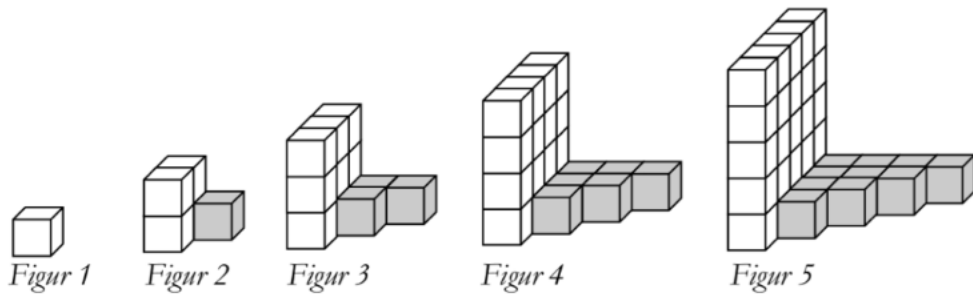


13. Mönster med kuber

Li Shanlan var en kinesisk matematiker som levde i mitten av 1800-talet. Han konstruerade regelbundna figurer av små kuber enligt följande mönster:



Figur	Vita kuber	Grå kuber	Totala antalet kuber
1	1	0	1
2	4	1	5
3	9	3	12
4	16	6	22
5		10	

- Hur många vita kuber finns det i figur 7?
- Hur många grå kuber finns det i figur 7?
- Beskriv med ord och/eller formel hur man kan beräkna antalet vita kuber i figur n .
- Beskriv med ord och/eller formel hur man kan beräkna antalet grå kuber i figur n .
- För att beräkna totala antalet kuber i figur n använde Li Shanlan formeln:

$$\frac{n(3n-1)}{2} = \text{totala antalet kuber i figur } n$$

Stämmer formeln för alla värden på n ? Motivera.

(3/4/4)

13. a) $7^2 = 49$

b) $10 + 5 + 6 = 21$

c) $v_n = n^2$

d) $g_n = \frac{n(n-1)}{2}$

e) $v_n + g_n = n^2 + \frac{n(n-1)}{2} = \frac{2n^2 + n^2 - n}{2} = \frac{n(3n-1)}{2}$

Ja, formeln stämmer för alla n då

den representerar en summa av v_n och g_n .

14. Tänk på ett tal

Lek med tal

- Tänk på ett tvåsiffrigt positivt heltal.
- Beräkna siffersumman.
- Subtrahera siffersumman från det tal du tänkte på.

Exempel

Jag tänker på talet 68
Siffersumman blir $6+8=14$
 $68-14=54$. Svar = 54

- Tänk på ett nytt heltal och gör talleken.
- Upprepa undersökningen med nya tal tills du upptäcker vad svaren har gemensamt. Vad har talen (svaren) gemensamt?
- Visa att din upptäckt gäller för alla tvåsiffriga positiva heltal.
Ledning: Värdet av det tvåsiffriga talet ab skrivs $10 \cdot a + b$
- Undersök om upptäckten även stämmer för tresiffriga positiva heltal.

(3/5/4)

$$14. a) 53, 5+3=8, 53-8=45$$

$$b) 62, 6+2=8, 62-8=54$$

$$75, 7+5=12, 75-12=63$$

$$14, 1+4=5, 14-5=9$$

Alla svaren är delbara med 9.

$$c) 10a+b, a+b, 10a+b-(a+b)=9a$$

$$d) 100a+10b+c, 100a+10b+c-(a+b+c)=$$

$$= 99a+9b=9(11a+b) \Rightarrow$$

Ja, den stämmer även för tresiffriga tal

17. Enligt en prognos beräknas hyran för en lägenhet öka med 4 % per år. Med hur många procent beräknas hyran öka under en 5-årsperiod enligt prognosen?

(1/1/1)

17.
$$\text{Ökningen} = 1,04^5 - 1 = 0,217 \approx \underline{22\%}$$

18. En tröja kostade 800 kr. Då en butik hade rea sattes priserna ned i två omgångar, först med 20 % och därefter halva reapriset. Anna och Emelie beräknar tröjans pris efter de båda prisändringarna.



Anna beräknar priset så här:

$$800 \cdot 0,8 \cdot 0,5 = 320$$

Reapriset är 320kr.

Emelie gör följande beräkning:

$$800 - 800 \cdot 0,2 - 800 \cdot 0,5 =$$
$$= 240$$

Svar: Priset är 240kr

Vem har räknat priset rätt och hur kan Anna och Emelie ha resonerat?

