19 Lös ekvationen

$(2x-6)(8x-3)-(3+4x)(4x-7)=0$

19. $16x^2-6x-48x+18-(12x-21+16x^2-28x)=0$

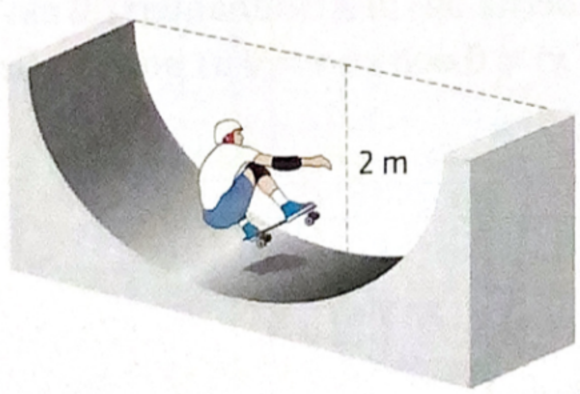
$-54x+18-12x+21+28x=0$

$38x=39$

$x=\frac{39}{38}=1\frac{1}{38}\approx 1{,}03$

---

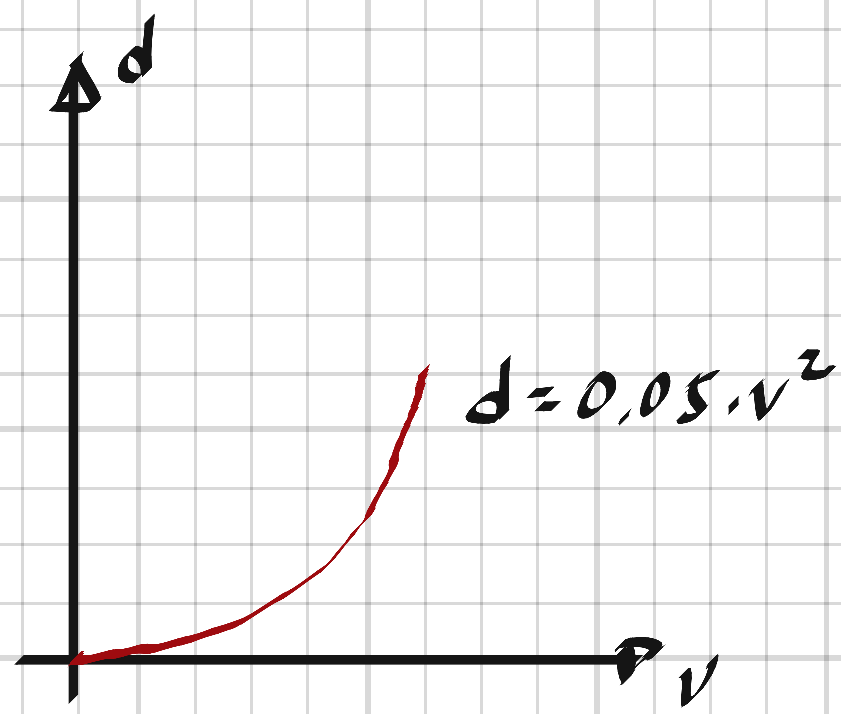
20 Hanna åker skateboard i en halfpipe. Hon startar från stillastående uppe på ena kanten och rullar ner. Hennes lodräta avstånd, d meter från kanten är en funktion av hastigheten v m/s enligt $d = 0{,}05v^2$.



a) Rita grafen till funktionen.

b) Vilken är Hannas högsta hastighet?

a)



b) $v=\left(\frac{d}{0{,}05}\right)^{1/2}=\left(\frac{2}{0{,}05}\right)^{1/2}=40^{1/2}\approx 6.3$ m/s

---

21 Lös andragradsekvationerna. Svara exakt.

a) $(3n+3)(3n-3) = 6(n^2-2)$

b) $(6+x)^2 = -2(x+3)$

c) $x^2 = x$

21. a) $9n^2 - 9 = 6n^2 - 12$

$3n^2 = -3$

$n^2 = -1$

$\underline{n = \pm i}$

b) $36 + 12x + x^2 = -2x - 6$

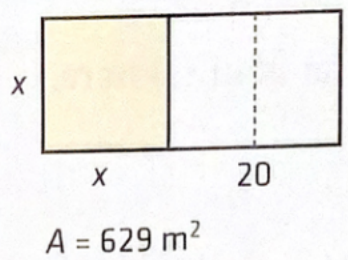
$x^2 + 14x + 42 = 0$

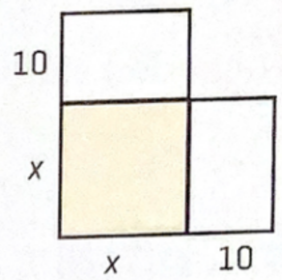
$x = -7 \pm\sqrt{7^2 - 42} = \underline{-7 \pm \sqrt{7}}$

c) $x^2 = x$

$\underline{x_1 = 0,\ x_2 = 1}$

22 Figuren till vänster visar ett rektangulärt område.





a) Teckna en ekvation för att bestämma x utifrån den vänstra figuren.

