

29 Bestäm talet b så att linjen genom punkterna med koordinaterna $(1, b)$ och $(3, 3b)$ har riktningskoefficienten 5.

$$29. \quad k = \frac{3b - b}{3 - 1} = \frac{2b}{2} = \underline{b} = 5$$

30 Genom tre av punkterna med koordinaterna $(0, 13)$, $(6, 16)$, $(-20, 1)$ och $(100, 63)$ kan man dra en linje. Vilka?

$$30. \quad k_1 = \frac{16 - 13}{6 - 0} = \frac{1}{2} ; \quad k_2 = \frac{1 - 13}{-20 - 0} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$$

$$k_3 = \frac{63 - 13}{100 - 0} = \frac{50}{100} = \frac{1}{2} ; \quad k_4 = \frac{1 - 16}{-20 - 6} = \frac{15}{26}$$

$$k_5 = \frac{63 - 1}{100 - 20} = \frac{62}{80} = \frac{31}{40} ; \quad k_6 = \frac{63 - 16}{100 - 6} = \frac{47}{94} = \frac{1}{2}$$

k -värdena där punkten $(-20, 1)$ avviker från de andra som ger $k = \frac{1}{2}$.

Punkterna

$(0, 13), (6, 16), (100, 63)$

Linjens ekvation blir:

$$y - y_1 = k(x - x_1)$$

$$y = \frac{1}{2}(x - 0) + 13$$

$$y = \frac{1}{2}x + 13$$

31 En rät linje med riktningskoefficienten -1 går genom punkten med koordinaterna $(1, 4)$. Ange koordinaterna för linjens skärningspunkt med x -axeln.

$$31. \quad y - y_1 = k(x - x_1)$$

$$y = -1(x - 1) + 4$$

$$y = -x + 5$$

$$y = 0 \Rightarrow \text{skärningspunkten } \underline{(5, 0)}$$

32 Ange ett värde på konstanten a så att ekvations-systemet

$$\begin{cases} y = -3x + 1 \\ 2y - ax = 4 \end{cases}$$

saknar lösning.

$$32. \quad \begin{cases} y = -3x + 1 \\ y = \frac{a}{2}x + 2 \end{cases}$$

Lösning saknas då k -värdet "är lika",
dvs linjerna är parallella \Rightarrow

$$\frac{a}{2} = -3$$

$$\underline{a = -6}$$

33 En rät linje går genom punkterna med koordinaterna (6, 7) och (-1, 2). En annan rät linje går genom punkterna med koordinaterna (9, 4) och (4, 11). Är linjerna vinkelräta mot varandra?

$$33. \quad k_1 = \frac{7-2}{6-(-1)} = \frac{5}{7}$$

$$k_2 = \frac{11-4}{4-9} = -\frac{7}{5}$$

$$k_1 = -\frac{1}{k_2} \Rightarrow \text{Ja, de är vinkelräta.}$$

34 Lös ekvationssystemen

$$a) \begin{cases} 3x - 6y = 5 \\ 6x - 9y = 8 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 5x + 3y = 23 \\ 2x + 4y = 12 \end{cases}$$

$$a) \quad \begin{array}{r} -2 \cdot \{ 3x - 6y = 5 \\ + \quad \{ 6x - 9y = 8 \end{array}$$

$$3y = -2 \Rightarrow \underline{y = -\frac{2}{3}}$$

$$3x + 6 \cdot \frac{2}{3} = 5$$

$$3x = 1 \Rightarrow \underline{x = \frac{1}{3}}$$

$$b) \quad \begin{array}{r} -2 \cdot \{ 5x + 3y = 23 \\ + \quad 5 \cdot \{ 2x + 4y = 12 \end{array}$$

$$14y = -6 \Rightarrow \underline{y = -\frac{3}{7}}$$

$$2x - 4 \cdot \frac{3}{7} = 12$$

$$2x = \frac{12 + 84}{7} = \frac{96}{7} \Rightarrow \underline{x = \frac{48}{7}}$$

4,1

35 Skriv linjernas ekvationer i k-form.

a) $\frac{y-2}{2} = x$

b) $3(2x-7) = \frac{y+1}{2}$

c) $\frac{y-4}{5} - 2(3x+2) = 2$

35. a) $y = 2x + 2$

b) $(6x-21) \cdot 2 = y+1$

$$12x - 42 = y + 1$$

$y = 12x - 43$

c) $y - 4 - 10(3x+2) = 10$

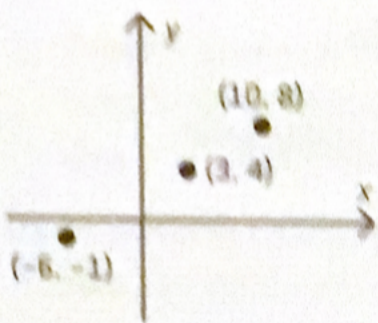
$$y - 4 - 30x - 20 = 10$$

$y = 30x + 34$

36 Ralf påstår att ekvationerna $y = x^2 = 0$ och $x^2 - y = 0$ beskriver samma kurva. Har han rätt eller fel? Motivera ditt svar.