(1/1/1)

18. Anna har räknat rätt. Emelie tar felaktigt halva priset på det ursprungliga priset istället för på det rabatterade.

19. Något av talen från 1950 till 1959 är ett primtal. Vilket?
Motivera ditt svar.

(1/1/1)

19.

1950, 1952, 1954, 1956, 1958 delbara med 2 \Rightarrow ej primtal

1955 delbar med 5 \Rightarrow ej primtal

1951 har siffersumman 16

1953 " 18 delbar med 3

1957 " 22

1959 " 24 delbar med 3

Prövning upp till $\sqrt{1957} = 44 \Rightarrow$ 1957 delbar med 19

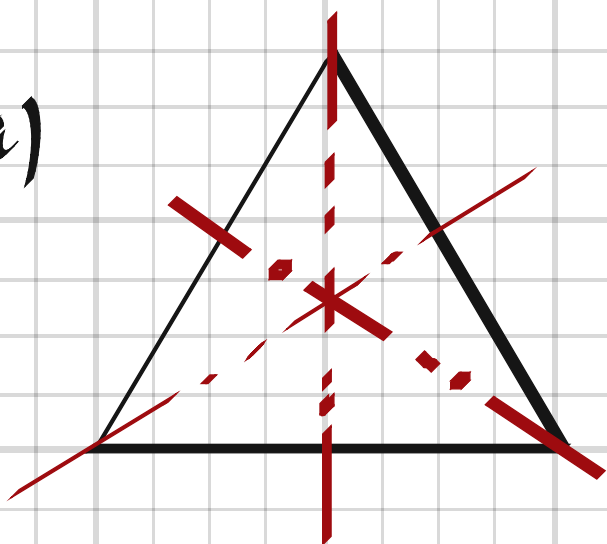
\Rightarrow 1951 är ett primtal

20. Symmetrilinjer

- a) Rita en liksidig triangel och rita in samtliga symmetrilinjer i den. (2/0/0)
- b) Symmetrilinjerna i triangeln skär varandra i en punkt. Mellan två närliggande symmetrilinjer bildas en vinkel. Hur stor blir vinkeln mellan två närliggande symmetrilinjer i den liksidiga triangeln? (0/1/0)
- c) Hur stor blir vinkeln mellan två närliggande symmetrilinjer i en kvadrat? (0/2/0)
- d) Undersök sambandet mellan antalet hörn i en regelbunden månghörning (n-hörning) och storleken på vinkeln mellan två närliggande symmetrilinjer i denna. (0/1/2)

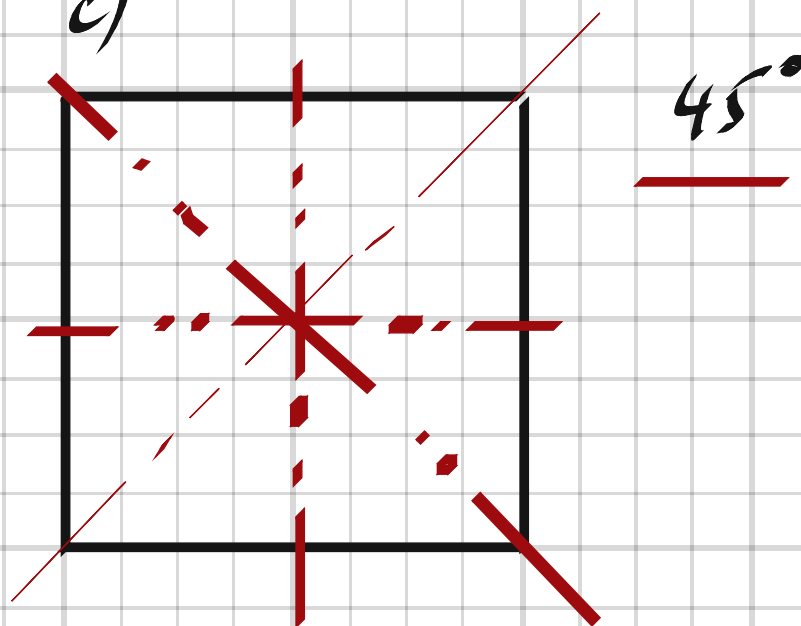
20

a)



b) 60°

c)



d)

n	vinkel
3	60°
4	45°
5	36°
6	30°

$$\underline{\underline{Vinkeln = \frac{180^\circ}{n}}}$$

21. Tabellen visar kronans värde över tid med hänsyn till prisutveckling.

År	1970	1980	1990	2000	2010
1970	1,00	0,41	0,20	0,16	0,14
1980	2,41	1,00	0,48	0,38	0,33
1990	5,02	2,08	1,00	0,80	0,68
2000	6,30	2,61	1,25	1,00	0,86
2010	7,33	3,03	1,46	1,16	1,00

Källa: SCB

Så här läser du tabellen:

1 kr år 2010 motsvarar 0,14 kr i 1970 års penningvärde.

