21 Faktorisera täljare och nämnare och förkorta så långt som möjligt

a) $\frac{9x + 6x^2}{6x}$ b) $\frac{2a^2 - 4ab}{3a - 6b}$

c) $\frac{x^2 - 4y^2}{x + 2y}$ d) $\frac{4a^2 - 12a + 9}{4a - 6}$

21.

a) $\frac{6x\left(\frac{9}{6} + x\right)}{6x} = \underline{\frac{3}{2} + x}$

b) $\frac{2a(a-2b)}{3(a-2b)} = \underline{\frac{2a}{3}}$

c) $\frac{(x+2y)(x-2y)}{x+2y} = \underline{x - 2y}$

d) $\frac{(2a-3)^2}{2(2a-3)} = \underline{\frac{2a-3}{2}}$

---

22 Torbjörn och Christian pluggar matte tillsammans. Christian säger att han inte riktigt förstått den andra kvadreringsregeln och ber att Torbjörn ska förklara den. Hjälp Torbjörn med vad han ska säga, skriva eller rita.

Andra kvadreringsregeln:

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

Tänk att $(a-b)^2$ kan skrivas $(a-b)(a-b)$.

Använd nu de vanliga multiplikationsreglerna:

$(a-b)(a-b) = a \cdot a - a \cdot b - b \cdot a + b \cdot b = a^2 - 2ab + b^2$

---

23 Förenkla

a) $2{,}5(4x-2)-0{,}5(6x-10)$

b) $\frac{3}{4}(4a-12b+4)-\frac{2}{3}(12-9a+3b)$

23. a) $10x-5-3x+5=7x$

b) $3a-9b+3-8+6a-2b=\underline{9a-11b-5}$

---

24 Förkorta uttrycken så långt som möjligt.

a) $\frac{x^2+6x+9}{9-x^2}$

b) $\frac{y^2-49}{y^2-14y+49}$

24. a) $\frac{(x+3)^2}{(3+x)(3-x)}=\underline{\frac{3+x}{3-x}}$

b) $\frac{(y+7)(y-7)}{(y-7)^2}=\underline{\frac{y+7}{y-7}}$

---

25 En kula skjuts rakt uppåt. Dess höjd över marken kan beskrivas med funktionen h som ges av $h(t) = 50t - 5t^2$, där t är tiden i sekunder efter uppskjutningen och höjden h anges i meter.

a) Hur högt är kulan efter 1,5 sekunder?

b) Hur högt når kulan som högst?

c) Hur länge är kulan i luften?

d) När är kulan 80 meter över marken?

25.

a) $h(1{,}5) = 50 \cdot 1{,}5 - 5 \cdot 1{,}5^2 = \underline{63{,}75 \text{ m}}$

b) $h(t) = -5(t+5)^2 + 125$

$h_{max} = h(5) = \underline{125 \text{ m}}$

c) $h(t) = 0 \Rightarrow 0 = 5t(10 - t) \Rightarrow t = \underline{10 \text{ s}}$

d) $h(t) = 80 \Rightarrow 80 = 50t - 5t^2 \Rightarrow$

$t^2 - 10t + 16 = 0$

$t = 5 \pm \sqrt{25 - 16} = 5 \pm 3$

<u>Vid $t_1 = 2$ s och $t_2 = 8$ s</u>

26 Vilma har ett rektangulärt trädgårdsland, där längden är 3 meter längre än bredden. Hon utökar både längd och bredd med 2 meter och får på detta sätt ett land, som är 20 m^2 större än det tidigare. Hur stor area har trädgårdslandet efter utökningen?

26. x = ursprungliga bredden

$$\begin{cases} A_1 = x \cdot (x+3) \\ A_1 + 20 = (x+2) \cdot (x+3+2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} A_1 = x^2 + 3x \\ A_1 = x^2 + 7x + 10 \end{cases}$$

$$0 = 4x + 10$$

$$x = \frac{10}{4} = 2.5$$

$$A_2 = (x+2)(x+5) = (2.5+2)(2.5+5) = \underline{33.75 \ m^2}$$

27 Maria och Jocke har fått i uppgift att bestämma det minsta värdet till en andragradsfunktion.

– Då behöver vi hitta den lodräta linjen som kurvan är symmetrisk kring, säger Jocke.