36. Ja, bägge är omskrivningar av $y = x^2$

37 I ett koordinatsystem finns de tre punkter som markerats i figuren. Wilma anser, att dessa tre punkter ligger på en rät linje. Madeleine menar, att punkterna inte alls ligger på en rät linje utan att det bara ser ut så. Undersök vem som har rätt.



(Np MaB vt 2002)

$$37. \quad k_1 = \frac{8 - (-1)}{10 - (-6)} = \frac{9}{16}$$

$$k_2 = \frac{8 - 4}{10 - 3} = \frac{4}{7}$$

$k_1 \neq k_2 \Rightarrow$ Punkterna kan ej ligga på samma linje.

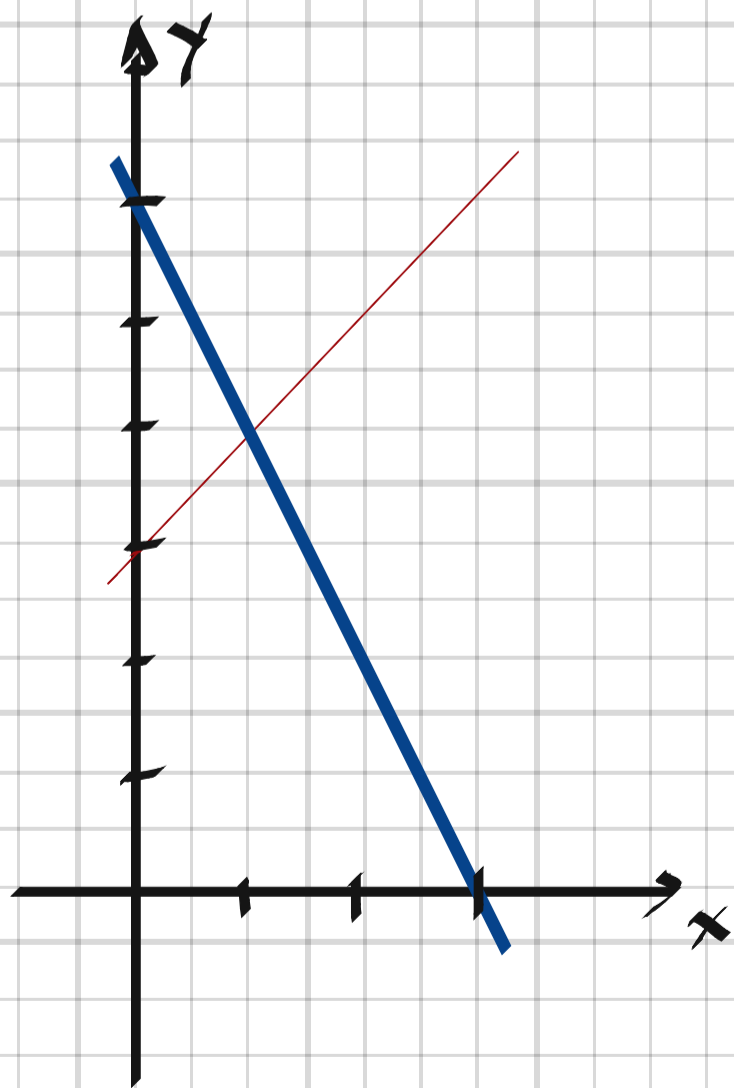
38 Bestäm arean av det område som begränsas av linjerna $y = x + 3$, $y = -2x + 6$ och de båda positiva koordinataxlarna.

Ma3

38.

$$\int_0^1 (x+3) dx + \int_1^3 (-2x+6) dx =$$

$$\frac{1}{2} + 3 - 9 + 18 + 1 - 6 = 7\frac{1}{2}$$



utan kunskap om integral
återstår att räkna rutor.