1 kr år 1990 motsvarar 1,46 kr i 2010 års penningvärde.

- a) År 1980 var medelpriset på en biobiljett 19,74 kr. Om priset på biobiljetter skulle ha följt kronans penningvärde från år 1980, vad skulle då priset på en biobiljett ha varit år 2010? (0/2/0)
- b) År 2010 var medelpriset på en biobiljett 81,90 kr. Jämför detta biljettpris med biljettpriset år 1980 i 2010 års penningvärde. Vilken slutsats drar du om prisutvecklingen på biobiljetten? (0/1/1)
- c) Hur många procent har kronans värde minskat jämfört med prisutvecklingen mellan år 1980 och år 2010 enligt tabellen? (0/0/1)

21. a) $3,03 \cdot 19,74 = \underline{59,81 \text{ kr}}$

b) Biljettpriset har ökat mer än penningvärdets utveckling.

c) Kronans värde har minskat med

$$1 - \frac{1}{3,03} = \underline{67\%}$$

22.

REA!

Billiga golvplattor!
Hel låda (50 st) kostar 299:-
och räcker till 2,25 m²

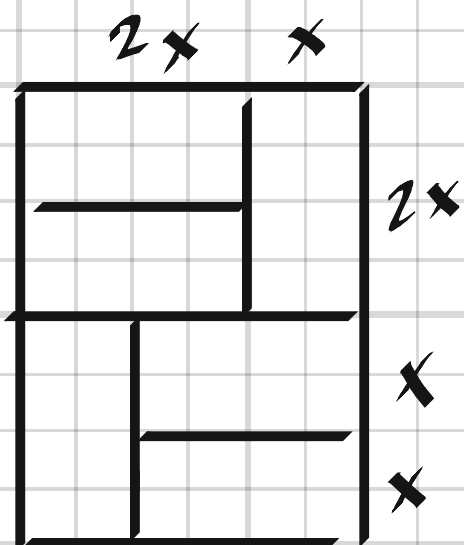


Bilden visar sex golvplattor i ett mönster.
Vilka mått (längd och bredd) har en av dessa plattor?

(1/2/2)

22.

$$\text{Arean av en platta} = \frac{2,25}{50} = 4,5 \text{ dm}^2$$



$$4x \cdot 3x = 6 \cdot 4,5 \Rightarrow$$

$$x = \sqrt[2]{\frac{6 \cdot 4,5}{12}} = 1,5 \text{ dm}$$

$$2x = 3,0 \text{ dm}$$

Svar: Plattorna har måtten 3 x 1,5 dm.

22. Storleken på en cykel bestäms av sadelrörets längd. För att veta vilken storlek på cykel man ska ha, kan man mäta innerbenlängden på den person som ska använda cykeln. Man kan sedan beräkna lämplig storlek på cykeln på två olika sätt

formel A: $y = x - 23$

formel B: $y = \frac{2x}{3}$

där x är innerbenlängden i cm och y är sadelrörets längd i cm. Formlerna gäller för innerbenlängder mellan 30 cm och 90 cm.

- a) Mika ska köpa en cykel och han har innerbenlängden 63 cm. Beräkna med formel A respektive formel B vilken längd Mika ska ha på sadelröret.
Endast svar krävs.
- b) Vilken innerbenlängd ger samma längd på sadelrör med de båda formlerna?

(2/0/0)

(0/2/2)



