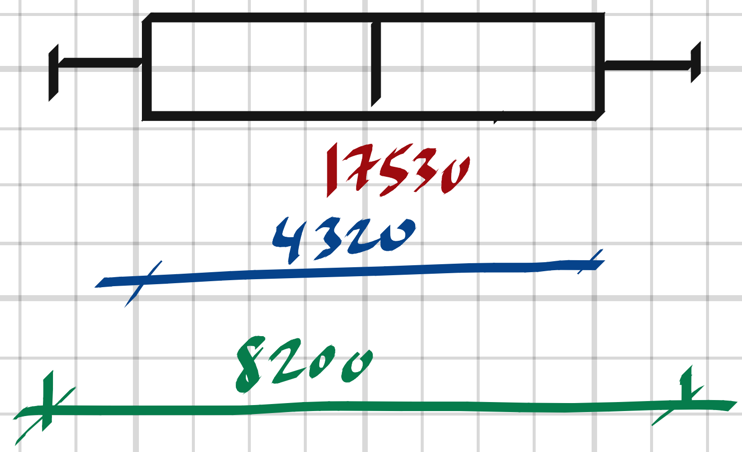
12. $\pm 2\sigma$ motsvarar 95% $\Rightarrow$

$\underline{5\%}$ håller ej måttet

---

13 Gör en uppgift där medianen är 17 530 kr,
ö kvartilavståndet 4 320 kr och variationsbredden
8 200 kr. Beräkna medelvärdet.

13.



Ex. Nio LED-TV har priser enligt nedan. Beräkna medelvärdet.

10 000
13 000
← 13 500
14 000
15 000
17 530
17 640
17 770
← 17 820
17 870
18 200

Summan $\Sigma = 141\,010$ kr

Antalet $n = 9$

$$\bar{x} = \frac{\Sigma}{n} = \frac{141010}{9} = 15668 \text{ kr}$$

14 Vid ett företag får alla anställda en bonus på 2 000 kr. Hur förändras medelvärde, median, variationsbredd och kvartilavstånd på de anställdas inkomst?

14. Både medelvärde och median ökar med 2000 kr

Variationsbredd och kvartilavstånd ändras ej

---

15 Mia ska hyra bil en vecka för en semesterresa. I tabellen ser du kostnaden för bilhyra för olika körsträckor.

Körsträcka (mil)	18	25	32	45	52
Kostnad (kr)	1 646	1 730	1 814	1 970	2 054

a) Anpassa en rät linje där kostnaden är en funktion av körsträckan. Skriv linjens ekvation.

b) Vilken är milkostnaden?

c) Vilken är den fasta kostnaden?

d) Vad kostar det att hyra en bil och köra 50 mil?

15.

a) Geogebra fitline() $\Rightarrow$ $\underline{y = 12x + 1430}$

b) Milkostnaden = <u>12 kr</u>

c) Fasta kostnaden = <u>1430 kr</u>

d) $y(50) = 12 \cdot 50 + 1430 = \underline{2030 \text{ kr}}$

16 Beräkna och jämför standardavvikelse, variationsbredd och kvartilavstånd på följande serier av stickprov.

Serie A	5,7	4,4	5,6	3,5	5,4	3,9	5,5
Serie B	4,6	5,4	8,6	5,7	6,8	5,0	7,7

16. Serie A

u.kv median ö.kv

Sorterad vektor = (3.5, 3.9, 4.4, 5.4, 5.5, 5.6, 5.7)

Summa $\Sigma = 34$, Antal $n = 7$

$$\bar{x} = \frac{\Sigma}{n} = 4.857$$

$x-\bar{x}$	$(x-\bar{x})^2$
−1.357	1.842
−0.957	0.916
−0.457	0.209
0.543	0.295
0.643	0.413
0.743	0.552
0.843	0.710

$\Sigma(x-\bar{x})^2$: 4.937

Variationsbredd = 5.7 − 3.5 = 2.2

Kvartilavståndet = 5.6 − 3.9 = 1.7

Standardavv. $s = \left(\frac{\Sigma(x-\bar{x})^2}{n-1}\right)^{1/2} = \left(\frac{4.937}{6}\right)^{1/2} = 0.91$

Samma förfarande för Serie B.

Alternativ lösning i Geogebra

L1 = {5.7, 4.4, 5.6, 3.5, 5.4, 3.9, 5.5}

Maxvärde = max(L1) = 5.7

Minvärde = min(L1) = 3.5

Variationsbredd = max(L1) - min(L1) = 2.2

Undre kvartil = quartile1(L1) = 3.9

Övre kvartil = quartile3(L1) = 5.6

Kvartilavståndet = quartile3(L1) - quartile1(L1) = 1.7

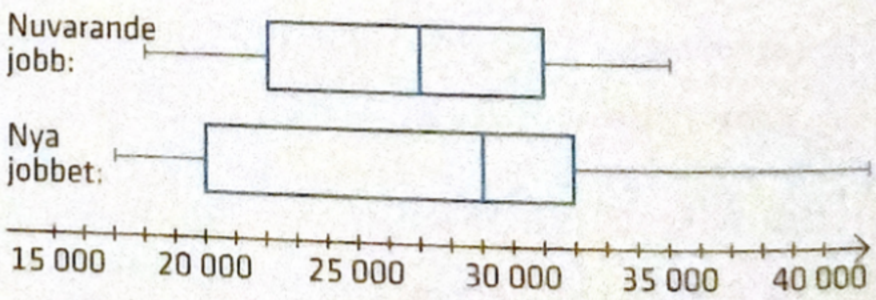
Medelvärde = mean(L1) = 5.4

Std. avvikels för stickprov = stdev(L1) = 0.91

Std. avvikelse för total = stdevp(L1) = 0.84

---

17 Fredrik ska byta jobb och är kallad till anställ-
ö ningsintervju. Han vill gärna ha högre lön än han har nu och för att ta reda på vad han bör begära så jämför han lönerna på den nya arbetsplatsen med hans nuvarande. Medelvärdet är detsamma och de båda arbetsplatserna har ungefär lika många anställda. Lönespridningen visas med hjälp av lådagrammen.



