

ANALYSIS

Differenzialrechnung

Summenregel

$$f(x) = u(x) + v(x) \Rightarrow f'(x) = u'(x) + v'(x)$$

Konstantenregel

$$f(x) = a \cdot g(x) \Rightarrow f'(x) = a \cdot g'(x)$$

Produktregel

$$f(x) = u(x) \cdot v(x) \Rightarrow f'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$$

lineare Kettenregel

$$f(x) = g(a \cdot x + b) \Rightarrow f'(x) = a \cdot g'(a \cdot x + b)$$

Kettenregel

$$f(x) = g(u(x)) \Rightarrow f'(x) = g'(u(x)) \cdot u'(x)$$

Gleichung der Tangente im Punkt $P(x_0 | f(x_0))$

$$tg(x) = f'(x_0) \cdot (x - x_0) + f(x_0)$$

Ableitung und Stammfunktion von speziellen Funktionen

Funktion	Ableitung	Stammfunktion
$f(x) = x^n$	$f'(x) = n \cdot x^{n-1}$	$F(x) = \frac{1}{n+1} x^{n+1}$ für $n \neq -1$
$f(x) = x^{-1} = \frac{1}{x}$	$f'(x) = -1 \cdot x^{-2} = -\frac{1}{x^2}$	$F(x) = \ln(x)$
$f(x) = e^x$	$f'(x) = e^x$	$F(x) = e^x$
$f(x) = e^{a \cdot x + b}$	$f'(x) = a \cdot e^{a \cdot x + b}$	$F(x) = \frac{1}{a} \cdot e^{a \cdot x + b}$
$f(x) = b^x$	$f'(x) = \ln(b) \cdot b^x$	$F(x) = \frac{1}{\ln(b)} \cdot b^x$
$f(x) = \ln(x)$	$f'(x) = x^{-1} = \frac{1}{x}$	
$f(x) = \sin(x)$	$f'(x) = \cos(x)$	$F(x) = -\cos(x)$
$f(x) = \cos(x)$	$f'(x) = -\sin(x)$	$F(x) = \sin(x)$

Integralrechnung

lineare Kettenregel

$$f(x) = g(a \cdot x + b) \Rightarrow F(x) = \frac{1}{a} \cdot G(a \cdot x + b)$$

Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung

$$\int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

Gesamtänderung $G(t_2) - G(t_1)$ bei gegebener momentanen Änderungsrate $m(t)$ von $G(t)$:

$$G(t_2) - G(t_1) = \int_{t_1}^{t_2} m(t) dt \quad \text{und Bestand zur Zeit } t_2: G(t_2) = G(t_1) + \int_{t_1}^{t_2} m(t) dt$$

Rotationsvolumen (Drehung um die x -Achse)

$$V_{rot} = \pi \cdot \int_a^b y^2 dx = \pi \cdot \int_a^b (f(x))^2 dx$$

ANALYTISCHE GEOMETRIE

Punkte und Vektoren

Vektor zwischen zwei Punkten

$$\vec{AB} = \vec{b} - \vec{a}$$

Mittelpunkt der Strecke AB

$$\vec{m} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b})$$

Geraden und Ebenen

Parameterform einer Geradengleichung

$$\vec{x} = \vec{p} + t \cdot \vec{u}$$

Parameterform einer Ebenengleichung

$$\vec{x} = \vec{p} + r \cdot \vec{u} + s \cdot \vec{v}$$

Koordinatenform einer Ebenengleichung

$$a_1 \cdot x_1 + a_2 \cdot x_2 + a_3 \cdot x_3 - b = 0 \quad \text{oder} \quad a_1 \cdot x_1 + a_2 \cdot x_2 + a_3 \cdot x_3 = b$$

Normalenform einer Ebenengleichung

$$\vec{n} \cdot (\vec{x} - \vec{p}) = 0 \quad \text{oder} \quad \vec{n} \cdot \vec{x} = \vec{n} \cdot \vec{p} \quad \text{mit einem Normalenvektor } \vec{n}$$

Hessesche Normalenform einer Ebenengleichung

$$\vec{n}_0 \cdot (\vec{x} - \vec{p}) = 0 \quad \text{oder} \quad \vec{n}_0 \cdot \vec{x} = \vec{n}_0 \cdot \vec{p} \quad \text{mit einem Normalen-Einheitsvektor } \vec{n}_0$$

Metrik

Länge eines Vektors

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} = \sqrt{\vec{a} \cdot \vec{a}}$$

Skalarprodukt

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3$$

Winkel zwischen zwei Vektoren

$$\cos(\varphi) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

Orthogonalität von Vektoren

$$\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \quad \text{und} \quad \vec{a} \neq \vec{0} \quad \text{und} \quad \vec{b} \neq \vec{0}$$

Vektorprodukt (Kreuzprodukt)

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_2 \cdot b_3 - a_3 \cdot b_2 \\ a_3 \cdot b_1 - a_1 \cdot b_3 \\ a_1 \cdot b_2 - a_2 \cdot b_1 \end{pmatrix}$$

Flächeninhalt des von zwei Vektoren aufgespannten Parallelogramms

$$A = |\vec{a} \times \vec{b}|$$

Rauminhalt einer Pyramide

$$V = \frac{1}{3} \cdot A \cdot h$$

Abstand eines Punktes $R(r_1 | r_2 | r_3)$ von einer Ebene E

$$d = |\vec{n}_0 \cdot (\vec{r} - \vec{p})| \quad \text{oder} \quad d = \left| \frac{a_1 \cdot r_1 + a_2 \cdot r_2 + a_3 \cdot r_3 - b}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}} \right|$$