39 Kostnaden för att hyra en bil består av en fast avgift och en kilometerkostnad. Hos en firma kostar det 300 kr att hyra bilen och köra 50 km. Samma firma tar 350 kr för 75 km. Beräkna den fasta avgiften och kilometerkostnaden.

$$39. (50, 300) ; (75, 350)$$

$$k = \frac{350 - 300}{75 - 50} = \frac{50}{25} = 2$$

$$y - y_1 = k(x - x_1)$$

$$y - 300 = 2(x - 50)$$

$$y = 2x + 200 \Rightarrow$$

Kilometerkostnaden = 2 kr

Fasta avgiften = 200 kr

40 Bestäm konstanterna a och b så att ekvationssystemet

$$\begin{cases} ay + bx = 0 \\ 2ay + \frac{bx}{6} = 11 \end{cases}$$

har lösningen

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}$$

40.

$$\begin{array}{r} 2 \cdot \begin{cases} 3a + b = 0 \\ 6a + \frac{b}{6} = 11 \end{cases} \\ \hline 2b - \frac{b}{6} = -11 \end{array}$$

$$12b - b = -66$$

$$b = -\frac{66}{11} = -6 \Rightarrow a = -\frac{b}{3} = -\frac{-6}{3} = 2$$

$$\underline{(a, b) = (2, -6)}$$

41 Punkten $(a, 5)$ ligger lika långt från punkten $(4, 2)$ som från $(2, 3)$. Bestäm talet a .

$$41. \quad d_1^2 = (5-2)^2 + (a-4)^2$$

$$d_2^2 = (5-3)^2 + (a-2)^2$$

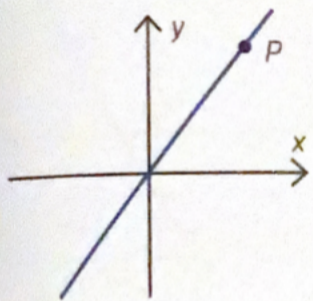
$$d_1 = d_2 \Rightarrow d_1^2 = d_2^2 \Rightarrow (5-2)^2 + (a-4)^2 = (5-3)^2 + (a-2)^2$$

$$9 + a^2 - 8a + 16 = 4 + a^2 - 4a + 4$$

$$4a = 17$$

$$a = \frac{17}{4} = 4\frac{1}{4} = 4,25$$

42 På linjen $y = 2x$ finns en punkt P vars avstånd till origo är 24 längdenheter. Beräkna punkten P 's x -koordinat, $x > 0$.



(Np MaB ht 1998)

$$42. \quad y^2 + x^2 = 24^2$$

$$(2x)^2 + x^2 = 24^2$$

$$5x^2 = 24^2 \Rightarrow x = \pm \frac{24}{\sqrt{5}} \approx 10,7$$

43 Bestäm koordinaterna för de punkter på linjen med ekvationen $y = x$ vars avstånd till origo är exakt $\sqrt{32}$ längdenheter.

$$43. \quad x^2 + y^2 = 32$$

$$2x^2 = 32 \Rightarrow x = \pm 4 \Rightarrow y = \pm 4$$

$$\underline{(4,4) \text{ och } (-4,-4)}$$

44 En familj vill hyra bil en dag för att göra en rundresa i Småland. Hos Småbil kostar hyrbilen 456 kr per dag inklusive 100 km och därefter 2,3 kr för varje extra km. Den andra firman, Miljöfordon, tar 345 kr per dag för hyrbilen och 1,5 kr för varje körd km.

- Efter hur många körda km blir bilen billigare att hyra hos Småbil?
- För vilka körsträckor är bilen billigare att hyra hos Småbil?

$$44. \quad \begin{cases} S(>100) = 2.3(x-100) + 456; & S(\leq 100) = 456 \\ M = 1.5x + 345 \end{cases}$$

$$(1) \quad S < M \quad 456 < 1.5x + 345$$

$$x > \frac{111}{1.5} = 74 \text{ km}$$

$$(2) \quad S > M \quad 2.3(x-100) + 456 > 1.5x + 345$$

$$0.8x > 119$$

$$x > \frac{119}{0.8} = 149 \text{ km}$$

45 En handlare vill sälja 100 kg blandfärs för 50 kr/kg. Han blandar den av nötfärs som kostar 62,50 kr/kg och fläskfärs som kostar 48,10 kr/kg. Hur mycket av vardera sorten ska han välja?