a) Jämför lönerna på de två arbetsplatserna.

b) Vad tycker du att han ska begära i lön om han tjänar 28 000 kr på sin nuvarande arbetsplats?

a) Nya jobbet har högre maxlön, median, kvartilavstånd och variationsbredd. Lönespridningen är alltså större.

b) Då han ligger på medianen på sitt nuvarande jobb är det väl rimligt att försöka göra det även på det nya, dvs 30 000 kr eller kanske lite högre än så.

18 En lärare gjorde ett stickprov på 10 elevers resultat av ett prov i matematik och på resultatet av ett prov i engelska för samma elever. Proven hade samma maxpoäng.

Matematik (poäng)	Engelska (poäng)
52	42
18	39
31	60
68	54
78	61
16	58
94	46
40	49
75	60
64	67

a) Beräkna medelpoängen och standardavvikelsen för de båda proven.

b) Jämför resultaten på de båda proven.

18 a) Beräknad med Geogebra

μ = mean( ) , s = stdev( )

Matematik: $\mu = 53.6$ $s = 26.6$

Engelska: $\mu = 53.6$ $s = 9.2$

b) Medelvärdet är samma men spridningen är större på matteprovet.

19 Mario åker buss till skolan. Han behöver 35 minuter på sig för att komma i tid. En vecka mäter han den tid det tar för honom att åka till skolan.

Dag	Må	Ti	Ons	To	Fr
Restid (min)	25	20	24	33	27

Antag att restiden är oberoende av veckodag och att den är normalfördelad. Hur stor är risken att han kommer för sent?

Alt. enklare lösning:

35 motsvarar ungefär

$\mu + 2s$ vilket ger $\approx 95\%$

$\frac{1-0.95}{2} = 2.5\%$

19.

Beräknad med Geogebra

$\mu = \text{mean}(\ ) = 25.8$

$s = \text{stdev}(\ ) = 4.76$

Sannolikheten för att komma försent

$P = 1 - \text{normal}(\mu, s, 35) = 0.0267 \approx \underline{2.7\%}$

Beräknad med Normalfördelningsfunktion.

$$f(x) = \frac{1}{s\sqrt{2\pi}} e^{\frac{(x-\mu)^2}{2s^2}}$$

$$P = 1 - \int_0^{35} f(x)\,dx = 0.0267 \approx \underline{2.7\%}$$

20 Fabian och Felix är klubbkompisar och tävlar mot varandra i bågskytte. Här följer en sammanställning av deras resultat

Fabian	10	7	8	6	10	9	8	6	10	5
Felix	9	10	7	6	10	8	5	7	7	10

Eftersom båda har samma totalpoäng, bestämmer de att den som har det jämnaste resultatet ska utnämnas till segrare. Vem vann?

20.

Variationsbredd

Fabian: $10-5=5$
Felix: $10-5=5$
$\Rightarrow$ kan ej avgöra

Kvartilavstånd

Beräknad med Geogebra:

Fabian: quartile3()-quartile1() = 4
Felix: quartile3()-quartile1() = 3
$\Rightarrow$

Felix vann

21 De åtta snabbaste löparna i Stockholm Marathon 2011 hade följande sluttider:

2:14:07	2:15:09	2:19:35	2:22:38
2:14:23	2:19:34	2:20:05	2:22:51

a) Bestäm kvartilavståndet.

b) Bestäm standardavvikelsen.

21. Gör om tiderna till antal sekunder

$h \cdot 3600 + m \cdot 60 + s \implies$

$L1 = \{8047, 8109, 8375, 8558, 8063, 8374, 8405, 8571\}$

Geogebra ger

Kvartilavståndet = quartile3(L1) − quartile1(L1) = 396 s =

= 6 min 35 s

Standardavvikelsen = stdev(L1) = 213 s = 3 min 33 s

22 Sara kör 12,5 mil för att hälsa på en kompis. Under de första 9 milen är hennes medelhastighet 93 km/h. Sedan minskar medelhastigheten till 68 km/h. Beräkna medelhastigheten på hela sträckan.

22.

$$t_1 = \frac{s_1}{v_1} = \frac{90}{93}\,h = 0{,}9677\,h$$

$$t_2 = \frac{s_2}{v_2} = \frac{125-90}{68}\,h = 0{,}5147\,h$$

$$t = t_1 + t_2 = 1{,}4824\,h$$

$$v_m = \frac{s}{t} = \frac{125}{1{,}4824} = 84{,}32 = \underline{84\ km/h}$$

---

23 De fem talen 5, 2, *x*, 7 och 6 är alla heltal.

a) Vilka värden får medianen för olika värden på *x*? Motivera.

b) För vilka värden på *x* får de fem talen samma värde på median och medelvärde?

2, 5, 6, 7

a)

x	m
≤ 5	5
≥ 6	6

b)

$$\mu = \frac{2+5+6+7+x}{5} = \frac{20+x}{5}$$

$$m = 5 \Rightarrow \frac{20+x}{5} = 5 \Rightarrow \underline{x = 5}$$

$$m = 6 \Rightarrow \frac{20+x}{5} = 6 \Rightarrow \underline{x = 10}$$