b) I den andra figuren har arean omfördelats, så att området nästan är kvadratiskt. Vilka mått har den lilla kvadrat som måste läggas till i övre högra hörnet, för att hela figuren ska bli en stor kvadrat?

c) Hur förändras ekvationen efter att man kompletterat figuren med den mindre kvadraten?

d) Lös ekvationen och bestäm x.

22. a) $x(x+20) = 629$

b) $10 \cdot 10 = 100$

c) $(x+10)^2 = 729$

$x^2 + 20x + 100 - 729 = 0$

$x = -10 \pm \sqrt{10^2 + 629} = -10 + \sqrt{729} = 17$ m

23 Ange extrempunktens läge och karaktär för grafen till funktionerna.

a) $y = 5 - 3x^2$

b) $y = -x^2 + 4x + 4$

c) $y = x^2 + 12x + 30$

23. a) $y = 5 - 3x^2$

Parabel med maxpunkten $(0,5)$

b) $y = -(x-2)^2 + 8$

Parabel med maxpunkten $(2,8)$

c) $y = (x+6)^2 - 6$

Parabel med minpunkten $(-6,-6)$

24 Mauri kastar iväg en gummiboll, så att bollens bana beskrivs av $h(x) = -0{,}020x^2 + 0{,}55x + 1{,}65$ där $h(x)$ m är bollens höjd över marken då den rört sig x m horisontellt.

a) På vilken höjd befinner sig bollen i kastögonblicket?

b) Vilken höjd har bollen då den har rört sig 5,0 m i horisontalled?

c) Vilken är bollens högsta höjd och efter hur lång sträcka når den sin högsta höjd?

24. a) $h(0) = \underline{1.65 \text{ m}}$

b) $h(5) = -0.020 \cdot 5^2 + 0.55 \cdot 5 + 1.65 = \underline{3.9 \text{ m}}$

c) $h(x) = -0.020(x - 13.75)^2 + 0.020 \cdot 13.75^2 + 1.65$

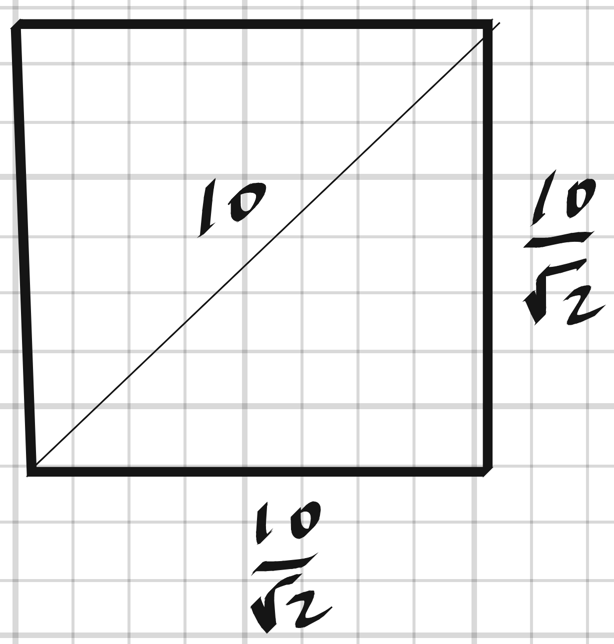
$h(x) = -0.020(x - 13.75)^2 + 5.43$

<u>Bollens högsta höjd är 5.43 m</u>

<u>vid sträckan 13.75 m</u>.

25 I en kvadrat är diagonalen 10 cm. Bestäm kvadratens area.

25.