45. $x = \text{massa nötfärs}$
 $y = \text{massa fläskfärs}$

$$\begin{cases} 62,50 \cdot x + 48,10 \cdot y = 100 \cdot 50 \\ -62,5 \cdot + = -6250 \\ \hline x + y = 100 \end{cases}$$

$$(48,10 - 62,5) y = 5000 - 6250$$

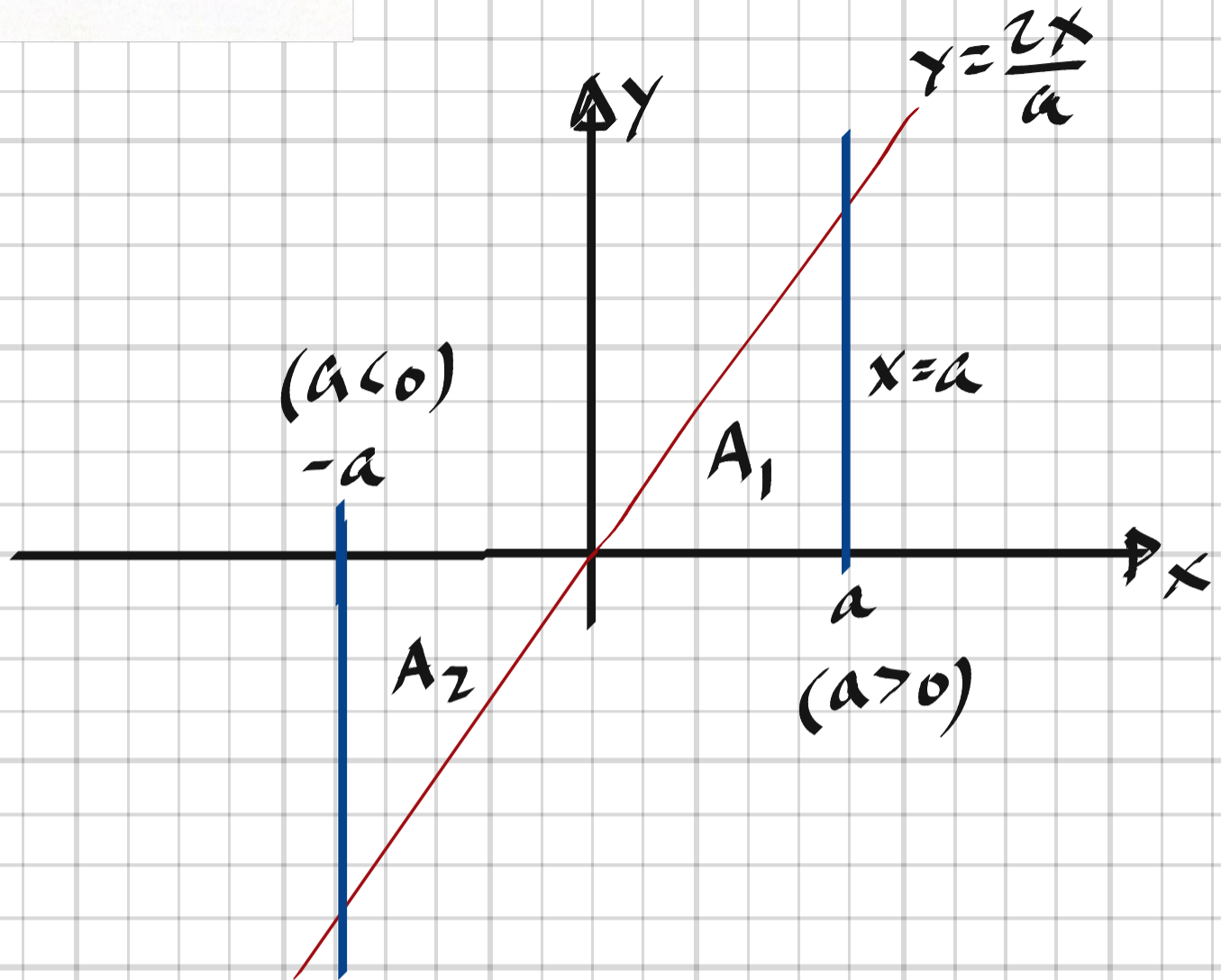
$$y = \frac{-1250}{-14,4} = 86,81 \Rightarrow$$

$$x = 100 - y = 13,19$$

13,2 kg nötfärs, 86,8 kg fläskfärs

46 Linjerna $y = \frac{2x}{a}$ och $x = a$ avgränsar tillsammans med x -axeln ett område. Bestäm värdet på konstanten a så att områdets area blir 3 areaenheter.

46.



$$A_1 = \frac{a \cdot y}{2} = \frac{2x}{2} = x = 3 \quad a = x \Rightarrow a = 3$$

$$A_2 = A_1 \quad a < 0 \Rightarrow a = -x \Rightarrow a = -3$$

$$\underline{a = \pm 3}$$