– Det gör vi genom att först bestämma funktionens nollställen, inflikar Maria.

a) Ge en förklaring till varför Jocke tycker att man behöver finna den linjen.

b) Varför säger Maria att man först måste bestämma funktionens nollställen?

c) När fungerar inte Marias metod?

27. a) Minvärdet ligger på x-värdet för symmetrilinjen.

b) Symmetrilinjen ligger mitt emellan nollställena.

c) När funktionen saknar reella nollställen.

---

28 Förkorta uttrycken så långt som möjligt

a) $\frac{(a+2b)^2}{3a+6b}$

b) $\frac{4m^2-4mn+n^2}{12m^2-3n^2}$

28. a) $\frac{(a+2b)^2}{3(a+2b)} = \underline{\frac{a+2b}{3}}$

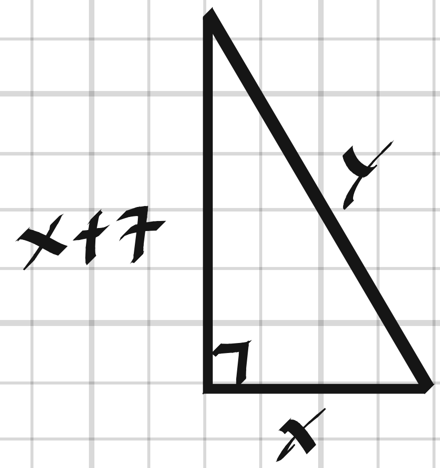
b) $\frac{(2m-n)^2}{3(4m^2-n^2)} = \frac{(2m-n)^2}{3(2m+n)(2m-n)} = \underline{\frac{2m-n}{6m+3n}}$

---

29 I en rätvinklig triangel är den ena kateten 7 cm längre än den andra. Teckna ett förenklat uttryck för

a) triangelns area

b) hypotenusans längd



29. a) $A = \underline{\dfrac{x(x+7)}{2}}$ cm^2

b) $y = (x^2 + (x+7)^2)^{1/2}$

$y = \underline{(2x^2 + 14x + 49)^{1/2}}$ cm

---

30 Lös ekvationerna

a) $2x(3x-4) = 6(x^2-4x-3)$

b) $(3a+6)(3a-6) = 3(3a^2-4a-2)$

c) $(2x+6)^2 - 5(x+3)(x-3) = 36 - (x-5)^2$

30. a) $6x^2 - 8x = 6x^2 - 24x - 18$

$16x = -18 \Rightarrow \underline{x = -\dfrac{18}{16} = -\dfrac{9}{8}}$

b) $9a^2 - 36 = 9a^2 - 12a - 6$

$12a = 30 \Rightarrow \underline{a = \dfrac{30}{12} = \dfrac{5}{2}}$

c) $4x^2 + 24x + 36 - 5x^2 + 45 = 36 - x^2 + 10x - 25$

$14x = -70$

$\underline{x = -5}$

---

31 Fyll i de tomma rutorna, så att likheterna stämmer

a) $(\square + 7)(2a - \square) = 6a^2 - a - \square$

b) $\square(\square + \square)(\square - \square) = 3x^2 - 12y^2$

c) $(4m + 5n)(\square - \square) = \square + 14mn - 8m^2$

31. a) $(3a + 7)(2a - 5) = 6a^2 - a - 35$

b) $3(x + 2y)(x - 2y) = 3x^2 - 12y^2$

c) $(4m + 5n)(6n - 2m) = 30n^2 + 14mn - 8m^2$

---

32 Beräkna genom att använda dig av konjugat- och kvadreringsreglerna.

a) $21 \cdot 19$ b) 22^2 c) 89^2

32. a) $(20+1)(20-1) = 400 - 1 = \underline{399}$

b) $(20+2)^2 = 400 + 80 + 4 = \underline{484}$

c) $(90-1)^2 = 8100 - 180 + 1 = 7921$