$A = \left(\frac{10}{\sqrt{2}}\right)^2 = \underline{50\ cm^2}$

---

26 Lös ekvationerna. Tips: Bryt ut x.

a) $x^3 + 24x^2 + 44x = 0$

b) $2x^3 + 6x^2 - 8x = 0$

26.

a) $x(x^2+24x+44) = 0$

$x^2+24x+44 = 0$

$x = -12 \pm \sqrt{144-44} = -12 \pm 10$

$\underline{x_1 = -22,\ x_2 = -2,\ x_3 = 0}$

b) $2x(x^2+3x-4) = 0$

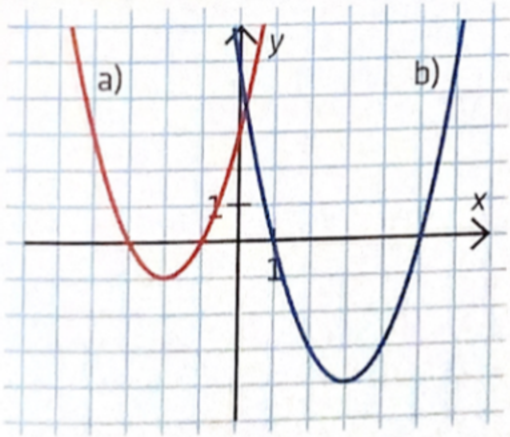
$x^2+3x-4 = 0$

$x = -\frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4}+\frac{16}{4}} = -\frac{3}{2} \pm \frac{5}{2}$

$\underline{x_1 = -4,\ x_2 = 0,\ x_3 = 1}$

---

27 Figuren visar graferna till två andragradsfunktioner av formen $f(x) = x^2 + px + q$. Bestäm funktionsuttrycken.



27. a) $y = (x+2)^2 - 4 + 3$

$\underline{y = x^2 + 4x + 3}$

b) $y = (x-3)^2 - 9 + 4$

$\underline{y = x^2 - 6x + 4}$

---

28 Ange en andragradsekvation med lösningarna

a) $x = \pm 5i$ b) $x = \pm 18i$

c) $x = \pm i\sqrt{13}$ d) $x = \pm 2i\sqrt{5}$

28. a) $(x+5i)(x-5i) = 0 \Rightarrow x^2 + 25 = 0$

b) $(x+18i)(x-18i) \Rightarrow x^2 + 324 = 0$

c) $(x+i\sqrt{13})(x-i\sqrt{13}) \Rightarrow x^2 + 13 = 0$

d) $(x+2i\sqrt{5})(x-2i\sqrt{5}) \Rightarrow x^2 + 20 = 0$

---

29 En portal har en form som beskrivs av

$h(x) = -0{,}59x^2 + 3{,}1$

där $h(x)$ är portens höjd i meter x meter längs underlaget mätt från mitten av porten. Hur bred är porten längs underlaget?

29.

$x = x_{max}$ då $h(x) = 0$

$0 = -0.59x^2 + 3.1$

$x = \pm \sqrt{\frac{3.1}{0.59}} \approx 2.292$

Bredden $= 2x = \underline{4.58 \text{ m}}$

---

30 Vid ett simhopp från tremeterssvikten beskrevs hoppet med funktionsuttrycket

$h(t) = 3 + 5t - 4{,}5t^2$

där Greg var $h(t)$ meter över vattenytan efter t sekunder. Efter hur lång tid når Greg vattenytan?

30.

Vattenytan nås då $h(t) = 0$

$0 = 3 + 5t - 4.5t^2$

$t^2 - \frac{5}{4.5}t - \frac{3}{4.5} = 0$

$t = 0.556 \pm \sqrt{0.3086 + 0.6667} = \underline{1.5 \text{ s}}$

---

31 En andragradskurva har symmetrilinjen $x = 3$. Punkterna $(0, 7)$ och $(5, 2)$ ligger på kurvan. Ange koordinaterna för ytterligare två punkter på kurvan.

31. $y = k(x-3)^2 + m$

$y(0) = 7 \Rightarrow 0 = k \cdot 9 + m \; ; \; m = -9k$

$y(5) = 2 \Rightarrow 2 = k \cdot 4 + m$

$2 = 4k - 9k \Rightarrow k = -\frac{2}{5}, \; m = \frac{18}{5}$

$y = -\frac{2}{5}(x-3)^2 + \frac{18}{5}$

$y(3) = \frac{18}{5} = 3.6 \; ; \; y(1) = -\frac{8}{5} + \frac{18}{5} = 2$

Två ytterligare punkter är $\underline{(3, 3.6) \text{ och } (1, 2)}$

32 Pelle står på en klippa invid en sjö och kastar en sten ut över sjön. Efter t sekunder är stenens höjd över vattenytan $h(t)$ meter där
$h(t) = 8{,}5 + 9{,}8t - 4{,}9t^2$.

a) När befinner sig stenen på höjden 10 m ovanför vattenytan?

b) Bestäm stenens högsta höjd över vattenytan.