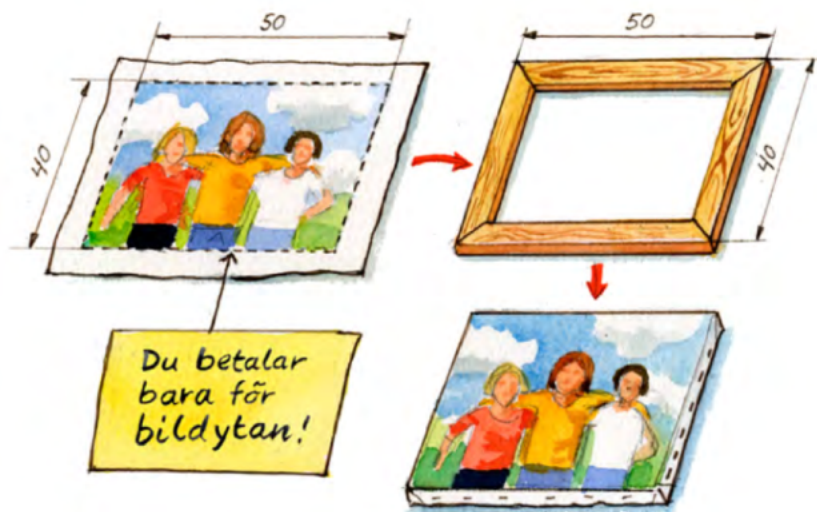
22, a) 40 resp, 42 cm

b) $x - 23 = \frac{2x}{3}$

$$3x - 69 = 2x \quad \Rightarrow$$

$x = 69 \text{ cm}$

25. I en fotoaffär trycker man rektangulära bilder på målarduk och monterar därefter bilden på en träram. Träramen kostar 0,45 kr/cm. Målarduk med tryck kostar 0,12 kr/cm². Kostnad för montering är 169 kr för alla ramstorlekar.



- a) Yasmin vill trycka en bild och få den monterad. Hon vill ha bilden 50 cm lång och 40 cm bred. Vad blir kostnaden? (1/2/0)
- b) För att beräkna priset på monterade bilder behöver personalen en formel där längd och bredd ingår. I priset ska ingå målarduk med tryck, ram och kostnad för montering. Hjälp fotoaffären att göra en sådan formel. (0/2/2)

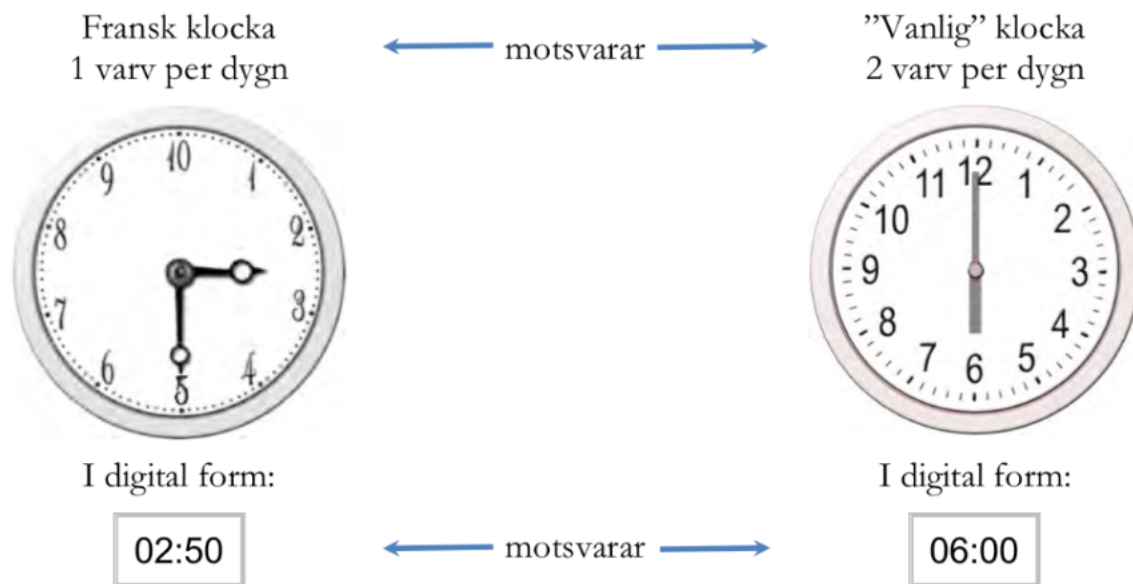
25. a) $169 + 0,12(50 \cdot 40) + 0,45 \cdot (2 \cdot 50 + 2 \cdot 40) = \underline{490 \text{ kr}}$

b) $P = 169 + 0,12 \cdot (L \cdot b) + 0,45(2 \cdot L + 2 \cdot b)$

$\underline{P = 169 + 0,12 L b + 0,9 L + 0,9 b \text{ kr}}$

26. I slutet av 1700-talet användes en annorlunda tidsindelning i Frankrike (fransk klocka).

- dygnet delades in i 10 "timmar"
- varje "timme" hade 100 "minuter"
- varje "minut" delades in i 100 "sekunder"



a) Vilken tid visar den "vanliga" klockan då den franska klockan visar 05:00? Motivera ditt svar.

(0/1/0)

b) Vilken tid visar den franska klockan då den "vanliga" klockan visar 15:00? Motivera ditt svar.

(0/1/2)

26. a) Fransk klocka: 05:00 motsvarar $\frac{1}{2}$ dygn
Vanlig klocka: $\frac{1}{2}$ dygn \Rightarrow klockan visar 12:00

b) $\frac{15}{24} = \frac{x}{10} \Rightarrow x = \frac{150}{24} = 6,25$

Franska klockan visar 06:25