(*Np MaB vt 2002*)

32. a) $h(t) = 10 \Rightarrow$

$$10 = 8.5 + 9.8t - 4.9t^2$$

$$t^2 - 2t + 0.3061 = 0$$

$$t = 1 \pm \sqrt{1 - 0.3061} = 1 \pm 0.83 \text{ s}$$

Vid tiderna 0.167 s och 1.83 s

b) $h(t) = -4.9(t-1)^2 + 4.9 + 8.5$

$$h(t) = -4.9(t-1)^2 + 13.4$$

Stenens högsta höjd är 13.4 m

och inträffar vid tiden 1.0 s

33 Lös ekvationerna

a) $x(x+1)(x+2)(x+3)=0$

b) $(x^2+2x)(x-4x^2)=0$

33. a) $x_1=-3,\ x_2=-2,\ x_3=-1,\ x_4=0$

b) $x^2(x+2)(1-4x)=0$

$x_1=-2,\ x_{2,3}=0,\ x_4=\frac{1}{4}$

---

34 När sidan på en kub minskas med 1 cm, minskar volymen med 91 cm³. Hur stor är volymen av den mindre kuben?

x = ursprunglig sidlängd

V = — " — volym

34.

$$\begin{cases}(x-1)^3=V-91\\ x^3=V\end{cases}$$

$(x-1)^3=x^3-91$

$x^3-3x^2+3x-1=x^3-91\ ,\ x\neq 0\ \Rightarrow$

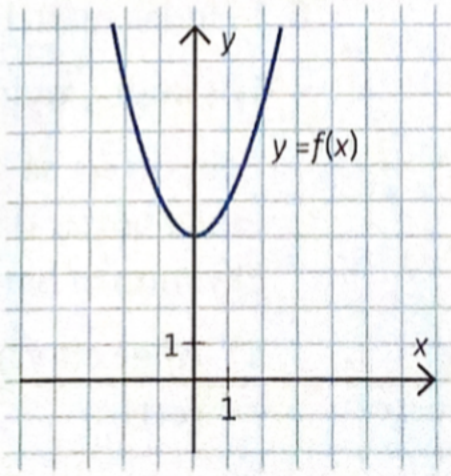
$3x^2-3x-90=0\ ;\ x^2-x-30=0$

$x=\frac{1}{2}\pm\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{120}{4}}=\frac{1}{2}+\frac{11}{2}=6$ cm

Den mindre kuben har volymen $(6-1)^3=125\text{ cm}^3$

---

35 Bestäm de imaginära rötterna till andragradsekvationen $f(x) = 0$.



35. $y = x^2 + 4$

$y = 0 \Rightarrow x^2 = -4 \Rightarrow \underline{x = \pm 2i}$

---

36 För vilka värden på det reella talet a har ekvationen $x^2 + ax + a = 0$

a) två reella rötter

b) en reell dubbelrot

c) ingen reell rot

36. $x = -\frac{a}{2} \pm \sqrt{\frac{a^2}{4} - \frac{4a}{4}} = -\frac{a}{2} \pm \frac{\sqrt{a^2 - 4a}}{2}$

a) 2 reella rötter då $a^2 - 4a > 0$; $a(a-4) > 0$

$\Rightarrow \underline{a > 4 \text{ eller } a < 0}$

b) 1 reell dubbelrot då $a^2 - 4a = 0$

$\Rightarrow \underline{a = 4 \text{ eller } a = 0}$

c) Ingen reell rot då $a^2 - 4a < 0$; $a(a-4) < 0$

$\Rightarrow \underline{0 < a < 4}$

37 Klara cyklar 40 km på en viss tid, om hon håller en viss medelhastighet. Om medelhastigheten sjunker med 2 km/h, tar färden 1 timme längre. Vilken fart håller Klara, när hon cyklar den snabbare varianten.

37.

$$s = v \cdot t$$

$$\begin{cases} 40 = v_1 \cdot t_1 \\ 40 = (v_1 - 2) \cdot (t_1 + 1) \end{cases}$$

$$v_1 \cdot t_1 = v_1 \cdot t_1 + v_1 - 2t_1 - 2$$

$$v_1 - 2t_1 - 2 = 0$$

$$\frac{40}{t_1} - 2t_1 - 2 = 0$$

$$\frac{1}{t_1}(40 - 2t_1^2 - 2t) = 0$$

$$t_1^2 + t - 20 = 0$$

$$t_1 = -0.5 \underset{(-)}{+} \sqrt{0.25 + 20} = 4 \text{ s}$$

$$v_1 = \frac{40}{t_1} = \frac{40}{4} = \underline{10 \text{ km/h}}$$